CALCOLO DELLE MACCHINE ELETTRICHE

Dr. Ing. W. SCHUISKY
Gia consulente della A. S. E. A. (Svezia)

CALCOLO DELLE MACCHINE ELETTRICHE

Prima edizione italiana a cura del

Dr. Ing. GIAN LUIGI BASILE
dell'Ist. di Elettrotecnica dell'Univ. di Bari

Traduzione della

Dr. ISABELLA BERTHIER



1969
CASA EDITRICE AMBROSIANA - MILANO



Titolo originale dell'Opera:
BERECHNUNG ELEKTRISCHER MASCHINEN

Prima edizione

Pubblicato da:
© SPRINGER-VERLAG - VIENNA

STAMPATO IN ITALIA - PRINTED IN ITALY

PREFAZIONE

E' per me un grande piacere ed una grande soddisfazione vedere il mio libro a disposizione del lettore italiano.

Questa edizione differisce da quella tedesca solo per quanto riguarda i simboli e le denominazioni, che qui tengono conto di quanto consigliato dalle norme VDE/IEC.

Desidero esprimere la mia riconoscenza al Professore Dott. Ing. Stefano Basile, dell'Università di Bologna, per i Suoi preziosi consigli e per il Suo minuzioso controllo.

Il mio grazie va anche al Dr. Ing. Gian Luigi Basile, dell'Università di Bari, per la Sua collaborazione nella stesura del manoscritto.

L'ottima traduzione è opera della Sig.na Dr. Isabella Berthier, alla quale sono grato.

Desidero infine ringraziare la Casa Editrice Ambrosiana per l'impegno con cui ha curato e presentato la mia opera.

Mülheim, luglio **1969**. W. SCHUISKY

PRESENTAZIONE DELL'EDIZIONE ITALIANA

Il « Calcolo delle macchine elettriche » di Schuisky, tradotto dalla prima edizione tedesca, ha molti capitoli di grande interesse per il calcolatore, come i capitoli relativi agli avvolgimenti, allo studio dei campi magnetici, delle armoniche e delle perdite, al calcolo dei circuiti magnetici, delle reattanze, dei transitori e del riscaldamento. In sede di traduzione l'A. che ha lunga esperienza nella materia oggetto del volume, ha apportato parecchi aggiornamenti ed ha provveduto a sostituire alle unità dei vecchi sistemi le unità del sistema M.K.S.A.

Nel suo insieme il libro si presenta raccomandabile a chi si interessa di calcolo delle macchine elettriche.

Bologna, maggio 1968.

STEFANO BASILE
Direttore dell'Istituto di Elettrotecnica della Facoltà di Ingegneria nell'Univ. di Bologna

INDICE

1. STRUTTURA DELLE MACCHINE ELETTRICHE

1.1. Generalità

Ogni macchina elettrica è costituita da due parti fondamentali: una fissa, detta statore ed una mobile, detta rotore. Per quest'ultimo, soprattutto nel caso di macchine a corrente continua, si usa spesso il termine « indotto ». Si intende per indotto quella parte della macchina che porta l'avvolgimento in cui si genera la f.e.m. Nelle macchine a corrente continua essa è effettivamente il rotore, mentre in quelle sincrone è per lo più lo statore. Nel caso di macchine asincrone si parla di un indotto primario, collegato alla rete di tensione, e di un indotto secondario. Stante la complessità dei motori a collettore a corrente alternata, monofase o trifase, il termine indotto non è chiaro e in questo caso si parla quindi quasi esclusivamente di statore e di rotore.

In tutti i tipi di macchina però tanto il rotore quanto lo statore portano uno o più avvolgimenti, esclusion fatta per piccoli motori a reazione e a isteresi, che hanno un solo avvolgimento e precisamente sullo statore. Per avere una grande coppia, e cioè per sviluppare una potenza elevata, si richiedono due avvolgimenti; mentre l'uno generalmente dà origine al flusso magnetico, l'altro conduce la corrente necessaria alla formazione della coppia. Questo principio di funzionamento è indubbiamente chiaro nel caso di macchine a corrente continua o sincrone, mentre nel caso di macchine asincrone ed a collettore è difficile distinguere le funzioni dei due avvolgimenti. Ma anche qui in sostanza si tratta di un ugual principio di funzionamento.

Tanto il rotore quanto lo statore sostengono il flusso magnetico; le parti necessarie a questa funzione sono i pacchi di lamierini, il giogo e i poli. Con gli avvolgimenti essi costituiscono la così detta parte attiva della macchina. Le altre parti: la carcassa, la lanterna, l'albero, i supporti e il basamento servono a fissare la macchina o a trasmettere la coppia. Per giudicare la potenza della macchina ci si basa per lo più sul peso delle parti attive. Il peso totale è invece determinante per il costo della macchina e poichè esso è in un rapporto più o meno stretto con il peso delle parti attive, quest'ultimo può servire a determinare approssimativamente la grandezza e il costo della macchina.

Tra il rotore e lo statore c'è il traferro la cui ampiezza è molto importante in quanto ha una notevole influenza sul flusso magnetico. Per macchine a corrente alternata che possono mantenere il fattore di potenza ad un valore sufficientemente alto, cioè per macchine sincrone, e anche per macchine a corrente continua, si hanno traferri grandi; i motori asincroni e le macchine alternative a collettore, invece, sono caratterizzate da un traferro più piccolo.

In tutti i tipi di macchina i supporti sono soggetti ad usura; nelle macchine fornite di collettore vi sono soggetti inoltre i commutatori e gli anelli di contatto con le relative spazzole.

Quanto ai supporti, essi sono molto semplici per i motori più piccoli (fino a 500 W). Le macchine di piccola e media grandezza, invece, sono spesso dotate di supporti a lubrificazione ad anelli oppure di supporti a sfere o a rulli. Questi ultimi danno origine ad un scarso attrito, presentando inoltre il grande vantaggio di richiedere una manutenzione minima. Il riscaldamento delle parti interne della macchina, e quindi anche dell'albero, è per lo più maggiore di quello delle parti esterne quali ad esempio la carcassa e la piastra di fondazione. Per questa ragione i supporti debbono poter assorbire la ineguale dilatazione delle due parti. Nel caso di supporti a strisciamento è sufficiente per questo il gioco assiale, mentre per quelli a sfere o a rulli questo gioco non esiste perchè il cuscinetto è fissato solidamente sia all'albero che alla carcassa. Quando si abbiano degli alberi notevolmente lunghi e delle macchine grandi, bisogna tener conto anche della freccia dell'albero e di una sia pur minima imprecisione in fase di montaggio. Per proteggere i supporti da un carico non uniforme (pressione agli spigoli), si usano supporti pendolari. Le macchine grandi e veloci vengono dotate di supporti a strisciamento. Se il riscaldamento dei supporti è troppo elevato, per smaltire il calore attraverso gli anelli di lubrificazione si applica la lubrificazione a pressione, che consiste nel far circolare l'olio nel supporto ad una pressione di 2-3 atmosfere. Se si hanno più macchine dotate di questo sistema di lubrificazione, l'olio viene fornito da una centrale di lubrificazione. Il più delle volte si costruisce nel supporto stesso una piccola pompa dell'olio che viene azionata dall'albero per mezzo di ruote dentate. In quest'ultimo caso ci si serve del raffreddamento ad acqua per sottrarre il calore all'olio. Spesso le macchine verticali vengono dotate di un supporto a pressione destinato ad assorbire la forza assiale. Nel caso di cuscinetti a sfere o a rulli la costruzione è molto semplice.

I piccoli motori possono assorbire la forza assiale del peso del proprio indotto anche senza particolari supporti a pressione, mentre le grandi macchine verticali richiedono speciali supporti di spinta, i così detti « supporti Michell », che comportano una notevole complicazione nella costruzione e quindi un aumento di costo.

In alcuni casi il momento di inerzia della macchina è insufficiente per le condizioni di esercizio date e si è costretti ad elevarlo mediante un volano calettato sull'albero accanto all'indotto oppure, più elegantemente, incorporato nel rotore. Di solito per il volano si sceglie il diametro più grande possibile — per farne diminuire il peso — e quindi si fa di diametro pari a quello esterno del pacco di lamierini dello statore. Nel caso di grandi generatori verticali per impianti idraulici il giogo dell'indotto è generalmente molto grande.

Le macchine veloci sono denominate rispettivamente turbogeneratori e turbomotori. Essi sono per lo più bipolari e la loro struttura differisce notevolmente da quella delle macchine lente. Le notevoli forze centrifughe obbligano all'impiego di materiali di alta resistenza meccanica per la costruzione del rotore e soprattutto delle cappe sulle teste di avvolgimento. La elevata velocità periferica del rotore causa forti perdite per l'attrito con l'aria. Nel caso delle turbomacchine si è costretti a rinunciare al rotore a poli salienti. Si hanno così i rotori lisci.

Allo scopo di diminuire le perdite causate dall'attrito con l'aria o di aumentare il coefficiente di raffreddamento, nelle grandi turbomacchine si adotta come mezzo di raffreddamento l'idrogeno al posto dell'aria. Poichè però, in determinate circostanze, l'idrogeno può formare con l'aria una miscela esplosiva, la carcassa della macchina deve essere costruita in modo da sopportare anche la pressione di un'esplosione pari a 8 kg/cm^2 circa. Questa circostanza e le tenute dei cuscinetti sono caratteristiche delle macchine con raffreddamento ad idrogeno.

Poichè nelle macchine grandi anche minime impurità dell'aria formano nel filtro un notevole deposito di polvere, le moderne macchine vengono dotate per lo più di un raffreddamento in circuito chiuso.

Per il raffreddamento dell'aria (o dell'idrogeno) si dispongono al di fuori o nell'interno della macchina degli scambiatori di calore per l'acqua di raffreddamento. I progressi compiuti nella costruzione delle macchine sono evidenti negli eccezionali risultati conseguiti in questi ultimi anni. Essi sono particolarmente significativi nel caso di alternatori sincroni. A questo proposito citiamo un turbogeneratore da 800 MW e un generatore per impianti idraulici da 500 MVA. Nel campo dei motori invece i risultati sono notevolmente più modesti.

Non avendo parti in movimento, il trasformatore non appartiene alle macchine in senso stretto; ciò non ostante lo tratteremo ugualmente insieme alle macchine elettriche perchè il suo funzionamento è basato sulle stesse leggi. Il trasformatore possiede uno o più circuiti magnetici che portano ciascuno uno o più avvolgimenti. Quando si tratti di grandi trasformatori o di tensioni elevate, il tutto è immerso in olio, il che garantisce un buon raffreddamento e un alto grado di isolamento. Il più grande trasformatore di tipo monofase fino ad oggi costruito è di 220 MVA, di tipo trifase di 300 MVA.

1.2. Macchine a corrente continua

In fig. 1-1 sono rappresentate le parti che compongono una macchina a corrente continua. Dalla fotografia risulta chiaramente che essa è provvista di poli salienti. L'avvolgimento che determina il flusso magnetico, detto di eccitazione o di campo, è collocato sui poli e si definisce avvolgi-

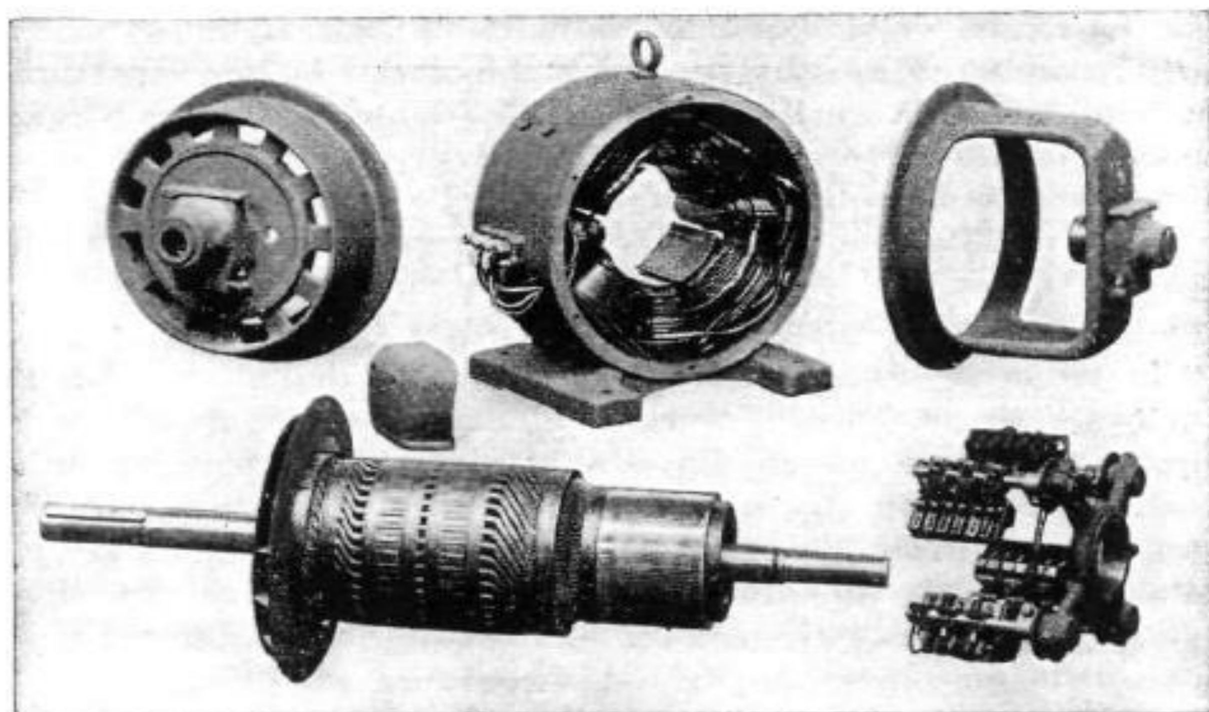


Fig. 1-1. - Pezzi di una macchina a corrente continua della Siemens A. G.

mento concentrato. Un tale avvolgimento non è di costruzione costosa ed è di agevole isolamento. Inoltre consente di avere a disposizione un notevole volume per l'avvolgimento. In pratica esso è sempre preferito all'avvolgimento così detto distribuito. Nella macchina a corrente continua i poli sono esterni, cioè costituiscono lo statore e sono assicurati alla parte mediana del giogo, che serve inoltre a chiudere il circuito del flusso magnetico. In questo caso quindi il giogo assolve un doppio compito. Dato che in esso il flusso magnetico è costante nel tempo, non è necessario costruirlo con lamierini di ferro e si preferisce per lo più fonderlo, quasi esclusivamente in acciaio. Nel passato a questo scopo si usava la ghisa ma ora la si è abbandonata a causa della sua scarsa permeabilità. Nel caso che il giogo venga saldato, esso viene costruito in acciaio laminato. La variazione della tensione di alimentazione e l'esigenza di diminuire la costante di tempo del circuito di eccitazione rende necessario che per grandi motori da laminatoio alimentati da raddrizzatori controllati si costruisca il giogo mediante lamierini. Non ostante che il flusso totale nei poli sia anche esso costante nel tempo, sulla superficie della scarpa polare, affacciata all'indotto, si determinano locali pulsazioni di flusso causate dai denti dell'indotto. Poichè però le pulsazioni di flusso non penetrano in profondità, in sostanza basta costruire con lamierini uno strato relativamente piccolo, che costituisce la così detta espansione polare.

In pratica però si è soliti per ragioni costruttive, fare tutto il polo laminato. Per la forma dei poli si rimanda alla fig. 1-2. Per una migliore utilizzazione, l'ampiezza dell'espansione polare deve essere assai grande, tenendo tuttavia presente la limitazione imposta dall'aumento del flusso di dispersione tra due poli vicini.

Nelle macchine a poli ausiliari, quasi le sole usate al giorno d'oggi, il valore maggiormente impiegato per il rapporto tra l'arco e il passo polare oscilla tra 0,7 e 0,75. In fig. 1-2*b* è rappresentata la forma dei poli per la messa in opera dell'avvolgimento di compensazione.

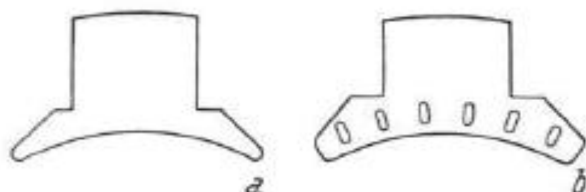


Fig. 1-2. - Forme di poli per una macchina a corrente continua.

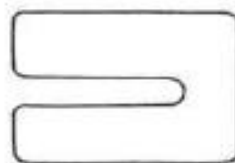
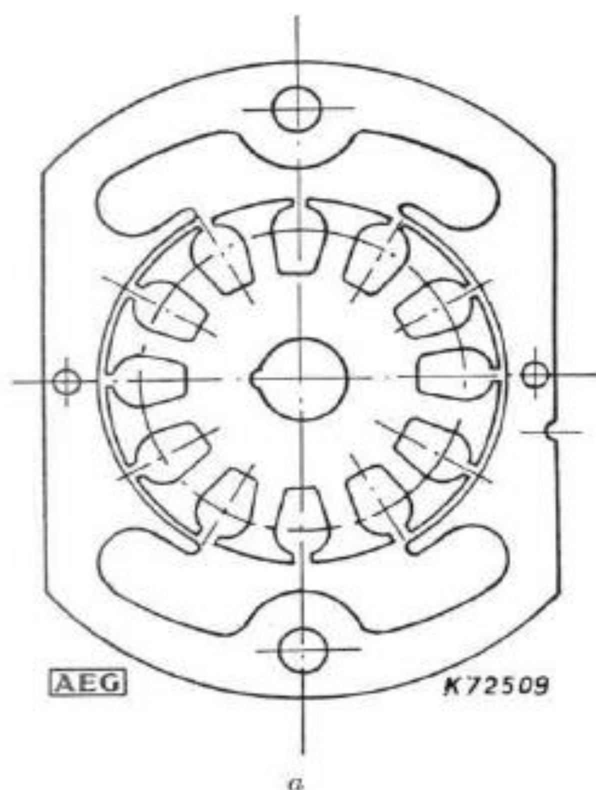
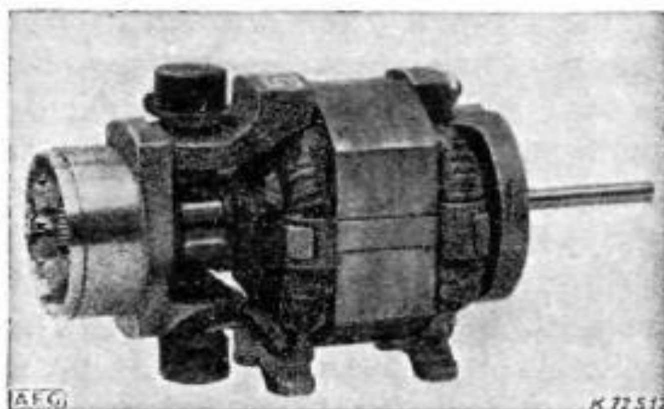


Fig. 1-3 - Forma del lamierino regolatore.

I poli vengono assicurati al giogo mediante viti; poichè infatti non esiste la necessità di precisioni meccaniche elevate, questo sistema di fissaggio è sufficiente anche nel caso di grandi potenze. Tra il giogo e i poli si frappongono in genere alcuni lamierini, la cui forma è illustrata in fig. 1-3, che si possono inserire o disinserire con il semplice allentamento dei bulloni, senza smontare la macchina. Scopo di questi lamierini è quello di render possibile la regolazione dell'ampiezza del traferro; il che è d'importanza fondamentale proprio per i motori a corrente continua, dato che in tal modo si può variare il numero dei giri entro opportuni limiti. Infatti, nella costruzione in serie, le irregolarità del materiale e della lavorazione causano inevitabilmente delle variazioni della velocità rispetto a quella prevista.





a b

Fig. 1-4. - *a*) Sezione di un motore universale. *b*) Motore universale della AEG.

Nei motori molto piccoli, i così detti motori universali, costruiti tanto per corrente continua che per corrente alternata, i poli e il giogo sono punzonati in un unico pezzo (vedi fig. 1-4) così che ne deriva una costruzione molto semplice.

Il numero di poli di una macchina dipende dalla sua potenza e dal numero di giri. Soltanto macchine molto piccole (al di sotto di 1 kW) o molto veloci sono dotate di due poli; le macchine di media grandezza ne hanno quattro e quelle più grandi ne hanno un numero ancora maggiore. Nello stabilire il numero dei poli è bene tener presente che la sezione del giogo diminuisce con l'aumentare di tale numero, mentre il costo della macchina cresce.

L'esperienza pratica è in questo caso l'aiuto più valido.

Oltre ai poli principali, sul giogo sono disposti anche poli ausiliari che non influiscono affatto sulla formazione della coppia; il loro compito è infatti quello di facilitare la commutazione. Costruiti generalmente in ferro massiccio forgiato, sono assai più piccoli dei poli principali, mentre il loro traferro è per lo più maggiore e ciò al fine di avere una caratteristica magnetica lineare. Anche in questo caso l'impiego di lamierini di regolazione è altamente raccomandabile.

Le bobine dei poli principali e ausiliari vengono dapprima avvolte per lo più su speciali sostegni e poi collocate sui poli. Per fissarle si è soliti inserire tra polo e intelaiatura della bobina piccoli cunei di legno o striscie di presspan. Nel caso di motori grandi si usano anche degli anelli elastici che premono le bobine contro il giogo o le espansioni polari. Nel caso di macchine molto piccole le bobine non hanno alcun sostegno e per irrigidirle si avvolgono con del nastro. Se le bobine sono piccole non si usa nessun particolare accorgimento per fissarle, dato che risultano sufficientemente rigide. Le bobine senza supporto vengono impiegate spesso per motori di trazione nei quali lo spazio a disposizione per l'avvolgimento è molto scarso; esse vengono fissate da anelli elastici. Il collegamento elettrico tra le singole bobine si realizza mediante saldatura nelle macchine più piccole e per mezzo di viti in quelle più grandi. L'avvolgimento di compensazione, destinato ad eliminare la reazione dell'indotto, richiede una costruzione particolare; poichè deve essere distribuito, è collocato in cave e il suo montaggio richiede quindi molta cura. Questo avvolgimento comporta un notevole aumento di costo della macchina, ragion per cui il suo impiego è limitato a casi particolari.

Una delle parti più importanti della macchina a corrente continua è il rotore o indotto; esso è costituito da pacchi di lamierini pressati sulla lanterna dell'indotto (o, nel caso di macchine più piccole, immediatamente sull'albero), dall'avvolgimento, dal collettore e dall'albero. Poichè l'indotto è soggetto a magnetizzazione rotante, è assolutamente necessario costruirlo con lamierini. La frequenza di inversione della magnetizzazione è per lo più inferiore ai 50 Hz. Le perdite nel ferro non sono molto elevate e generalmente si usa una lamiera per dinamo dello spessore di 0,5 mm (caratteristica della perdita 3,5 W/kg). Le cave vengono ottenute mediante tranciatura.

Per le macchine più piccole i lamierini sono costituiti da un unico pezzo, mentre per quelle più grandi si rende necessario l'impiego di lamie-

rini suddivisi in segmenti. Per assicurare il pacco di lamierini rotorici all'albero si possono seguire vari metodi, dal semplice calettamento al più complicato fissaggio a coda di rondine. Il criterio di scelta del tipo di fissaggio si basa sulla grandezza e sulla velocità del rotore. Ogni ditta costruttrice resta fedele a costruzioni direttamente sperimentate.

La descrizione di tutti i tipi realizzabili ci porterebbe troppo lontano. Per migliorare il raffreddamento si divide l'indotto nel senso della lunghezza in pacchetti da 6 a 10 cm. di spessore tra i quali risultano quindi dei canali formati mediante distanziatori, attraverso i quali si fa passare il mezzo refrigerante.

Allo scopo di evitare deformazioni, i lamierini terminali di ciascun pacchetto sono più spessi (1 mm). Nelle macchine di piccola e media grandezza le flange che comprimono tutto l'indotto servono anche a sostenere le teste dell'avvolgimento; per le grandi macchine si usano per lo più supporti particolari. Anche il sistema di fissaggio dell'indotto sull'albero dipende dalla grandezza della macchina.

Per rendere l'azione dell'avvolgimento di indotto indipendente dalla posizione dell'indotto rispetto all'induttore, si costruisce l'avvolgimento distribuito, con bobine prefabbricate su sagome e disposte poi nelle cave. Per fissare l'avvolgimento si ricorre a legature con nastro d'acciaio nel caso di macchine piccole e a cunei nelle cave per quelle grandi. Il sistema della legatura è economico ma può causare perdite addizionali. Soltanto per le macchine bipolari più piccole l'avvolgimento viene fatto direttamente sull'indotto, a mano o a macchina. In queste macchine solitamente l'avvolgimento viene fissato nelle cave per mezzo di biette. La forma delle cave, eccezione fatta per le macchine più piccole, è aperta, così da permettere il montaggio di avvolgimenti preparati su sagoma. Tanto le perdite addizionali quanto un fittizio aumento del traferro in seguito alle pulsazioni del campo dovute ai denti sono di secondaria importanza perchè il più delle volte si può scegliere un traferro abbastanza grande da limitare questi fenomeni. Soltanto per le macchine piccolissime l'aumento fittizio del traferro può essere svantaggioso perchè provoca un aumento delle amperspire di eccitazione. In questo caso, allora, si usano con buon successo cave semichiuse, tanto più che ciò non dà luogo ad alcuna difficoltà per il montaggio dell'avvolgimento.

Oltre all'indotto, sull'albero esiste il collettore che ha il compito di stabilire un collegamento elettrico fra l'avvolgimento dell'indotto ed il circuito esterno. L'avvolgimento di indotto dà luogo ad un campo magnetico fisso nello spazio, indipendentemente dalla velocità dell'indotto. Il collettore è formato da lamelle, isolate tra di loro, e dalla armatura; esse vengono unite ai corrispondenti capi dell'avvolgimento di indotto. Per ciò il collettore deve essere immediatamente vicino all'indotto. Questi collegamenti, tuttavia, debbono essere cedevoli per assorbire le inevitabili dilatazioni causate dal riscaldamento o dalla flessione dell'albero. Le velocità periferiche che si hanno in generale nei motori non creano nessuna dif-

ficoltà. Le lamelle munite di incastri a code di rondine sono mantenute nella direzione assiale mediante coni a pressione. Per isolare le lamelle si fa uso di micanite con un piccolo contenuto di collante. Per irrigidire il collettore lo si sottopone a un particolare trattamento: negli ultimi tempi ha ottenuto buoni risultati, per casi speciali (es. motori per ferrovie), il procedimento di invecchiamento artificiale. Il commutatore viene centrifugato per più giorni ad alta temperatura e ad elevato numero di giri, così che già in questa fase si rivelano tutte le possibili deformazioni; dopo questo invecchiamento si passa il commutatore al tornio. Per evitare poi qualsiasi sporgenza dell'isolamento, la micanite viene asportata per una profondità di 1 mm circa. Il commutatore deve essere perfettamente circolare perchè la più piccola irregolarità farebbe distaccare le spazzole, dando luogo a produzione di scintille. Questa a sua volta porterebbe come conseguenza un riscaldamento ed una forte usura del commutatore. Oggi i piccoli commutatori sono fatti di resina sintetica e lamelle di rame laminato.

La corrente in entrata o in uscita dal commutatore circola attraverso le spazzole che costituiscono una parte importantissima della macchina, dato che esercitano un'influenza determinante sulla commutazione della macchina. Per questo la qualità delle spazzole ha un ruolo di primo piano. Le ditte produttrici offrono una vasta possibilità di scelta di diversi tipi di spazzole con l'indicazione precisa del loro campo d'impiego. Quanto più la commutazione è difficile, tanto più severo deve essere il criterio di scelta delle spazzole. Per quanto riguarda la costituzione meccanica, esse si dividono in spazzole con e senza cavetto di collegamento.

Le prime, che sono state usate quasi esclusivamente fino ad ora, facilitano la conduzione di corrente, ma sono più costose. Negli ultimi tempi si sono ottenuti buoni risultati anche con spazzole senza cavetto. La scelta delle spazzole con o senza armatura è molto importante per la maggior parte dei motori a rapido consumo delle spazzole (es. motori per ferrovie). Le loro dimensioni sono soggette a norme.

Le spazzole sono collocate in portaspazzole che le premono contro la superficie del commutatore esercitando una pressione uniforme. Per i motori si impiegano quasi esclusivamente portaspazzole radiali, poichè generalmente debbono lavorare in ambedue i sensi di rotazione. I portaspazzole sono montati su perni isolati dalle altre parti e fissati a loro volta sul collare portaspazzole. Il numero dei perni è solitamente uguale al numero dei poli. Il collare deve essere spostabile per poter situare le spazzole nella zona appropriata. Nei motori le spazzole vengono poste esclusivamente nella zona neutra, dato che è richiesto l'impiego in ambedue i sensi di rotazione. Solo in macchine molto piccole le spazzole non sono mobili.

Le macchine piccole e di grandezza fino a circa 200 kW vengono costruite con scudi di supporto, centrati e fissati alla carcassa (fig. 1-1). Le macchine più grandi sono provviste invece di supporti a cavalletto

(fig. 1-5), che assieme alla carcassa vengono poi montati su una piastra di fondazione comune.

Per facilitare lo smaltimento del calore, tutte le macchine vengono dotate di un ventilatore collocato nell'interno della macchina (nei tipi protetti) o all'esterno (nelle macchine aerate all'esterno). In casi particolari infine si può ricorrere ad una ventilazione separata nella quale l'aria viene mossa da un ventilatore dotato di motore.

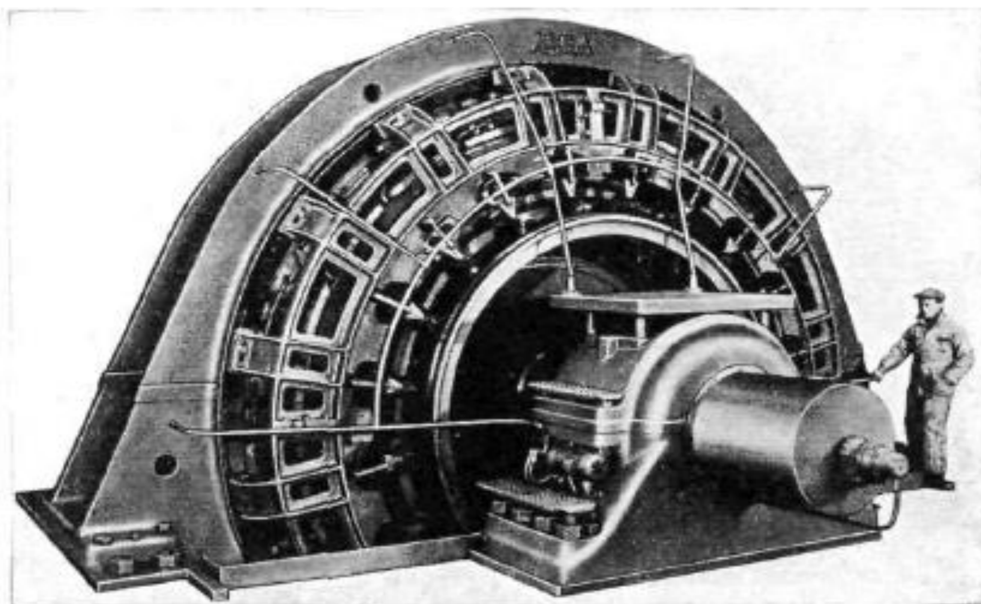


Fig. 1-5. - Grande macchina a corrente continua della ASEA.

La maggior parte dei motori sono costruiti con un proprio albero. Soltanto motori grandi e lenti non hanno sempre un proprio albero e in questo caso essi vengono collocati sull'albero della macchina utilizzatrice. Commutatore e indotto debbono formare un'unità, cosa che si ottiene usando un mozzo comune o una comune ruota a razze. I motori di piccola e media potenza vengono forniti solitamente con una estremità dell'albero libera così che vi si possa disporre un giunto o una puleggia. Le dimensioni delle estremità dell'albero e l'altezza degli alberi dal piano di fondazione sono soggetti a norme.

1.3. Macchine sincrone

La struttura delle macchine sincrone è notevolmente diversa da quella delle macchine a corrente continua (fig. 1-6). Infatti, ad eccezione delle macchine più piccole, l'indotto qui è fisso — e per questo viene chiamato anche statore — mentre i poli ruotano.

Essendo i poli collocati all'interno dello statore, si parla in questo caso di macchine a poli interni. Un tale scambio dell'indotto e dei poli comporta molti vantaggi. L'avvolgimento sotto tensione è fisso e quindi lo si può isolare per alta tensione con migliore garanzia di funzionamento. Inoltre, il collegamento fra l'avvolgimento ed il circuito esterno è fatto

senza impiego di anelli collettori e contatti striscianti. È pur vero che bisogna eccitare i poli con corrente continua, ma la potenza di eccitazione è molto piccola.

Poichè il ferro attivo dello statore della macchina sincrona è soggetto a magnetizzazione alternata e radiale con la frequenza di rete, si deve costruire lo statore di lamierini. Per questo si usa una lega con un fattore di perdita che oscilla tra 1,6 e 2,8 W/kg (1 Wb/m² e 50 Hz).

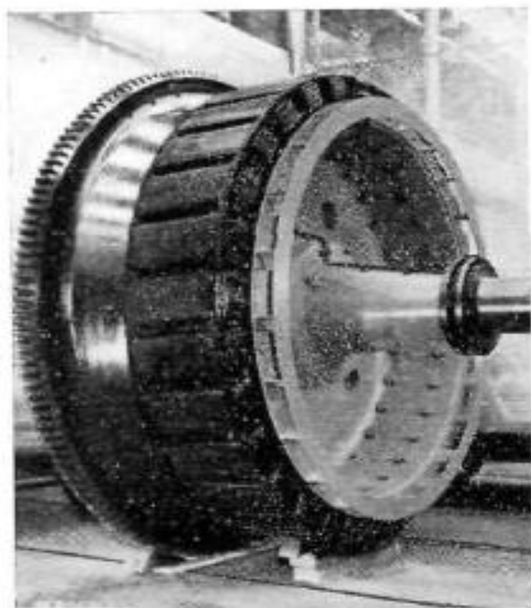


Fig. 1-6. - Rotore di una macchina sincrona della Siemens A. G.

I lamierini di queste macchine vengono tranciati in singoli segmenti che vengono poi collocati sulla carcassa e pressati nel senso assiale mediante piastre. Dato che lo statore è immobile, questo sistema di fissaggio è sufficiente, mentre per macchine grandi si usa ancora spesso quello a coda di rondine. Le cave sono per lo più aperte in modo da facilitare il collocamento degli avvolgimenti preparati su sagoma. Nelle macchine sincrone la carcassa, che prima si costruiva in ghisa, ora viene preferibilmente costruita in ferro laminato e saldato. Questo tipo di costruzione è notevolmente più facile e richiede in generale minor tempo. Per fissare l'avvolgimento alle testate si applicano diversi mezzi di amaraggio alle piastre di pressione dei pacchi di lamierini.

Il fissaggio dell'avvolgimento in cava è affidato a biette di legno introdotte nella cava. Lo stesso avvolgimento viene costruito per lo più in doppio strato embricato con passo raccorciato, in modo da avere minori perdite addizionali e migliori proprietà di raffreddamento.

Il rotore o ruota polare consiste in un giogo su cui sono montati i poli. Nel caso di un elevato numero di poli la lanterna serve anche da giogo, mentre per un basso numero di poli ($p = 3$-4) diventa tanto piccola che la sua funzione viene assolta da un semplice mozzo o dall'albero stesso. La ruota a razze è di acciaio fuso o laminata. I poli possono essere o completamente laminati oppure, se massicci, provvisti di espansioni laminate. Queste misure precauzionali sono necessarie per diminuire le perdite per le pulsazioni dovute ai denti. Nel determinare le dimensioni del traferro e della larghezza delle cave si possono prevedere anche espansioni polari massicce; in questo caso le perdite addizionali sono maggiori (vedi capitolo 9.6). La forma delle espansioni polari è molto importante. Il traferro sotto i poli viene dimensionato in modo che l'induzione magnetica abbia andamento il più possibile sinusoidale. Per questo l'ampiezza del traferro sotto la mezzeria è di regola minore di quella alle estremità del polo. Nel caso di macchine sincrone generalmente non si usano

i lamierini di regolazione per portare il traferro alla grandezza voluta. Le macchine sincrone, infatti, sono meno sensibili di quelle a corrente continua all'ampiezza del traferro. Mentre per queste ultime il traferro non ben regolato può determinare una forte diminuzione del numero di giri, per le macchine sincrone influenza in modo trascurabile la corrente di eccitazione. I poli vengono fissati al giogo per mezzo di perni nel caso di piccola velocità periferica, con il sistema a coda di rondine se la velocità periferica è elevata. I poli del motore sincrono hanno inoltre un circuito ammortizzatore che di regola è a forma di gabbia. In ogni polo viene collocata una serie di barre entro cave ricavate nelle espansioni; dopo il montaggio di tutti i poli, tutte le barre vengono unite alle estremità così da formare una gabbia. Questi collegamenti sono nella maggior parte dei casi a vite, per facilitare il montaggio dei poli. Per poli piccoli l'avvolgimento del rotore è costituito da un conduttore filiforme di rame, mentre per poli più grandi è in piattina di rame nudo (avvolta di costa). Bisogna fare molta attenzione al fissaggio delle bobine sul nucleo del polo. Esse vengono dapprima controllate ad alta pressione sulla sagoma, e poi montate sui nuclei. Allo scopo di impedire che si spostino, le bobine vengono montate molto rigidamente; dischi interposti — spesso elastici — evitano il gioco nella direzione radiale. A volte si usano anche piccoli cunei.

La frequenza della corrente alternata nelle macchine sincrone si deduce dal numero di poli $2p$ e dal numero di giri n (giri/sec.) secondo la relazione:

$$f = np \text{ Hz}. \tag{1-1}$$

La frequenza è unificata in tutti i Paesi; in Europa si usano 50, in USA 60 Hz. Nelle ferrovie elettrificate d'Europa si usano anche $16\,^2/_3$ Hz, e per gli aeroplani 400 Hz. In casi particolari sono necessari valori anche superiori, così ad esempio i forni elettrici e gli impianti per la tempera dei metalli lavorano con frequenze che raggiungono i 10 kHz.

Il numero di giri della dinamo (o del motore) varia in limiti piuttosto ampi a seconda del tipo del motore. I generatori per impianti idraulici sono di norma macchine lente, con un numero di giri compreso tra i 60 e i 300 giri/min, mentre le turbodinamo azionate da turbine a vapore hanno per lo più una velocità di 3000 giri/min (con 50 Hz). Questi due tipi si differenziano considerevolmente fra loro. Le macchine lente, descritte più sopra, sono dotate di regola di poli salienti; a causa delle grandi dimensioni, quando la potenza sia elevata, si determinano delle forti sollecitazioni nei poli e nel giogo. Si adottano allora diversi metodi di costruzione, come ad esempio il fissaggio dei poli a coda di rondine o a pettine (cfr. fig. 8-21 e 8-24). Lo statore e il rotore debbono essere costituiti da diverse parti e non di un solo pezzo per agevolare il loro trasporto; mentre questo non comporta alcuna difficoltà per lo statore, spesso non è possibile comporre il rotore di pezzi distinti. Per tali macchine si è studiato in questi ultimi tempi uno speciale tipo di costruzione in cui il rotore è formato da singoli dischi d'acciaio sovrapposti, di 2-3 mm di spes-

sore tenuti insieme da perni pure d'acciaio. Essi vengono connessi l'uno all'altro sul luogo d'impiego. In tal modo il grande numero di segmenti esclude praticamente i difetti interni e la costruzione è talmente sicura che si rinuncia alla prova di sopravelocità.

In fig. 1-6 è fotografata una macchina sincrona di media potenza in cui è stata tolta la parte superiore dello statore. Si vedono chiaramente i poli salienti con l'avvolgimento smorzatore. Il rotore è costruito in un pezzo solo con il volano. La fig. 1-7 mostra la sezione di un grande alternatore sincrono verticale, anche esso a poli salienti. Notare il supporto verticale e il suo sistema di fissaggio.

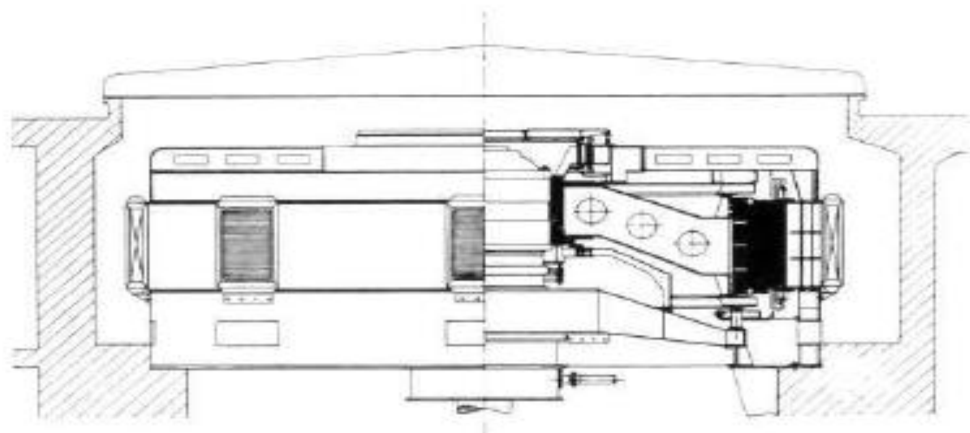


Fig. 1-7. - Grande macchina sincrona verticale di tipo a "ombrello" della Elin.

Le grandi spinte assiali nelle macchine verticali, che possono raggiungere valori fino a 1500 t, richiedono particolari provvedimenti costruttivi. Le forze sono dovute sia al peso del rotore sia alla pressione dell'acqua nella turbina. Nel passato si montava un supporto di spinta sulla traversa al di sopra della ruota polare e un supporto di guida nella parte inferiore; ora invece si pone in questa parte un supporto combinato di spinta e di guida. Allo scopo di meglio equilibrare le forze orizzontali e per migliorare la stabilità della macchina, questo supporto deve essere collocato il più vicino possibile al piano mediano, cosa che si ottiene dando alla ruota polare la forma a gomito, caratteristica dell'ombrello, per cui si parla di tipo a «ombrello». Esso permette una notevole diminuzione dell'altezza della dinamo.

Completamente diversa è la struttura delle macchine sincrone veloci, tra le quali i turbogeneratori hanno raggiunto la massima importanza. Per diminuire le perdite per attrito con l'aria e le sollecitazioni meccaniche dell'avvolgimento del rotore, il rotore è costruito esclusivamente a poli non salienti. Si colloca l'avvolgimento del rotore in scanalature, fissandolo contro le sollecitazioni centrifughe mediante cunei metallici e con cappe sulle teste di avvolgimento. Tanto per i cunei quanto per le cappe ci si serve di materiale amagnetico. L'intera struttura della macchina è determinata essenzialmente dalle sollecitazioni per forza centrifuga. Un'altra difficoltà da superare è lo smaltimento del calore deri-

vante dalle perdite, poichè in uno spazio relativamente piccolo si hanno considerevoli potenze perdute. Qui l'idrogeno, usato come mezzo refrigerante, ha consentito di ottenere notevoli vantaggi, dato che insieme con l'aumento del coefficiente di trasmissione del calore, rende possibile anche una diminuzione delle perdite per attrito con l'aria. I migliori risultati si ottengono aumentando la pressione fino a raggiungere circa 3 kp/cm². La ermeticità viene realizzata con un film d'olio, e la pressione dell'olio deve essere superiore a quella dell'idrogeno. Il continuo aumento delle potenze rende necessario l'introduzione di più efficaci metodi di raffreddamento ed

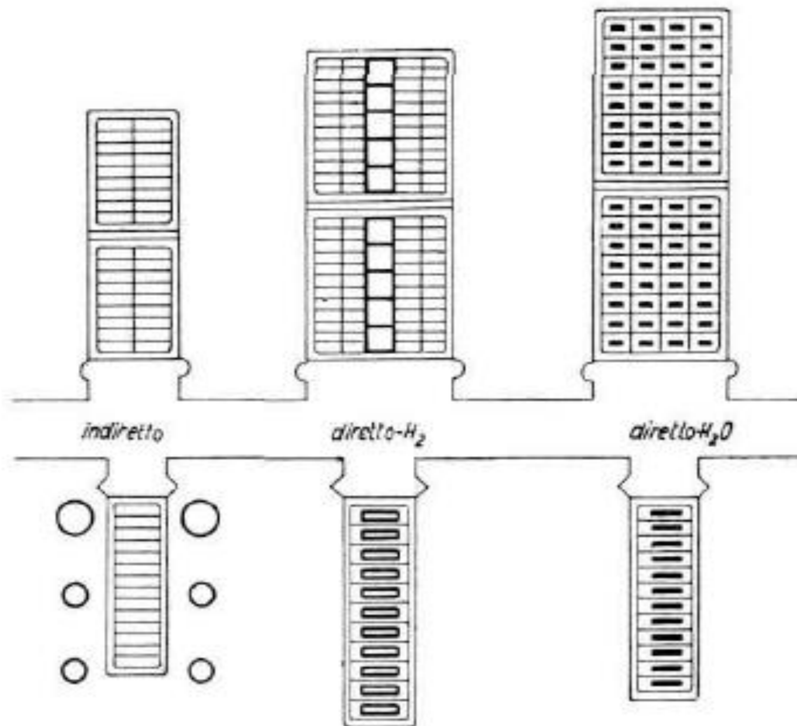


Fig. 1-8. - Varie forme di raffreddamento dell'avvolgimento (da sinistra a destra): 1) Raffreddamento indiretto. 2) Raffreddamento diretto con gas. 3) Raffreddamento diretto con liquidi.

è stato perciò sviluppato il metodo di raffreddamento diretto dei conduttori. Questi vengono costruiti cavi all'interno ed il mezzo raffreddante (idrogeno compresso oppure acqua) viene costretto a circolare nel conduttore (fig. 1-8). I grossi generatori sono costruiti per la maggior parte con questo sistema di raffreddamento diretto e precisamente l'avvolgimento del rotore ha come mezzo raffreddante l'idrogeno mentre quello dello statore sia idrogeno che acqua. Particolare interesse suscitano le ricerche con idrogeno compresso fino a 20 kp/cm², ove solo nel conduttore viene raggiunta questa pressione, mentre l'interno della macchina si trova sotto una pressione di 1-4 kp/cm²..

La corrente viene addotta nell'avvolgimento del rotore attraverso due anelli collettori generalmente di ferro o di acciaio. Di norma le spazzole sono di bronzo così che la caduta di tensione è minima.

La corrente continua di eccitazione è fornita da una eccitatrice, situata per lo più sullo stesso albero della macchina sincrona. Nel caso

di macchine lentissime l'eccitatrice viene azionata dalla macchina principale ad una velocità superiore. La corrente di eccitazione può anche essere fornita da un gruppo convertitore rotante separato.

Anche nei grandi turbogeneratori l'eccitatrice viene accoppiata mediante trasmissione con ruote dentate, in questo caso però allo scopo di ridurre il numero dei giri (fino a circa 750 giri/min), a causa delle difficoltà di commutazione alle velocità elevate (3000 giri/min).

Accanto all'eccitatrice principale, che alimenta l'avvolgimento d'eccitazione del generatore, nelle grandi macchine viene quasi sempre usata ancora una eccitatrice ausiliaria per eccitare l'eccitatrice principale. La manovra o regolazione avviene poi nel circuito d'eccitazione dell'eccitatrice principale, il che risulta più favorevole per la sistemazione degli apparati di manovra e regolazione.

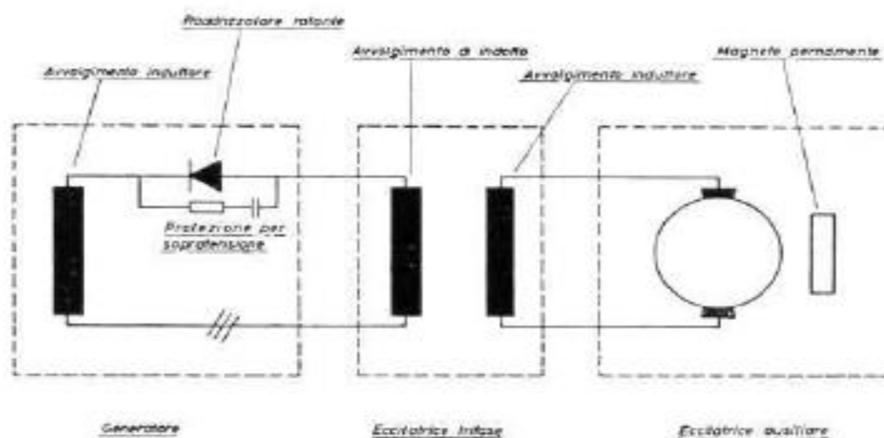


Fig. 1-9. - Eccitazione di un turbogeneratore con raddrizzatore rotante.

Al posto di macchine eccitatrici negli ultimi tempi vengono usati raddrizzatori, e la manovra e la regolazione vengono effettuate alla griglia del raddrizzatore. Si ottiene quindi una regolazione particolarmente pronta, giacchè i raddrizzatori possiedono una inerzia elettrica molto limitata. In tempi più recenti accanto ai raddrizzatori al vapore di mercurio sono stati usati anche raddrizzatori al silicio. Essi offrono particolari vantaggi e non sono ancora prevedibili e tutte le possibilità del loro uso.

Con l'uso di raddrizzatori la potenza d'eccitazione viene prelevata da una eccitatrice trifase che può essere mossa direttamente dall'albero del generatore, giacchè non presenta difficoltà di commutazione. Per convenienza costruttiva e per la migliore regolabilità si usa corrente trifase ad alta frequenza, da 150 a 400 Hz.

Interesse destano anche le ricerche tendenti ad eliminare l'eccitatrice e ad ottenere la potenza d'eccitazione da un avvolgimento ausiliario sul generatore stesso [1.31]. L'avvolgimento ausiliario utilizza le onde superiori del campo, principalmente quelle del terzo ordine, vale a dire esso è costruito per sei poli, nei turbogeneratori bipolari. Con l'utilizzazione delle onde superiori la sorgente d'eccitazione viene poco disturbata dal corto circuito al confronto di una eccitazione indotta dall'onda fondamentale.

Quando la potenza d'eccitazione viene trasformata in corrente continua da raddrizzatori fissi, essa deve essere portata sul rotore, negli usuali turbogeneratori, mediante anelli a contatti striscianti. È comunque da apprezzare la soluzione senza contatti striscianti. In questo caso l'eccitatrice trifase viene costruita con poli esterni fissi ed indotto rotante.

La corrente trifase viene condotta, attraverso raddrizzatori al silicio anch'essi rotanti, all'avvolgimento d'eccitazione. Queste macchine sono già state costruite, per medie potenze, da diverse ditte. Ad esempio la Siemens A.G. costruisce un modello di turbogeneratore da 45 MVA con raddrizzatori rotanti (fig. 1-9) [1.32]. Nella fig. 1-10 è riportato un modello di turbogeneratore con raffreddamento diretto da 700 MVA della Siemens A.G.

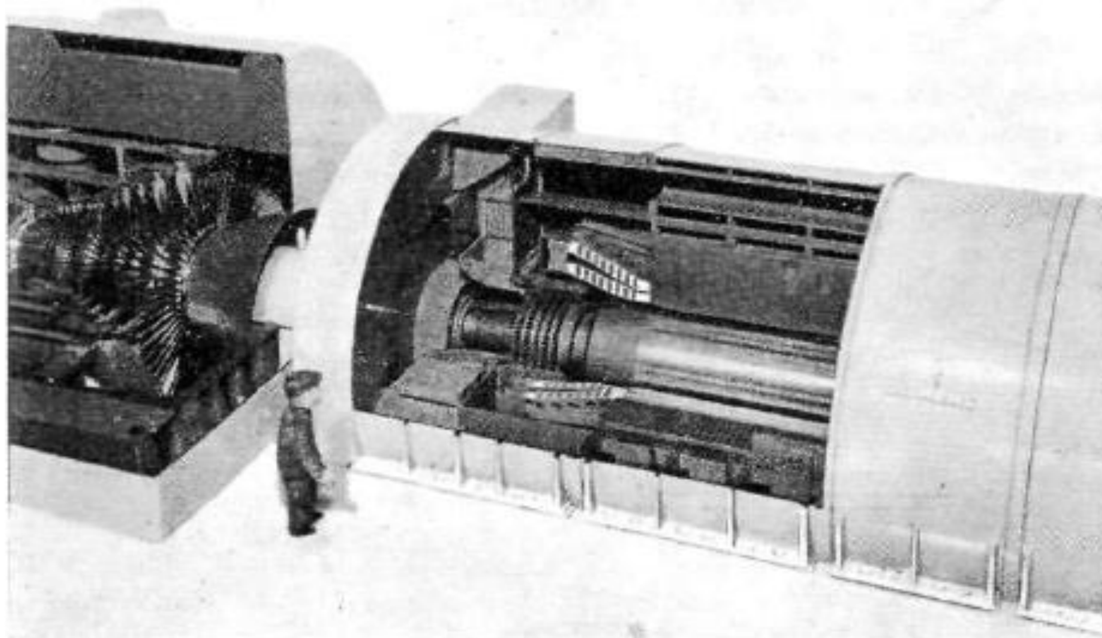


Fig. 1-10. - Modello di un turbogeneratore con raddrizzatore rotante.

I piccoli generatori a corrente alternata al di sotto dei 50 kVA vengono spesso costruiti in maniera analoga alle macchine a corrente continua, cioè dotate di poli fissi e di un indotto rotante. La presa di corrente si realizza su due o 4 anelli collettori (a seconda che si tratti di macchine monofasi o trifasi). La costruzione di macchine con poli rotanti per piccole potenze è più costosa di quella a poli esterni.

Per scopi particolari si sono imposti ultimamente, nel caso di piccole potenze, alternatori con magnete permanente. Queste macchine hanno un esercizio particolarmente sicuro, data l'assenza di circuito di eccitazione, però la tensione non è facilmente regolabile e i generatori possono lavorare in modo soddisfacente soltanto a carico costante. Essi vengono usati ad esempio per trasmettere segnali o comandi. La loro struttura non differisce di molto da quella delle normali macchine sincrone di piccola potenza. Manca l'avvolgimento del rotore e gli anelli collettori; i nuclei polari sono di materiale magnetico speciale.

Gli alternatori per alte frequenze hanno una particolare struttura. La costruzione di macchine sincrone a poli salienti è economicamente giustificata solo fino a 1000 Hz; per frequenze più elevate bisogna aumentare tanto il numero dei poli quanto quello dei giri, come risulta dalla (1-1). Risultano così passi polari talmente piccoli da non poter essere realizzati, per mancanza di spazio per l'avvolgimento di eccitazione. D'altra parte l'aumento del numero dei giri è limitato dalla resistenza alla sollecitazione meccanica dell'avvolgimento del rotore. Per questa ragione, per frequenze da 1 a 10 kHz, si è imposto un altro tipo di generatore, detto a ferro rotante, nel quale l'avvolgimento di eccitazione non è montato sul rotore, ma sullo statore assieme all'avvolgimento d'indotto. Il rotore non ha avvolgimenti ma soltanto poli a forma di denti. Il valore della induzione sotto il dente dello statore varia a seconda della posizione che esso occupa rispetto ai denti del rotore ed è massimo quando gli assi delle due file di denti coincidono. Nel caso di eccitazione con corrente costante, il flusso nei denti dello statore varierà con la stessa frequenza con cui varia la riluttanza e cioè

$$f = n\,N_2\,\text{Hz} \tag{1-2}$$

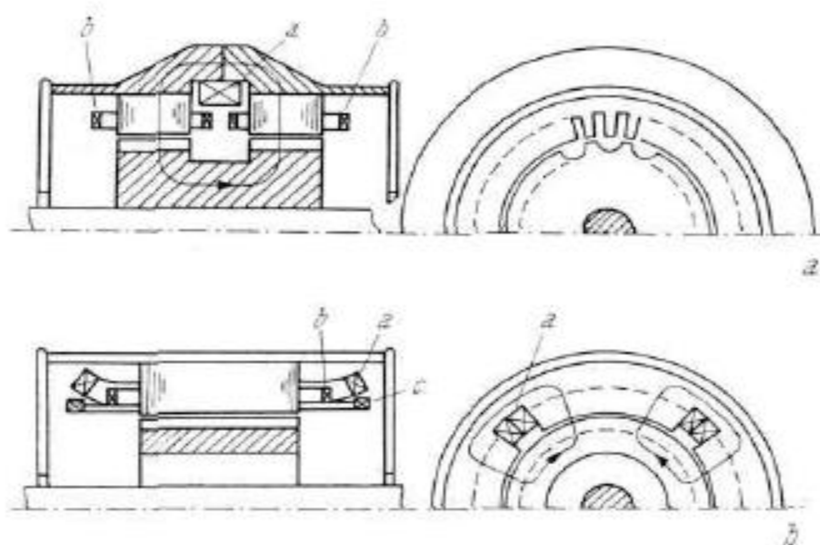
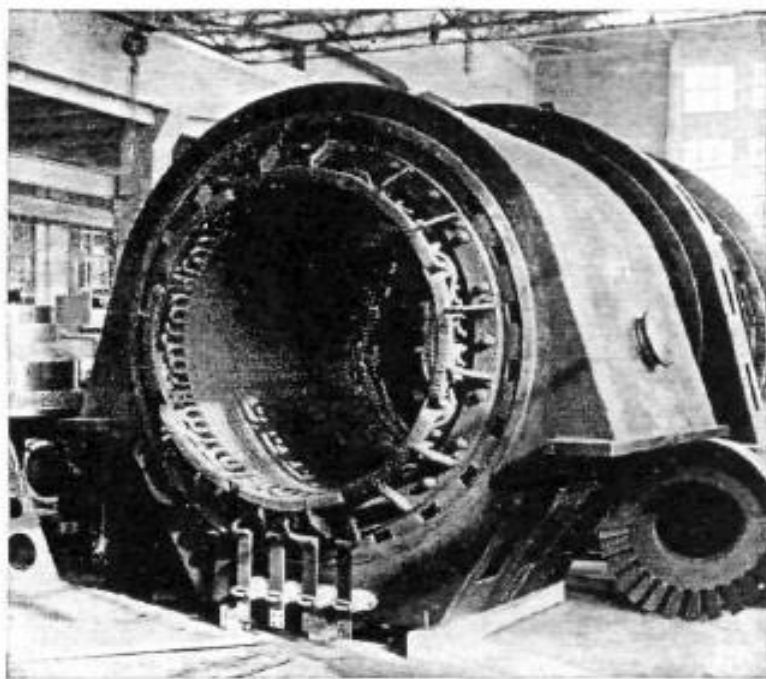


Fig. 1-11 *a* e *b*. - Disposizione degli avvolgimenti in una macchina a ferro rotante.

dove N_2 è il numero di cave del rotore. L'avvolgimento dell'indotto (*b*) abbraccia i denti dello statore alternativamente, mentre l'avvolgimento di eccitazione (*a*) può essere assiale, vale a dire coassiale con la macchina (fig. 1-11*a*) oppure radiale, simile cioè a quello delle macchine a corrente continua (fig. 1-11*b*). In quest'ultimo tipo c'è anche un avvolgimento ammortizzatore (c) che ha il compito di attenuare le oscillazioni di flusso nel giogo. Il numero delle scanalature di rotore può essere eguale a quello dello statore oppure doppio. In questo ultimo caso diminuisce l'influenza delle aperture delle scanalature sulla pulsazione del flusso. Nel primo tipo di costruzione (eccitazione omopolare) praticamente il flusso totale non



pulsa, se si prescinde dall'influsso delle aperture di cava nello statore. Il rotore viene perciò spesso ricavato da parti massicce. Nel secondo tipo di costruzione (eccitazione eteropolare) è, al contrario, possibile la pulsazione del flusso totale. Il rotore viene perciò lamellato e, in alcuni casi, viene collocato nello statore un avvolgimento smorzatore (c) che ha il compito di diminuire le pulsazioni del flusso di eccitazione. In generale le macchine a ferro rotante hanno un piccolo traferro (0,5 mm circa), un piccolo passo di cava nello statore (5 mm circa) e anche le dimensioni delle cave sono minime (larghezza 3 mm circa). *Poichè il flusso alternato in queste macchine ha una elevata componente costante che resta inutilizzata,* le dimensioni sono considerevolmente maggiori di quelle delle normali macchine sincrone. In fig. 1-12 sono visibili le parti di una macchina del tipo a ferro rotante.

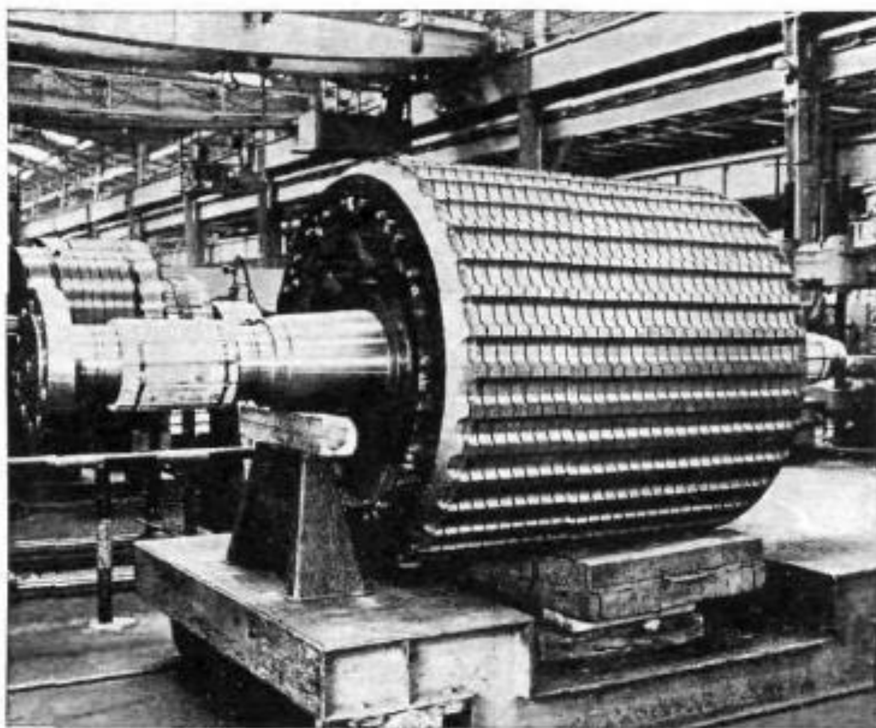


Fig. 1-12. - Statore e rotore di una macchina dell'ASEA di tipo a ferro rotante.

1.4. Macchine asincrone

Nei motori asincroni tanto lo statore quanto il rotore sono soggetti alla magnetizzazione radiale e alternata. I circuiti magnetici debbono essere costituiti da lamierini (fig. 1-13).

La struttura dello statore non differisce da quella dello statore delle macchine sincrone. Soltanto, le cave nelle macchine asincrone sono semiaperte per mantenere bassa la corrente di magnetizzazione. A causa del loro piccolo traferro queste macchine sono molto sensibili alla diminu-

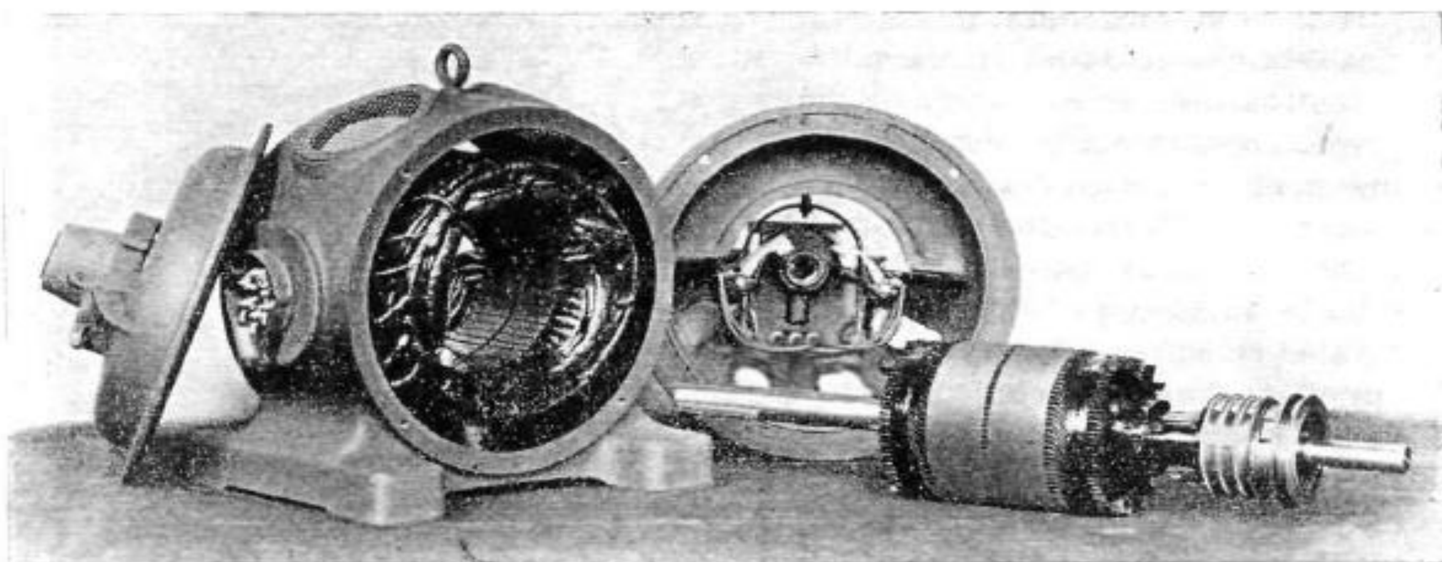


Fig. 1-13. - I singoli pezzi di un motore asincrono con indotto ad anelli di contatto della Siemens A. G.

zione del campo sotto le cave e quindi all'aumento fittizio del traferro. Per macchine di piccola e media grandezza si ricorre a carcasse di ghisa, mentre per le grandi la carcassa è di ferro saldato. La suddivisione dello statore e del rotore, assolutamente necessaria per ragioni di trasporto o di impianto, determina alcune particolarità nella loro costruzione. L'avvolgimento dello statore viene costruito tanto ad uno strato quanto a due strati con passo raccorciato. Ambedue questi tipi d'avvolgimento presentano vantaggi e svantaggi. Quello ad uno strato è più semplice, più economico e di più facile isolamento; quello a doppio strato, d'altra parte, ha meno perdite addizionali, richiede meno rame e ha un raffreddamento migliore. Quest'ultimo tipo viene applicato sempre più spesso.

Il sistema di fissaggio dei pacchi di lamierini del rotore è fondamentalmente uguale a quello applicato per i pacchetti dello statore. Essi vengono cioè premuti nel senso assiale mediante piastre e collocati poi sull'albero o sulla lanterna del rotore. Nel caso di piccoli motori asincroni con indotto in corto circuito la pressione è esercitata da perni a ribadini. Il rotore così costituito viene poi calettato sull'albero e saldato ad alcuni punti di esso. Per favorire il raffreddamento l'albero delle macchine grandi è provvisto di scanalature assiali così che i pacchi di lamierini poggiano sull'albero solo in alcuni punti. Le macchine più grandi sono poi dotate di mozzo e quelle ancora più grandi di ruota a razze. Si dedica sempre molta attenzione all'azione della forza centrifuga. Le lamiere vengono dotate per lo più di scanalature a coda di rondine e fissate su corrispondenti tasselli. Occorre realizzare una perfetta aderenza dei lamierini al supporto. L'avvolgimento del rotore può essere costruito in due forme diverse: in corto circuito o avvolto. Prescindendo da alcuni casi particolari, l'avvolgimento del primo tipo viene costruito a forma di gabbia. Nelle cave del rotore si inseriscono delle barre saldate ad ambedue le estremità ad anelli di corto circuito. I motori ad addensamento di cor-

rente con doppia gabbia hanno, come dice il nome, due gabbie (fig. 1-14), ciascuna dotata di propri anelli, dato che le barre delle due gabbie sono sottoposte a diverso riscaldamento e quindi a diversa dilatazione. Per una potenza più elevata e avviamento a carico si montano spesso giunti elastici fra le barre e gli anelli così da impedire che la dilatazione di questi ultimi determini una sollecitazione per flessione delle barre. Come materiale per la gabbia si usa il rame e, per piccoli motori, l'alluminio. In questo secondo caso la saldatura è difficile e quindi si usano gabbie di alluminio pressofuso, che non presentano giunti e sono quindi molto sicure. I rotori avvolti hanno generalmente l'avvolgimento trifase collegato a tre anelli collettori. Nelle macchine più piccole si usa filo tondo e l'avvolgimento è quello normale, ad uno strato, mentre per le macchine di media e maggiore grandezza esso è a due strati, possibilmente con due barre soltanto in ogni cava. Questo avvolgimento permette un migliore sfruttamento delle cave.

I motori asincroni ad anelli vengono costruiti con spazzole fisse o sollevabili. Il primo tipo è destinato alle macchine con regolazione della velocità ed in esso il numero e le dimensioni delle spazzole sono stabiliti con riferimento al carico permanente. Le macchine senza regolazione di velocità vengono dotate di spazzole sollevabili per evitare le perdite e il consumo relativi. Dato che vengono caricate per un breve periodo soltanto, in questo caso il numero e le dimensioni delle spazzole sono minori. Si usano spazzole tipo metalgrafite.

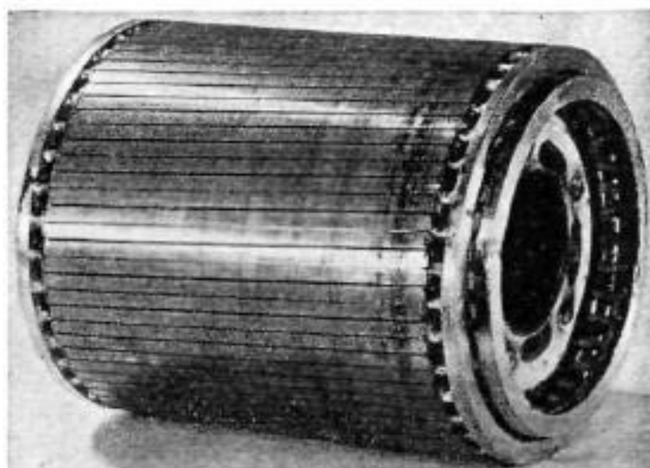


Fig. 1-14. - Motore a doppia gabbia, della Ditta Hecmaf.

Per migliorare il raffreddamento quasi tutte le macchine vengono dotate di un ventilatore, al fine di avere un movimento d'aria in direzione assiale. I ventilatori sono in generale di tipo centrifugo, salvo per le macchine grandi e veloci, le quali hanno ventilatori elicoidali fissati al mozzo del rotore dai due lati. Le macchine grandi e lente non hanno invece nessun ventilatore perchè, date le loro dimensioni, sono in grado di smaltire il calore dovuto alle perdite di energia senza particolari accorgimenti.

1.5. Motori a collettore per corrente alternata

Questi motori hanno statore e rotore costituiti da lamierini, analogamente ai motori asincroni. Lo statore è analogo a quello del motore asincrono, mentre il rotore è analogo all'indotto della macchina a corrente continua. Ciò non di meno nello statore e nel rotore vengono spesso collocati diversi avvolgimenti. Il grande numero di collegamenti tra i diversi avvol-

gimenti porta una certa complicazione. La forma esteriore della carcassa è diversa da quella del motore asincrono, dato che in questo caso si monta un collettore relativamente grande con il dispositivo di regolazione della velocità e spesso anche un trasformatore intermedio (figg. 1-15 e 1-16). In questi motori il commutatore ha dimensioni notevolmente più grandi che nei motori a corrente continua. Allo scopo di regolare la velocità, le spazzole sono spesso mobili, il che si ottiene con collari portaspazzole girevoli. Spesso si usano due gruppi di spazzole, ogni gruppo essendo montato su un particolare collare. Essi vengono poi spostati contemporaneamente a mano o a motore in direzioni opposte. Il numero delle spazzole è notevolmente superiore a quello delle macchine a corrente continua e la loro qualità è di importanza fondamentale, dato che in questo caso le condizioni di commutazione sono molto severe e quindi si fa uso generalmente di spazzole dure.

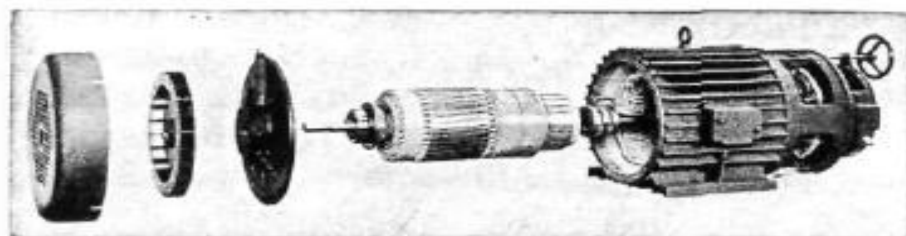


Fig. 1-15. - Pezzi di un motore in derivazione trifase alimentato dal rotore, della M.F.O.

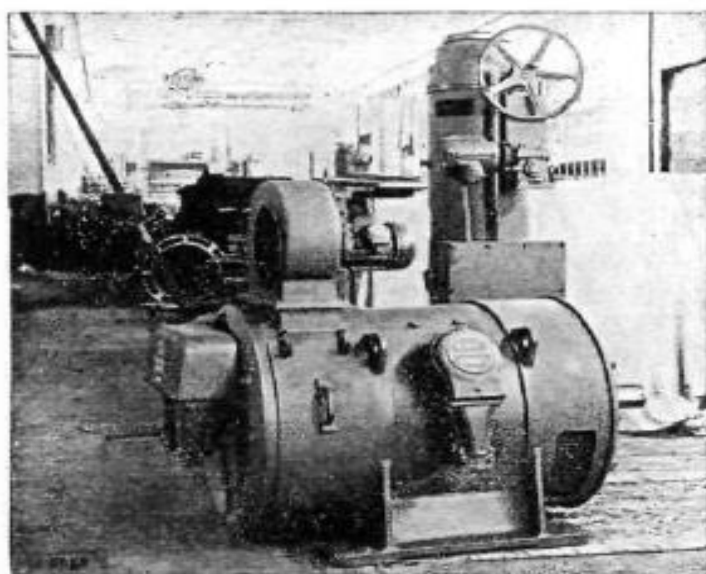


Fig. 1-16. - Motore in derivazione trifase alimentato dallo statore con dispositivo di manovra della EMF-Dort.

1.6. Trasformatori

I trasformatori non hanno parti in movimento e perciò non appartengono alle macchine elettriche in senso stretto. Il loro compito consiste nel trasformare l'energia elettrica variando la tensione. Nel campo delle misure elettriche si usano trasformatori di piccola potenza, trasformatori di tensione e trasformatori di corrente.

Il trasformatore consiste di uno o, nel caso di corrente trifase, di più circuiti magnetici concatenati con uno o più avvolgimenti. In tutti questi avvolgi-

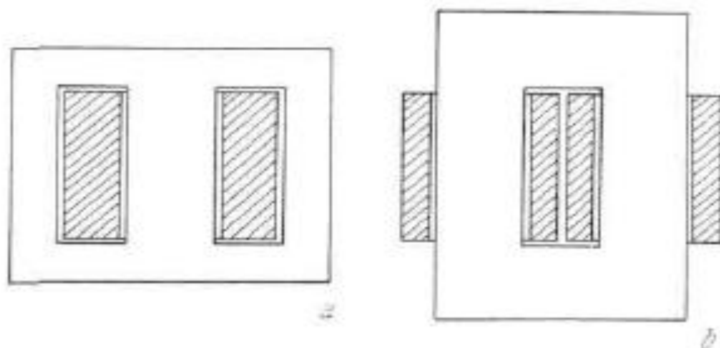


Fig. 1-17. - *a*) Trasformatore a mantello monofase. *b*) Trasformatore con nucleo a due colonne.

menti vengono indotte delle tensioni direttamente proporzionali al loro numero di spire. I termini primario e secondario riferiti agli avvolgimenti non sono appropriati in quanto il circuito collegato alla rete di alimentazione può essere, a seconda dei casi, *l'uno o l'altro. Più propriamente si deve* parlare di avvolgimenti di alta e di avvolgimenti di bassa tensione. Rispetto alla posizione dell'avvolgimento distinguiamo due tipi: il trasformatore con nucleo a mantello (fig. 1-17*a*) in cui il circuito magnetico circonda gli avvolgimenti e il trasformatore con nucleo a due colonne (fig. 1-17*b*).

Il circuito magnetico del trasformatore è soggetto a magnetizzazione alternata e per questo lo si costruisce di lamierini. Per diminuire le perdite nel ferro si sceglie una lamiera di 0,35 mm di spessore con bassa cifra di perdita; ormai si impiegano lamierini orientati. Soltanto nel caso di trasformatori molti piccoli si costruisce il circuito magnetico in un sol pezzo, mentre abitualmente lo si costruisce in più pezzi, a seconda delle dimensioni e del montaggio degli avvolgimenti. Si formano così dei giunti che sono quasi sempre del tipo sovrapposto. I lamierini sono tenuti insieme per mezzo di piastre prementi amagnetiche (nel caso di piccoli trasformatori spesso di legno). La parte di circuito magnetico avvolta è chiamata colonna, la restante giogo. In fase di montaggio si costruisce prima un giogo con le colonne, poi si dispongono gli avvolgimenti sulle colonne e da ultimo si monta l'altro giogo.

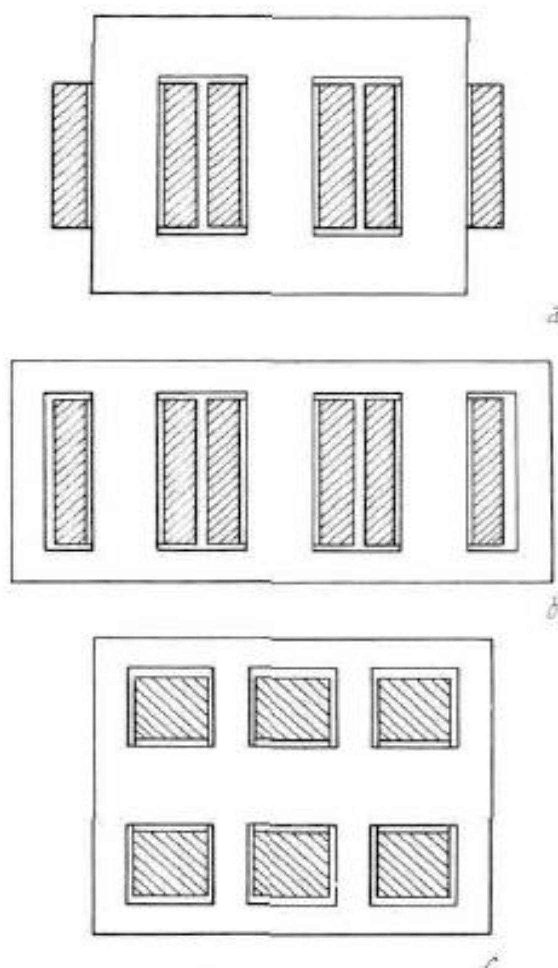


Fig. 1-18. - Circuito magnetico del trasformatore monofase: *a*) a colonna, *b*) a cinque colonne, c) a mantello.

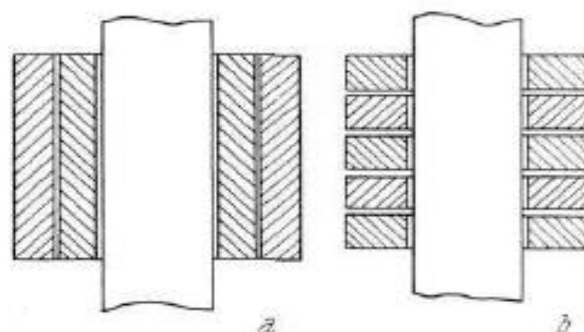


Fig. 1-19. - *a*) Avvolgimento cilindrico. *b*) Avvolgimento a bobine alternate.

Il trasformatore trifase ha tre colonne. Nel caso di trasformatori molto grandi si dispongono, oltre alle tre colonne avvolte, altre due non avvolte con sezione dimezzata. In questo modo si guadagna un po' in altezza, cosa assai importante per il trasporto del trasformatore. In fig. 1-18 *a*, *b* e *c* sono illustrati i diversi tipi di circuito magnetico del trasformatore trifase.

Distinguiamo due fondamentali tipi di avvolgimento: cilindrico (fig. 1-19*a*) e a bobine alternate (fig. 1-19*b*). Nel primo i due avvolgimenti for-

mano dei cilindri concentrici, mentre nel secondo i due avvolgimenti sono formati da più bobine sovrapposte che appartengono alternativamente alla bassa ed alta tensione. L'avvolgimento cilindrico richiede meno spazio per l'isolamento ma comporta una maggiore dispersione e quindi una maggior caduta di tensione. Fino ad ora abbiamo parlato di due avvolgimenti soltanto, mentre il trasformatore può averne anche uno solo o più di due. Il trasformatore con un solo avvolgimento è chiamato autotrasformatore. Mediante prese sullo stesso avvolgimento si ottengono diverse tensioni, risparmiando così gli altri avvolgimenti. Tuttavia l'economia è considerevole solo quando le tensioni non sono molto diverse le une dalle altre. Il

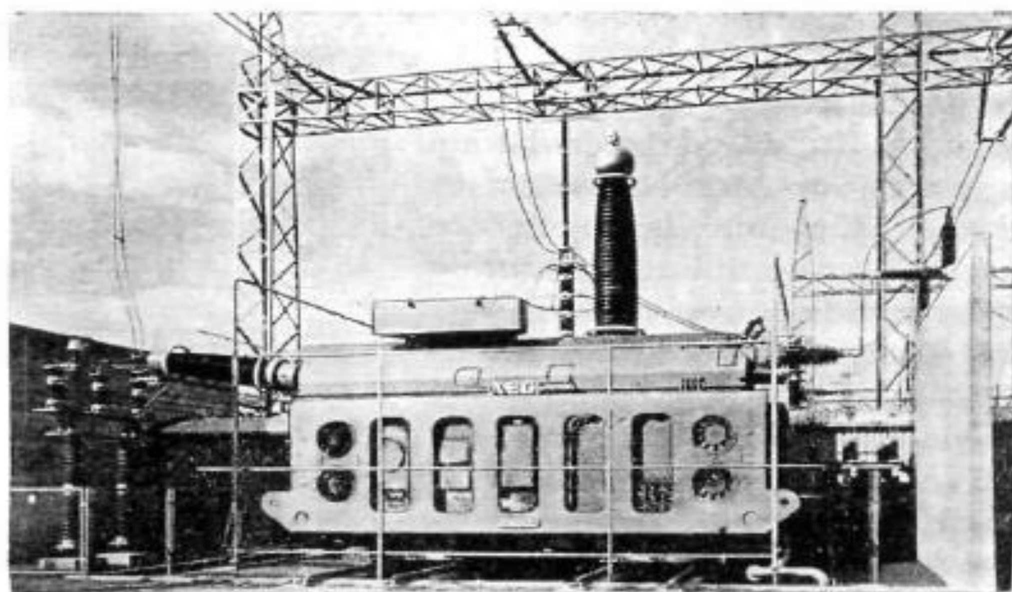


Fig. 1-20. - Grande trasformatore con raffreddamento ausiliario della AEG.

limite pratico è fissato dal rapporto 1 : 2. L'autotrasformatore viene impiegato anche nel caso in cui la tensione secondaria debba essere regolabile entro determinati limiti. Il più delle volte l'avvolgimento di alta tensione è provvisto di prese. I trasformatori dotati di più avvolgimenti forniscono tensioni diverse e per ognuna di esse hanno un avvolgimento separato. Nei trasformatori polifasi (in generale trifasi) il collegamento dei singoli avvolgimenti o fasi è determinato dall'impiego del trasformatore. Si distinguono così collegamenti a stella, a triangolo e a zig-zag. In casi particolari, per raddrizzatori ad esempio, si usano collegamenti più complessi. Gli avvolgimenti dei grandi trasformatori sono soggetti a forze veramente ingenti in caso di corto circuito. Il fissaggio meccanico degli avvolgimenti costituisce quindi un problema molto complesso per la soluzione del quale si sono usati numerosi tipi di costruzione.

Il circuito magnetico e gli avvolgimenti, eccezion fatta per trasformatori piccolissimi, vengono immersi in un cassone pieno d'olio. L'olio non è soltanto un ottimo isolante, ma serve anche da buon conduttore del calore. Lo smaltimento di calore dal cassone avviene per irraggiamento e convezione. Per facilitarlo, le pareti del cassone vengono costruite

di lamiera ondulata oppure si ricorre a sistemi di raffreddamento ausiliari. Quanto più i trasformatori sono grandi, tanto più energici sono i sistemi di raffreddamento. Nel caso di trasformatori molto grandi il raffreddamento naturale non è sufficiente e si è costretti a ricorrere al raffreddamento artificiale. In luogo del raffreddamento dell'olio con acqua si fa uso in questi ultimi tempi anche del raffreddamento ad aria mediante impiego di ventilatori (fig. 1-20). Un vantaggio indiscutibile di questo tipo è che i ventilatori possono venire inseriti soltanto ai grandi carichi. Quasi tutti i trasformatori sono dotati di un conservatore che mantiene il cassone completamente pieno d'olio, indipendentemente dalla temperatura.

1.7. Trasduttore magnetico

La struttura del trasduttore magnetico non è molto diversa da quella di un piccolo trasformatore. Tuttavia il circuito magnetico è di una speciale qualità di ferro la cui curva di magnetizzazione ha una forma particolare. Oltre all'avvolgimento di uscita che fornisce la potenza richiesta ci sono anche uno o più avvolgimenti di regolazione, percorsi da corrente continua. Per le piccole potenze (50 kVA al massimo) il trasduttore ha per lo più il raffreddamento ad aria e solo raramente quello ad olio.

1.8. Forme, tipi di protezione e grandezze normali.

Allo scopo di ottenere un migliore adattamento alle macchine utensili, le macchine elettriche vengono costruite in forme diverse, codificate dal DIN in una serie di tipi. Questa classificazione facilita i rapporti tra produttore e commissionario impedendo tutti i possibili equivoci. Il gruppo A comprende le macchine senza supporto, il gruppo B quelle con supporti a scudo, il gruppo C con supporti a scudo e diritti, il gruppo D solo con supporti diritti, tutti disposti orizzontalmente; il gruppo V comprende le macchine verticali con cuscinetti portanti. Le forme più usate sono la B3 e, per macchine grandi, la D5 (fig. 1-21). Tutte le altre forme vengono adottate in casi particolari.

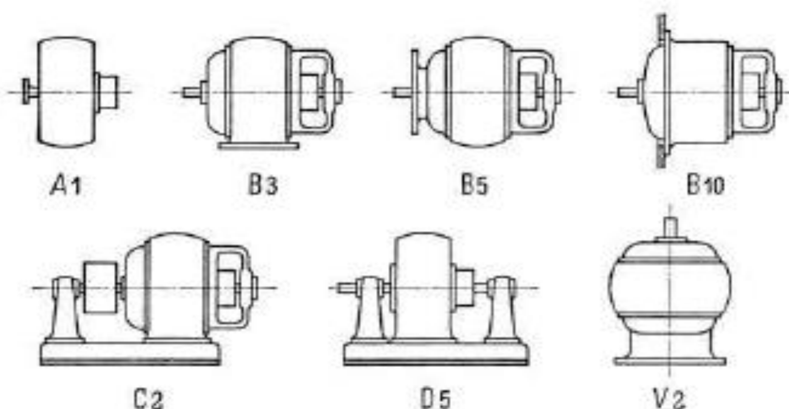


Fig. 1-21. - Alcune forme di macchine elettriche secondo il DIN.

Alla ditta committente interessa non solo la forma ma anche il tipo di protezione della macchina, dato che spesso l'ambiente e le condizioni di esercizio ne richiedono uno particolare. Il foglio di norme DIN-VDE 50 riguarda i vari tipi di protezione e le sigle corrispondenti. La lettera che si

usa generalmente per indicare la qualità di protezione è la P, seguita da due cifre o da due lettere minuscole che contraddistinguono i particolari tipi di protezione. La prima cifra si riferisce alla protezione contro i contatti e i corpi estranei, la seconda alla protezione contro le infiltrazioni d'acqua. In tav. 1.1 sono raggruppate le diverse qualità di protezione.

TAV. 1.1. — Sigle in uso per indicare i tipi di protezione applicati ad una macchina.

Protezione contro contatti con parti in tensione	Protezione contro la penetrazione di corpi estranei e di polvere		Senza protez. contro l'acqua	Protez. contro lo stillicidio	Protez. contro la pioggia	Protez. contro spruzzi d'acqua	Tipi particolari	
		caratteristica	0	1	2	3		
Senza protezione contro i contatti	Senza protezione contro corpi estranei	0	P 00	P 01				
Protezione contro i contatti accidentali	Protez. contro grandi corpi estranei	1	P 10	P 11	P 12			
	Protez. contro piccoli corpi estranei	2	P 20	P 21	P 22	P 23		
Protezione contro i contatti intenzionali	Protez. contro la polvere	3				P 33		
Sigle caratteristiche per tipi particolari di protezione	Protez. contro esplosione						Ex	
	Protez. contro gas esplosivi						m	

Se per una macchina vengono adottati contemporaneamente due tipi diversi di protezione, le abbreviazioni aggiunte alla P devono essere separate da una barra. Il primo gruppo dà la qualità di protezione fondamentale, il secondo quella di determinate parti.

Nel caso della protezione contro lo stillicidio, le parti interne in movimento e sotto tensione sono protette dallo stillicidio in senso verticale, nella protezione contro spruzzi d'acqua, da gocce o da getti traversali (fino alla posizione orizzontale), infine nella protezione contro spruzzi d'acqua da getti aventi direzione qualunque, senza una particolare pressione. I tipi di protezione più diffusi per macchine di piccola e media grandezza sono la P 11 e la P 33.

In base al tipo di raffreddamento e di ventilazione adottato, si distinguono macchine a raffreddamento naturale (nelle quali l'aria di raffreddamento viene mossa dalle parti in movimento della macchina senza l'ausilio di un particolare ventilatore) e macchine a ventilazione propria (nelle quali l'aria di raffreddamento viene agitata da un ventilatore fis-

sato sul rotore e mosso da esso). Nel caso di ventilazione separata il ventilatore è mosso da un proprio motore. Nel raffreddamento ad acqua, il raffreddamento si ottiene mediante acqua corrente. Il tipo a ventilazione

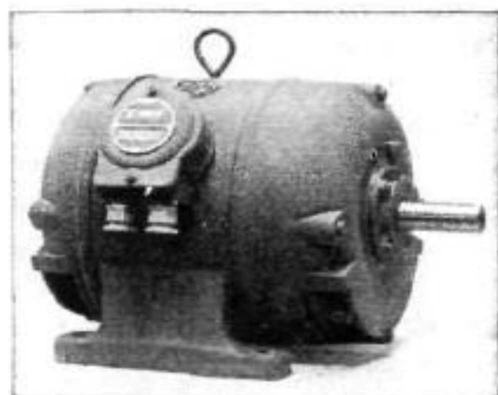


Fig. 1-22 *a*.

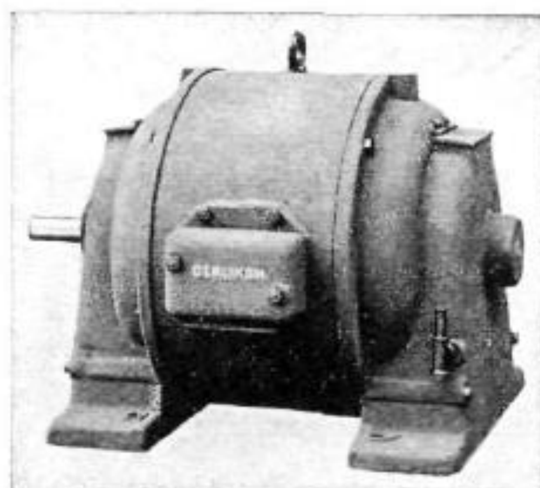


Fig. 1-22 *b*.

propria ha la più grande applicazione nei motori, mentre il raffreddamento naturale viene impiegato solo nel caso di grandi macchine lente. Per macchine piccole, medie e grandi veloci la ventilazione propria è insufficiente e se, non ostante ciò, la si vuole adottare, bisogna scegliere una macchina più grande e quindi più costosa. Il tipo di raffreddamento dipende, per diversi aspetti, dal tipo di protezione del motore. I tipi di protezione compresi tra P 00 e P 33 possono adottare generalmente la ventilazione propria e in questo caso la grandezza della macchina e il suo costo diminuiscono. Per la protezione P 33 non si può usare la normale ventilazione propria. Poichè infatti il raffreddamento naturale della macchina, chiusa da tutte le parti, è minimo, bisogna ricorrere alla ventilazione separata o al raffreddamento ad acqua, se si vogliono mantenere le dimensioni della macchina stessa entro limiti modesti. Per questo caso è stato sperimentato un particolare tipo di ventilazione propria, noto sotto il nome di ventilazione esterna (fig. 1-22*d*), in cui la macchina è chiusa da ogni parte e il ventilatore, esterno, manda la corrente d'aria lungo la superficie della carcassa, spesso provvista di alette per favorire lo smaltimento del

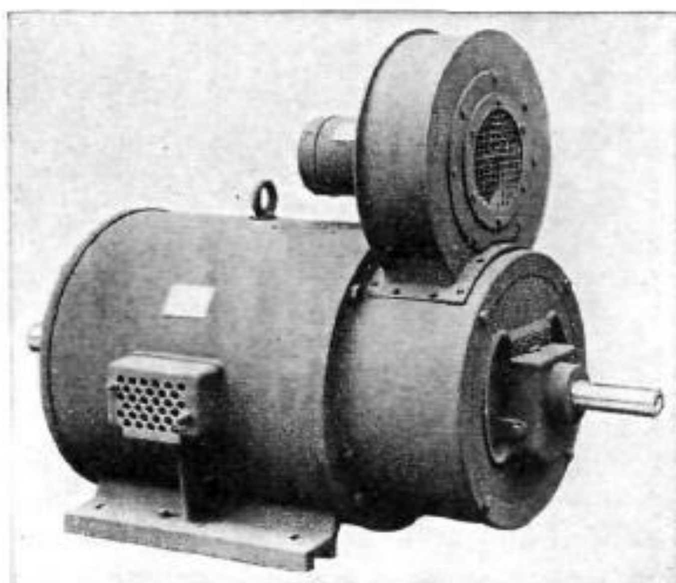


Fig. 1-22 *c*.

calore. In questo tipo di raffreddamento le dimensioni della macchina sono maggiori che nel caso di ventilazione propria (da poco meno del 50 al 100%), pur essendo tuttavia inferiori a quelle delle macchine semplici chiuse, a raffreddamento naturale. Nei confronti della ventilazione separata e del raffreddamento ad acqua esso ha il vantaggio di eliminare ogni dispositivo accessorio. Questa caratteristica è molto apprezzata in pratica e i motori a ventilazione esterna hanno una larga diffusione. Se ne costruiscono fino a potenze di qualche centinaio di kW. Questo tipo permette un buon smaltimento di calore e consente di controllare lo stato di pulizia della superficie. Per potenze superiori ai 300 kW lo smaltimento di calore attraverso le alette non è più sufficiente e si rende necessario il montaggio di un refrigerante ad aria. Il problema di installazione può essere risolto in diversi modi, il più elegante dei quali prevede una costruzione in cui motore e refrigerante siano uniti. Alcune ditte producono questo tipo con carcassa saldata (vedi fig. 1-22*e*). La parte interna, completamente chiusa, è circondata da un sistema di tubi cilindrici montati sull'intera

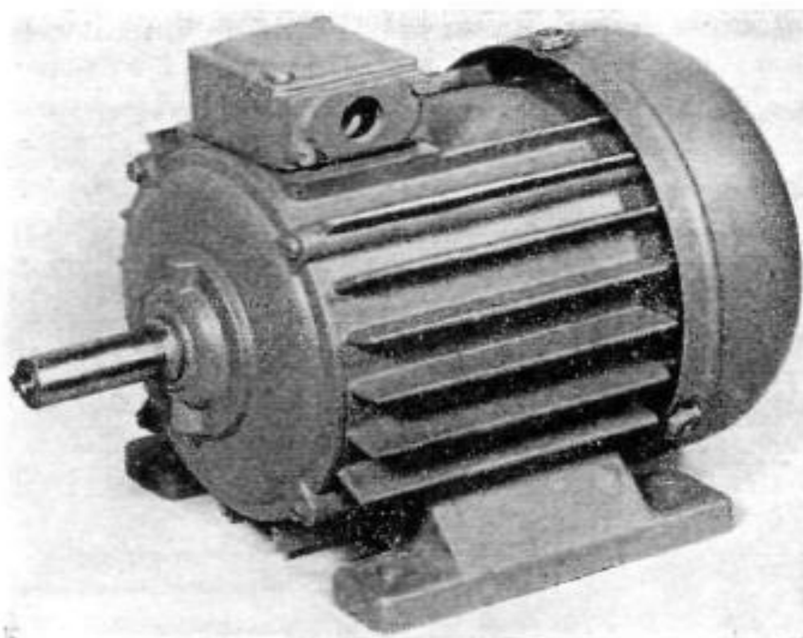


Fig. 1-22 *d*.

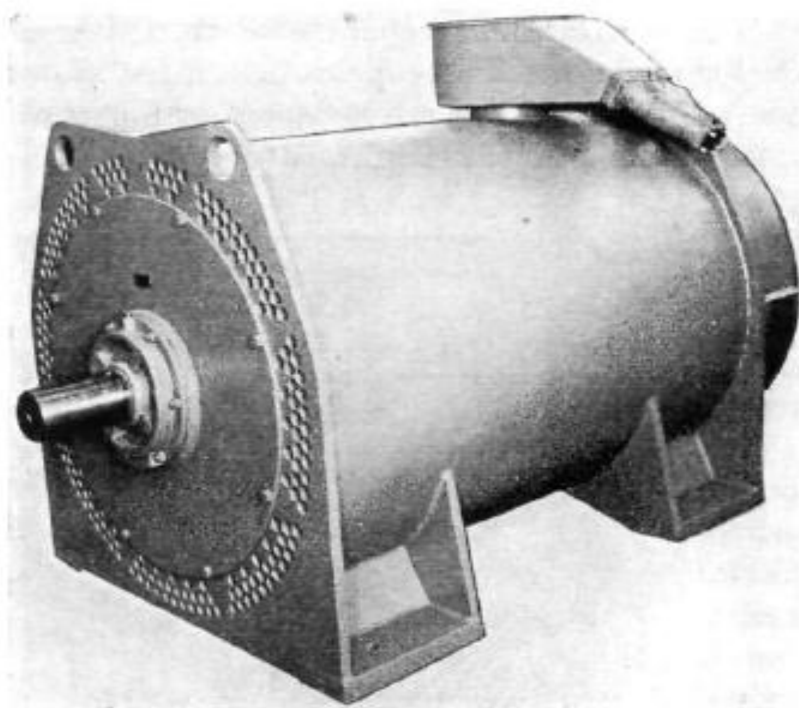


Fig. 1-22 *e*.

Fig. 1-22. - Esempi di tipi di protezione e di raffreddamento di macchine elettriche. *a*) Motore protetto contro lo stillicidio dell'EMF Dordt con ventilatore ausiliario, tipo di protezione P 11; *b*) Motore chiuso della EMO, tipo di protezione P 33; *c*) Motore a ventilazione separata dell'EMO con ventilatore ausiliario, tipo di protezione P 11; *d*) Motore chiuso a ventilazione esterna della ASEA con alette, tipo di protezione P 33; *e*) Motore chiuso dell'ASEA con raffreddamento a tubi, tipo di protezione P 33.

periferia. Un ventilatore esterno, protetto da uno scudo, soffia l'aria esterna attraverso i tubi senza venire in contatto con nessuna parte attiva del motore (avvolgimenti). L'interno del motore non si può sporcare ed è protetto persino da influenze di atmosfere nocive. Pur pulire i tubi di raffreddamento si toglie il mantello del ventilatore, fissato da cerniere. Un motore di questo tipo dunque ha due ventilatori, l'uno per la circolazione interna, l'altro per quella esterna. In alcuni tipi di motori di fabbricazione inglese i tubi vengono sostituiti da canali a sezione quadrangolare, che esteriormente ricordano le alette. Il tutto viene ricoperto da una carcassa. Nonostante che in questo caso si verifichi uno smaltimento di calore maggiore, il pericolo di depositi di polvere è molto grande e a questo inconveniente si aggiunge la non facile pulizia. La ventilazione separata viene applicata a motori il cui numero di giri può essere regolato in vasti limiti, dato che qui la ventilazione propria a basso numero di giri diventa insufficiente.

La Associazione Elettrotecnica Tedesca (VDE) e il Comitato Internazionale Elettrotecnico (IEC) hanno fissato numerose norme per le macchine elettriche e per i trasformatori, pubblicate in diversi fascicoli. Dato che parlare di tutte queste norme ci porterebbe troppo lontano, diamo qui soltanto le caratteristiche più importanti soggette a norme.

Le tensioni normali per motori a corrente alternata sono:

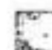
125, 220, 380, 500, 3000, 6000, 10000, 15000 V.

e per motori a corrente continua:

110, 220 e 440 V.

Valori particolarmente raccomandati per corrente alternata sono 220, 380 e 6000 V e per corrente continua 220 V. Le tensioni corrispondenti dei generatori o degli avvolgimenti secondari dei trasformatori sono maggiori di un 5%, cioè 230, 400 e 6300 V. La frequenza normale delle reti di distribuzione è di 50 Hz. Per ferrovie elettriche si usano anche la frequenza di $16\,^2/_3$ Hz e le tensioni di 15 kV per corrente alternata e 500, 600, 750, 1500 e 3000 V per corrente continua. Dalla frequenza normale deriva poi necessariamente il numero di giri sincrono. Anche le potenze dei motori di media grandezza sono regolate secondo serie fisse.

1.9. Indicazione dei morsetti



Per l'indicazione dei morsetti per macchine, avviatori, regolatori e trasformatori sono state introdotte delle indicazioni omogenee, secondo le norme VDE 0570. Esse sono talmente importanti in pratica che le elenchiamo qui di seguito:

I. Corrente continua

Indotto	*A—B*
Avvolgimento in derivazione	*C—D*
Avvolgimento in serie	*E—F*
Avvolgimento di poli ausiliari o di compensazione	*G—H*
Avvolgimento dell'induttore eccitato separatamente	*I—K*
Avviatore	*L, M, R*

In quest'ultimo bisogna collegare L con la rete (N o P), M con l'avvolgimento in derivazione (C o D oppure eventualmente su un regolatore) ed R con l'indotto o con l'avvolgimento in serie (A, B, E, F, G, H a seconda dei tipi di collegamento). Nel regolatore magnetico i morsetti, collegati alla resistenza, sono indicati con s-t, dove s è in collegamento immediato con il contatto strisciante e si deve collegare con C o D nel caso di autoeccitazione o con I o K nel caso di eccitazione separata. Se c'è anche un morsetto collegato con il contatto di apertura, esso viene indicato con la lettera q.

II. Corrente alternata (esclusivamente macchine a collettore)

Indotto primario collegato a triangolo	U, V, W
Indotto primario collegato a stella	U, V, W, X, Y, Z
in cui U, V, W rappresentano l'inizio e X, Y, Z la fine delle fasi.	
Corrente bifase	$U—X,\ Y—V$
(il punto comune è ottenuto riunendo X, Y)	
Nei motori monofasi con fase sussidiaria l'avvolgimento principale si indica con	$U—V$
e quello secondario con	$W—Z$
Punto neutro e conduttore neutro (per corrente monofase) ...	O, o
Secondario (trifase)	u, v, w
Secondario (bifase)	$u—x,\ y—v$
Avvolgimento di eccitazione (corrente continua)	$J—K$
Potenza, indipendentemente dal numero delle fasi	L
Rete a corrente alternata con tre conduttori	R, S, T
Rete a corrente alternata con quattro conduttori	O, R, S, T
Rete a corrente monofase a due conduttori	$R—T$
Rete a corrente monofase a tre conduttori	$R—O—T$
Rete a corrente bifase	$Q—S,\ R—T$

2. PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO DELLE MACCHINE A CORRENTE ALTERNATA

2.1. Diagrammi polari

Un mezzo assai efficace per studiare le caratteristiche di esercizio delle macchine a corrente alternata è costituito dai diagrammi polari. Con questo nome si intendono le curve descritte dall'estremo del vettore di una qualsiasi grandezza elettrica quando la macchina passa con continuità per tutti gli stadi di funzionamento. La più nota di esse è il diagramma circolare del motore asincrono, che fu studiato per primo da Heyland. Con l'aiuto di grandezze complesse, la trattazione dei diagrammi polari diventa particolarmente semplice. Il procedimento, di cui diamo qui di seguito i fondamenti, fu elaborato da Bloch [2.16][1].

Sia $\dot{P}$ un vettore variabile determinato dalla relazione

$$\dot{P} = \dot{A} + \dot{B}\,\lambda \tag{2-1}$$

in cui $\dot{A}$ e $\dot{B}$ sono numeri complessi e λ un parametro reale. Se si tiene fisso un estremo del vettore $\dot{P}$, l'altro descrive, al variare di λ, una retta

(¹) I numeri in parentesi quadra si riferiscono alla bibliografia pag. 625.

(fig. 2-1). Si dice allora che la relazione (2-1) rappresenta una retta che per $\dot{A} = 0$ passa per l'origine e per $\dot{B} = 0$ si riduce a un punto.

Anche la relazione

$$\dot{P} = \dot{A} + \dot{B}\,\lambda^2 \tag{2-2}$$

rappresenta una retta che, pur coincidendo con quella della (2-1), dipende dal parametro λ in modo diverso. In questo caso, inoltre, per valori di λ uguali ma di segno opposto si hanno gli stessi vettori $\dot{P}$. Manca quindi quella parte di retta che per la (2-1) corrisponde ai valori negativi del parametro. La relazione

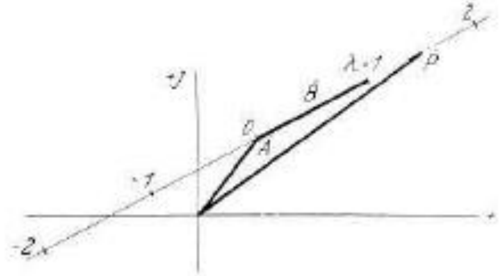


Fig. 2-1. - Retta corrispondente alla relazione (2-1).

$$\dot{P} = \frac{\dot{A} + \dot{B}\,\lambda}{\dot{C} + \dot{D}\,\lambda} \tag{2-3}$$

rappresenta una circonferenza; più precisamente l'estremo del vettore $\dot{P}$ si muove su di una circonferenza per λ variabile da $+\infty$ a $-\infty$. Per dimostrarlo facciamo le seguenti considerazioni

Per $\lambda = 0$ è
$$\dot{P}_0 = \dot{A}/\dot{C} \tag{2-4}$$

per $\lambda = 1$ è
$$P_1 = \frac{\dot{A} + \dot{B}}{\dot{C} + \dot{D}} \tag{2-5}$$

e, per $\lambda = \infty$ è
$$\dot{P}\infty = \dot{B}/\dot{D} \tag{2-6}$$

Dalla (2-3), servendoci della (2-4) e della (2-6) ricaviamo λ:

$$\lambda = \frac{\dot{C}}{\dot{D}}\,\frac{\dot{P} - \dot{P}_0}{\dot{P}\infty - \dot{P}}. \tag{2-7}$$

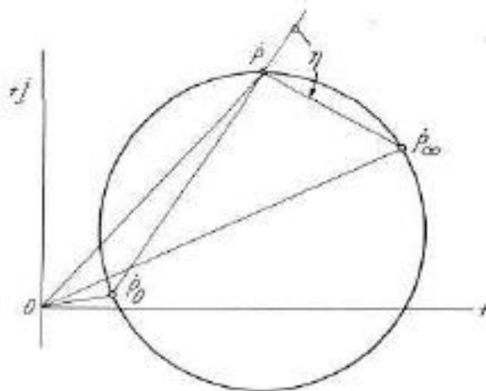


Fig. 2-2. - Circonferenza corrispondente all'equazione (2-3).

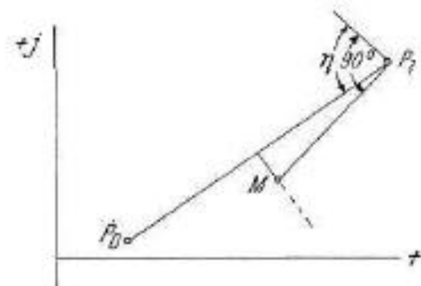


Fig. 2-3. - Determinazione del centro della circonferenza per mezzo dei punti P_0 e P_1 e dell'angolo η.

Poichè per definizione λ è una grandezza reale, l'argomento del secondo membro della (2-7) deve essere uguale a zero. Se poniamo $D/C = D\varepsilon^{j\delta}/C\varepsilon^{j\gamma} =$

$= D/C \cdot \varepsilon^{j\eta}$ $(\eta = \delta - \gamma)$ dalla (2-7) deriva

$$\dot{P} - \dot{P}_0 = \frac{D}{C} (\dot{P}_\infty - \dot{P})\, \varepsilon^{j\eta}. \tag{2-8}$$

Quindi i vettori $\dot{P} - \dot{P}_0$ e $\dot{P}_\infty - \dot{P}$, pur variando in ampiezza, formano un angolo costante. Ciò è possibile solo quando l'estremo variabile del vettore $\dot{P}$ descrive, al variare di λ, una circonferenza, come si vede in fig. 2-2. È possibile disegnare tale circonferenza mediante i tre punti caratteristici $\lambda = 0{,}1$ e ∞ [cfr. le equazioni (2-4), (2-5) e (2-6)]. Nel caso che siano noti solo due punti, ad esempio P_0 e P_1, si può determinare il centro della circonferenza mediante questi punti e l'angolo η. La costruzione risulta chiaramente da fig. 2-3. La relazione (2-3) rappresenta quindi una circonferenza che non passa generalmente per l'origine delle coordinate. La curva tuttavia passa per l'origine nel caso in cui, per un determinato valore di λ, $\dot{P}$ diventa uguale a zero. Ciò si può ottenere nei seguenti casi. Primo: per $\dot{B} = 0$ otteniamo

Fig. 2-4. - Determinazione del parametro λ dal diagramma circolare ($Q\,T$ parallela a $P_0\,P_\infty$).

$$\dot{P} = \frac{\dot{A}}{\dot{C} + \dot{D}\,\lambda} \tag{2-9}$$

in cui per $\lambda = \infty$ diventa $\dot{P} = 0$. Secondo: per $\dot{A} = 0$. L'equazione della circonferenza diventa

$$\dot{P} = \frac{\dot{B}\,\lambda}{\dot{C} + \dot{D}\,\lambda} \tag{2-10}$$

in cui è $\dot{P} = 0$ per $\lambda = 0$. Terzo: quando le due grandezze $\dot{A}$ e $\dot{B}$ hanno uguale argomento, per $\lambda = -A/B$ è $\dot{P} = 0$.

La circonferenza luogo dell'estremo variabile di $\dot{P}$ degenera in una retta quando $\eta = 0$, cioè quando le grandezze $\dot{C}$ e $\dot{D}$ hanno uguale argomento.

Per $\lambda = 1$ la (2-7) diventa

$$1 = \frac{\dot{C}}{\dot{D}} \frac{\dot{P}_1 - \dot{P}_0}{\dot{P}_\infty - \dot{P}_1} \tag{2-11}$$

e se la dividiamo per questa, otteniamo

$$\lambda = \frac{\dot{P} - \dot{P}_0}{\dot{P}_\infty - \dot{P}} \frac{\dot{P}_\infty - \dot{P}_1}{\dot{P}_1 - \dot{P}_0} \tag{2-12}$$

Tutti e quattro i segmenti che figurano nella (2-12) sono noti per la circonferenza tracciata in fig. 2-4. Perciò, mediante la (2-12), è possibile determinare il parametro λ per un punto P preso a piacere (estremo del vettore $\dot{P}$). Si può semplificare ulteriormente la determinazione di λ, mandando la tangente al punto P_0 e una retta QT parallela alla congiungente $\overline{P_0 P_\infty}$ (per semplicità indichiamo con P_0, P_1, P_∞ ecc. gli estremi dei vettori $\dot{P}_0$, $\dot{P}_1$, $\dot{P}_\infty$) da un punto Q qualsiasi. Indichiamo la congiungente di due estremi con due lettere sopralineate, ad esempio $\overline{PP_1}$; in tal modo essa non verrà scambiata con il prodotto scalare di due vettori. Dalla similitudine del triangolo $P_0 PP_\infty$ con il triangolo SQP_0 deriva

$$\frac{\overline{P_0 P}}{\overline{P P_\infty}} = \frac{S Q}{P_0 Q}$$

e dalla similitudine dei triangoli $P_0 P_1 P_\infty$ e QTP_0

$$\frac{\overline{P_1 P_\infty}}{\overline{P_0 P_1}} = \frac{Q P_0}{Q T}$$

Se si moltiplicano tra di loro i rapporti ora ottenuti e si tiene presente la (2-12), si ha:

$$\lambda = \frac{Q S}{Q T} \tag{2-13}$$

Per semplificare la determinazione del parametro si assume QT uguale a 10 o 100 unità di lunghezza. Se dal punto P si cala la perpendicolare al raggio P_0M tracciando la retta Pb parallela alla tangente P_0Q, dalla similitudine dei triangoli $P_0cb \sim P_0QT$ e $bPP_0 \sim P_0QS$ si ottiene

$$\frac{QP_0}{Q S} = \frac{b P}{b P_0} \quad \text{e} \quad \frac{c b}{b P_0} = \frac{Q P_0}{Q T}$$

da cui si ricava

$$\lambda = \frac{c b}{P b} \tag{2-14}$$

A volte si devono calcolare dall'equazione di Bloch le coordinate ortogonali x_m e y_m del centro M della circonferenza e il raggio R. Per far questo bisogna prima scomporre le grandezze $\dot{A}$, $\dot{B}$, $\dot{C}$ e $\dot{D}$ nelle loro componenti (es. $\dot{A} = A_x + jA_y$) ed otteniamo, eliminando i calcoli intermedi [2-3]

$$x_m = \frac{A_x D_y + B_y C_x - A_y D_x - B_x C_y}{2 (C_x D_y - C_y D_x)} \tag{2-15}$$

$$y_m = \frac{A_x D_y - B_y C_y + A_y D_y - B_x C_x}{2 (C_x D_y - C_y D_x)} \tag{2-16}$$

$$R^2 = x^2{}_m + y^2{}_m + \frac{A_y B_x - A_x B_y}{C_x D_y - C_y D_x}. \tag{2-17}$$

Nello studio teorico delle macchine a corrente alternata si ricorre spesso all'equazione della circonferenza, tanto nella sua forma generale (2-3) quanto in quella particolare (2-9). Più raramente nello studio delle macchine elettriche sono invece da considerare le curve di ordine più alto come l'equazione della quartica bicircolare la cui forma è

$$\dot{P} = \frac{\dot{A} + \dot{B}\,\lambda + \dot{C}\,\lambda^2}{\dot{D} + \dot{E}\,\lambda + \dot{F}\,\lambda^2} \tag{2-18}$$

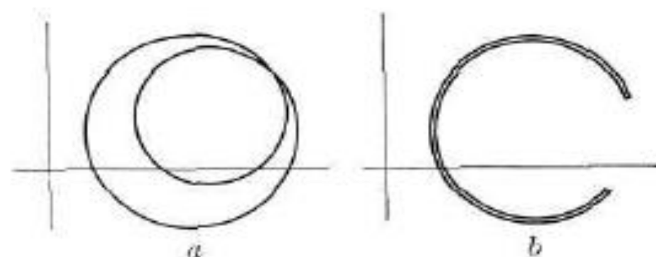


Fig. 2-5. - Equazione quartica bicircolare: *a*) secondo la (2-18) e *b*) secondo la (2-19).

Questa curva è rappresentata in fig. 2-5 *a* e compare ad esempio nel collegamento in cascata di due motori asincroni. Il tracciamento di questa curva e la determinazione del suo parametro non sono così semplici come nel caso della circonferenza.

Un caso particolare di quartica bicircolare (per $\dot{B} = \dot{E} = 0$) è la curva

$$\dot{P} = \frac{\dot{A} + \dot{C}\,\lambda^2}{\dot{D} + \dot{F}\,\lambda^2} \tag{2-19}$$

(vedi fig. 2-5b); essa è una parte della circonferenza

$$\dot{P} = \frac{\dot{A} + \dot{C}\,\lambda}{\dot{D} + \dot{F}\,\lambda}\,, \tag{2-20}$$

in cui mancano solo i valori di $\dot{P}$ corrispondenti ai valori negativi del parametro λ. Anche la distribuzione dei valori del parametro sulla circonferenza conforme alla (2-20) è diversa da quella sulla circonferenza conforme alla (2-19). Questo diagramma si presenta nei motori monofasi senza avvolgimento ausiliario. Il parametro è qui rappresentato dal numero di giri per cui non si possono concepire dei valori negativi del paramentro, dato che il motore mantiene le sue proprietà per ambedue le direzioni di rotazione.

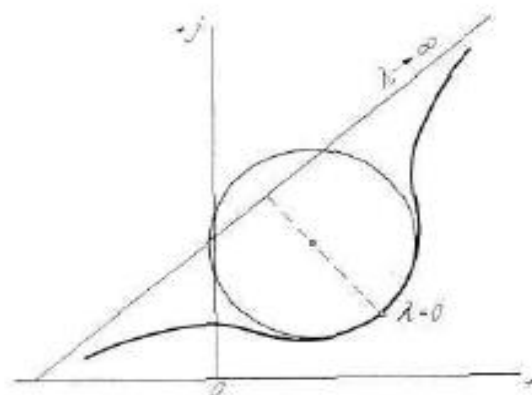


Fig. 2-6. - Cubica circolare secondo la (2-29).

In molti casi è possibile sostituire l'equazione bicircolare della (2-18) con due circonferenze, di cui l'una vale per piccoli valori del parametro ($\lambda \to 0$) e l'altra per elevati valori ($\lambda \to \infty$). Per ottenere la circonferenza relativa al campo dei piccoli valori del parametro, basterà annullare i termini contenenti potenze di λ con esponenti minori

di 3 nella differenza tra l'equazione della quartica e quella della circonferenza sussidiaria (a lettere minuscole).

$$\frac{\dot A + \dot B\,\lambda + \dot C\,\lambda^2}{\dot D + \dot E\,\lambda + \dot F\,\lambda^2} = \frac{\dot a + \dot b\,\lambda}{\dot c + \dot d\,\lambda}$$

Ciò equivale a dire che l'errore deve essere al massimo del terzo ordine [2-9]. Si ottiene:

$$\dot A\,\dot c - \dot a\,\dot D = 0,\ \dot B\,\dot c + \dot A\,\dot d - \dot a\,\dot E - \dot b\,\dot D = 0 \text{ e } \dot C\,\dot c + \dot B\,\dot d - \dot E\,\dot b - \dot F\,\dot a = 0,$$

da cui si deducono le costanti della circonferenza sussidiaria:

$$\dot a = \dot A,\ \dot c = \dot D,\ \dot d = \dot E + \frac{\dot C\,\dot D - \dot A\,\dot F}{\dot A\,\dot E - \dot B\,\dot D}\dot D \text{ e } \dot b = \dot B + \frac{\dot C\,\dot D - \dot A\,\dot F}{\dot A\,\dot E - \dot B\,\dot D}\dot A \quad \begin{matrix}(2\text{-}21)\\(2\text{-}22)\\(2\text{-}23)\\(2\text{-}24)\end{matrix}$$

Il caso di valori grandi di λ ($\lambda \to \infty$) si può ricondurre a quello di piccoli valori ora trattato, ponendo $\lambda' = 1/\lambda$. Le costanti della circonferenza sussidiaria diventano allora:

$$\dot a = \dot C,\ \dot c = \dot F,\ \dot b = \dot B + \frac{\dot A\,\dot F - \dot C\,\dot D}{\dot C\,\dot E - \dot B\,\dot F}\dot C \quad \dot d = \dot E + \frac{\dot A\,\dot F - \dot C\,\dot D}{\dot C\,\dot E - \dot B\,\dot F}\dot F. \quad \begin{matrix}(2\text{-}25)\\(2\text{-}26)\\(2\text{-}27)\\(2\text{-}28)\end{matrix}$$

Allo stesso modo si può sostituire la cubica circolare (fig. 2-6)

$$\dot P = \frac{\dot A + \dot B\,\lambda + \dot C\,\lambda^2}{\dot D + \dot E\,\lambda} \qquad (2\text{-}29)$$

con una circonferenza, per piccoli valori del parametro ($\lambda \to 0$), e una retta, per grandi valori dello stesso ($\lambda \to \infty$). Le costanti della circonferenza si ottengono dalle (2-21), (2-22), (2-23), (2-24), ponendo $F = 0$. Allo stesso modo si ottiene la retta dalle (2-25), (2-26), (2-27), (2-28):

$$\dot P = \frac{\dot C}{\dot E}\,\frac{1}{\lambda} + \frac{\dot D\,\dot C}{\dot E^2}. \qquad (2\text{-}30)$$

Questa retta passa per il punto $\dot D\dot C/\dot E^2$ e la sua inclinazione rispetto all'asse delle ascisse è data dal rapporto $\dot C/\dot E$.

Infine facciamo un cenno sulle curve inverse. Per curva inversa si intende una curva legata a quella $\dot P$, data, dalla relazione $\dot Q = 1/\dot P$. Sia ad esempio $\dot P$ una retta di parametro variabile λ (2-1); la curva inversa di ugual parametro sarà una circonferenza passante per l'origine delle coordinate (2-9 e 2-10). La curva inversa di una circonferenza generica (2-3) è pur essa una circonferenza, mentre la curva inversa di una cir-

conferenza passante per l'origine delle coordinate (2-9 e 2-10) è una retta che non passa per l'origine delle coordinate. La curva inversa alla retta $\dot{P} = \dot{A}\lambda$, passante per l'origine delle coordinate, è la stessa retta $\dot{Q} = \dot{B}/\lambda$, ma con una diversa distribuzione dei valori del parametro $\lambda' = 1/\lambda$ ($\dot{Q} = \lambda'\dot{B}$) per l'una e per l'altra; in questo caso, infatti, i punti $\lambda = 0$ e ∞ sono scambiati. La curva inversa di un arco di circonferenza (2-19) è pure un arco; se però $F = 0$, si ottiene come curva inversa una retta con $\lambda' = \lambda^2$.

2.2. Circuiti magneticamente concatenati

Tutte le macchine elettriche, eccezione fatta per i motori a reazione, hanno due avvolgimenti magneticamente concatenati. Per illustrare alcune definizioni necessarie per uno studio più approfondito delle macchine, consideriamo due avvolgimenti magneticamente concatenati, fissi. La loro posizione reciproca è illustrata in fig. 2-7 e corrisponde a quella che si ha in un trasformatore.

L'avvolgimento 1 è percorso dalla corrente i_1; possiamo scomporre il flusso determinato da esso in:

$$\varphi_1 = \varphi_{1h} + \varphi_{1\sigma} \tag{2-31}$$

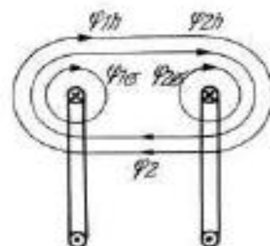


Fig. 2-7. - Due circuiti magneticamente concatenati.

dove φ_{1h} rappresenta il flusso principale primario (flusso utile) concatenato anche con l'avvolgimento secondario e $\varphi_{1\sigma}$ rappresenta il flusso di dispersione primario, concatenato solo con l'avvolgimento primario. Allo stesso modo, per l'avvolgimento secondario, quando esso solo è percorso da corrente i_2, avremo:

$$\varphi_2 = \varphi_{2h} + \varphi_{2\sigma} \tag{2-32}$$

in cui φ_2 è il flusso secondario totale, φ_{2h} il flusso secondario principale (flusso utile) e $\varphi_{2\sigma}$ il flusso di dispersione secondario. Ammettiamo per semplicità che le correnti e i flussi siano proporzionali (nessuna saturazione magnetica).

Se i due avvolgimenti sono percorsi entrambi da corrente, il flusso principale risultante (flusso utile) sarà:

$$\varphi_r = \varphi_{1h} + \varphi_{2h} \quad \text{(2-33}$$

I singoli flussi si calcoleranno mediante la corrente i, l'induttanza L e il numero di spire w, nel modo seguente:

$$w_1\,\varphi_{1h} = L_{1h}\,i_1, \quad w_1\,\varphi_{1\sigma} = L_{1\sigma}\,i_1, \quad w_1\,\varphi_1 = L_1\,i_1, \qquad \text{(2-34), (2-35), (2-36)}$$

$$w_2\,\varphi_{2h} = L_{2h}\,i_2, \quad w_2\,\varphi_{2\sigma} = L_{2\sigma}\,i_2, \quad w_2\,\varphi_2 = L_2\,i_2. \qquad \text{(2-37), (2-38), (2-39)}$$

Le induttanze qui riportate si chiamano induttanza principale o utile (L_{1h}, L_{2h}), induttanza di dispersione ($L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$) e autoinduttanza (L_1, L_2).

Con $$\sigma_1 = \frac{L_{1\sigma}}{L_{1h}} \qquad \text{e} \qquad \sigma_2 = \frac{L_{2\sigma}}{L_{2h}} \qquad (2\text{-}40),\ (2\text{-}41)$$

si indicano i coefficienti di dispersione primario e secondario. Tra il valore massimo Φ del flusso, il valore efficace I della corrente e il valore efficace E della f.e.m. indotta nella bobina di w spire, esiste la seguente relazione, ammesso che queste grandezze siano alternate sinusoidali:

$$\dot{E} = -\frac{w}{\sqrt{2}}\frac{d\dot{\Phi}}{dt} = -L\frac{d\dot{I}}{dt} = -j\,\omega\,L\,\dot{I} = -j\,X\,\dot{I}. \qquad (2\text{-}42)$$

La grandezza $X = \omega L$ si chiama reattanza. Come per le induttanze, esiste una reattanza primaria

$$X_1 = \omega_1 L_1 = X_{1h} + X_{1\sigma} = X_{1h}(1 + \sigma_1) \qquad (2\text{-}43)$$

e una reattanza secondaria

$$X_2 = \omega_1 L_2 = X_{2h} + X_{2\sigma} = X_{2h}(1 + \sigma_2). \qquad (2\text{-}44)$$

La f.e.m. di autoinduzione nell'avvolgimento primario è:

$$\dot{E}_1 = -j\,X_1\,\dot{I}_1 = -j\,X_{1h}(1 + \sigma_1)\,\dot{I}_1 \qquad (2\text{-}45)$$

e nel secondario:

$$\dot{E}_2 = -j\,X_2\,\dot{I}_2 = -j\,X_{2h}(1 + \sigma_2)\,\dot{I}_2. \qquad (2\text{-}46)$$

La f.e.m. di mutua induzione nell'avvolgimento primario è

$$\dot{E}_{12} = -j\frac{w_1}{w_2}X_{2h}\,\dot{I}_2 \qquad (2\text{-}47)$$

e nel secondario:

$$\dot{E}_{21} = -j\frac{w_2}{w_1}X_{1h}\,\dot{I}_1. \qquad (2\text{-}48)$$

Le induttanze principali L_{1h} ed L_{2h}, pur avendo un circuito magnetico in comune, si differenziano per il quadrato del numero di spire. Lo stesso dicasi per le reattanze principali, per cui è:

$$X_{2h} = X_{1h}(w_2/w_1)^2. \qquad (2\text{-}49)$$

Se le tensioni alternate ai capi dei due avvolgimenti hanno valore efficace rispettivamente $\dot{U}_1$ e $\dot{U}_2$ e se gli avvolgimenti hanno resistenze R_1 ed R_2, si possono scrivere le seguenti equazioni:

$$\dot{U}_1 = -(R_1 + jX_{1\sigma})\,\dot{I}_1 - jX_{1h}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2 w_2/w_1) = -(R_1 + jX_{1\sigma})\,\dot{I}_1 + \dot{E}_{1r}, \quad (2\text{-}50)$$

$$\dot{U}_2 = -(R_2 + jX_{2\sigma})\,\dot{I}_2 - jX_{2h}(\dot{I}_2 + \dot{I}_1 w_1/w_2) = -(R_2 + jX_{2\sigma})\,\dot{I}_2 + \dot{E}_{2r}. \quad (2\text{-}51)$$

in cui $\dot{E}_{1r}$ ed $\dot{E}_{2r}$ sono le f.e.m. risultanti del circuito primario e secondario. Se si introducono le seguenti grandezze fittizie, spesso definite ridotte,

$$\dot{U}'_2 = \dot{U}_2\, w_1/w_2, \qquad \dot{E}'_{2r} = \dot{E}_{2r}\, w_1/w_2 = \dot{E}_{1r}, \quad (2\text{-}52), (2\text{-}53)$$

$$\dot{I}'_2 = \dot{I}_2\, w_2/w_1, \qquad R'_2 = R_2\,(w_1/w_2)^2, \quad (2\text{-}54), (2\text{-}55)$$

$$X'_{2\sigma} = X_{2\sigma}\,(w_1/w_2)^2, \qquad X'_{2h} = X_{2h}\,(w_1/w_2)^2 = X_{1h} \quad (2\text{-}56), (2\text{-}57)$$

si ottengono le seguenti equazioni:

$$\dot{U}_1 = -(R_1 + jX_{1\sigma})\,\dot{I}_1 - jX_{1h}\,(\dot{I}_1 + \dot{I}'_2) = -(R_1 + jX_{1\sigma})\,\dot{I}_1 + \dot{E}_{1r}, \quad (2\text{-}58)$$

$$\dot{U}'_2 = -(R'_2 + jX'_{2\sigma})\,\dot{I}'_2 - jX_{1h}\,(\dot{I}_1 + \dot{I}'_2) = -(R'_2 + jX_{2\sigma})\,\dot{I}'_2 + \dot{E}_{1r}. \quad (2\text{-}59)$$

note come equazioni fondamentali del trasformatore sotto carico. Le (2-58) e (2-59) contengono le grandezze ridotte al primario. Talvolta, per semplificare il calcolo, si riducono le grandezze primarie a secondario; inoltre in pratica si sostituisce spesso il segno negativo del membro destro delle (2-58) e (2-59) con uno positivo, il che non comporta nessun mutamento del risultato. Le (2-58) e (2-59) valgono anche per il circuito di fig. 2-8 che viene perciò chiamato circuito equivalente del trasformatore.

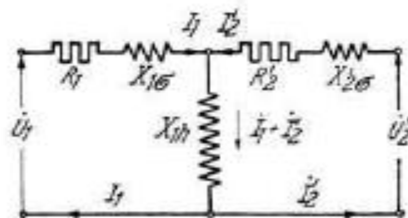


Fig. 2-8. - Circuito equivalente del trasformatore.

La f.e.m.

$$\dot{E}_{1r} = \dot{E}_{2r} = j\, X_{1h}\,(\dot{I}_1 + \dot{I}'_2) \quad (2\text{-}60)$$

è quella dovuta al flusso risultante. La corrente:

$$\dot{I}_\mu = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2 \quad (2\text{-}61)$$

è detta corrente di eccitazione.

Per $U'_2 = 0$ ed $R_1 = R'_2 = 0$, la tensione primaria serve solo a compensare la caduta di tensione nelle reattanze di dispersione e il trasformatore si comporta come una reattanza di valore:

$$X_\sigma = X_{1\sigma} + \frac{X_{1h}\, X'_{2\sigma}}{X_{1h} + X'_{2\sigma}}. \quad (2\text{-}62)$$

Tenendo conto dei coefficienti di dispersione primario e secondario [cfr. (2-40) e (2-41)]

$$\sigma_1 = \frac{X_{1\sigma}}{X_{1h}} \qquad \text{e} \qquad \sigma_2 = \frac{X'_{2\sigma}}{X_{1h}} \quad (2\text{-}63)\ (2\text{-}64)$$

e della (2-43), si ottiene la seguente reattanza di dispersione totale:

$$X_\sigma = X_{1h}\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2}\right) = X_1\left(1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)\,(1 + \sigma_2)}\right) = \sigma X_1. \quad (2\text{-}65)$$

La grandezza

$$\sigma = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)\,(1 + \sigma_2)} \quad (2\text{-}66)$$

è il coefficiente di dispersione totale e indica il grado di accoppiamento dei due avvolgimenti. Per un accoppiamento infinitamente grande è $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = 0$. Se invece gli avvolgimenti sono infinitamente lontani, o è $\sigma_1 = \infty$ o $\sigma_2 = \infty$ (o ambedue sono ∞) e $\sigma = 1$. Nelle macchine elettriche σ_1 e σ_2 sono per lo più piccoli e si può quindi applicare spesso l'equivalenza:

$$\sigma \approx \sigma_1 + \sigma_2 \tag{2-67}$$

Il motore asincrono con il rotore bloccato può essere considerato come un trasformatore in corto circuito ($U'_2 = 0$), solo che l'avvolgimento dello statore (primario) è diverso da quello del rotore (secondario) non solo per il numero di spire, ma anche per il numero di fasi, m_1 ed m_2 rispettivamente, e per la grandezza dei fattori di avvolgimento, ξ_1 e ξ_2. Il fattore di inclinazione delle cave χ_2, di cui bisogna tener conto generalmente per gli avvolgimenti di rotore, agisce in modo analogo al fattore di avvolgimento. Se si vogliono stabilire le equazioni per il motore con il rotore bloccato si può ricorrere alle (2-50) e (2-51). Bisogna però tener presente che la reattanza principale secondaria diventa:

$$X_{2h} = X_{1h} \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{w_2\, \xi_2\, \chi_2}{w_1\, \xi_1} \right)^2 \tag{2-68}$$

come risulta a pag. 50. Si ottengono così le seguenti nuove grandezze fittizie (ridotte):

$$E'_{2r} = E_{2r} \frac{w_1\, \xi_1}{w_2\, \xi_2\, \chi_2} = E_{1r}, \quad I'_2 = I_2 \frac{m_2\, w_2\, \xi_2\, \chi_2}{m_1\, w_1\, \xi_1}, \qquad \text{(2-69), (2-70),}$$

$$R'_2 = R_2 \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1\, \xi_1}{w_2\, \xi_2\, \chi_2} \right)^2, \quad X'_{2\sigma} = X_{2\sigma} \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1\, \xi_1}{w_2\, \xi_2\, \chi_2} \right)^2, \quad \text{(2-71), (2-72)}$$

$$X'_{2h} = X_{2h} \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1\, \xi_1}{w_2\, \xi_2\, \varkappa_2} \right)^2 = X_{1h}, \tag{2-73}$$

e per la macchina valgono nuovamente le (2-58) e (2-59) del trasformatore (con $U'_2 = 0$).

2.3. Equazioni fondamentali della macchina a campo rotante

Nel paragrafo precedente abbiamo dato le equazioni fondamentali del trasformatore (2-58) e (2-59), valide tanto per quello monofase quanto per una fase di un trasformatore polifase. Ora ci proponiamo di ricavare le equazioni fondamentali per una macchina a campo rotante. Il rotore di questo tipo di macchina ha generalmente un numero di giri (n) diverso da quello (n_1) del campo rotante dovuto allo statore e quindi è:

$$n_1 = f_1/p, \qquad n_2 = f_2/p \qquad \text{(2-74) (2-75)}$$

$$n_1 = n_2 + n. \tag{2-76}$$

Se con $f = np$ indichiamo la frequenza meccanica del rotore, sarà:

$$f = n\, p$$
$$f_1 = f_2 + f. \tag{2-77}$$

Si chiama scorrimento la differenza tra il numero di giri del campo rotante e quello del rotore, rapportata al numero di giri del campo, e cioè:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{f_1 - f}{f_1} = \frac{n_2}{n_1}, \tag{2-78}$$

La frequenza della corrente del rotore è:

$$f_2 = s\, f_1. \tag{2-79}$$

Nel determinare l'equazione per il circuito del rotore dobbiamo tener presente che tutte le reattanze di questo circuito, in conseguenza dello scorrimento, sono più piccole che nel caso di rotore fisso e frequenza di rete f_1. L'influenza esercitata dalla corrente del rotore sull'avvolgimento dello statore (mutua induttanza) e dalla corrente dello statore sull'avvolgimento del rotore è indipendente dalla rotazione di quest'ultimo, dato che, rispetto all'avvolgimento, la velocità delle forze magnetomotrici è sempre uguale a quella sincrona del relativo campo rotante. Non bisogna però pensare che le fasi del rotore e dello statore siano concatenate strettamente tra loro. Si consideri ad esempio la fase U dell'avvolgimento dello statore; se scriviamo l'equazione ad essa relativa, l'avvolgimento del rotore non risulta concatenato con una fase particolare, U per esempio, ma con tutte le fasi alternativamente. Quantunque le fasi di rotore cambino sempre rispetto alle fasi di statore, esse hanno tuttavia lo stesso effetto su una determinata fase dello statore, come già sappiamo per la teoria del campo rotante. È assolutamente necessario però che gli avvolgimenti costituiscano un sistema simmetrico, cioè siano uniformemente distribuiti sulla periferia dello statore e del rotore e che il traferro lungo la periferia dell'indotto abbia un valore costante. Se teniamo presente questa condizione e introduciamo le grandezze ridotte derivate dalle (2-69), (2-70), (2-71), (2-72), (2-73), le equazioni fondamentali per una fase della macchina a campo rotante saranno le seguenti:

$$\dot{U}_1 = -(R_1 + jX_{1\sigma})\,\dot{I}_1 - jX_{1h}\,(\dot{I}_1 + \dot{I}'_2) = -(R_1 + jX_{1\sigma})\,\dot{I}_1 + \dot{E}_{1r}, \tag{2-80}$$

$$\dot{U}'_2 = -(R'_2 + js\,X'_{\sigma 2})\,\dot{I}'_2 - js\,X_{1h}\,(\dot{I}_1 + \dot{I}'_2) = \tag{2-81}$$
$$= -(R'_2 + js\,X'_{2\sigma})\,\dot{I}'_2 + s\,\dot{E}_{1r}.$$

Esse valgono per le macchine asincrone, per quelle trifasi a collettore e per quelle sincrone (a traferro costante); in questo ultimo caso è $s = 0$. Si supponga che sul rotore ci sia un avvolgimento bifase ($m_2 = 2$) e che la corrente di una fase (avvolgimento di eccitazione) sia mantenuta per-

manentemente al suo valore massimo; nell'altra fase allora la corrente sarà sempre uguale a zero e quindi si potrà trascurare questa fase. Se I_E è la corrente di eccitazione, il valore efficace della corrente in una fase è:

$$I_2 = I_E/\sqrt{2}. \tag{2-82}$$

e la corrente secondaria ridotta al primario diventa:

$$I'_2 = \frac{I_E \, 2 \, w_2 \, \xi_2}{\sqrt{2} \, m_1 \, w_1 \, \xi_1}. \tag{2-83}$$

Le (2-80), (2-81) valgono solo per macchine isotrope, mentre per quelle anisotrope si ricorre alle componenti simmetriche o alla teoria della doppia reazione. Soltanto raramente si giunge ad equazioni semplici, perchè per lo più i risultati del calcolo sono piuttosto complessi.

2.4. Circuito equivalente e diagramma delle tensioni

Le equazioni (2-80), (2-81) valgono per il circuito equivalente della macchina (fig. 2-9a) e si possono rappresentare mediante un diagramma delle tensioni e delle correnti (fig. 2-10). La differenza tra questo circuito equivalente e quello del trasformatore consiste nel fatto che la resistenza e la tensione secondaria sono moltiplicate per $1/s$. Spesso si scompone la grandezza R'_2/s nei due termini R'_2 ed $R'_2 (1-s)/s$, di cui il primo dà luogo alla perdita nell'avvolgimento e il secondo alla potenza meccanica all'albero; U'_2/s dà luogo alla potenza secondaria. Per ottenere le potenze bisogna moltiplicare ancora i termini citati rispettivamente per I'^2_2 e $I'_2 \cos \varphi_2$.

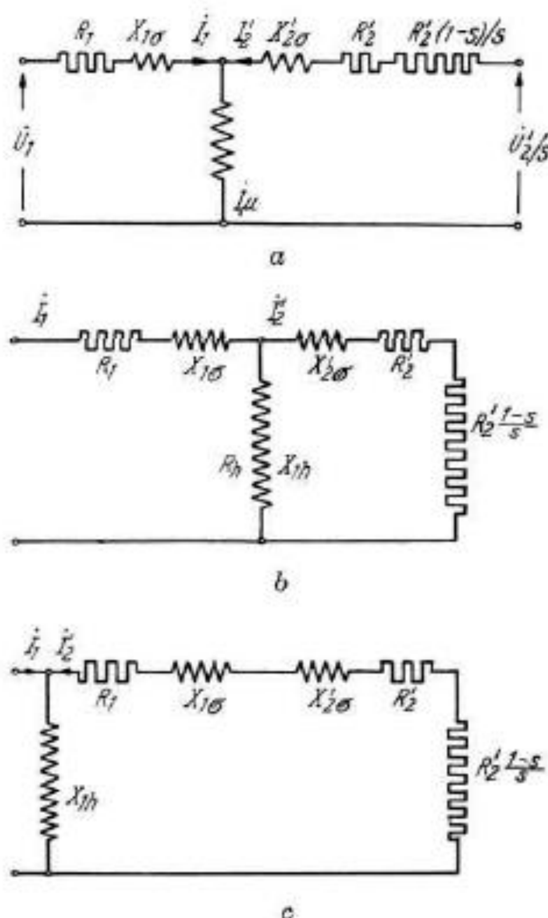


Fig. 2-9. - Circuito equivalente a) della macchina a campo rotante; b) della macchina asincrona; c) della macchina asincrona semplificata.

Lo scorrimento s ha valori caratteristici per alcuni stati di funzionamento della macchina. Si dice sincrono il funzionamento in cui è $s = 0$, cioè in cui il rotore gira con la stessa velocità del campo rotante. Le macchine che lavorano sempre in questa condizione si chiamano quindi macchine sincrone; altre invece, chiamate asincrone, passano per questa situazione solo casualmente, mentre generalmente lavorano con uno scorrimento determinato ($s \gtrless 0$); di questo ultimo gruppo fanno parte le macchine a induzione e quelle a col-

lettore. Per $s = 1$ il rotore è immobile e questo funzionamento si definisce in corto circuito, dato che in questo caso, a causa del grande valore di f.e.m. indotto nell'avvolgimento del rotore, circolano correnti molto elevate. Nel caso di macchine sincrone e trasformatori, si intende per funzionamento in corto circuito quello in cui, chiudendo in corto circuito i morsetti, si rende nullo il carico esterno, benchè in questo caso per le macchine sincrone si abbia $s = 0$. Infine si indica con $s = \infty$ il punto di funzionamento ideale che ha importanza solo per le macchine asincrone e si differenzia dal punto di corto circuito ($s = 1$) solo perchè la resistenza del rotore è trascurabile in confronto alla reattanza ($R'_2 = 0$).

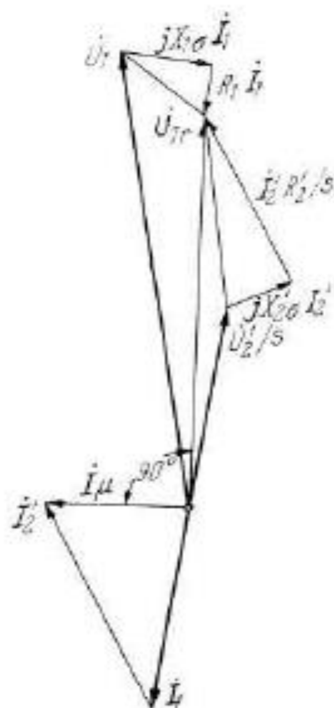


Fig. 2-10. - Diagramma delle tensioni e delle correnti della normale macchina a campo rotante.

I trasformatori, come pure le macchine asincrone e a collettore, hanno un traferro di piccola ampiezza e per queste macchine la reattanza principale è notevolmente maggiore della reattanza di dispersione ($X_{1h}/X_{1\sigma} > 10$). Per questa ragione, senza incorrere in sensibile errore, si può collegare direttamente il ramo in derivazione del circuito equivalente (fig. 2-8 e 2-9a e b) ai morsetti della tensione primaria (tensione di rete), come è mostrato in fig. 2-9c per la macchina asincrona. In questo caso si possono sommare le reattanze di dispersione ed avere la reattanza di dispersione totale:

$$X_\sigma = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}$$

Le macchine a collettore alimentate dallo statore hanno nel circuito del rotore anche una reattanza di dispersione, indipendente dallo scorrimento ($X_{\sigma S}$). In esse la reattanza di dispersione totale è:

$$X_\sigma = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} + X'_{\sigma S}/s.$$

La tensione di regolazione delle macchine a collettore è rappresentata dalla grandezza $\dot{U}_2/s$.

La corrente nel circuito equivalente (fig. 2-9c) è la corrente del rotore $\dot{I}'_2$, ridotta a statore.

La corrente dello statore risulta composta dalla corrente ridotta del rotore e dalla corrente di eccitazione $\dot{I}_\mu = \dot{U}/j\,(X_{1h} + X_{1\sigma})$ e, per la (2-61) è

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_\mu - \dot{I}'_2.$$

Per questo circuito equivalente semplice si può ottenere un risultato migliore sottraendo dalla tensione di rete la caduta di tensione determinata dalla corrente di eccitazione. Dalle (2-80) e (2-81) si ottiene precisamente:

$$\dot{U}_1 + \dot{I}_\mu\,(R_1 + j\,X_{1\sigma}) = \dot{U}_f = \dot{I}'_2\,(R_1 + R'_2/s + j\,X_{1\sigma} + j\,X'_{2\sigma}). \qquad (2\text{-}84)$$

Supponendo la corrente di eccitazione $I_\mu = I_0 =$ cost. e $R_1 = 0$, la tensione di rete ridotta, nel circuito equivalente semplice, sarà:

$$\dot{U}_f = \dot{U} - X_{1\sigma} I_0 = \dot{U}'_{20} \approx 0{,}95\ \dot{U}.$$

Questa tensione è la tensione U'_{20} del rotore a vuoto ridotta al primario. Nella determinazione delle potenze compare l'espressione U^2_f invece di U^2; alcuni studiosi invece tengono conto del prodotto UU_f [2.2]. L'autore, servendosi dell'esempio delle macchine asincrone [2.13], ha dimostrato che per elevati valori dello scorrimento ha importanza determinante il prodotto UU_f e per valori bassi il prodotto U^2_f.

In alcuni casi, ad esempio per macchine a collettore o per convertitori di frequenza, si riferiscono al secondario la tensione primaria, la resistenza primaria e la reattanza di dispersione (U'_1, R'_1, $X'_1\sigma$). Si ha allora:

$$\dot{U}_2 = s\dot{U}'_1 - \dot{I}_2 [\, s\, R'_1 + R_2 + j\, s\, (X'_{1\sigma} + X_{2\sigma}) + j\, X_{\sigma S}]. \qquad (2\text{-}85)$$

Si può usare questa equazione per determinare la tensione secondaria di un trasformatore di frequenza asincrono a vuoto e carico (1).

Poichè la resistenza e la tensione del rotore assumono valori infinitamente grandi, l'applicazione del circuito equivalente (fig. 2-9a) alle macchine sincrone presenta qualche difficoltà. Ciò non ostante la corrente del rotore ha il valore finale:

$$I'_2 = U'_2/R'_2, \qquad (2\text{-}86)$$

come risulta dalla (2-81). Scrivendo poi la (2-80) nella forma

$$\dot{U}_1 = -(R_1 + j\, X_{1\sigma} + j\, X_{1h})\, \dot{I}_1 - j\, X_{1h}\, \dot{I}'_2 \qquad (2\text{-}87)$$

e servendosi della espressione abbreviata

$$\dot{U}_p = -j\, X_{1h}\, \dot{I}'_2$$

si ottengono il circuito equivalente di fig. 2-11 e il diagramma delle correnti e delle tensioni di fig. 2-12.

Nel disegnare tale diagramma bisogna osservare determinate convenzioni. Con il segno che si è scelto per le cadute di tensione, i vettori rappresentativi della corrente e della tensione hanno la stessa direzione (fig. 2-12a) nel funzionamento da generatore e la potenza generata è positiva. Quando la macchina viene usata come motore, i due vettori hanno direzioni opposte (fig. 2-12b). In pratica però, anche in questo caso, si preferisce dar loro la stessa direzione, come si vede in fig. 2-12b (linea tratteggiata).

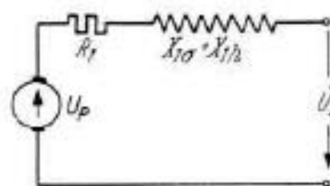


Fig. 2-11. - Circuito equivalente della macchina sincrona.

(1) Per semplicità, nell'esempio di un trasformatore di frequenza nel libro « Induktionsmaschinen » ([2-13], pag. 469) è $R \approx rR_2$ e $s\,(w_2/w_1) \approx 1$.

La nostra equazione (2-87)

$$\dot{U}_1 = -(R_1 + j\,X_{1\sigma} + j\,X_{1h})\,\dot{I}_1 + \dot{U}_p \qquad (2\text{-}88)$$

diventa allora

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\,X_{1\sigma} + j\,X_{1h})\,\dot{I}_1 + \dot{U}_p. \qquad (2\text{-}89)$$

Se si carica la macchina con un condensatore, rispetto alla tensione $\dot{U}_1$ la corrente reattiva ritarda di $\pi/2$, adottando il senso di anticipo sopra indicato, mentre anticipa di $\pi/2$, qualora si adotti il senso più usato in pratica [(2.89)].

Nelle macchine asincrone normali il circuito del rotore è chiuso ($U'_2 = 0$). Basta poi dividere l'equazione secondaria per s e si ottiene il diagramma delle tensioni, disegnato in fig. 2-13 per funzionamento come motore.

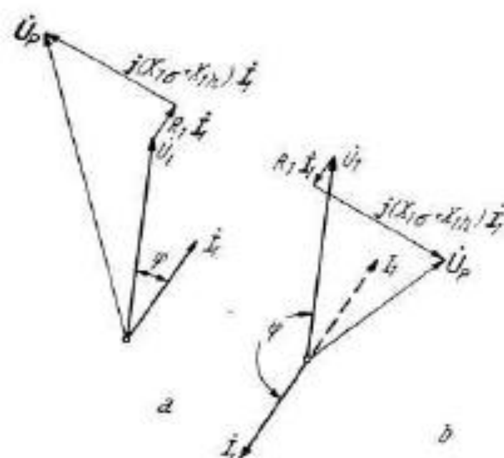


Fig. 2-12. - Diagramma delle tensioni della macchina sincrona: *a*) come generatore; *b*) come motore.

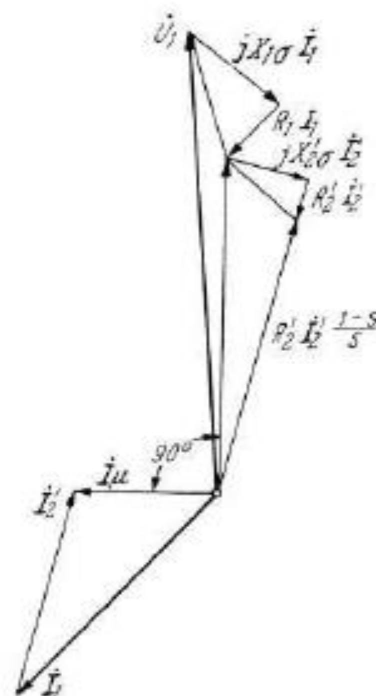


Fig. 2-13 - Diagramma delle tensioni e delle correnti della macchina asincrona.

2.5. Bilancio di potenza per le macchine a campo rotante

Secondo il circuito equivalente di fig. 2-9*a* nella macchina a campo rotante viene dissipata una potenza $V_1 = I^2_1 R_1$ nell'avvolgimento primario, e $V_2 = I'^2_2 R'_2$ in quello secondario. La potenza rispettivamente fornita al circuito primario — o da questo data alla rete nel caso di funzionamento da generatore — detta potenza primaria, è

$$P_1 = U_1\,I_1 \cos\varphi_1. \qquad (2\text{-}90)$$

Analogamente si indica con

$$P_{2e} = U'_2\,I'_2 \cos\varphi_2 \qquad (2\text{-}91)$$

la potenza secondaria elettrica e con

$$P_{2m} = I'^2_2\,R'_2\,(1 - s)/s \qquad (2\text{-}92)$$

la potenza meccanica. Nel caso della potenza elettrica è la direzione della tensione secondaria U'_2 e della corrente I'_2 che stabilisce se queste potenze vengono fornite in un senso o nell'altro, mentre nel caso di potenza meccanica è determinante a questo fine il valore dello scorrimento s. Dato che le potenze secondarie sono di norma potenze utili, si ottiene il seguente bilancio:

$$P_1 = V_1 + V_2 + P_{2m} + P_{2e}. \tag{2-93}$$

La potenza interna sviluppata nella macchina è

$$P_i = P_{2m} + P_{2e} + V_2. \tag{2-94}$$

Per velocità costante del campo rotante la coppia prodotta dalla macchina è proporzionale alla potenza interna. Il bilancio di potenza indicato nella (2-93) corrisponde a quello di una macchina a collettore che abbia tensione di regolazione e di compensazione U'_2. Nelle macchine asincrone è $U'_2 = 0$ e quindi anche $P_{2e} = 0$; per le macchine sincrone è ancora $P_{2e} = 0$ quantunque sia $U'_2 > 0$. Le perdite secondarie vengono fornite da una eccitatrice, per cui nel nostro bilancio bisogna porre $V_2 = 0$.

Per quasi tutte le macchine le perdite e le potenze ora nominate si possono dedurre dai diagrammi polari. La curva della corrente primaria e secondaria è il luogo geometrico dell'estremo del segmento rappresentativo della corrente al variare di un parametro, che determina il punto di esercizio rispettivamente della macchina o del trasformatore. Come parametro si adotta l'impedenza di carico nel caso di macchine sincrone e trasformatori, lo scorrimento per macchine asincrone. Queste curve sono per lo più delle circonferenze. In questa sede preferiamo tuttavia rinunciare a ulteriori particolari.

2.6. Equazioni fondamentali della teoria della doppia reazione

La teoria del campo rotante, trattata nel paragrafo precedente, semplifica moltissimo lo studio delle macchine a campo rotante, anche se è purtroppo limitata alle macchine isotrope. Per meglio dire, è possibile applicare questa semplificazione anche ad alcune macchine anisotrope, ma non sempre. Il funzionamento delle macchine a traferro non costante, la più importante delle quali è la macchina asincrona a poli salienti, si può studiare solo ricorrendo alla teoria della doppia reazione. Quantunque questa teoria sia nota già da tempo, è stata ulteriormente sviluppata di recente.

Essa presuppone nella macchina l'esistenza di due assi di simmetria perpendicolari fra loro (nel tipo bipolare). Gli avvolgimenti polifasi vengono sostituiti da corrispondenti avvolgimenti bifasi, i cui assi coincidono con quelli di simmetria. Nella macchina sincrona questa scomposizione è imposta dal tipo di rotore. L'asse di simmetria passante per la mezzeria del polo è detto longitudinale e lo si indica con d (asse diretto);

rispetto a questo asse sono simmetrici l'avvolgimento di eccitazione e una fase dell'avvolgimento smorzatore. La reattanza principale viene calcolata per il valore del traferro in corrispondenza della mezzeria del polo e viene chiamata reattanza longitudinale X_{hd}. L'altro asse di simmetria è l'asse interpolare; rispetto a questo asse solo una parte dell'avvolgimento smorzatore è simmetrica; a causa dell'ampio traferro, la reattanza trasversale X_{hq} è piccola. L'avvolgimento dello statore però è fisso e per rappresentare in un unico diagramma le grandezze dello statore e del rotore si suppone che le fasi dell'avvolgimento dello statore ruotino assieme al rotore. In tal modo l'avvolgimento dello statore assume una posizione fissa nei confronti dei poli (fig. 2-14). Con ϑ indichiamo l'angolo compreso tra l'asse dell'avvolgimento polare e quello dell'avvolgimento statorico. Inoltre adottiamo le seguenti formule abbreviate:

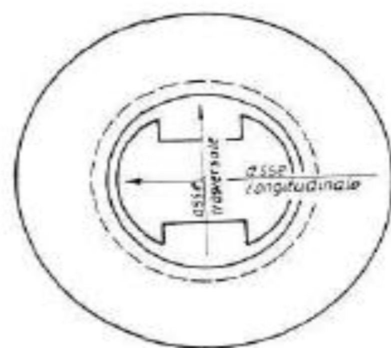


Fig. 2-14 - Posizione degli assi degli avvolgimenti nella macchina asincrona.

$$U_{1d} = U_1 \operatorname{sen} \vartheta, \qquad U_{1q} = U_1 \cos \vartheta \qquad (2\text{-}95),\ (2\text{-}96)$$

$$I_{1d} = I_1 \operatorname{sen} (\vartheta + \varphi), \qquad I_{1q} = I_1 \cos (\vartheta + \varphi) \qquad (2\text{-}97),\ (2\text{-}98)$$

L'angolo ϑ è l'angolo compreso tra i vettori della f.e.m.. U_p indotta dalla ruota polare e della tensione di rete U_1; per questo esso è una misura del carico della macchina. Nel caso di funzionamento a vuoto è $\vartheta = 0$. φ è l'angolo di fase tra la corrente dello statore e la tensione di rete.

Determineremo ora le equazioni del funzionamento di una macchina sincrona senza avvolgimento smorzatore, dato che la macchina con avvolgimento smorzatore si può trattare in modo analogo [2-14]. Se si usano le lettere minuscole per indicare i valori istantanei delle grandezze tanto nelle (2-95) e (2-96) quanto nelle (2-97) e (2-98), si possono scrivere per le componenti delle tensioni dell'avvolgimento di statore e per la tensione del rotore le seguenti equazioni:

$$u_{1d} = -\, i_{1d} R_1 - d\psi_{1d}/dt + \psi_{1q} d(\omega t)/dt, \qquad (2\text{-}99)$$

$$u_{1q} = -\, i_{1q} R_1 - d\psi_{1q}/dt - \psi_{1d} d(\omega t)/dt, \qquad (2\text{-}100)$$

$$u_2 = i_2 R_2 + d\psi_2/dt. \qquad (2\text{-}101)$$

Le (2-99) e (2-100) dimostrano che nell'avvolgimento dello statore ci sono, oltre alla caduta di tensione nella resistenza, altre due tensioni, la prima delle quali viene indotta dalla variazione rispetto al tempo del flusso corrispondente. Poichè questa f.e.m. si comporta come quella di un trasformatore, viene chiamata spesso tensione trasformatorica. La seconda tensione, proporzionale alla velocità del rotore $d(\omega t)/dt$, viene indotta dalla rotazione del campo trasversale rispetto all'asse degli avvolgimenti ed è detta dinamica. La diversità dei segni delle due tensioni dinamiche nelle (2-99) e (2-100) è dovuta alle direzioni assegnate alle componenti della

tensione (2-95) *e* (2-96). *Il segno positivo che compare nel secondo membro* della (2-101) significa assorbimento di energia. I flussi concatenati che figurano nelle (2-99), (2-100), (2-101) sono:

$$\psi_{1d} = i_{1d}\, L_{1d} - i_2\, L_{12d}, \tag{2-102}$$

$$\psi_{1q} = i_{1q}\, L_{1q}, \tag{2-103}$$

$$\psi_2 = i_2\, L_2 - i_{1d}\, L_{12d}. \tag{2-104}$$

L'induttanza dell'avvolgimento dello statore secondo l'asse longitudinale L_{1d} è formata dall'induttanza del flusso principale L_{1hd} e dall'induttanza di dispersione $L_{1\sigma}$. Analogamente per l'induttanza secondo l'asse trasversale è $L_{1q} = L_{1hq} + L_{1\sigma}$, ponendo *per semplicità che le induttanze di dispersione* dell'avvolgimento dello statore secondo i due assi siano uguali. Anche l'induttanza dell'avvolgimento di eccitazione è formata dall'induttanza principale e da quella di dispersione $L_2 = L_{2hd} + L_{2\sigma}$. Le (2-99), (2-100), (2-101) e (2-102), (2-103), (2-104) si possono eventualmente completare con le costanti dell'avvolgimento smorzatore. Quantunque le (2-99) e (2-100) contengano solo delle grandezze reali, la loro soluzione presenta notevoli difficoltà che si possono tuttavia superare applicando il calcolo operatoriale o il metodo della trasformazione di LAPLACE [2.14].

Ora stabiliremo le equazioni per il funzionamento a regime permanente della macchina sincrona. In questo caso i_2, ω, Ψ_{1d}, Ψ_{1q} e Ψ_2 sono *costanti e le equazioni delle tensioni che si ottengono sono le seguenti:*

$$U_{1d} = -J_{1d}\, R_1 + (X_{1\sigma} + X_{hq})\, J_{1q}, \tag{2-105}$$

$$U_{1q} = -J_{1q}\, R_1 - (X_{1\sigma} + X_{hd})\, J_{1d} + U_p, \tag{2-106}$$

$$U_2 = i_2\, R_2. \tag{2-107}$$

La f.e.m. indotta è $U_p = \omega_1\, L_{2hd}\, I_2 = X_{hq}\, I'_2$. Le (2-105) e (2-106) rappresentano la proiezione dei normali diagrammi di tensione della macchina sincrona sull'asse longitudinale e trasversale (fig. 2-15).

Dalla fig. 2-15 risulta che la potenza reale fornita alla rete è:

$$P = U_{1d}\, I_{1d} + U_{1q}\, I_{1q} = U_1\, I_1\, [\text{sen}\,\vartheta\,\text{sen}\,(\vartheta + \varphi) + \cos\vartheta\,\cos(\vartheta + \varphi)] = \\ = U_1\, I_1 \cos\varphi. \tag{2-108}$$

Tenendo presente che le componenti della tensione in regime permanente sono:

$$U_{1d} = -I_{1d}\, R_1 + \Psi_{1q}\, \omega_1, \tag{2-109}$$

$$U_{1q} = -I_{1q}\, R_1 - \Psi_{1d}\, \omega_1 \tag{2-110}$$

la potenza fornita alla rete è

$$P = -(I_{1d}^2 + I_{1q}^2)\, R_1 + \omega_1\, (\Psi_{1q}\, I_{1d} - \Psi_{1d}\, I_{1q}) = \\ = -I_1^2\, R_1 + \omega_1\, (\Psi_{1q}\, I_{1d} - \Psi_{1d}\, I_{1q}). \tag{2-111}$$

dove $I^2_1 R_1$ rappresenta la perdita nell'avvolgimento di statore e $\omega (\Psi_{1q} I_{1d} - \Psi_{1d} I_{1q})$ è la potenza meccanica assorbita dalla macchina (potenza interna P_i). Da quest'ultima otteniamo la coppia:

$$M = P_i/\omega_1 = \Psi_{1q} I_{1d} - \Psi_{1d} I_{1q}, \qquad (2\text{-}112)$$

espressa in joule quando le correnti siano espresse in ampere ed i flussi in weber. Inoltre la (2-112) non vale soltanto per il regime permanente, ma anche per valori istantanei [2.14]

$$m = \psi_{1q}\, i_{1d} - \psi_{1d}\, i_{1q} \qquad (2\text{-}113)$$

Analogamente si ricava la potenza reattiva:

$$Q = -(\Psi_{1d} I_{1d} + \Psi_{1q} I_{1q}). \qquad (2\text{-}114)$$

Fig. 2-15 - Diagramma delle tensioni della macchina sincrona a poli salienti.

Fig. 2-16. - Posizione degli assi dell'avvolgimento del motore asincrono monofase.

In passato la teoria della doppia reazione è stata usata per studiare il funzionamento del motore asincrono monofase [2.2, 2.19], nel quale l'asimmetria è nello statore, dato che manca l'avvolgimento trasversale (fig. 2-16). Disponiamo l'asse longitudinale secondo l'asse dell'avvolgimento di statore e l'asse trasversale perpendicolare ad esso e consideriamo l'avvolgimento rotorico costituito da due avvolgimenti i cui assi coincidono con gli assi di simmetria. Immaginiamo che gli assi degli avvolgimenti del rotore siano immobili; come per l'esempio precedente, questo è possibile se si chiudono in corto circuito attraverso le spazzole gli avvolgimenti che fanno capo al collettore. Il comportamento del motore ad induzione è indipendente dal fatto che l'avvolgimento del rotore sia avvolto, a gabbia o a collettore. Dalla fig. 2-16 si possono ricavare le seguenti equazioni del funzionamento:

$$u_1 = -i_1 R_1 - L_{1d}\, di_1/dt - L_{12d}\, di_{2d}/dt, \qquad (2\text{-}115)$$

$$0 = -i_{2d} R_2 - L_{2d}\, di_{2d}/dt - L_{12d}\, di_1/dt + \omega L_{2q}\, i_{2q}, \qquad (2\text{-}116)$$

$$0 = -i_{2q} R_2 - L_{2q}\, di_{2q}/dt - \omega (L_{2d}\, i_{2d} - L_{12d}\, i_1). \qquad (2\text{-}117)$$

in cui L_{1d}, L_{2d} ed L_{2q} sono le induttanze corrispondenti al flusso totale, concatenato, dispersione compresa. L_{1dh} ed L_{2dh} sono le induttanze corrispondenti ai flussi principali secondo l'asse longitudinale. Con 1 si indica il circuito dello statore e con 2 quello del rotore. Inoltre è $L_{2q} = L_{2d} = L_2$ e per uguale numero di spire dell'avvolgimento del rotore e dello statore $L_{1dh} = L_{2dh} = L_{12d} = L_h$. Se consideriamo inoltre che per correnti sinu-

soidali è $di/dt = j\omega_1 i$, le equazioni per il regime permanente con $\omega = \omega_1 (1 - s)$ diventano:

$$\dot{U}_1 = -R_1 \dot{I}_1 - j(X_h + X_{1\sigma}) \dot{I}_1 - jX_h \dot{I}'_{2d}, \tag{2-116}$$

$$0 = -R'_2 \dot{I}'_{2d} - j(X_h + X'_{2\sigma}) \dot{I}'_{2d} - jX_h \dot{I}_1 + (1-s)(X_h + X'_{2\sigma}) \dot{I}'_{2q}, \tag{2-117}$$

$$0 = -R'_2 \dot{I}'_{2q} - j(X_h + X'_{2\sigma}) \dot{I}'_{2q} - (1-s)[(X_h + X'_{2\sigma}) \dot{I}'_{2q} - X_h \dot{I}_1]. \tag{2-118}$$

Ad esse corrisponde il circuito equivalente di fig. 2-17. La f.e.m. dinamica ha sede in parti del circuito che si possono intendere come avvolgimenti dell'indotto di una dinamo, dato che in questa macchina la f.e.m. indotta è in fase con il campo di eccitazione. La sua grandezza è data dalle reattanze e dalle correnti (fig. 2-17).

Le grandezze X_h, $X_{2\sigma}$ ed R_2 nella teoria della doppia reazione sono il doppio di quel che sarebbero nella teoria del campo rotante. Se si considera questa circostanza, le (2-116), (2-117), (2-118) danno per la corrente primaria gli stessi valori che dà la teoria del campo rotante.

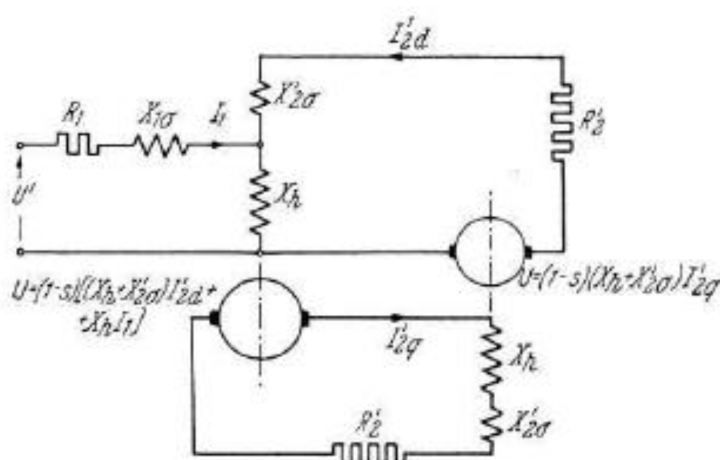


Fig. 2-17 - Circuito equivalente del motore asincrono monofase secondo la teoria dei due assi ($U' = U'_1$).

2.7. Il campo a traferro e le sue componenti simmetriche

2.7.1. Il campo alternativo

Quando un avvolgimento viene eccitato con corrente continua, nel traferro si determina un campo magnetico, del quale si è già parlato nei paragrafi precedenti. Questo campo è costante nel tempo, mentre nello spazio, lungo la circonferenza dell'indotto, si hanno delle polarità alternativamente di un nome e dell'altro. Se si eccita l'avvolgimento con corrente alternata il campo muta anche nel tempo come la corrente di eccitazione, se non consideriamo la saturazione magnetica nel ferro. Il campo allora sarà fisso solo nello spazio, mentre varierà la sua grandezza (fig. 2-18). Se supponiamo che la corrente varii con legge sinusoidale con frequenza f e pulsazione $\omega = 2\pi f$, nel traferro abbiamo un'induzione di armonica ν data dalla:

$$b_\nu = B_\nu \operatorname{sen} \pi \nu x/\tau \cdot \operatorname{sen} \omega t. \tag{2-119}$$

in cui x è l'ascissa lungo il traferro (fig. 2-18).

Se indichiamo con I il valore efficace della corrente di eccitazione e con w il numero di spire, l'induzione del traferro sarà:

$$B_L = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}\, I\, w}{2\, p} \text{ perciò,} \tag{2-120}$$

L'ampiezza dell'armonica d'ordine ν è allora:

$$B_\nu = \frac{4\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}}{\pi\, \nu} B_L = \frac{4\ \mu_0}{\pi\, \delta} \frac{\sqrt{2}\, I\, w}{2\, p} \frac{\xi_\nu\, \zeta_{N\nu}}{\nu}. \tag{2-121}$$

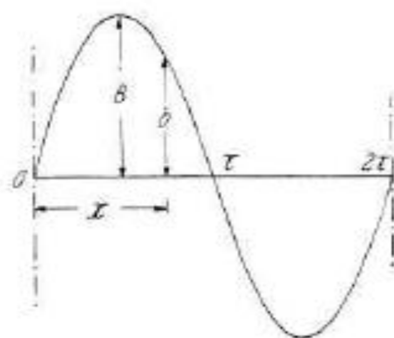


Fig. 2-18 - Il campo alternativo.

Le grandezze ξ_ν (fattore di avvolgimento) e $\zeta_{N\nu}$ (fattore di cava) derivano dall'analisi armonica della curva del campo, a gradini. Calcoleremo i loro valori nel capitolo 4, paragrafo 6; per ora li considereremo grandezze date.

Il flusso di questa armonica, con lunghezza ideale dell'indotto pari a l_i è:

$$\Phi_\nu = \frac{2\, \tau}{\pi\, \nu} l_i\, B_\nu \tag{2-122}$$

e il valore efficace della f.e.m. indotta da questo flusso nell'avvolgimento:

$$E_\nu = \omega\, w\, \xi_\nu\, \Phi_\nu / \sqrt{2} = \frac{8}{\pi}\, \mu_0 f \frac{\tau\, l_i}{p\, \delta} \left(\frac{w\ \xi_\nu}{\nu}\right)^2 \zeta_{N\nu}\, I = X_{h e \nu}\, I. \tag{2-123}$$

Per l'armonica fondamentale si ottiene, tenendo conto del normale fattore di Carter ($\delta' = k_c \delta$), la reattanza di magnetizzazione:

$$X_{1he} = \frac{8}{\pi}\, \mu_0 f \frac{\tau\, l_i}{p\, \delta'} (w\, \xi_1)^2 = 32\, f \frac{\tau\, l_i}{p\, \delta'} w^2\, \xi^2 \cdot 10^{-7}\, \text{Ohm}, \tag{2-124}$$

Se al traferro esistono contemporaneamente più campi e si vuole esprimere ogni campo mediante la corrente che lo genera, nelle (2-121), (2-122), (2-123) bisogna sostituire il fattore di cava ζ_N con ζ'_N (4-181).

Sulla base di queste osservazioni possiamo stabilire le seguenti relazioni di proporzionalità:

Ampiezza dell'onda d'induzione	$B_\nu \sim \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}/\nu$
Flusso	$\Phi_\nu \sim \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}/\nu^2$
f.e.m. indotta in una fase	$E_\nu \sim \xi^2_\nu\, \zeta_{N\nu}/\nu^2$.

Soltanto due tipi di macchine lavorano con campo alternativo: il motore a collettore in serie e il motore a induzione monofase. Tutte le altre macchine hanno un campo rotante.

2.7.2. Il campo rotante

Il campo alternativo espresso dalla (2-119) si può scomporre in due campi ruotanti in senso contrario e aventi ampiezza costante:

$$b_\nu = B_\nu \operatorname{sen} \nu\pi x/\tau \cdot \operatorname{sen} \omega t = \frac{B_\nu}{2} \cos(\nu\pi x/\tau - \omega t) - \frac{B_\nu}{2} (\cos \nu\pi x/\tau + \omega t). \tag{2-125}$$

Di questi due campi, l'uno è chiamato diretto e l'altro inverso. Le funzioni circolari della somma e della differenza delle due variabili tempo (t) e spazio (x) rappresentano, nella (2-125), onde ruotanti a velocità costante, determinata dalla condizione che un dato valore dell'induzione si trova in tempi diversi in punti diversi. Si ha pertanto:

$$b_\nu = \frac{B_\nu}{2} \cos(\nu\pi x/\tau - \omega t) = \text{cost.}, \tag{2-126}$$

per coppie corrispondenti di valori di x e t e quindi:

$$\nu\pi x/\tau - \omega t = \text{cost.} \tag{2-127}$$

o

$$\frac{\nu\pi}{\tau} dx = \omega\, dt \tag{2-128}$$

Di qui si ricava la velocità dell'onda che è:

$$v_\nu = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega\tau}{\nu\,\pi} = \frac{2\,\tau f}{\nu}. \tag{2-129}$$

Dalla (2-125) si deduce che le velocità dei campi rotanti hanno uguale valore numerico ma versi opposti. Numericamente, per $f = 50$ Hz, la velocità v, espressa in m/sec., è uguale a τ espresso in cm. diviso per ν. La velocità angolare del campo rotante è:



$$\Omega_\nu = \frac{\pi\, v_\nu}{p\,\tau} = \frac{\omega}{\nu\, p} \text{ rad/sec}. \tag{2-130}$$

Poichè il principio di funzionamento della maggior parte delle macchine si basa sul campo rotante, si può pensare di eliminare uno dei due campi rotanti (2-125) o almeno di ridurlo notevolmente, il che si può ottenere con mezzi relativamente semplici, come accade per esempio nel caso di motori monofasi senza fase ausiliaria. Per avere un campo rotante bisogna che siano rispettate due condizioni che consistono nello spostamento spaziale degli avvolgimenti e nello sfasamento nel tempo delle correnti circolanti negli avvolgimenti stessi.

Consideriamo un sistema simmetrico polifase con un numero m di correnti sinusoidali di uguale ampiezza, spostate l'una rispetto all'altra di uno stesso angolo $2\pi/m$. Queste correnti circolano in un avvolgimento simmetrico con un numero m di fasi, spostate l'una rispetto all'altra di

un angolo $2\pi/m$. L'induzione nel punto generico x risulta dalla somma delle induzioni dovute alla prima, alla seconda e così via fino all'ennesima fase. Se lo spostamento angolare tra le correnti coincide con quello delle fasi dell'avvolgimento, per l'armonica fondamentale ($\nu = 1$) otteniamo:

$$b_1 = B \operatorname{sen} \frac{\pi x}{\tau} \operatorname{sen} \omega t = \frac{B}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) - \frac{B}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} + \omega t\right)$$

$$b_2 = B \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{m}\right) \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi}{m}\right) =$$

$$= \frac{B}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) - \frac{B}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} + \omega t - \frac{4\pi}{m}\right)$$

$$b_m = B \operatorname{sen}\left[\frac{\pi x}{\tau} - \frac{2\pi\ (m-1)}{m}\right] \operatorname{sen}\left[\omega t - \frac{2\pi\ (m-1)}{m}\right] =$$

$$= \frac{B}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) - \frac{B}{2} \left[\frac{\pi x}{\tau} + \omega t - \frac{4\pi\ (m-1)}{m}\right]$$

$$\sum_1^m b = \frac{m}{2} B \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right). \qquad (2\text{-}131)$$

Le ampiezze delle onde sinusoidali dovute alle m fasi del campo che abbiamo definito diretto, si sommano aritmeticamente e danno luogo al campo rotante risultante, di ampiezza $mB/2$. L'ampiezza dell'altro campo (inverso) è invece nulla, perchè le onde corrispondenti formano una poligonale chiusa e la loro somma è quindi zero (ad eccezione del caso in cui è $m = 2$).

Dalla (2-131) si ricava la reattanza di magnetizzazione:

$$X_{1h} = \frac{m}{2} X_{1he} \qquad (2\text{-}132)$$

oppure

$$X_{1h} = \frac{4}{\pi} \mu_0 m f \frac{\tau\, l_i}{p\delta'} w^2 \xi_1{}^2 = 16 m f \frac{\tau\, l_i}{p\delta'} w^2 \xi_1{}^2 \cdot 10^{-7} \text{ Ohm}. \qquad (2\text{-}133)$$

Nel caso di un avvolgimento bifase ($m = 2$), le due fasi sono spostate l'una rispetto all'altra di un passo polare e le due correnti di metà periodo. Le due fasi sono collegate l'una all'altra e sono equivalenti ad un avvolgimento a quattro fasi. Infatti ogni fase dell'avvolgimento bifase può essere inteso come la serie di due fasi di un ipotetico avvolgimento bifase. Il numero di spire di ciascuna fase è la metà di quello dell'avvolgimento monofase e la tensione metà di quella di rete.

L'avvolgimento bifase che si usa in pratica (fig. 2-19a) equivale in teoria ad un avvolgimento a quattro fasi, dato che lo spostamento spaziale delle fasi come quello temporale delle correnti in esso circolanti è

di 90° (rispettivamente spaziali ed elettrici). La giusta rappresentazione dell'avvolgimento è data in fig. 2-19b per $m = 4$, numero di spire pari a $N/2$ e tensione di fase $U/2$. Le due rappresentazioni sono equivalenti dal punto di vista della tensione indotta.

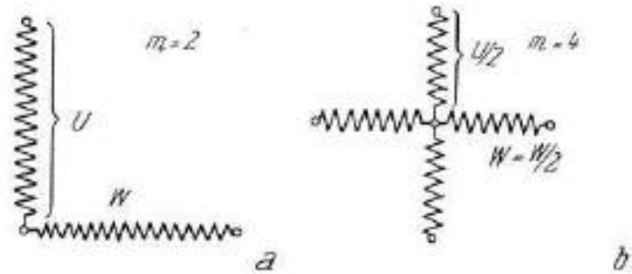


Fig. 2-19. - *a*) Avvolgimento bifase applicato in pratica. *b*) Rappresentazione dell'avvolgimento a quattro fasi teoriche.

La determinazione dei campi d'ordine superiore (o annonici) presenta maggiori difficoltà. L'induzione dell'armonica generica ν dovuta alla ennesima fase è:

$$b_{\nu n} = B_\nu \operatorname{sen} \nu \left[\frac{\pi x}{\tau} - \frac{2\pi\,(n-1)}{m}\right] \operatorname{sen}\left[\omega t - \frac{2\,\pi\,(n-1)}{m}\right] =$$

$$= \frac{B_\nu}{2} \cos\left[\frac{\nu\,\pi\,x}{\tau} - \omega t - \frac{2\,\pi\,(n-1)\,(\nu-1)}{m}\right] -$$

$$- \frac{B_\nu}{2} \cos\left[\frac{\nu\,\pi\,x}{\tau} + \omega t - \frac{2\,\pi\,(n-1)\,(\nu+1)}{m}\right]. \tag{2-134}$$

L'induzione risultante dovuta alle m fasi è data dalla somma di m vettori spostati di un angolo $2\pi\,(\nu \pm 1)/m$. Il modo migliore per ottenere questa somma è la rappresentazione grafica. Tralasciando la dimostrazione, riportiamo il risultato della somma:

$$\sum_1^m b_\nu = \frac{B_\nu \operatorname{sen} \pi\,(\nu-1)}{2 \operatorname{sen} \pi\,(\nu-1)/m} \cos\left[\frac{\nu\,\pi\,x}{\tau} - \omega t - \frac{\pi\,(m-1)\,(\nu-1)}{m}\right] -$$

$$- \frac{B_\nu \operatorname{sen} \pi\,(\nu+1)}{2 \operatorname{sen} \pi\,(\nu+1)/m} \cos\left[\frac{\nu\,\pi\,x}{\tau} + \omega t - \frac{\pi\,(m-1)\,(\nu+1)}{m}\right]. \tag{2-135}$$

in cui il primo termine del secondo membro si riferisce al campo diretto, il secondo a quello inverso. Poichè $\nu \pm 1$ è sempre un numero intero o zero, sarà sen $(\nu \pm 1)\,\pi = 0$ e quindi nel campo risultante scompariranno tutte le armoniche corrispondenti ad un valore di ν che soddisfi la relazione:

$$\frac{\nu \pm 1}{m} = \text{numero frazionario} \tag{2-136}$$

Nel caso di avvolgimenti trifasi scompaiono quindi le armoniche per le quali $\nu \pm 1$ è un numero intero divisibile per 3, divisibile per 2 nel caso di avvolgimenti bifasi. Per le singole m onde, ruotanti in senso positivo, c'è invece concordanza di fase se è

$$\frac{\nu - 1}{m} = \text{zero o numero intero} \tag{2-137}$$

Analogamente per le singole onde inverse c'è concordanza di fase se è:

$$\frac{\nu + 1}{m} = \text{numero intero} \tag{2-138}$$

In ambedue i casi si ha:

$$\frac{\operatorname{sen} \pi (\nu \pm 1)}{\operatorname{sen} \pi (\nu \pm 1)/m} = m. \tag{2-139}$$

Il campo risultante delle m fasi è allora:

$$b_\nu = \frac{m B_\nu}{2} \cos \left[\frac{\nu \pi x}{\tau} - \omega t - \frac{\pi (m-1)(\nu-1)}{m}\right] - \\ - \frac{m B_\nu}{2} \cos \left[\frac{\nu \pi x}{\tau} + \omega t - \frac{\pi (m-1)(\nu+1)}{m}\right], \tag{2-140}$$

in cui il primo termine del secondo membro si riferisce alle armoniche che soddisfano la (2-138) ed il secondo a quelle che soddisfano la (2-139).

Negli avvolgimenti polifasi m è sempre maggiore di 2 e quindi in questo caso è presente una sola onda, quella diretta o quella inversa, data rispettivamente dalla (2-138) e dalla (2-139). Per gli avvolgimenti polifasi, contrariamente a quanto accade per quelli monofasi, si ha quindi un solo campo di ordine ν che può ruotare nel senso della fondamentale o in senso inverso. Anche il normale avvolgimento bifase genera un campo che ha la stessa proprietà, dato che esso è equivalente ad un avvolgimento a quattro fasi aventi in ogni fase un numero metà di spire.

Ammettendo che ν abbia valori tanto positivi quanto negativi, si possono unire la (2-138) e la (2-139) nell'unica relazione:

$$\frac{\nu - 1}{m} = k, \tag{2-141}$$

in cui k può essere nullo ovvero intero positivo o negativo. Esisteranno allora i campi armonici d'ordine ν per i quali ν soddisfa la:

$$\nu = k\, m + 1. \tag{2-142}$$

Per gli avvolgimenti trifasi si ottengono ad esempio le seguenti armoniche superiori:

$k = \ldots (-5)\ -4\ (-3)\ -2\ (-1)\ 0\ (1)\ 2\ (3)\ 4\ (5) \ldots$

$\nu = \ldots (-14)\ -11\ (-8)\ -5\ (-2)\ 1\ (4)\ 7\ (10)\ 13\ (16) \ldots$

Nel caso di normali avvolgimenti trifasi simmetrici possono esistere solo armoniche di ordine dispari, dato che le armoniche di ordine pari si annullano. È per questa ragione che i valori pari sono messi tra parentesi. Analogamente, per l'avvolgimento bifase si ha:

$k = \ldots -5\ -4\ -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5 \ldots$

$\nu = \ldots -19\ -15\ -11\ -7\ -3\ 1\ 5\ 9\ 13\ 17\ 21 \ldots$

Se si varia l'ordine delle fasi dell'avvolgimento o la successione delle fasi delle correnti, si influisce soltanto sul senso di rotazione di tutte le onde. Di questa proprietà ci si serve quando si vuole invertire il senso di rotazione del motore; in questo caso, scambiando due conduttori di alimentazione, si muta la successione delle fasi del sistema trifase delle correnti di alimentazione e la direzione di rotazione del campo di armonica fondamentale si inverte.

2.7.3. Il campo rotante ellittico

Se si rappresenta il diagramma polare di un campo rotante puro adottando per angolo il tempo, gli estremi del vettore induzione nel tempo formano una circonferenza (fig. 2-20*a*). Perciò un campo rotante puro si definisce come campo rotante circolare, anche se per semplicità lo si chiama campo rotante. Il diagramma polare dell'induzione di un campo alternativo è una retta (fig. 2-20*c*). I due campi *a*) e *c*) rappresentano i casi limite del campo rotante ellittico (fig. 2-20*b*). Esso deriva dalla sovrapposizione di due campi circolari di diversa ampiezza ruotanti in senso inverso. Se i due campi circolari hanno uguale ampiezza, si ottiene un campo alternativo, mentre se uno dei due è uguale a zero, ne risulta un campo rotante circolare.

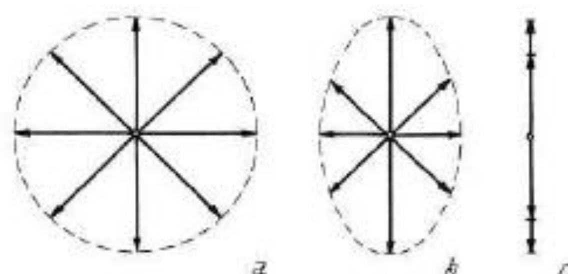


Fig. 2-20. - Diagramma polare: *a*) del campo circolare, *b*) del campo ellittico e *c*) del campo alternativo.

La causa dello stabilirsi di un campo rotante ellittico può essere una asimmetria negli avvolgimenti o nel circuito magnetico o nelle correnti di eccitazione. Nelle macchine asincrone la causa è per lo più la asimmetria delle correnti.

Lo studio teorico delle macchine è basato per lo più sul campo rotante circolare. Poichè tener conto delle asimmetrie delle correnti (o del circuito magnetico) è estremamente difficile, si ricorre ad un artificio, scomponendo il sistema asimmetrico (campo rotante ellittico) in componenti simmetriche, e precisamente in due campi circolari ruotanti in senso inverso. Per queste componenti si può poi procedere applicando il solito sistema di calcolo.

Prendiamo tre qualsiasi correnti sinusoidali di uguale frequenza ed eccitiamo con esse l'avvolgimento trifase simmetrico. Facendo ciò scegliamo un caso generale, in cui la somma delle tre correnti non sia zero, e la risultante, che percorre il conduttore neutro, sia I_0. Se con gli indici U, V e W contrassegnamo le fasi, si ha:

$$\dot{I}_U + \dot{I}_V + \dot{I}_W = \dot{I}_0. \tag{2-143}$$

Introduciamo inoltre gli operatori:

$$\dot{\eta} = \varepsilon^{j2\pi/3} \quad \text{e} \quad \dot{\zeta} = \varepsilon^{-j2\pi/3} \qquad (2\text{-}144),\ (2\text{-}145)$$

La moltiplicazione di un vettore per essi comporta una rotazione del vettore stesso di $2\pi/3$ in senso positivo o negativo. Tra gli operatori esistono le seguenti relazioni:

$$\dot{\eta}^2 = \dot{\zeta}, \quad \dot{\zeta}^2 = \dot{\eta} \quad \text{e} \quad \dot{\eta}\dot{\zeta} = 1. \qquad (2\text{-}146), (2\text{-}147), (2\text{-}148)$$

Per mezzo di questi operatori possiamo scrivere le seguenti identità:

$$\dot{I}_U = \tfrac{1}{3}\dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \qquad (2\text{-}149)$$

$$\dot{I}_V = \tfrac{1}{3}\dot{I}_0 + \dot{\zeta}\,\dot{I}_1 + \dot{\eta}\,\dot{I}_2 \qquad (2\text{-}150)$$

$$\dot{I}_W = \tfrac{1}{3}\dot{I}_0 + \dot{\eta}\,\dot{I}_1 + \dot{\zeta}\,\dot{I}_2. \qquad (2\text{-}151)$$

da cui:

$$\dot{I}_1 = \tfrac{1}{3}(\dot{I}_U + \dot{\eta}\,\dot{I}_V + \dot{\zeta}\,\dot{I}_W) \qquad (2\text{-}152)$$

$$\dot{I}_2 = \tfrac{1}{3}(\dot{I}_U + \dot{\zeta}\,\dot{I}_V + \dot{\eta}\,\dot{I}_W) \qquad (2\text{-}153)$$

I_1 e I_2 si chiamano componenti simmetriche.

Si può scomporre quindi il sistema asimmetrico in due componenti simmetriche I_1 e I_2 di senso opposto, e in una componente I_0 di ordine zero. Quest'ultima non crea nessun campo, dato che i campi alternativi da essa eccitati, essendo in fase e spostati l'uno rispetto all'altro di $2\pi/3$, danno somma nulla in ogni istante. Le componenti simmetriche, invece, generano al traferro due campi rotanti circolari, una con velocità positiva sincrona (diretto), l'altro con velocità negativa pure sincrona (inverso).

Le somme (2-152) e (2-153) si possono eseguire anche graficamente, qualora siano note le ampiezze e la successione delle correnti.

In alcune macchine, nel motore monofase con avvolgimento ausiliario ad esempio, oltre al sistema trifase ha importanza pratica anche quello bifase. In esso le fasi dell'avvolgimento sono spostate l'una rispetto all'altra di $\pi/2$ nello spazio e le correnti hanno quindi uno spostamento di fase di $\pi/2$. Gli operatori in questo caso sono j e $-j$ e al posto della (2-149), (2-150), (2-151) otteniamo:

$$\dot{I}_U = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad \text{e} \quad \dot{I}_V = -j\,\dot{I}_1 + j\,\dot{I}_2 \qquad (2\text{-}154), (2\text{-}155)$$

con le due componenti simmetriche

$$\dot{I}_1 = \tfrac{1}{2}(\dot{I}_U + j\,\dot{I}_V) \qquad (2\text{-}156)$$

$$\dot{I}_2 = \tfrac{1}{2}(\dot{I}_U - j\,\dot{I}_V). \qquad (2\text{-}157)$$

Prendendo ad esempio il sistema bifase, esaminiamo ora il problema della variazione che subiscono le componenti simmetriche quando vi è asimmetria, oltre che nel sistema delle correnti, anche nelle fasi dell'avvolgimento. Indichiamo con B_U il valore massimo del campo generato

dalla prima fase e con B_V quello generato dalla seconda. Rispetto al primo campo quest'ultimo è spostato nello spazio di un angolo β diverso da $\pi/2$ e il suo valore massimo è ritardato nel tempo di un angolo α. Per l'induzione in x, generata dalle due fasi, possiamo scrivere:

$$b_U = B_U \operatorname{sen} \pi x/\tau \cdot \operatorname{sen} \omega t \tag{2-158}$$

$$b_V = B_V \operatorname{sen} (\pi x/\tau - \beta) \operatorname{sen} (\omega t - \alpha). \tag{2-159}$$

L'induzione risultante è:

$$\begin{aligned} b = b_1 + b_2 = & \qquad\qquad (2\text{-}160)\\ = \tfrac{1}{2} \{[B_U + B_V \cos(\alpha - \beta)] \cos(\pi x/\tau - \omega t) - B_V \operatorname{sen}(\alpha - \beta) \operatorname{sen}(\pi x/\tau - \omega t)\} - \\ - \tfrac{1}{2} \{[B_U + B_V \cos(\alpha + \beta)] \cos(\pi x/\tau + \omega t) - B_V \operatorname{sen}(\alpha + \beta) \operatorname{sen}(\pi x/\tau + \omega t)\}. \end{aligned}$$

Il primo membro rappresenta la componente che ruota in senso diretto, il secondo quella che ruota in senso inverso. Tali componenti valgono:

$$B_1 = \tfrac{1}{2} \sqrt{B_U^2 + B_V^2 + 2\, B_U B_V \cos(\alpha - \beta)} \tag{2-161}$$

$$B_2 = \tfrac{1}{2} \sqrt{B_U^2 + B_V^2 + 2\, B_U B_V \cos(\alpha + \beta)}. \tag{2-162}$$

Se esprimiamo gli angoli α e β in funzione dei loro scarti dal valore teorico $\pi/2$:

$$\alpha = \pi/2 + \alpha' \quad \text{e} \quad \beta = \pi/2 + \beta', \qquad (2\text{-}163),\ (2\text{-}164)$$

le componenti simmetriche diventano:

$$B_1 = \tfrac{1}{2} \sqrt{B_U^2 + B_V^2 + 2\, B_U B_V \cos(\alpha' - \beta')} \tag{2-165}$$

$$B_2 = \tfrac{1}{2} \sqrt{B_U^2 + B_V^2 - 2\, B_U B_V \cos(\alpha' + \beta')}. \tag{2-166}$$

La componente diretta assume il suo valore massimo per $\alpha' = \beta'$, *quando il suo valore diventa:*

$$B_{1,\max} = \tfrac{1}{2} (B_U + B_V) \tag{2-167}$$

Per ottenere il minimo della componente inversa

$$B_{2,\min} = \tfrac{1}{2} (B_U - B_V) \tag{2-168}$$

bisogna che sia osservata la condizione $\alpha' = -\beta'$, diversa quindi da quella per il valore massimo della componente diretta.

Questo problema è importante nel caso di motore monofase con avvolgimento ausiliario. Uno sfasamento di un angolo perfettamente uguale a $\pm \pi/2$ della corrente di eccitazione nella fase ausiliaria, rispetto alla corrente di eccitazione dell'avvolgimento principale, è praticamente impossibile da ottenere. Quindi è sempre $\alpha' = \alpha - \pi/2 \gtrless 0$ e ci si chiede se non sarebbe meglio spostare l'asse della fase ausiliaria non di un angolo $\pi/2$ ma del valore $\beta = \pi/2 + \beta'$. Seguendo questo procedimento e prendendo $\beta' = \alpha'$, per la (2-167) si ottiene il valore più elevato per la com-

ponente positiva. Contemporaneamente però aumenta, rispetto al suo valore minimo, la componente di senso opposto. Per la coppia del motore la sola componente positiva non è determinante, mentre lo è la differenza del quadrato delle due componenti. Si ottiene:

$$M = \text{cost.}\,(B_1^2 - B_2^2) = \text{cost.}\,B_U\,B_V\,[\cos\alpha' - \beta') + \cos(\alpha' + \beta')] = \\ = \text{cost.}\,B_U\,B_V\,\cos\alpha'\,\cos\beta'. \tag{2-169}$$

La (2-169) dimostra che ogni scarto di α e β dal valore teorico $\pi/2$ comporta una diminuzione della coppia. Se tale scarto è già presente nella fase della corrente ($\alpha' \neq 0$), per effetto dell'angolo di spostamento β' dell'avvolgimento la coppia non assume il valore teorico, ma diminuisce ulteriormente. Se ad un sistema simmetrico di tensione si collegano resistenze diverse, il sistema di correnti diventerà asimmetrico, cioè formato da una componente diretta e da una inversa. Nel caso del sistema bifase con resistenze di fase R_U ed R_V si ottiene:

$$\dot{I}_U = \frac{\dot{U}}{R_U} \quad \text{e} \quad \dot{I}_V = \frac{-j\dot{U}}{R_V}, \qquad \text{(2-170), (2-171)}$$

da cui si ricava la componente sincrona:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}}{2}\left(\frac{1}{R_U} + \frac{1}{R_V}\right) = \frac{\dot{U}}{2}\,\frac{R_U + R_V}{R_U\,R_V} \tag{2-172}$$

In questo modo si può calcolare la componente diretta della corrente per mezzo della tensione di fase considerando una resistenza equivalente la cui espressione è:

$$R_e = \frac{2\,R_U\,R_V}{R_U + R_V} \tag{2-173}$$

nel sistema bifase e

$$R_e = \frac{R_U\,R_V + R_U\,R_W + R_V\,R_W}{R_U + R_V + R_W}. \tag{2-174}$$

in quello trifase.

Nel caso in cui ciascuna fase contenga sia resistenze che reattanze possono verificarsi due casi.

Nel primo caso particolare, se i valori dei rapporti delle resistenze e delle reattanze di ogni fase sono uguali, può essere usata nuovamente la equazione 2-173 tanto per la resistenza che per la reattanza. Nel secondo caso generale la resistenza equivalente risulta determinata non soltanto in funzione delle resistenze bensì anche mediante le reattanze; parimenti la reattanza equivalente risulta espressa non soltanto mediante le reattanze bensì anche in funzione delle resistenze. In questo caso conviene

considerare solo il sistema bifase, perchè esso ha il maggiore significato pratico. Si ottiene

$$R_e = 2\,\frac{R_U\,R_V\,(R_U + R_V) + X_U^2\,R_V + X_V^2\,R_U}{(R_U + R_V)^2 + (X_U + X_V)^2} \qquad (2\text{-}175)$$

e

$$X_e = 2\,\frac{X_U X_V (X_U + X_V) + X_U R^2 + X_V R_U^2}{(R_U + R_V)^2 + (X_U + X_V)^2}\,. \qquad (2\text{-}176)$$

Da questa equazione generale si ottiene come caso particolare la equazione 2-173.

Se nel sistema le reattanze sono notevolmente maggiori rispetto alle resistenze vale per le reattanze la equazione (2-173) se al posto di R si pone X, mentre per la resistenza di questo sistema si ha:

$$R_e \approx 2\,\frac{R_U\,X_V^2 + R_V\,X_U^2}{(X_U + X_V)^2}\,. \qquad (2\text{-}177)$$

Una equazione analoga si ha per la reattanza equivalente, quando le resistenze sono molto maggiori delle reattanze.

Le (2-173) e (2-174) valgono anche per reattanze, quando non esistono mutui concatenamenti, come accade sempre nel sistema bifase. Se resistenze di diverso valore sono attraversate da correnti di un sistema simmetrico, si calcola la componente diretta della tensione mediante la (2-152) e la (2-156) rispettivamente. La resistenza equivalente diventa $\Sigma R/m$. Lo stesso risultato si ottiene nel caso di reattanze non concatenate magneticamente. Per reattanze accoppiate magneticamente la reattanza equivalente è $\Sigma X/2$ [cfr. (2-132)].

3. AVVOLGIMENTI

Ad eccezione dei piccoli motori a isteresi e a reazione, tutte le macchine hanno almeno due avvolgimenti, l'uno sullo statore, l'altro sul rotore. Per alcune macchine, quelle sincrone e a corrente continua ad esempio, i compiti succitati sono particolarmente evidenti. L'avvolgimento di eccitazione dà luogo ad un flusso magnetico mentre nell'avvolgimento dell'indotto si manifesta una f.e.m. che dà luogo a circolazione di corrente e quindi a potenza elettrica positiva o negativa, ad una coppia resistente o frenante, rispettivamente. Nei motori a induzione e a commutatore a corrente alternata queste funzioni sono meno evidenti, quantunque si tratti dei medesimi fenomeni. Per lo studio dividiamo gli avvolgimenti in tre gruppi a seconda del loro compito e della loro costruzione: avvolgimenti per macchine a corrente continua (o a collettore), avvolgimenti per corrente alternata e avvolgimenti di eccitazione.

3.1. Avvolgimenti per macchine a collettore

Questi avvolgimenti vengono collegati al collettore e poichè per lo più vengono usati per macchine a corrente continua, sono chiamati anche spesso avvolgimenti di indotto a corrente continua. Ciò non ostante vengono impiegati anche per motori a corrente alternata e motori trifasi. Per mezzo del collettore e delle spazzole è possibile fissare nello spazio la posizione dell'asse dell'avvolgimento e collegare elettricamente circuiti percorsi da correnti di frequenza diversa. Le diverse possibilità di collegare circuiti esterni all'indotto a mezzo del collettore sono esemplificate nella fig. 3-1; *a*) rappresenta il collegamento con un circuito esterno monofase; *b*) quello con un circuito esterno trifase a mezzo di tre spazzole e *c*) quello con un circuito esterno trifase a mezzo di sei spazzole.

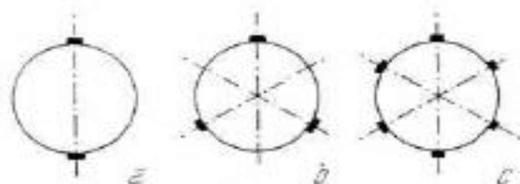


Fig. 3-1. - Collegamento con circuito esterno.

3.1.1. Struttura generale dell'avvolgimento

Di norma attualmente si usano solo avvolgimenti a tamburo chiusi, in cui i due lati attivi di ogni matassa sono collocati sulla superficie dell'indotto e l'insieme delle matasse forma un circuito chiuso di tipo semplice oppure multiplo. La matassa di indotto, che è l'elemento fondamentale dell'avvolgimento, può essere costituita da una o più spire. Spesso, per ragioni costruttive, tutte le matasse hanno uno stesso numero di spire e uguale forma (fig. 3-2). Esse vengono disposte nelle cave, generalmente in due strati sovrapposti, in modo che un lato sia collocato nello strato superiore e l'altro in quello inferiore. Tali avvolgimenti sono chiamati perciò a due strati. Ogni cava ha dunque almeno due lati di matassa sovrapposti (fig. 3-3*a*); si possono però montare più lati (fig. 3-3*b*) l'uno accanto all'altro. Ad ogni lama si collegano le estremità, una iniziale e l'altra finale, di due matasse. Tra il numero di cave N, il numero di lame del collettore k e il numero u dei lati di matassa affiancati in ogni cava esiste il seguente rapporto:

$$u = k/N = \text{numero intero} \qquad (3\text{-}1)$$


Fig. 3-2. - Forma della matassa di un avvolgimento a due strati.

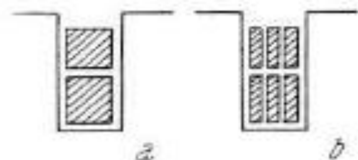


Fig. 3-3. - Avvolgimento a due strati: *a*) con un lato di matassa ($u = 1$) e *b*) con tre lati ($u = 3$) disposti l'uno accanto all'altro.

Rispetto al campo magnetico i lati collocati in una cava si comportano come se fossero sul piano mediano della cava. La massima f.e.m. viene indotta quando la matassa abbraccia il flusso magnetico totale, cioè quando la sua ampiezza (W) è uguale al passo polare (τ). Gli avvolgimenti costi-

tuiti da matasse di questo tipo sono chiamati diametrali, poichè in una macchina bipolare i due lati di una matassa sono disposti proprio su un piano diametrale dell'indotto. Per scopi particolari, per esempio per migliorare la commutazione, si sceglie l'ampiezza della matassa un po' più piccola del passo polare ($W < \tau$) e in questo caso l'avvolgimento è detto a corde o raccorciato. Diminuendo l'ampiezza della matassa diminuisce anche il flusso concatenato con essa. Per questa ragione si ha solo una piccola diminuzione o — come si dice in pratica — un piccolo raccorciamento dell'ampiezza della matassa. Per migliorare ulteriormente la commutazione si costruiscono per lo più matasse di ampiezza diversa, nel qual caso gli avvolgimenti si dicono scalati (fig. 3-4*b*). In essi, contrariamente a quanto accade per gli avvolgimenti normali (fig. 3-4*a*), i lati delle matasse vicine non sono sempre collocati gli uni vicino agli altri in una cava.

L'ampiezza effettiva o costruttiva W della matassa è data dal numero η_1 dei passi di cava τ_2 compresi tra i lati delle matasse ed è $W = \eta_1 \tau_2$. Da un punto di vista elettrico l'ampiezza delle matasse si può esprimere in lati di matassa, mediante cioè il numero y_1 dei lati di matassa fra i due lati compresi nell'ampiezza di una matassa. Si ha così $y_1 = u\eta_1$ nel caso di avvolgimento normale (fig. 3-4*a*) e nel caso di avvolgimento scalato il valore $\eta_1 = y_1/u$ (fig. 3-4*b*) è un numero frazionario e l'ampiezza delle matasse ha due valori diversi. L'ampiezza delle matasse y_1 è detta passo d'avvolgimento.

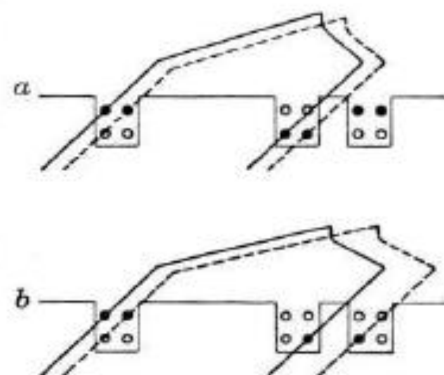


Fig. 3-4. - Avvolgimento: *a*) normale e *b*) scalato.

Si possono collegare le singole matasse tra loro in due modi diversi. Nel primo caso si collegano le matasse adiacenti poste sotto lo stesso paio di poli (fig. 3-5*a*) e l'avvolgimento viene detto embricato; nel secondo caso le matasse elettricamente successive sono collocate sotto paia di poli vicine

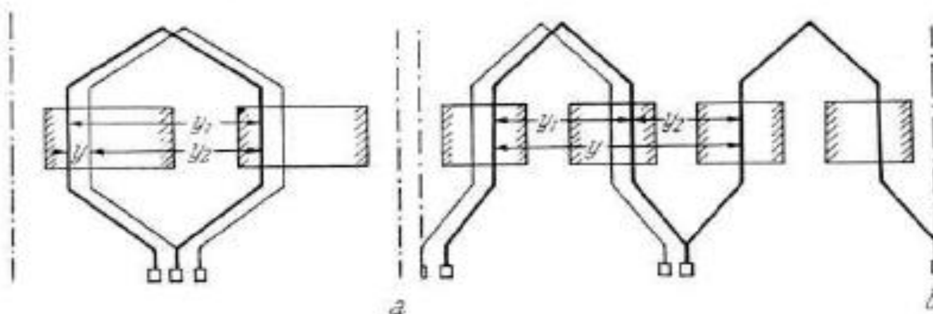


Fig. 3-5. - *a*) Avvolgimento embricato e *b*) avvolgimento ondulato.

(fig. 3-5*b*) e l'avvolgimento viene chiamato ondulato. Il passo y_2, che dà l'intervallo tra i lati adiacenti di matasse successive, è chiamato di collegamento; si chiama passo risultante dell'avvolgimento l'intervallo y fra le estremità omologhe di due matasse successive. Esso dà anche il numero delle lame del collettore, che bisogna considerare per passare da una ma-

tassa a quella elettricamente successiva. Dalla fig. 3-5*a* e *b* deriva, per l'avvolgimento embricato:

$$y = y_1 - y_2 \tag{3-2}$$

e per l'avvolgimento ondulato:

$$y = y_1 + y_2, \tag{3-3}$$

se y_1 e y_2 sono grandezze positive.

Se, come in fig. 3-5*a*, nell'avvolgimento embricato è $y_2 < y_1$, gli estremi di una matassa non si incrociano e l'avvolgimento procede da sinistra a destra. Tali avvolgimenti, che sono i più usati in pratica, sono chiamati progressivi. Per $y_2 > y_1$ invece i lati estremi di una matassa si incrociano e l'avvolgimento corrispondente, detto regressivo, procede da destra a sinistra. Nel caso di avvolgimento ondulato si può stabilire se gli estremi si incrociano o no solo dopo un giro (py) e precisamente si ha avvolgimento progressivo per $py > 2p\tau$.

Nel disegno degli avvolgimenti la superficie dell'indotto viene sviluppata su un piano e per chiarezza si disegna una sola spira per ciascuna matassa.

3.1.2. Avvolgimenti embricati

In fig. 3-6 è riportato lo schema di un avvolgimento embricato con $y_1 = 5$, $y_2 = 4$ ($y = 1$) per $N = 20$ ed $u = 1$. Seguendo la serie delle matasse si vede che la f.e.m. ha lo stesso senso per tutte le matasse collocate sotto un paio di poli. Continuando nella serie, la f.e.m. cambia segno.

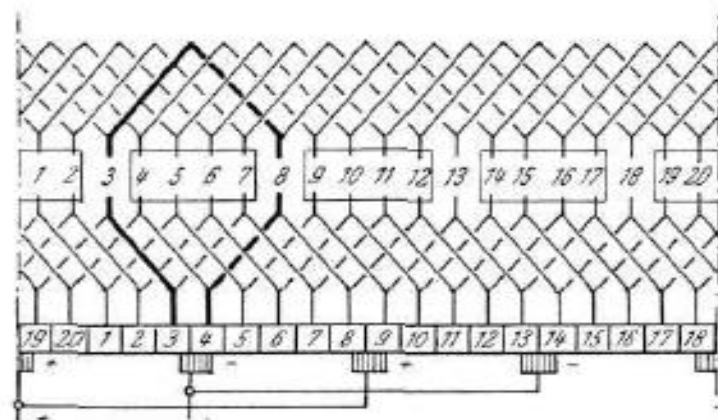


Fig. 3-6. - Avvolgimento embricato tetrapolare per $u = 1$, $k = 20$, $y_1 = 5$ e $y_2 = 4$.

Se si suppone per semplicità che il campo magnetico sotto i poli abbia andamento sinusoidale, si possono rappresentare le f.e.m. indotte nelle singole matasse mediante vettori, ognuno dei quali è spostato di $360° p/N$ rispetto al vicino così che le f.e.m. indotte nelle matasse sotto un paio di poli sono rappresentate da N/p vettori che formano una stella (fig. 3-7*a*). La f.e.m. somma delle f.e.m. indotte nelle matasse collegate in serie è rappresentata da un poligono (fig. 3-7*b*). L'ampiezza della f.e.m. alternata esistente tra due matasse è data dalla grandezza della corda tesa tra i vertici del poligono corrispondenti alle estremità delle matasse considerate. Si può quindi prelevare dall'avvolgimento un sistema di tensioni a m fasi, collegando ad altrettanti anelli m punti dell'avvolgimento corrispondenti a vertici scelti simmetricamente sul poligono delle f.e.m., mentre si può prelevare una f.e.m. continua collegando le singole matasse ad un collettore,

su cui poggia un sistema di spazzole fisse. Tra le spazzole si avrà quindi una tensione costante il cui valore è dato dalla corda del poligono compresa tra i vertici corrispondenti ai punti di appoggio delle spazzole. Tale tensione è massima, quando le spazzole sono collocate esattamente a 180° elettrici l'una dall'altra, come nel caso delle macchine a corrente continua. Se le matasse sono in numero molto grande, il poligono delle f.e.m. può essere considerato una circonferenza, sul diametro della quale sono disposte le spazzole.

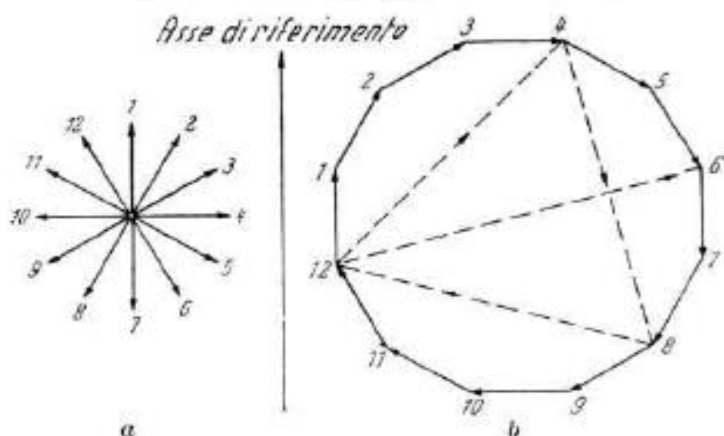


Fig. 3-7. - Avvolgimento embricato bipolare a 12 matasse; *a*) stella e *b*) poligono delle f.e.m.

Il poligono (meglio la circonferenza) delle f.e.m. indotte nelle matasse del normale avvolgimento embricato con $y = 1$ e $p = 1$ è riportato in fig. 3-8*a*, mentre quello della macchina a quattro poli è riportato in fig. 3-8*b*. In quest'ultimo caso si hanno due poligoni (o circonferenze) delle f.e.m. uno per ogni doppio passo polare. In generale, per una macchina multipolare con $2p$ poli, si hanno p circonferenze delle f.e.m.. Se nel caso di macchine multipolari si dispongono solo due spazzole distanziate di un passo polare, ad esempio quelle esterne di fig. 3-5*b*, si vede che parte dell'avvolgimento resta inutilizzato. Infatti, per utilizzare completamente l'avvolgimento, embricato, è necessario un numero p di paia di spazzole, essendo in questo caso l'avvolgimento di $2p$ rami in parallelo (vie interne). L'avvolgimento con $y = 1$ è chiamato avvolgimento embricato semplice, poichè per descrivere l'avvolgimento intero (tutte le matasse) basta un solo giro che comprende pertanto tutte le spazzole. Se con m si indica il numero di giri compiuti attorno all'indotto e con $c = 2a$ il numero delle vie interne, in parallelo, per l'avvolgimento semplice ($m = 1$) vale la seguente relazione:

$$2a = 2p = c. \tag{3-4}$$

Se occorre compiere m giri per descrivere tutto l'avvolgimento, si ha un avvolgimento embricato multiplo di ordine m. Non è difficile comprendere che in questo caso è:

$$y = m \tag{3-5}$$

Fino ad ora tuttavia si è applicato in pratica solo l'avvolgimento embricato multiplo di ordine due, per cui ci si limiterà ad illustrare appunto questo caso. In fig. 3-8 sono riportati due esempi di tale tipo di avvolgimento, per il quale si distinguono due soluzioni. Nella prima una metà dell'avvolgimento viene descritta in un giro dell'indotto, mentre l'altra metà delle matasse viene descritta in un secondo giro. In tal modo si hanno due avvolgimenti semplici indipendenti; un tale avvolgimento viene chia-

mato avvolgimento embricato doppio, o a due chiusure (fig. 3-8). La condizione per il determinarsi di un tale tipo di avvolgimento è:

$$k = u\ N = \text{numero pari} \tag{3-6}$$

Il diagramma delle f.e.m. di questo avvolgimento è riportato in fig. 3-8c per $p = 1$ e in fig. 3-8e per $p = 2$. In base a tali figure non è difficile rico-

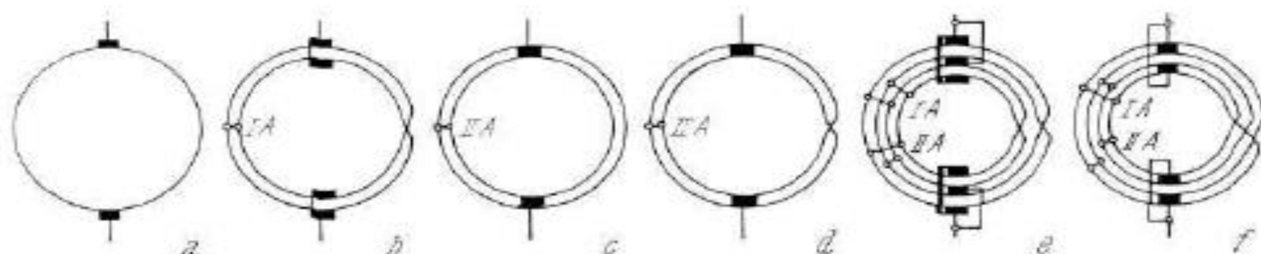


Fig. 3-8. - Diagramma delle f.e.m. di avvolgimenti embricati semplici e doppi: *a*) $m = 1$, $p = 1$; *b*) $m = 1$, $p = 2$; *c*) $m = 2$, $p = 1$ doppiamente chiuso; *d*) $m = 2$, $p = 1$ doppiamente chiuso; *e*) $m = 2$, $p = 2$ chiuso semplicemente; *f*) $m = 2$, $p = 2$ chiuso semplicemente.

noscere che l'avvolgimento deve avere un numero di paia di spazzole $2p$ e che il numero di rami in parallelo è dato dalla:

$$2a = c = 4p \tag{3-7}$$

Nel secondo caso l'avvolgimento doppio si chiude solo dopo due giri attorno all'indotto e si parla quindi di avvolgimento doppio embricato, chiuso semplicemente. La condizione è:

$$k = u\ N = \text{numero dispari.} \tag{3-8}$$

Il che è possibile soltanto quando u ed N non siano entrambi pari. Il diagramma delle f.e.m. dell'avvolgimento è riportato in fig. 3-8*d* per $p = 1$ ed in fig. 3-8*f* per $p = 2$ e anche in questo caso il numero dei rami in parallelo è dato dalla (3-7).

Generalmente, per avvolgimenti embricati multipli è:

$$2a = c = 2mp. \tag{3-9}$$

Questo tipo di avvolgimento consente di avere più rami in parallelo e viene quindi applicato alle grandi macchine a corrente continua veloci e alle grandi macchine a corrente trifase a collettore.

Se le lame del collettore corrispondenti alle due metà dell'avvolgimento embricato doppio vengono disposte rispettivamente sui due lati dell'indotto, si ottiene un avvolgimento con due collettori formato da due avvolgimenti distinti. La condizione per ottenere f.e.m. uguali nei due avvolgimenti è che uno di essi sia regressivo ($y = -1$) e l'altro progressivo ($y = +1$). I due avvolgimenti non debbono essere sovrapposti nelle cave ma debbono essere disposti l'uno accanto all'altro.

Come si è già visto, negli avvolgimenti multipolari embricati i rami in parallelo, collocati sotto paia di poli differenti, vengono collegati dalle spazzole (fig. 3-8*b*, *e*, *f*). Piccole asimmetrie nella costruzione della macchina causano disuguaglianze tra i flussi magnetici sotto i singoli poli e quindi anche differenze delle f.e.m. indotte nei rami in parallelo. A causa della piccola resistenza dell'indotto si determinano perciò attraverso le spazzole elevate correnti di compensazione che causano una disuguale densità di corrente sotto le spazzole e quindi uno scintillio al collettore. La esperienza insegna che non si possono applicare avvolgimenti embricati senza collegamenti equipotenziali: per alleggerire le spazzole dalle correnti di compensazione si collegano tra loro elettricamente i punti di avvolgimento a potenziale teoricamente uguale. Le correnti di compensazione passano quindi attraverso questi collegamenti. I poligoni delle f.e.m. relative ai doppi campi polari indicano i punti di ugual potenziale, per i quali deve essere soddisfatta la seguente condizione:

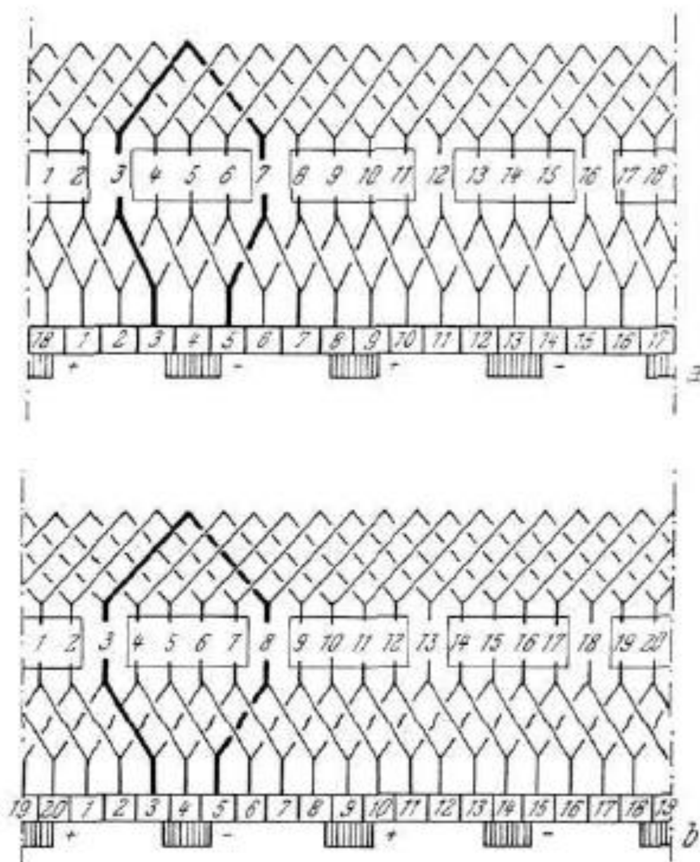


Fig. 3-9. - Avvolgimento embricato tetrapolare doppio, doppiamente chiuso; *a*) $N/p =$ = numero dispari e *b*) $N/p =$ numero pari.

$$N/p = k/u\,p = \text{numero intero} \tag{3-10}$$

La distanza tra i punti è:

$$y_V = k/p, \tag{3-11}$$

cioè i punti equipotenziali distano gli uni dagli altri esattamente due passi polari. Per i normali avvolgimenti embricati semplici non è necessario però che siano collegati fra di loro tutti i $k/2$ punti; le macchine di piccola e media grandezza hanno solo un quarto di tali collegamenti, mentre le grandi hanno tutti i collegamenti equipotenziali. I conduttori di raccordo sono collegati al collettore analogamente ad un avvolgimento (vedi fig. 3-10). I collegamenti equipotenziali qui descritti hanno il compito di contrastare la disuguaglianza dei flussi sotto i singoli poli e sono chia-

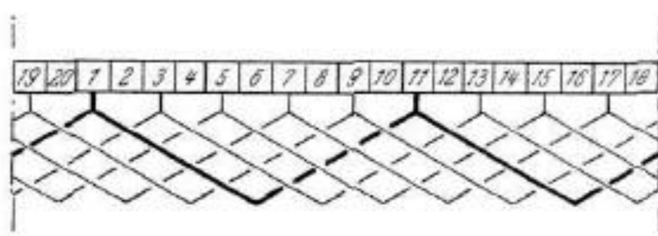


Fig. 3-10. - Collegamenti equipotenziali di primo tipo per l'avvolgimento embricato illustrato in fig. 3-6.

mati collegamenti equipotenziali di primo tipo; la necessità di applicarli determina le caratteristiche dell'avvolgimento semplice embricato. Per la (3-10) il numero delle cave deve essere divisibile per il numero di paia di poli. Per necessità di commutazione si sceglie N/p dispari.

Anche nell'avvolgimento embricato doppio sono necessari i collegamenti equipotenziali di primo tipo (per $p > 1$), poichè anche qui esiste la possibilità di flussi polari disuguali; questi collegamenti, tuttavia, non possono assicurare che l'esercizio della macchina sia esente da scintillio. Sotto ciascun polo stanno sempre due rami in parallelo dell'avvolgimento, collegati da una spazzola. L'ampiezza delle spazzole deve essere tale da coprire in ogni caso almeno due lame; in pratica si sceglie sempre la larghezza delle spazzole maggiore di quella di due lame. Durante il funzionamento della macchina la posizione delle singole spazzole rispetto alle lame sulle quali appoggiano non è simmetrica, così che possono venire collegati tra loro da spazzole della stessa polarità punti a diverso potenziale. Sotto i bordi delle spazzole si generano allora scintillamenti. Se consideriamo il diagramma delle f.e.m. dell'avvolgimento doppiamente chiuso della fig. 3-8*c* (che non ha collegamenti equipotenziali di primo tipo, essendo $p = 1$), vediamo che la posizione reciproca dei due diagrammi delle f.e.m. è determinata soltanto dai contatti delle spazzole e quindi muta durante il funzionamento della macchina. I collegamenti equipotenziali di secondo tipo collegano i due circuiti, ovviando alla disuguaglianza della ricopertura delle lame da parte delle spazzole. L'avvolgimento semplicemente chiuso, riportato in fig. 3-8*d*, ha un collegamento tra i due diagrammi delle f.e.m. che generalmente non è sufficiente e l'avvolgimento richiede quindi anche collegamenti equipotenziali di secondo tipo. Essi hanno il compito di distribuire in due parti il più possibile uguali la tensione fra gli estremi di una matassa per mezzo della lama interposta dell'altro avvolgimento. Per raggiungere questo risultato bisogna applicare i collegamenti equipotenziali di secondo tipo, che collegano le matasse sui due lati dell'indotto. Perciò tali collegamenti devono passare attraverso l'interno dell'indotto (lungo l'albero). Sul poligono delle f.e.m. dell'avvolgimento è possibile individuare quali punti si debbono collegare.

I collegamenti equipotenziali di primo tipo possono eventualmente servire anche da collegamenti di secondo tipo. In fig. 3-8 le spazzole sono indicate in grassetto e in fig. 3-8*e*, per ragioni grafiche, si sono dovute disegnare due spazzole in due parti separate. La linea di collegamento di queste due parti, in grassetto, sta a significare però che si tratta di una sola spazzola. I collegamenti equipotenziali sono disegnati con linee sottili. La fig. 3-8e mostra come si debbono disporre i collegamenti equipotenziali di secondo tipo per $p = 2$. Questi collegamenti sono consigliabili anche quando è $p = 1$. Perchè i collegamenti equipotenziali possano essere considerati indifferentemente collegamenti di primo o di secondo tipo per $p > 1$, il passo di collegamento per avvolgimento doppiamente chiuso ($k = u\ N =$ numero pari) deve essere:

$$y_V = k/p = u\ N/p = \text{numero dispari} \tag{3-12}$$

Poichè per la (3-10) N/p è intero, i valori di u e di N/p devono essere entrambi dispari. Essendo u dispari, affinchè uN sia pari, occorre che N sia pari. Ma deve essere N/p dispari e ciò richiede che p sia pari. Per l'avvolgimento chiuso semplicemente è $k = u\ N$ = numero dispari, il che è possibile solo quando u ed N sono dispari entrambi. Poichè per i collegamenti equipotenziali di primo tipo deve essere N/p = numero intero, in questo caso i valori di p sono esclusivamente dispari. In conclusione, solo nel caso di u = numero dispari i collegamenti equipotenziali di primo tipo servono anche da collegamenti di secondo tipo e p deve essere pari per avvolgimenti doppiamente chiusi, mentre deve essere dispari per avvolgimenti chiusi semplicemente [3.1]. Le condizioni per i collegamenti equipotenziali di secondo tipo tra i due lati dell'indotto sono date dal Richter [3.1] e quindi non ci soffermeremo più a lungo su questo argomento.

A volte le singole matasse hanno induttanza di dispersione diversa e quindi durante la commutazione si trovano in una situazione sfavorevole. Per compensare le differenze si possono applicare allora collegamenti equipotenziali di terzo tipo, per la cui costruzione rimandiamo a Richter e Sequenz [3.1, 3.2]. In questa sede basti aggiungere che, quando i collegamenti equipotenziali di secondo tipo sono connessi a tutte le lame del collettore, agiscono anche da collegamenti di terzo tipo.

3.1.3. Avvolgimenti ondulati

In fig. 3-5b è già stata illustrata la costruzione di un avvolgimento ondulato e in fig. 3-11 è riportato lo schema completo di un tale avvolgimento per $u = 1$, $k = 19$, $N = 19$, $y_1 = 5$, $y_2 = 4$ e $y = 9$. Seguendo il collegamento delle singole matasse si vede che la concatenazione di flusso aumenta con continuità fino a raggiungere un valore massimo. In tal modo l'avvolgimento ondulato ha solo due rami in parallelo, indipendentemente dal numero di poli. Per prelevare la corrente di armatura sono sufficienti due spazzole, come si vede in fig. 3-11; se vi si aggiungono altre due spazzole (tratteggiate in fig. 3-11) il numero dei rami in parallelo resta invariato. Tra le spazzole della stessa polarità c'è una sola matassa (linea grossa in fig. 3-11), situata nella zona neutra, in modo da non portare alcun contributo alla tensione. Praticamente si usa un numero di spazzole pari a quello dei poli al fine di ridurre la lunghezza del collettore.

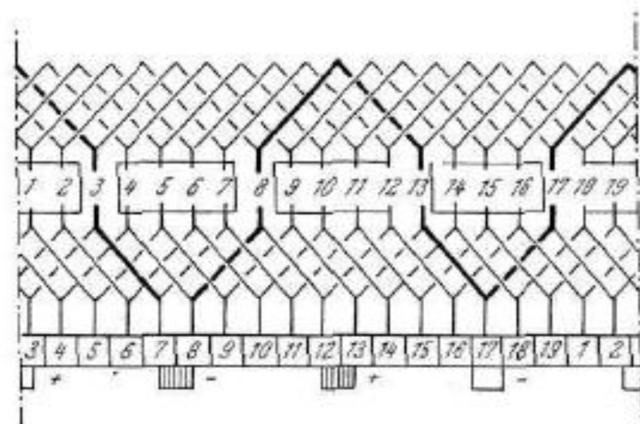


Fig. 3-11. - Avvolgimento ondulato semplice tetrapolare con $u = 1$, $k = 19$, $y_1 = 5$, $y_2 = 4$ e $y = 9$.

Per meglio utilizzare l'avvolgimento, normalmente si scelgono i passi y_1 e y_2 degli avvolgimenti il più possibile uguali al passo polare, ma in

modo tuttavia che non siano proprio uguali, perchè altrimenti l'avvolgimento si chiuderebbe già dopo il primo giro. L'avvolgimento ondulato può essere costruito come avvolgimento raccorciato invertendo ad esempio nell'avvolgimento di fig. 3-11 i passi: $y_1 = 4$ e $y_2 = 5$. Contrariamente a quanto accade per gli avvolgimenti embricati, si può risparmiare del materiale (minore lunghezza delle teste di avvolgimento) solo quando la matassa è costituita da più spire. Inoltre è possibile anche la costruzione dell'avvolgimento progressivo, ad esempio in fig. 3-11 per $y_1 = y_2 = 5$.

Si possono costruire avvolgimenti ondulati multipli anzichè semplici collegando l'estremità dell'avvolgimento non alla lama immediatamente vicina a quella di partenza, ma ad una distante da essa m lame. Tra il numero di paia di poli p, il numero di lame k, l'ordine di molteplicità m e il passo di avvolgimento y risultante, esisterà allora la seguente relazione:

$$k = py \pm m,$$

da cui deriva:

$$y = \frac{k\,(\mp)\,m}{p} \tag{3-13}$$

Il segno negativo della (3-13) si riferisce all'avvolgimento regressivo e il segno positivo tra parentesi a quello progressivo, che peraltro è meno raccomandabile. L'avvolgimento ondulato è fatto per ordini di molteplicità maggiori ($m = 4$ e più) di quelli degli avvolgimenti embricati. L'avvolgimento può essere chiuso una o più volte. Il numero degli avvolgimenti distinti chiusi è uguale al massimo comun divisore t di y ed m. Se esso è uguale ad 1, l'avvolgimento è chiuso semplicemente. Il numero dei rami in parallelo dell'avvolgimento è:

$$c = 2\,a = 2\,m. \tag{3-14}$$

Le spazzole devono essere sufficientemente larghe per garantire il collegamento con tutti i rami in parallelo, il che significa che debbono sempre coprire almeno un numero m di lame di collettore. Se l'ampiezza delle spazzole scelta è minore, si ricorre ai collegamenti equipotenziali, che tratteremo più avanti. Allora la distribuzione della corrente fra i rami in parallelo avrà luogo attraverso tali collegamenti.

Poichè l'avvolgimento ondulato si concatena con tutti i flussi polari, la diversità dei singoli flussi non ha alcuna importanza e perciò in questo caso non è necessario l'impiego di collegamenti equipotenziali di primo tipo. Sono invece raccomandabili quelli di secondo tipo che, come si è detto, sono previsti per annullare le asimmetrie derivanti dalla diversità della ricopertura delle lame da parte delle spazzole. Le condizioni perchè sui due lati dell'avvolgimento di indotto si abbiano gruppi di n punti equipotenziali sono le seguenti:

$p/m = p/a =$ numero intero e $N/m = N/a =$ numero intero, (3-15) e (3-16)

per cui il passo di collegamento è:

$$y_V = k/m \tag{3-17}$$

Poichè le differenze esistenti tra i flussi polari non hanno influenza sulle f.e.m. indotte nei rami in parallelo degli avvolgimenti ondulati, non è necessario che i collegamenti equipotenziali di secondo tipo agiscano anche come collegamenti di primo tipo. Per questo bisogna collegare tra loro con collegamenti equipotenziali di giri completi, vale a dire gruppi di p (o di un multiplo di p) matasse in serie. In questo caso il passo di collegamento y_V deve essere divisibile per m e cioè deve essere:

$$\frac{k}{m^2} = \frac{yp/m \, (\overset{+}{-})\, 1}{m} = \text{numero intero} \tag{3-18}$$

Ad esempio, per $m = 2$ è possibile che sia $p = 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10 \ldots$ Se si usano esclusivamente collegamenti di secondo tipo, si determinano correnti di compensazione di primo tipo. Lo stesso caso si verifica anche se non vengono effettuati tutti i collegamenti, purchè però N/m^2 sia un numero frazionario. Di solito non è possibile soddisfare la condizione della (3-18) e in questo caso, secondo Richter, è meglio realizzare tutti i collegamenti equipotenziali affinchè essi agiscano anche come equipotenziali di primo tipo e realizzino la miglior egualizzazione possibile dei flussi polari. L'argomento dei collegamenti equipotenziali per avvolgimenti ondulati è trattato ampiamente dal Richter e dal Sequenz [3.1, 3.2].

Gli avvolgimenti ondulati non si possono costruire per qualsiasi valore di p, u ed m. La (3-13) è in questo caso determinante. Per avvolgimenti semplici ($a = m = 1$) per $p = 3, 6, 9 \ldots$ si deve escludere $u = 3$ e per $p =$ numero pari si debbono escludere i valori pari di u. In un avvolgimento multiplo con collegamenti equipotenziali disposti su uno stesso lato rispetto all'avvolgimento di indotto p/m e $N/m = k/um$ debbono essere numeri interi. Per $m = 2$, nel caso di p compreso fra 2 e 10 si possono adottare solo i valori $p = 2, 4, 6, 8, 10$; per $m = 3$ solo i valori $p = 3, 6, 9$; per $m = 4$ solo i valori $p = 4, 8$. Nel caso di avvolgimento a due strati con un numero u di lati di matassa affiancati in ogni cava è $k = uN$. Inoltre i collegamenti equipotenziali richiedono che sia $N/m = g =$ numero intero. Allora, per la (3-13) si ottiene:

$$y = \frac{ug \pm 1}{p/m} = \text{numero intero} \tag{3-19}$$

Avvolgimenti nei quali u e p/m abbiano un divisore comune maggiore di 1, non sono costruibili. Questo si verifica ad esempio nel caso in cui per valori pari di u si abbiano valori pari di p/m o per $u = 3, 6$ sia $p/m = 3$.

Volendo usare avvolgimenti che per determinati valori di p ed u non siano abitualmente costruibili, bisogna chiuderli artificialmente o co-

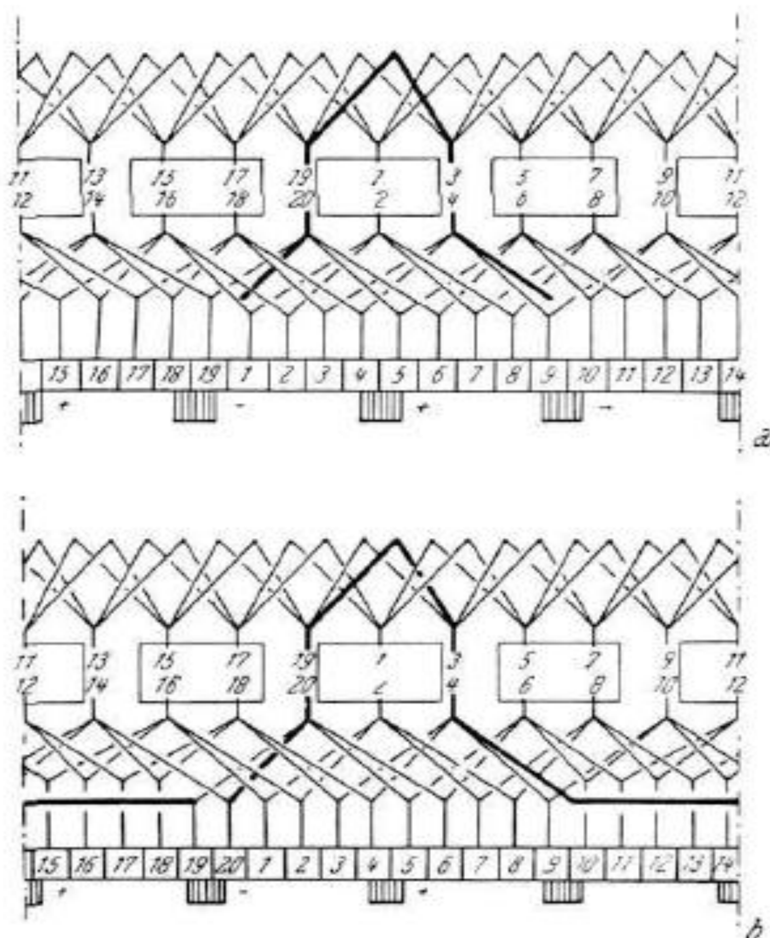


Fig. 3-12. - Avvolgimenti ondulati per $N = 10$, $p = 2$ ed $u = 2$; *a*) con una sezione morta e *b*) con un avvolgimento chiuso artificialmente.

struirli con sezioni morte. In questo caso, facendo il collegamento, si saltano una o più matasse, le quali vengono ugualmente disposte nell'indotto per renderlo simmetrico, ma hanno le estremità isolate. Per un avvolgimento con $p = 2$, $u = 2$ ed $N = 10$ è $k = 2 \cdot 10 = 20$ e quindi l'avvolgimento ondulato semplice non si può costruire. Se tuttavia si dispone una sezione morta, diventa $k = u\,N - 1 = 20 - 1 = 19$ e si può costruire l'avvolgimento con $y = 9$ (fig. 3-12*a*). Da un punto di vista meccanico l'avvolgimento è simmetrico e tutte le bobine avranno ampiezza $y_1 = 4$ ($\eta_1 = 2$). Nell'avvolgimento chiuso artificialmente, un giro è costituito da una matassa e viene completato da un collegamento frontale (fig. 3-12*b*). In pratica si usano assai di frequente avvolgimenti con sezione morta.

3.1.4. Combinazione di avvolgimenti embricati e ondulati

Per evitare i collegamenti equipotenziali si combina l'avvolgimento embricato con quello ondulato in modo tale che l'elemento risultante di due matasse di questi avvolgimenti formi il collegamento equipotenziale per l'avvolgimento embricato. Tali avvolgimenti sono noti come avvolgimenti di Latour o a zampa di rana [3-1, 3-2]. Per $a = p$ un avvolgimento embricato semplice esige l'avvolgimento ondulato multiplo di ordine p. La fig. 3-13*a* e *b* mostra gli elementi di un tale avvolgimento per N/p rispettivamente dispari e pari. Perchè siano rispettate le condizioni di simmetria, le ampiezze delle matasse dei due tipi embricato ed ondulato debbono soddisfare l'una o l'altra delle seguenti condizioni:

$$\eta_{1s} = \eta_{1w} \tag{3-20}$$

$$\eta_{1s} + \eta_{1w} = N/p \tag{3-21}$$

Inoltre gli assi di matasse elettricamente successive debbono essere distanti di un passo polare in ogni caso. La prima condizione (3-20) si verifica per N/p = numero pari (fig. 3-13*b*) e la seconda (3-21) per N/p = numero di-

spari (fig. 3-13*a*). Nel primo caso i due lati adiacenti di matasse consecutive si trovano in cave adiacenti, nel secondo nella stessa cava. In ambedue i casi la f.e.m. indotta nell'elemento di avvolgimento, risultante dalla serie delle due matasse, è uguale a zero e l'elemento può agire da collegamento equipotenziale. In sede di progettazione bisogna tener presente che i due avvolgimenti parziali possono essere avvolgimenti progressivi o regressivi. Il numero dei rami in parallelo è qui:

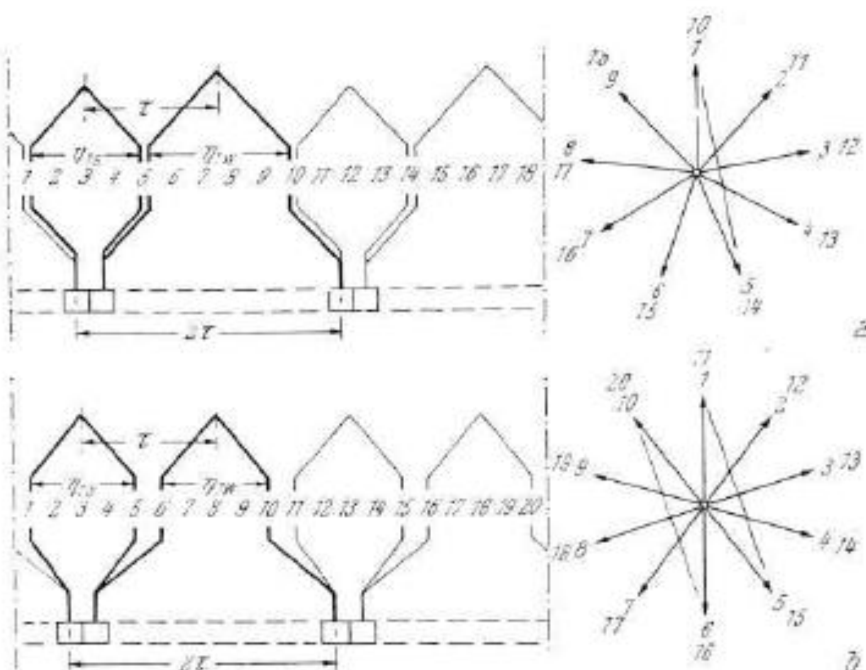


Fig. 3-13. - Elemento di un avvolgimento di Latour per $a = p$ con la stella delle f.e.m. di cava (a destra). *a*) N/p = numero dispari e *b*) N/p = numero pari.

$$2\,a = 4\,p = c. \qquad (3\text{-}22)$$

In pratica, per motori trifasi a collettore, sono molto diffusi gli avvolgimenti con $a \gtrless p$. Fino ad ora però non è stato ancora pubblicato nessuno studio su tali avvolgimenti per cui possiamo dare qui solo alcune norme per la progettazione. In primo luogo i due tipi di avvolgimento,

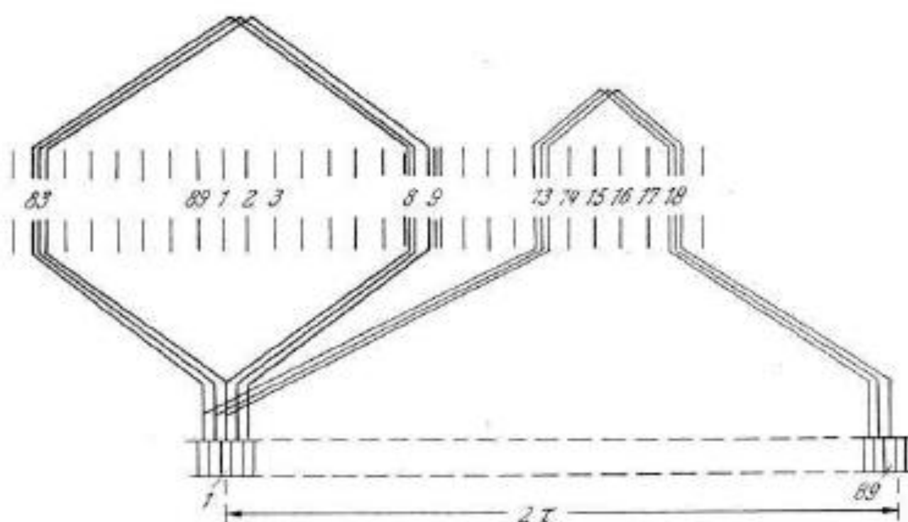


Fig. 3-14. - Avvolgimento combinato per motore trifase a collettore con $N = 89$, $p = 3$ e $u = 3$.

che possono essere multipli, debbono dare alle spazzole tensioni circa uguali. Questo fa sì che le tensioni dei singoli elementi degli avvolgimenti, collegati alle stesse lame del collettore, debbano essere in pratica uguali. La uguaglianza delle tensioni si raggiunge mediante l'oculata scelta del nu-

mero dei rami in parallelo, del numero di spire delle matasse e della loro ampiezza, cioè del passo y_1 dei due avvolgimenti, che influisce direttamente sul fattore di avvolgimento. Inoltre le fasi delle f.e.m. dei due avvolgimenti debbono concordare. Da ultimo, per poter fare a meno dei collegamenti equipotenziali, bisogna collegare elettricamente le diverse entrate dell'avvolgimento.

In fig. 3-14 è illustrato un avvolgimento di tale specie per $p = 3$, $N = 89$, $u = 3$ e $k = 267$; esso consiste di un avvolgimento embricato doppio con $y = 2$ e di un avvolgimento ondulato triplo con $y = (267 - 3)/3 = 88$. L'effettivo numero di spire dell'avvolgimento è (cfr. pag. 104):

$$w = \frac{2\,N\,u}{6\,c} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \frac{W}{\tau}.$$

Per l'avvolgimento embricato si ottiene:

$$w_S = \frac{2 \cdot 89 \cdot 3}{6 \cdot 6} \operatorname{sen} 89^o = 14{,}8$$

e per quello ondulato:

$$w_W = \frac{2 \cdot 89 \cdot 3}{6 \cdot 3} \operatorname{sen} 30^o{,}3 = 15{,}0$$

praticamente cioè uguale numero di spire. Soltanto il disegno di una parte della stella delle f.e.m. può dare una esatta prova della concordanza di fase. Dalla posizione degli assi degli elementi di avvolgimento possiamo notare tuttavia che le fasi sono quasi giuste. Gli assi delle tre matasse dell'avvolgimento embricato sono collocati in 2/3 di un passo di cava e quindi la posizione degli assi delle matasse dell'avvolgimento ondulato deve essere spostata di un passo polare, cioè di 89/6 cave. Si ottiene così $2/3 + 89/6 = 15{,}5$ cave, esattamente come si era posto. Veramente questo calcolo non è preciso, ma gli avvolgimenti di cui si tratta sono meno sensibili ad una piccola asimmetria nel caso di corrente trifase. Da osservazioni pratiche pare anzi addirittura che una piccola asimmetria favorisca la commutazione.

3.1.5. Criterio di scelta del tipo di avvolgimento

Per corrente continua si preferiscono abitualmente avvolgimenti simmetrici, cioè avvolgimenti aventi lo stesso numero di matasse fra lame di collettore vicine. Avvolgimenti ondulati chiusi artificialmente o con sezione morta non rientrano nel tipo degli avvolgimenti simmetrici. Quantunque gli esperimenti con sezione morta su macchine piccole abbiano dato buoni risultati, si evitano nella costruzione delle grandi macchine. Si usano invece sezioni morte e avvolgimenti chiusi artificialmente per diminuire il numero dei tipi di lamierini e di collettori.

Quanto minor spazio è richiesto dall'isolamento, tanto meglio si possono utilizzare le cave. Per questo si sceglie il minor numero di condut

tori possibile e di conseguenza le sezioni maggiori. Da questo punto di vista il comportamento migliore è offerto dall'avvolgimento con un conduttore per matassa e con due conduttori per cava ($u = 1$). Per questa ragione *nelle macchine piccole si usa l'avvolgimento ondulato semplice*. È da notare che nelle macchine bipolari ($p = 1$) l'avvolgimento ondulato e quello embricato sono identici. Per potenze maggiori si usa l'avvolgimento ondulato multiplo e l'embricato semplice. L'avvolgimento embricato doppio si usa soltanto nel caso di macchine molto grandi. In sede di progettazione bisogna tener conto della tensione esistente tra lame di collettore vicine. Per tensione media fra lame consecutive si intende la seguente:

$$e_{Sm} = \frac{U}{k} 2p. \qquad (3\text{-}23)$$

In considerazione del pericolo dello scintillio sotto le spazzole, questa tensione non deve superare i 16 V nelle macchine senza avvolgimento di compensazione e i 20 V in quelle dotate di tale tipo di avvolgimento.

Le macchine a collettore per corrente alternata, per le quali si usano tensioni basse, sono meno sensibili alla asimmetria dell'avvolgimento. L'avvolgimento embricato semplice si impiega anche nelle macchine piccole, mentre per macchine medie e grandi si usano avvolgimenti embricati multipli e quelli a zampa di rana.

3.2. Avvolgimenti per macchine a corrente alternata

3.2.1. Avvolgimenti per corrente continua con prese

Si possono usare gli avvolgimenti impiegati nelle macchine a corrente continua anche per macchine a corrente alternata; in questo caso non c'è alcun bisogno del collettore e ci si limita quindi a collegare le singole matasse con continuità. Le derivazioni necessarie sono in relazione con il sistema di corrente usato e i punti di derivazione distano gli uni dagli altri di un numero di matasse pari a

$$v = k/a\, m' \qquad (3\text{-}24)$$

dove m' è il numero di fasi, per cui $m' = 2$, $m' = 3$, $m' = 4$ ed $m' = 6$ corrispondono rispettivamente al sistema monofase, trifase, bifase ed esafase. Se v è una frazione avente per denominatore 2, i punti di derivazione possono essere disposti sulle due parti frontali dell'indotto. La (3-24) si riferisce a sistemi simmetrici.

Se l'avvolgimento è chiuso, le fasi risultano collegate a poligono, ad esempio a triangolo nel caso del sistema trifase. Se si vuole avere il collegamento a stella, l'avvolgimento deve essere diviso sui punti di derivazione.

Nel caso di piccoli alternatori sincroni se si vogliono riunire in una sola macchina l'alternatore e l'eccitatrice a corrente continua si usano gli avvolgimenti a collettore. Essi vengono usati anche per convertitrici ad unica armatura.

3.2.2. Avvolgimenti a semplice strato

Negli avvolgimenti a semplice strato c'è un solo lato di matassa in ciascuna cava e le testate delle matasse possono essere sagomate in modo tale da disporsi in due o tre ordini (o piani), per cui si parla rispettivamente di avvolgimenti con testate su due e su tre ordini.

In fig. 3-15 è riportato lo schema di un avvolgimento trifase con testate su due ordini per $q = 2$, $p = 2$ e 3 (in cui q rappresenta il numero di cave per polo e per fase). Le matasse di ciascuna fase sono disposte su due ordini e lo stesso accade delle testate. Per numero dispari di paia di poli le due testate di una matassa di una fase sono sagomate in modo da giacere in parte su un ordine e in parte sull'altro (matassa storta), come ad esempio accade per una matassa del gruppo indicato con linea tratteggiata in fig. 3-15b ($p = 3$). L'avvolgimento con testate su due piani può essere costruito per qualsiasi numero di paia di poli, quantunque nel caso di $p = 1$ si preferisca quello a tre ordini per ragioni di comodità. La forma delle testate delle matasse di un avvolgimento a due piani è riportata in fig. 3-16.

Come risulta dalla fig. 3-17, si può costruire un avvolgimento con testate su due piani anche con matasse di ugual forma.

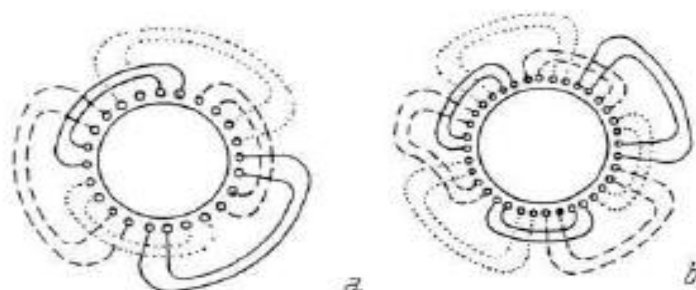


Fig. 3-15. - Avvolgimenti trifasi con testate su due ordini; *a*) per $p = 2$, $q = 2$ e *b*) per $p = 3$, $q = 2$.

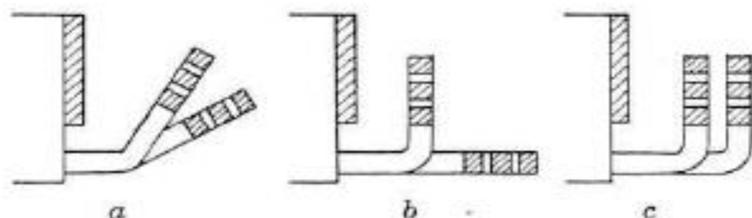


Fig. 3-16. - Forma delle testate delle matasse di un avvolgimento a due piani con $q = 3$.

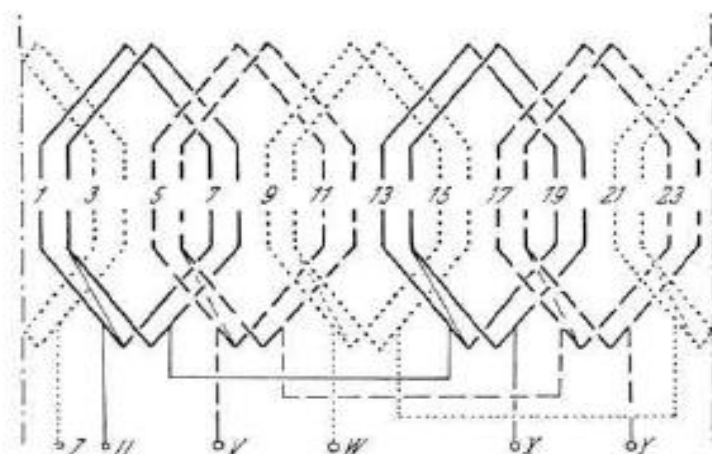


Fig. 3-17. - Avvolgimento con testate su due piani con matasse di uguale forma per $p = 2$ e $q = 2$.

L'avvolgimento poi può essere costruito in modo che le testate delle matasse di una fase siano piegate verso l'interno o verso l'esterno rispetto allo statore. Le testate delle matasse vengono allora disposte su tre piani (avvolgimento a tre piani). Nella fig. 3-18 sono riportati due esempi di tale

tipo di avvolgimento, uno per $p = 1$ e $q = 4$, l'altro per $p = 2$ e $q = 2$. In questo avvolgimento tutte le testate delle matasse di una stessa fase sono disposte su di un piano. La lunghezza delle spire, la resistenza dell'avvolgimento e la reattanza di dispersione hanno grandezze diverse per ogni fase, mentre nell'avvolgimento con testate su due piani sono praticamente uguali. L'avvolgimento con testate su tre piani permette l'impiego di un numero doppio di rami in parallelo, così che se nell'avvolgimento con testate su due piani si è adottato un numero p di rami in parallelo, in quello a tre si avranno $2p$ rami. Se il numero di cave per ogni polo e fase ($q = N/2pm$) è dispari, i conduttori di una cava vengono piegati metà a destra e metà a sinistra. In questo caso, per poter formare rami in parallelo, bisogna che il numero di conduttori nella cava sia pari. Rispetto all'avvolgimento a due piani quello a tre richiede più spazio in direzione assiale e quindi meno in quella radiale, il che può comportare determinati vantaggi nel caso di motori chiusi di piccolo diametro. In fig. 3-19 è illustrata la forma delle testate delle matasse di un avvolgimento a tre piani.

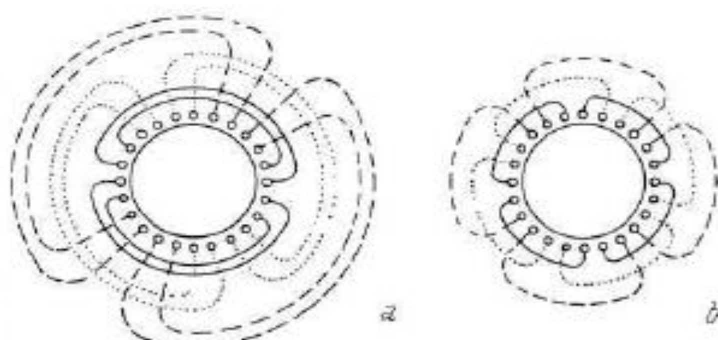


Fig. 3-18. - Avvolgimento a tre piani: *a*) per $p=1$, $q = 4$ e *b*) per $p = 2$, $q = 2$.

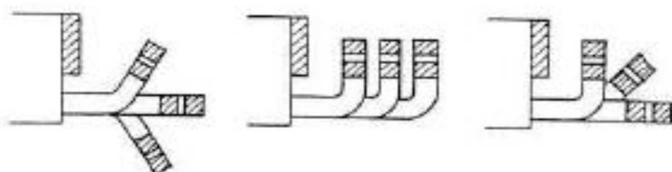


Fig. 3-19. - Forma delle testate delle matasse di un avvolgimento a tre piani con $q = 4$. La forma a) è applicata solo in casi particolari, ad esempio per statore scomponibile.

L'avvolgimento a tre piani può essere inoltre costruito con matasse aventi ugual forma e in fig. 3-20 è illustrato lo schema della distribuzione di un tale avvolgimento per $p = 1$ e $q = 4$.

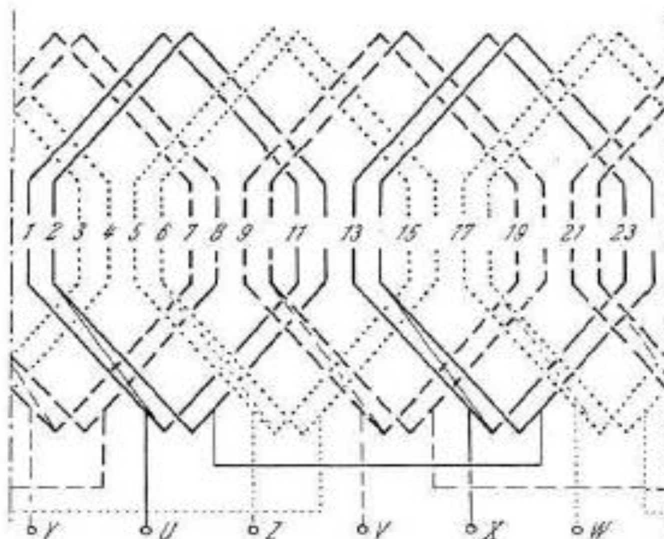


Fig. 3-20. - Avvolgimento a tre piani con matasse di ugual forma per $p = 1$ e $q = 4$.

Gli avvolgimenti ad uno strato sono costruiti generalmente con un numero intero

$$q = \frac{N}{2\,p\,m} \qquad (3\text{-}25)$$

di cave per ogni polo e fase. Essi sono quindi avvolgimenti diametrali. In generale, si sceglie per q un valore non minore di 2; e il più delle volte q è compreso fra 3 e 8.

Per gli statori costruiti in parti distinte si potrebbero usare gli av-

volgimenti a testate compatte, in cui ogni parte può venire completamente preparata prima di essere spedita (fig. 3-21). Tali avvolgimenti tuttavia vengono adottati molto raramente, dato che causano correnti nell'albero e nei supporti. Il più delle volte si preferisce adottare i normali avvolgimenti, infilando poi le matasse nelle cave sul luogo di montaggio.

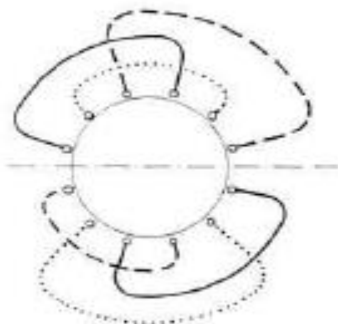


Fig. 3-21. - Avvolgimento con le testate delle matasse compatte per statori scomponibili ($p = 2$ e $q = 1$).

Gli avvolgimenti bifasi sono disposti solo su due piani e quelli monofasi su un piano solo. In quest'ultimo caso le matasse vengono collocate solo nei 2/3 delle cave disponibili, dato che un avvolgimento completo non sarebbe economicamente conveniente a causa della scarsa utilizzazione del rame. Inoltre nella f.e.m. e nel campo al traferro si determinano armoniche di ordine superiore di notevole ampiezza, che disturbano il funzionamento.

Nei tipi di costruzione più completa è consigliabile disegnare la stella che rappresenta le f.e.m. indotte (ved. tab. 3-5) nelle fasi degli avvolgimenti. È possibile così controllare il collegamento delle matasse e dei rami in parallelo.

Se l'avvolgimento è costituito da rami in parallelo, si distribuiscono tali rami lungo l'intera periferia e non sopra una parte soltanto. Tale disposizione determina una attrazione magnetica unilaterale non elevata, mentre la f.e.m. indotta non dipende che in scarsa misura dalla posizione eccentrica del rotore. Questo collegamento favorisce un funzionamento della macchina praticamente senza vibrazioni.

Se sullo statore vengono montati più avvolgimenti, come ad esempio nei motori a più polarità, bisogna tener conto dell'influenza reciproca esercitata dagli avvolgimenti [3.8, 3.9].

Nel caso di avvolgimenti a strato semplice il fattore di avvolgimento, che ha influenza determinante sulla f.e.m. indotta, dipende solo dal numero q ed è:

$$\xi = \zeta_G. \tag{3-26}$$

3.2.3. Avvolgimenti a due strati

Mentre le matasse, tutte di ugual forma, dell'avvolgimento a strato semplice ora trattato sono disposte nelle cave su uno strato solo, le testate delle matasse di questo tipo d'avvolgimento possono essere disposte su due o anche tre piani, il che richiede che le testate delle matasse siano sagomate in modo particolare.

Quando le matasse vengono disposte su due strati nelle cave, si ha l'avvolgimento a due strati, che esternamente non differisce molto dagli avvolgimenti per macchine a corrente continua. Rispetto all'avvolgimento a semplice strato, questo ha il grande vantaggio di poter essere costruito come avvolgimento a passo raccorciato, per cui nella tensione e nel campo al traferro diminuiscono le armoniche di ordine superiore. Come si dimo

strerà nel capitolo 5 l'ampiezza di matassa maggiormente consigliabile è $W = 5/6\tau$, poichè in questo caso diminuiscono notevolmente la 5ª e la 7ª armonica. Le armoniche di ordine superiore determinate dalle cave non dipendono tuttavia dal raccorciamento del passo dell'avvolgimento. La diminuzione dell'ampiezza delle armoniche di ordine superiore che si ottiene variando l'ampiezza della matassa è data dal fattore di matassa [(4-176)]. Un altro mezzo per diminuire le armoniche di ordine superiore è l'ampliamento della zona di cui tratteremo al paragrafo 4.6.3. Per zona si intende quella parte di superficie di indotto nella quale sono disposti l'uno accanto all'altro i conduttori di una stessa fase. Nei normali avvolgimenti a numero intero di fori, per polo e per fase, l'ampiezza di tale zona è $360°/2\,m$, vale a dire di 60° per avvolgimento trifase e di 90° per avvolgimento bifase. Le matasse a passo raccorciato ampliano la zona sotto ciascun polo in modo uniforme. Per ampliamento di zona si intende una disposizione delle matasse tale che la zona sotto un polo venga ampliata dello stesso valore (ϱ) di cui essa viene diminuita sotto un altro polo. Se nell'avvolgimento trifase si amplia la zona sino ad avere $\varrho = 60°$ o si raccorcia l'ampiezza della matassa sino a $W = 2/3\,\tau$, si ottengono tre zone simmetriche. L'effetto del raccorciamento del passo delle matasse e dell'ampliamento della zona è lo stesso, per cui si può diminuire un'armonica superiore accorciando il passo e diminuire un'altra armonica ampliando la zona.

Il fattore di avvolgimento per gli avvolgimenti a due strati è una funzione del numero di cave q per polo e fase, del raccorciamento del passo delle matasse e dell'ampliamento di zona. Esso è quindi [cfr. (4-189)].

$$\xi = \zeta\, \zeta_G\, \zeta_Z, \tag{3-27}$$

in cui ζ è il fattore di matassa e ζ_Z quello di zona.

L'avvolgimento a due strati ha un numero di conduttori doppio di quello ad uno strato e consente quindi di avere un numero doppio di rami in parallelo in modo che i loro campi di applicazione sono gli stessi.

Il numero massimo di rami in parallelo nelle macchine bipolari è $c = 2$, tanto per l'avvolgimento a uno strato, quanto per quello a due. I grandi turbogeneratori tuttavia richiedono, per una migliore utilizzazione, un numero ancora maggiore di rami in parallelo, così che si hanno avvolgimenti a due strati con $c = 4p$. Essi hanno tuttavia due diversi passaggi da uno strato all'altro [3-4, 3-5]. Nella fig. 3-22 è illustrato un avvolgimento per $p = 1$ e $q = 4$ con

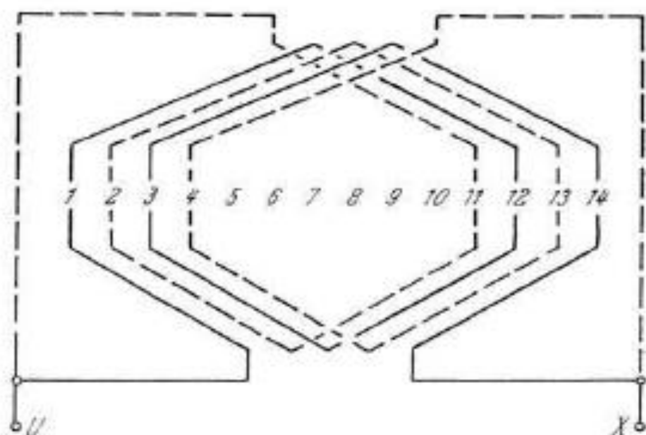


Fig. 3-22. - Avvolgimento a due strati per $p = 1$, $q = 4$ e $c = 4$.

$c = 4$ (brevettato), nel quale l'inizio e la fine dei diversi rami in parallelo sono disposti sui lati opposti dello statore. Nell'avvolgimento diametrale le tensioni di tutti i rami in parallelo sono uguali e nell'avvolgimento a passo raccorciato si determina una piccola differenza nelle f.e.m. indotte, differenza che in pratica non ha alcuna importanza. Tutte le matasse dell'avvolgimento hanno la stessa forma.

Per una migliore utilizzazione delle grandi macchine multipolari, è necessario un numero frazionario di rami in parallelo. In questo caso è possibile l'applicazione dell'avvolgimento parzialmente collegato in parallelo [3-7], nel quale un certo numero di barre viene collegato in serie e il resto in parallelo. Queste ultime barre hanno sezioni minori, così che in tutte le barre si ha la stessa densità di corrente. In fig. 3-23 è illustrato appunto un avvolgimento parzialmente collegato in paralello con $q = 4$, $p = 2$

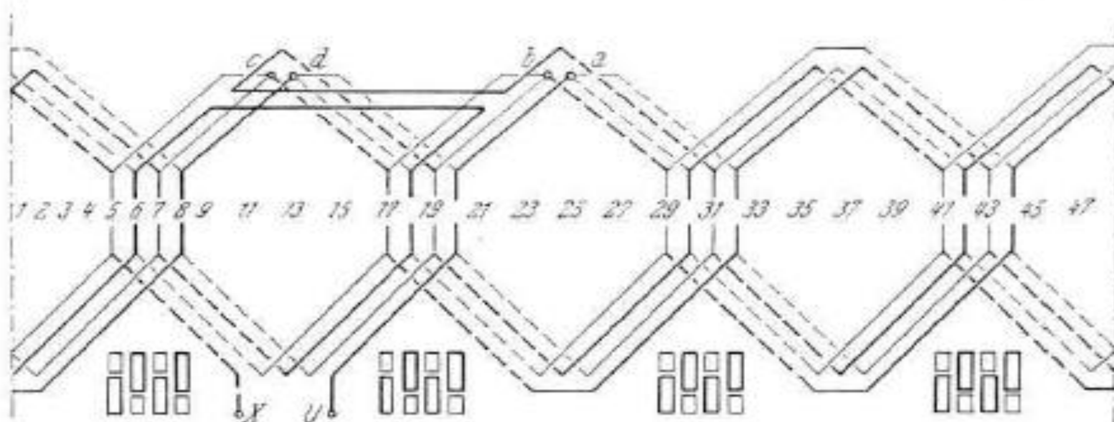


Fig. 3-23. - Avvolgimento parzialmente collegato in parallelo per $q = 4$, $p = 2$ ed $N = 48$.

ed $N = 48$. Partendo dal punto U le barre sono percorse da tutta la corrente fino al punto a della ventesima cava, nel quale l'avvolgimento si divide in 2 rami in parallelo, che si riuniscono nuovamente in un unico conduttore nel punto b. Una derivazione comprende le barre nelle cave 30, 41, 8 e 19, l'altra quella nelle cave 32, 43, 6 e 17. Dal punto b fino al punto c il conduttore è unico ed è costituito dalla serie delle barre nelle cave 29, 44, 7, 18, 6, 43, 32, e 17. Tra c e d si hanno di nuovo due rami in parallelo aventi le barre rispettivamente nelle cave 5, 42, 31, 20 e nelle cave 7, 44, 29, 18. Infine, tra d ed X l'avvolgimento è costituito da un unico conduttore formato dalle barre nelle cave 8, 41, 30, 19, 31, 42 e 5. In totale si hanno quindi 16 barre per l'intera corrente e 16 per metà corrente. Il numero totale di barre è 32, mentre agli effetti dell'avvolgimento ne risultano $16 + 8 = 24$ che equivalgono a $1^1/_2$ rami in parallelo. Disegnando la stella delle f.e.m. indotte nelle barre, risulta che le tensioni in tali derivazioni sono uguali.

Per i rotori delle grandi macchine asincrone si usa un avvolgimento a due strati con due soli conduttori per cava, detto a barre. Esso rende possibile una buona utilizzazione dello spazio di cava e può essere tenuto

in posto molto bene mediante un semplice bandaggio. I *collegamenti delle* singole barre possono essere fatti in modo che l'avvolgimento sia *ondulato o embricato*. Il tipo ondulato è preferito perchè in esso i collegamenti sono più semplici. La regolare distribuzione dei conduttori in serie sotto tutti i poli rende le ampiezze delle f.e.m. indotte nei rami in parallelo dell'avvolgimento indipendenti dalle differenze esistenti tra i flussi polari. L'avvolgimento è costruito spesso con passo raccorciato. A volte, ad esempio nel caso di macchina bipolare, l'avvolgimento ondulato diventa di costruzione non agevole perchè i collegamenti delle barre sulle testate diventano troppo lunghi. In questo caso si può adottare l'avvolgimento embricato. La fig. 3-24 illustra lo schema di un avvolgimento multipolare per collegamento delle varie fasi a stella o a triangolo, costituite ciascuna da due rami in serie o in parallelo.

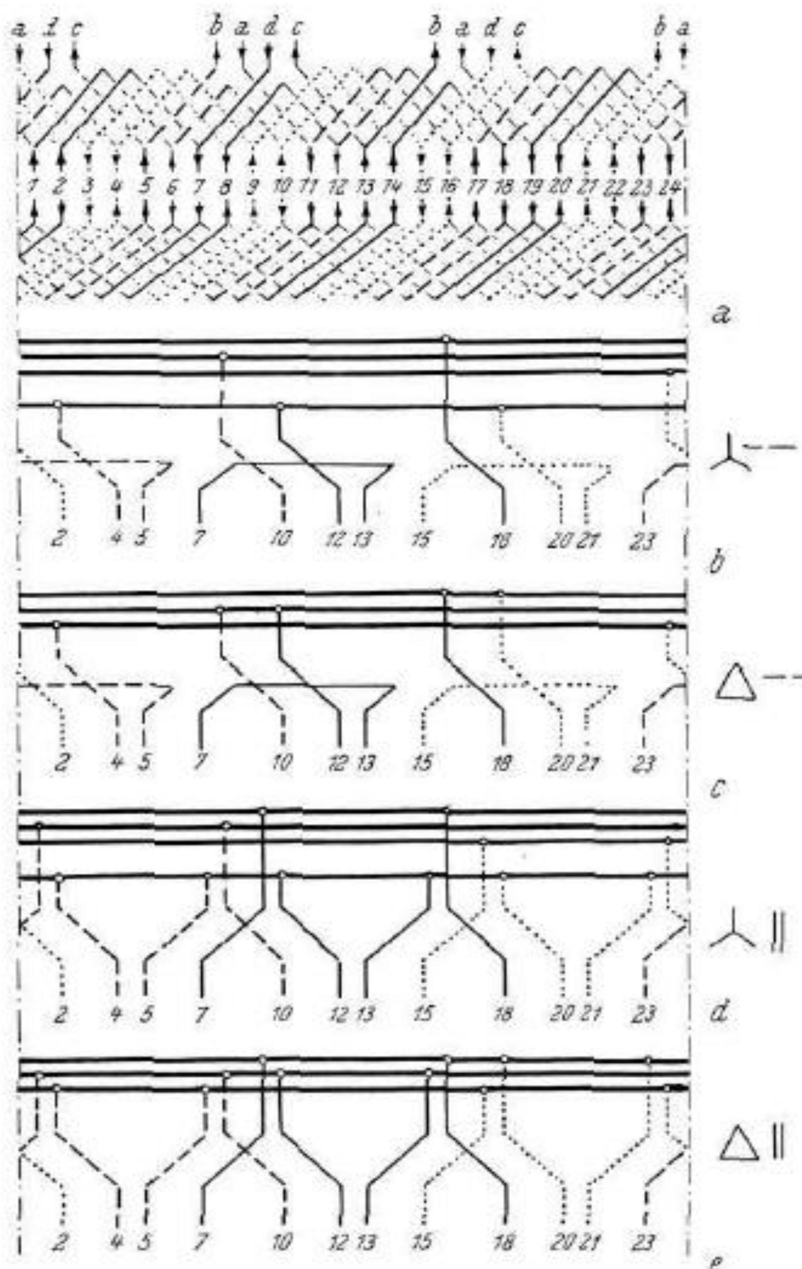


Fig. 3-24. - Schema di un avvolgimento multipolare.

3.2.4. Avvolgimenti a numero frazionario di fori

Si è già accennato al fatto che le armoniche di ordine superiore di cava non subiscono alcuna influenza per effetto del raccorciamento del passo e dell'ampliamento di zona e quindi il mezzo più efficace per combatterle è, oltre l'inclinazione, l'aumento del numero di cave, possibile peraltro entro determinati limiti. Più efficace è l'applicazione di avvolgimenti a numero frazionario di cave per polo e per fase, di avvolgimenti cioè nei quali q è un numero frazionario. Le f.e.m. indotte nei singoli conduttori risultano sfasate nella stella delle cave in modo tale che il numero dei *vettori non coincidenti* aumenta e l'avvolgimento si comporta come se avesse un numero di cave maggiore. Nel caso di avvolgimenti a sem-

plice strato le ampiezze delle singole matasse differiscono tra loro e dal passo polare. In certo modo si può quindi considerare realizzato un raccorciamento del passo o un ampliamento di zona, mezzi entrambi efficaci per ostacolare l'insorgere di armoniche superiori.

Si possono adottare avvolgimenti a numero frazionario di cave (o fori) per polo e per fase tanto nel caso di avvolgimenti ad uno che a due strati. Gli avvolgimenti a numero frazionario di fori a semplice strato con matasse di diversa forma sono usati per piccole macchine sincrone e per macchine asincrone a poli commutabili, nel primo caso per diminuire le armoniche di ordine superiore (dovute alle cave), nel secondo per utilizzare lamierini eventualmente disponibili.

Per avere un avvolgimento asimmetrico bisogna rispettare alcune condizioni. In primo luogo ogni fase deve avere un ugual numero di matasse, cioè deve essere:

$$\gamma = N/2\,m = \text{numero intero.} \tag{3-28}$$

Da cui deriva che nell'avvolgimento a semplice strato il numero di cave è pari. Inoltre le f.e.m. di fase debbono formare una stella regolare, quindi il numero dei vettori di fase diversa (N/t) deve essere divisibile per il numero di fasi m. Se t è il massimo comun divisore fra il numero di cave N e il numero di paia di poli p, si ottiene:

$$\frac{N}{m\,t} = \frac{2\gamma}{t}\,, \tag{3-29}$$

da cui deriva:

$$\frac{2\gamma}{t} = \text{numero intero} \tag{3-30}$$

Il numero di cave per polo e per fase si può scrivere nel seguente modo:

$$q = N/2\,p\,m = \gamma/p = g + z/p \tag{3-31}$$

Qualora z e p ammettano un divisore comune, l'avvolgimento si dice fondamentale. Se tali numeri hanno un comune divisore t', l'avvolgimento risulta una ripetizione di t' volte il numero delle cave e delle paia di poli di avvolgimenti fondamentali. Per $p = m$ non si possono soddisfare contemporaneamente la (3-30) e la (3-31). Ad esempio, se per $p = m = 3$ secondo la (3-30) γ deve essere divisibile per 3, per la (3-31) sarà allora $q =$ numero intero. Nel caso di avvolgimenti a numero frazionario di fori per $p = m$ si avvolgono tutte le cave meno 3. Comunque, per uno studio più approfondito di tale tipo di avvolgimenti si rimanda alla bibliografia [3-1, 3-2].

Per sistemi trifasi hanno maggior diffusione pratica quegli avvolgimenti a numero frazionario di fori ($\gamma =$ numero dispari), per i quali il numero delle cave e il numero di paia di poli hanno il massimo comun divisore $t = 2$. Il numero di fori di tali avvolgimenti è:

$$q = g + {}^1/_2. \tag{3-32}$$

Lo schema relativo è dato in fig. 3-25, dalla quale si vede che ci sono, alternativamente, un gruppo con $q - {}^1/_2$ matasse e un altro con $q + {}^1/_2$ matasse. Il fattore di avvolgimento è quasi per tutti $\xi_1 \approx 3/\pi = 0{,}955$. La caratteristica fondamentale di tutti gli avvolgimenti di questo tipo è la comparsa al traferro di due armoniche inferiori, ruotanti in senso inverso ma di grandezza diversa. Negli avvolgimenti a numero frazionario di fori già descritti, in cui q è rispettivamente uguale a $1^1/_2$, $2^1/_2$ e $1^1/_4$, $2^1/_4$ ecc., le armoniche inferiori ruotano in un solo senso [3-1]. Per $q > 1^1/_4$ il valore dell'ampiezza di queste armoniche inferiori ruotanti verso destra e verso sinistra, calcolato in base ai fattori di avvolgimento (senza smorzamento quindi), è al massimo 0,2 volte l'ampiezza dell'armonica fondamentale. Nel caso di motori in corto circuito queste onde vengono notevolmente smorzate dalla gabbia, mentre la dissipazione addizionale e le perdite sono tanto piccole da essere per lo più quasi irrilevanti. Supponendo un completo smorzamento delle armoniche inferiori, la dissipazione dell'avvolgimento a numero frazionario di fori è uguale a quella a numero intero di fori, e cioè essa può essere presa come valore intermedio fra i due valori corrispondenti agli avvolgimenti a numeri interi di fori più vicini. Nell'avvolgimento trifase del rotore o nelle macchine sincrone le armoniche inferiori dell'ordine $\nu = {}^1/_2$ non vengono smorzate così che la dissipazione addizionale può raggiungere notevoli valori. Essa è data approssimativamente dal seguente coefficiente:



Fig. 3-25. - Matasse dell'avvolgimento a numero frazionario di fori con $q = 6 + {}^1/_2$.

$$\sigma_{\text{add}} \approx (\xi_\nu/\nu\ \xi_1)^2.$$

Con il valore di ξ_ν derivato dalla (4-125) $\nu = {}^1/_2$ e con $\xi_1 = 0{,}955$, otteniamo

$$\text{per } q = 1^1/_2 \qquad \sigma_{\text{add}} = (0{,}167 \cdot 2/0{,}955)^2 = 0{,}121$$
$$\text{e per } q = 2^1/_2 \qquad \sigma_{\text{add}} = (0{,}10 \cdot 2/0{,}955)^2 = 0{,}044.$$

Il numero dei rami in parallelo possibili è notevolmente minore nel caso di avvolgimenti a numero frazionario di fori rispetto a quello di avvolgimenti a numero di fori intero; per gli avvolgimenti che soddisfano alla (3-32) esso è addirittura la metà, cioè è $c = p/2$.

Gli avvolgimenti a due strati a numero frazionario di fori hanno un numero di matasse doppio di quelli ad uno strato, così che si hanno per essi condizioni migliori per la costruzione dell'avvolgimento e si hanno inoltre curve di campo più favorevoli. Per la costruzione dell'avvolgimento valgono le seguenti condizioni:

$$\gamma = N/m = \text{numero intero} \qquad (3\text{-}33)$$

$$N/mt = \gamma/t = \text{numero intero} \qquad (3\text{-}34)$$

$$q = N/2pm = \gamma/2p = g + z/2p = \text{numero frazionario.} \qquad (3\text{-}35)$$

Come per gli avvolgimenti ad uno strato, si hanno avvolgimenti fondamentali per z e p numeri primi. Gli avvolgimenti a due strati a numero frazionario di fori, contrariamente a quanto accade per quelli ad uno strato, possono essere costruiti anche con un numero dispari di cave e di matasse γ per fase, e anche per $p = 1$ e $p = m$. In questo ultimo caso non si ottiene solo un avvolgimento fondamentale. Così ad esempio per $p = m = 3$ si ottengono tre avvolgimenti fondamentali per $z/p = 1$ ($q = g + {}^1/_2$), per $p = 6$ sei avvolgimenti fondamentali per $z/p = 1$ ($q = g + {}^1/_2$) o tre avvolgimenti fondamentali per $z/p = 2$ ($q = g + {}^1/_4$).

Quando il numero delle cave e quello delle paia di poli sono numeri primi, si hanno avvolgimenti fondamentali, poichè in questo caso anche z e p (3-35) sono numeri primi. La progettazione dell'avvolgimento viene eseguita in base alla stella delle cave, ed è sufficiente disegnare la stella delle f.e.m. indotte nei conduttori dello strato superiore. Le f.e.m. dello strato inferiore sono in stretta relazione con quelle dello strato superiore, dato che tutte le matasse hanno uguale ampiezza. Si dividono i singoli raggi della stella in tre gruppi uguali e simmetrici, in modo che la somma dei vettori in ogni gruppo sia massima. Per la (3-27) il fattore di avvolgimento consta del fattore di matassa ζ e di quello di gruppo ζ_G che in pratica è $\approx 3/\pi = 0{,}955$ per tutti gli avvolgimenti trifasi.

Gli avvolgimenti fondamentali trifasi si possono costruire soltanto con due rami in parallelo, se il numero delle paia di poli è un numero primo (ad eccezione di 1) e quello delle matasse per fase è pari.

Se N e p hanno un divisore comune t, si hanno degli avvolgimenti ripetuti con un numero di paia di poli p/t. Così si ottiene ad esempio per $p = 5$ ed $N = 45$ $t = 5$, cioè 5 avvolgimenti fondamentali con $p = 1$ e $q = 1{}^1/_2$. Nel caso di avvolgimenti ripetuti i singoli avvolgimenti fondamentali, il cui numero è uguale al divisore comune t, possono venir collegati anche in parallelo.

Gli avvolgimenti a due strati a numero frazionario di fori possono avere anche zone ampliate e cave non avvolte [3.1].

3.2.5. Avvolgimenti per motori a poli commutabili

Il montaggio degli avvolgimenti distribuiti è molto più facile di quello degli avvolgimenti a polarità commutabili in cui il numero di cave dello statore deve essere scelto in modo che gli avvolgimenti possano essere costruiti per le polarità commutabili scelte. La condizione da rispettare nella costruzione di avvolgimenti a più polarità con un numero intero di fori è $p'q' = p''q''$, se p e q rappresentano i rispettivi valori del numero delle paia di poli e di cave per ogni polo e fase.

Spesso però non è possibile costruire l'avvolgimento a numero intero di fori per qualsiasi numero di poli, in primo luogo perchè il rapporto tra il numero di polarità commutabili non lo consente, in secondo luogo per ragioni economiche, quando si vogliono usare lamierini già disponibili. In questi casi si ricorre allora ad avvolgimenti simmetrici a numero di

fori frazionario, dei quali si usano quelli di più facile costruzione con $q = 1^1/_2$, $2^1/_2$ e solo più raramente quelli con $q = 1^1/_4$, $2^1/_4$ ecc.

Normalmente tutti gli avvolgimenti sono collegati a stella senza rami in parallelo. Per evitare circolazione di correnti interne, si cerca di evitare il collegamento a triangolo e i rami in parallelo. Spesso per grandi motori e per basse tensioni, tuttavia, non è possibile costruire l'avvolgimento semplice (collegamento a stella senza rami in parallelo). Esamineremo ora le condizioni alle quali è possibile costruire l'avvolgimento chiuso e realizzare più rami in parallelo.

Consideriamo un avvolgimento con numero di paia di poli p_f, collegato alla rete, e indichiamo con p_e il numero di paia di poli che vogliamo ottenere con la commutazione. Consideriamo dapprima una sola matassa; in essa si ha una f.e.m. che è somma delle f.e.m. indotte nei due lati della matassa. Queste f.e.m. sono di grandezza uguale, ma spostate di un angolo

$$\beta = 180^o\, \gamma\, p_f/p_e \tag{3-36}$$

l'una rispetto all'altra, se γ rappresenta il raccorciamento del passo W/τ La f.e.m. $E_S = E_0\,(1 - \varepsilon^{j\beta})$ indotta in una matassa è nulla per $\beta = 360^o$, 720° ecc., vale a dire quando è

$$\gamma\, p_f/p_e = \text{numero intero pari } (2, 4, \ldots) \tag{3-37}$$

donde segue la più importante condizione pratica:

$$p_f = \frac{p_e}{2\gamma}\,. \tag{3-38}$$

Mediante un'appropriata scelta del passo dell'avvolgimento (γ) si può far tendere a zero la f.e.m., cosa che in pratica è realizzabile solo per $p_e < p_f$. Per l'avvolgimento ad uno strato ($\gamma = 1$) la condizione è quindi $p_e = p_f/2$. L'avvolgimento tetrapolare ad esempio non induce alcuna tensione in una matassa dell'avvolgimento bipolare.

Se è $E_S > 0$, la f.e.m. indotta in un gruppo formato da un numero q di matasse sarà:

$$E_G = E_S \left[1 + \varepsilon^{j\frac{360^0\, p_f}{2\, q\, m\, p_e}} + \ldots\, \varepsilon^{j\frac{360^0\,(q-1)\, p_f}{2\, q\, m\, p_e}}\right]. \tag{3-39}$$

Questa tensione diventa zero se è:

$$\frac{p_f}{2\, m\, p_e} = \text{numero intero } (1, 2 \ldots) \tag{3-40}$$

Da cui deriva la condizione

$$p_f = 2\, m\, p_e. \tag{3-41}$$

Il numero di poli p_f deve essere ancora più piccolo di quello che rende $E_S = 0$ [(3-38)], così che questa condizione è ancora più limitativa di quella data dalla (3-38).

Se ora tutti i (p) gruppi di matasse di una fase vengono collegati in serie per formare un avvolgimento ad uno strato, la f.e.m. di una fase è data da:

$$E_p = E_G \left[1 + \varepsilon^{j \frac{360^\circ p_f}{p_e}} + \ldots \varepsilon^{j \frac{360^\circ (p_e - 1) p_f}{p_e}} \right]. \tag{3-42}$$

Essa è generalmente nulla, dato che il termine tra parentesi quadra rappresenta una poligonale chiusa. Solo nel caso in cui sia:

$$p_f / p_e = \text{numero intero} \tag{3-43}$$

le singole f.e.m. sono in fase ed è $E_p > 0$.

Poichè per la (3-37) (con $\gamma = 1$) i valori pari di p_f/p_e, rendono $E_S = 0$, affinchè si abbia una f.e.m. diversa da zero deve essere verificata la condizione:

$$p_f / p_e = \text{numero dispari} \tag{3-44}$$

Nel caso di avvolgimento a due strati la f.e.m. di fase risulta dalla somma delle $2p$ f.e.m. di gruppo, spostate peraltro l'una rispetto all'altra dell'angolo $180^\circ (1 + p_f/p_e)$. Mentre anche in questo caso è valida la (3-43), la (3-44) vale solo per avvolgimento non raccorciato.

Come risultato delle considerazioni precedenti otteniamo la seguente regola [3.8]: di due avvolgimenti aventi diverso numero di poli, quello con il numero di poli minore non può mai influire sull'altro, mentre quello con maggior numero di poli può influire sull'altro, solo se il suo numero di poli è un multiplo intero dell'altro (3-43). Se l'avvolgimento con il numero minore di poli è diametrale, viene influenzato dall'altro solo se il numero di poli di questo ultimo è un multiplo dispari del suo numero di poli (3-44).

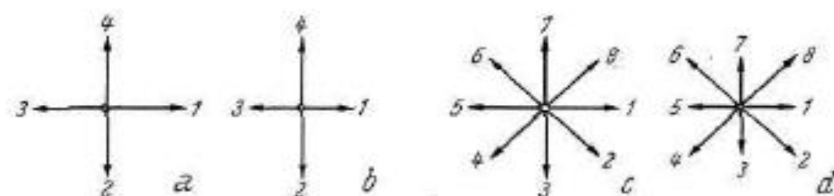


Fig. 3-26 - Diagrammi delle tensioni di gruppo per $p_e = 4$ $p_f = 3$. a) avvolgimento a uno strato a numero intero di fori; b) avvolgimento a uno strato a numero frazionario di fori; c) avvolgimento a due strati a numero intero di fori e d) avvolgimento a due strati a numero frazionario di fori.

Le f.e.m. indotte nelle fasi dell'avvolgimento a p_f paia di poli sono spostate le une rispetto alle altre di un angolo pari a $360^\circ\ p_f/m\, p_e$. Per $p_f/p_e \neq m$ tali f.e.m. formano un poligono chiuso, il che significa che la loro somma è uguale a zero, e quindi il collegamento a poligono dell'avvolgimento (per $m = 3$ collegamento a triangolo) è pienamente ammissibile.

Per determinare possibili rami in parallelo si usa, quando sia possibile, il metodo grafico, dato che un metodo analitico generale sarebbe complicato e difficile [3.9]. Basta disegnare le f.e.m. dei singoli rami e poi dal diagramma delle f.e.m. si riconoscerà quali rami possono venir collegati in parallelo. Consideriamo dapprima l'avvolgimento ad uno strato con

$p_f = 3$ e $p_e = 4$. Le tensioni di gruppo dell'avvolgimento a otto poli ($p_e = 4$) sono riportate in fig. 3-26*a*. Rispetto alla f.e.m. del primo gruppo quella del secondo è spostata dell'angolo $360^o \cdot 3/4 = 270^o$, quella del terzo di 540° ecc. Se si collegano in serie i gruppi 1 e 3 e 2 e 4, in queste derivazioni non viene indotta alcuna f.e.m. e quindi due derivazioni in parallelo sono ammesse. Se poi l'avvolgimento a otto poli è a numero frazionario di fori con $q = 2\frac{1}{2}$, le f.e.m. dei gruppi (fig. 3-26*b*) sono disuguali e precisamente quelle dei gruppi 1 e 3 sono minori, mentre quelle dei gruppi 2 e 4 sono maggiori, dato che le prime sono somma delle f.e.m. di due matasse e le altre delle f.e.m. di tre. Notoriamente negli avvolgimenti con numero di fori frazionario le matasse piccole e grandi si alternano. In considerazione della presenza di correnti interne sono ammessi solo due rami in parallelo con i gruppi 1 e 3 e 2 e 4. Tuttavia nell'avvolgimento a otto poli questi rami non possono essere collegati in parallelo in considerazione del diverso numero di matasse di ogni derivazione (4 e 6). L'avvolgimento a otto poli con due rami in parallelo non può quindi essere costruito come avvolgimento a numero frazionario di fori.

In fig. 3-26*c* è illustrato il diagramma delle tensioni per uno stesso numero di poli, ma per avvolgimento a due strati ($p_e = 4$) e q intero. Si hanno otto gruppi, la tensione di ognuno dei quali è spostata di $180^o (1 + 3/4) = 315^o$ rispetto al gruppo vicino. In questo caso sono possibili i seguenti rami in parallelo:

ramo 1-2-5-6 e ramo 3-4-7-8
ramo 1-3-5-7 e ramo 2-4-6-8

In ambedue i casi la f.e.m. interna di ogni ramo è uguale a zero. Il collegamento con rami in parallelo 1-2-3-4 e 5-6-7-8 è impossibile, dato che la f.e.m. interna delle due derivazioni differisce da zero e si somma in modo tale da determinare una notevole corrente di circolazione.

La fig. 3-26*d* riporta il diagramma delle f.e.m. nel caso in cui l'avvolgimento a otto poli sia un avvolgimento a due strati a numero frazionario di fori. Le tensioni di gruppo hanno due valori che cambiano alternativamente con la successione dei gruppi. In considerazione della f.e.m. interna e del normale esercizio a otto poli, è possibile soltanto il collegamento in parallelo dei rami 1-2-5-6 e 3-4-7-8.

Nella tab. 3-5 sono riportate le f.e.m. dei gruppi, per diverse combinazioni dell'avvolgimento a due strati a numero intero di fori [3-9, 3-2]. In base a questa tabella (8) sono state compilate le tabelle 4, 5, 6 e 7, che indicano i possibili rami in parallelo e i collegamenti dei gruppi di matasse. Disegnando il diagramma delle tensioni riportate in tab. 8 e compilando le tavv. 4, 5, 6 e 7 si è ammessa l'esistenza di una f.e.m. di gruppo che tuttavia, in determinati casi, può anche sparire per effetto di un raccorciamento del passo corrispondente, mentre aumenterà invece il numero dei rami in parallelo possibili. Per matasse a passo non raccorciato ($\gamma = 1$) tali casi sono riportati in parentesi. In altri casi poi si possono formare

TAB. 3-1. - Possibili rami in parallelo dell'avvolgimento a due strati a numero intero di fori (e avvolgimenti a tre piani) nel caso di motori a poli commutabili.

p_f	1	2	3	4	5	6
p_f =1	—	2 r.p. 1-3, 2 4	2 r.p. 1-2-3, 4-5-6	2 r.p. 1-3-5-7, 2-4-6-8 4 r.p. 1-5, 3-7, 2-6, 4-8	2 r.p. 1-2-3-4-5, 6-7-8-9-10	2 r.p.* 1-3-5-9-11, 2-6-8-10-12
2	(2 r.p. 1, 2)	—	2 r.p. 1-3-5, 2-4-6. 3 r.p. 1-4, 2-5, 3-6	2 r.p.* 1-3-5-7, 2-4-6-8. 4 r.p. 1-3, 2-4, 3-5, 4-6	2 r.p. 1-3-5-7-9, 2-4-6-8-10	2 r.p.* 1-3-5-7-9-11, 2-4-6-8-10-12. 4 r.p.* 1-5-9, 2-6-10, 3-7-11, 4-8-12
3	2 r.p. 1, 2	2 r.p. 1-3, 2-4	—	2 r.p. 1-3-5-7, 2-4-6-8. 4 r.p. 1-5, 2-6, 3-7, 4-8	2 r.p. * 1-3-5-7-9, 2-4-6-8-10	2 r.p.* 1-3-5-7-9-11, 2-4-6-8-10-12. 3 r.p. 1-2-3-4, 5-6-7-8, 9-10-11-12. 4 r.p. 1-5-9, 2-6-10, 3-7-11, 4-8-12
4	(2 r.p. 1, 2)	2 r.p. 1-2, 3-4 (1-3, 2-4)	2 r.p. 1-3-5, 2-4-6. 3 r.p. 1-4, 2-5, 3-6	—	2 r.p. 1-3-5-7-9, 2-4-6-8-10	2 r.p.* 1-3-5-7-9-11, 2-4-6-8-10-12. 3 r.p. 1-4-7-10, 2-5-8-11, 3-6-9-12 6 r.p. 1-4, 2-5, 3-6, 4-7, 8-11, 9-12
5	2 r.p. 1, 2	2 r.p. 1-3, 2-4	2 r.p. 1-2-3, 4-5-6	2 r.p. 1-3-5-7, 2-4-6-8. 4 r.p. 1-5, 2-6, 3-7, 4-8	—	2 r.p. 1-3-5-7-9-11, 2-4-6-8-10-12. 3 r.p. 1-4-7-10, 2-5-8-11, 3-6-9-12. 4 r.p. 1-5-9, 2-6-10, 3-7-11, 4-8-12
6	(2 r.p. 1, 2)	2 r.p.* 1-3, 2-4. 4 r.p. 1, 2, 3, 4	(2 r.p. 1-3-6, 2-4-5). 3 r.p.* 1-4, 2-5, 3-6	2 r.p.* 1-3-5-7, 2-4-6-8. 4 r.p. 1-3, 2-4, 5-7, 4-6	2 r.p. 1-3-5-7-9, 2-4-6-8-10.	—

TAB. 3-2. - Possibili rami in parallelo dell'avvolgimento a due strati a numero intero di fori nel caso di motori a poli commutabili.

p_e	1	2	3	4	5	6
$p_f = 1$	—	—	—	2 r.p. 1-3, 2-4	—	2 r.p. 1-3-5, 2-4-6. 3 r.p. 1-4, 2-5, 3-6
2	—	—	—	2 r.p. 1-2, 3-4	—	2 r.p. 1-2-3, 4-5-6
3	2 r.p.	—	—	2 r.p. 1-3, 2-4	—	3 r.p.* 1-4, 2-5, 3-6
4	—	2 r.p. 1, 2	—	—	—	2 r.p.* 1-3-5, 2-4-6
5	2 r.p.	—	—	2 r.p. 1-3, 2-4	—	2 r.p. 1-3-5, 2-4-6. 3 r.p. 1-4, 2-5, 3-6
6	—	2 r.p. 1, 2	3 r.p. 1, 2, 3	2 r.p. 1-2, 3-4	—	—

TAB. 3-3. - Possibili rami in parallelo dell'avvolgimento a due strati a numero frazionario di fori con $q = g \pm {}^1/_2$ nel caso di motori a poli commutabili.

p_f	2	3	4	5
$p_e = 1$	—	—	2 r.p. 1-2-5-6, 3-4-7-8	2 r.p. 1-4-5-7-9-12, 2-3-6-7-10-11. 3 r.p. 1-4-7-10, 2-5-8-11, 3-6-9-12
2	—	—	2 r.p. 1-3-6-8, 2-4-5-7	2 r.p. 1-2-3-4-5-6, 7-8-9-10-11-12
3	—	—	2 r.p. 1-2-5-6, 3-4-7-8	3 r.p. 1-4-7-10, 2-5-8-11, 3-6-9-12
4	2 r.p. 1-2, 3-4	—	—	2 r.p.* 1-4-5-8-9-12, 2-3-6-7-10-11
5	—	—	2 r.p. 1-2-5-6, 3-4-7-8	2 r.p. 1-2-5-6-9-10, 3-4-7-8-11-12. 3 r.p. 1-4-7-10, 2-5-8-11, 3-6-9-12
6	2 r.p. 1-2, 3-4	3 r.p.* 1-4, 2-5, 3-6	2 r.p. 1-2-4-7, 3-5-6-8	—

le derivazioni mediante più combinazioni di matasse (contrassegnate da un asterisco). Di tutte le possibili combinazioni tuttavia è stata data soltanto *quella che si ritiene la migliore.*

TAB. 3-4. - Possibili rami in parallelo dell'avvolgimento a due piani a numero frazionario di fori con $q = g \pm 1/2$ nei motori a poli commutabili.

$p_e =$	4	6
$p_f = 2$	2 r.p. 1-2, 3-4	—
3	—	3 r.p. 1-2, 3-4, 5-6
6	2 r.p. 1-2, 3-4	—

Le migliori sono quelle in cui i gruppi di matasse di una derivazione sono distribuiti con la maggiore uniformità possibile sull'intera superficie dello statore. In questo caso infatti l'esperienza insegna che l'esercizio del motore è esente da vibrazioni. Rispetto alla f.e.m. indotta gli avvolgimenti a tre piani hanno lo stesso comportamento di un avvolgimento a due strati con $W = 2/3\tau$. Per esso vale la tab. 3-1.

In un motore con $p_e = 3$ e $p_f = 6$ si potrebbe adottare l'avvolgimento a sei poli con due rami in parallelo a passo non raccorciato o con tre rami in parallelo, mentre per un motore con $p_e = 3$ e $p_f = 4$ tre derivazioni in parallelo con collegamento 1-2, 3-4, 5-6 sono impossibili; l'esercizio del motore è invece esente da vibrazioni per collegamenti 1-4, 2-5 e 3-6, come conferma la tab. 3-3. In tab. 3-4 è poi confermato che nel caso di avvolgimento ad uno strato con $p_e = 2$ non sono possibili rami in parallelo, se è $p_f = 1$ o 3.

Nel caso di avvolgimenti a poli commutabili i diversi numeri di poli si ottengono collegando in modo diverso l'avvolgimento relativo. Soltanto gli avvolgimenti il cui numero di poli stia nel rapporto 1 : 2 e nei quali la commutazione avvenga realizzando l'inversione della direzione della corrente nelle singole parti dell'avvolgimento, hanno una utilizzazione pratica. Per rapporti diversi, l'avvolgimento perde la sua semplicità [3-1] e viene sostituito il più delle volte da due avvolgimenti distinti. Perciò ci occuperemo soltanto degli avvolgimenti aventi il rapporto di numero di poli 1 : 2. In confronto agli avvolgimenti distinti quelli a poli commutabili presentano una migliore utilizzazione a cui fa riscontro, nella costruzione dell'avvolgimento stesso, lo svantaggio di una certa dipendenza del numero di paia di poli l'uno dall'altro.

L'avvolgimento che si usa è esclusivamente quello a due strati dato *che in questo tipo si può scegliere liberamente l'ampiezza della* matassa, ampiezza che normalmente è compresa tra la metà o i 2/3 del passo polare. L'avvolgimento a uno strato dà, a seconda del collegamento, valori relativamente grandi dei campi superiori (5ª e 7ª armonica), che disturbano assai l'avviamento del motore.

Il principio della commutazione è illustrato in fig. 3-27 per una fase dell'avvolgimento a due strati, con ampiezza di matassa uguale alla metà del passo polare del numero di poli semplice. Ogni fase è formata da due gruppi di matasse; se li si collega in serie (vedi fig. 3-27*a*), si determina

TAB. 3-5. - Tensioni di gruppo di avvolgimenti a due strati aventi un numero p_e di paia di poli, determinate dall'avvolgimento avente un numero p_f di paia di poli.

p_f	$p_e = 1$	2	3	4	5	6
1		4, 3, 1, 2	3 6, 1 4, 5 2	3, 8, 6, 5, 1, 2, 7, 4	3 8, 10, 5, 1 6, 7 2, 9 4	5, 10, 3, 12, 8, 7, 1, 2, 6, 9, 4, 11
2	2, 1		5, 6, 4, 1, 3, 2	4 8, 7 3, 1 5, 6 2	10, 7, 3, 4, 6, 1, 9, 8, 2, 5	3 6 9 12, 1 4 7 10, 11 8 5 2
3	1 2	2, 3, 1, 4		7, 6, 8, 5, 1, 4, 2, 3	5 10, 4 9, 1 6, 8 3, 7 2	4 8 12, 11 7 3, 1 5 9, 10 6 2
4	2, 1	4 2, 1 3	3, 2, 4, 1, 5, 6		8, 9, 7, 10, 6, 1, 5, 2, 4, 3	5 11, 6 12, 10 4, 1 7, 9 3, 8 2
5	1 2	4, 3, 1, 2	2 5, 1 4, 6 3	3, 4, 2, 5, 1, 6, 8, 7		9, 10, 11, 8, 12, 7, 1, 6, 2, 5, 4, 3
6	2, 1	1 2 3 4	6 4 2, 1 3 5	2 6, 7 3, 1 5, 8 4	4, 3, 5, 2, 6, 1, 7, 10, 8, 9	

la curva di forza magnetomotrice bipolare. Se però si muta la direzione della corrente del secondo gruppo, si ottiene la curva illustrata in fig. 3-27*b*, mentre l'induzione al traferro diventa la metà e il numero di poli il doppio di quello di fig. 3-27*a*.

Ogni fase degli avvolgimenti qui descritti è costituita da due metà, collegabili in serie o in parallelo; le singole fasi inoltre possono venir collegate a stella o a triangolo. In questo modo, senza variare la tensione ai morsetti, si può raggiungere l'induzione voluta e il campo desiderato per le due velocità, mediante la scelta

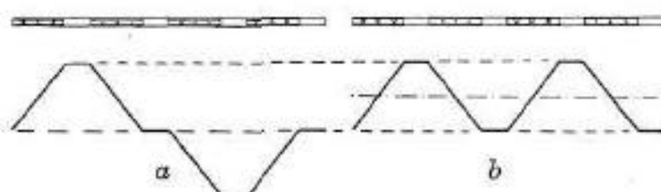


Fig. 3-27. - Raddoppiamento del numero di poli mediante commutazione di una fase secondo Dahlander.

del relativo collegamento. In fig. 3-28 sono illustrati i più importanti collegamenti degli avvolgimenti per le due velocità. Per ottenere lo stesso senso di rotazione per le due polarità, bisogna scambiare due morsetti.

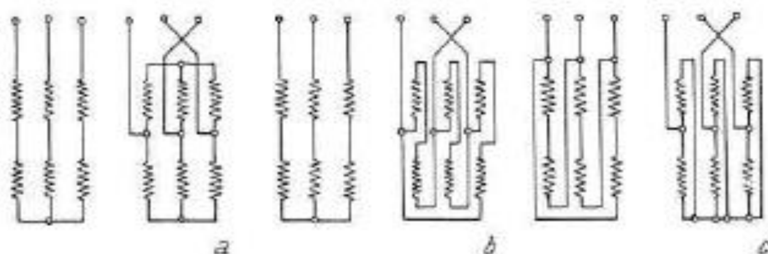


Fig. 3-28. - I collegamenti più importanti di un avvolgimento a poli commutabili, secondo Dahlander.

Il fattore di avvolgimento è $\xi_1 = 0{,}676$ per numero di poli semplice e per $q = \infty$, e per numero doppio di poli è $\xi_2 = 0{,}828$. Così, per i diversi collegamenti di fig. 3-28 si determinano i valori dati in tab. 3-6. In essa sono raccolti anche i dati relativi ad una ampiezza di matassa diversa da $1/2\tau$, come si verifica spesso in pratica.

TAB. 3-6. - Rapporto di induzione B_2/B_1 e numero di morsetti (K) per gli avvolgimenti di fig. 3-28.

Figure	Collegamento	B_2/B_1			K
		$W/\tau = \gamma = 1/2$	5/9	2/3	
a	⅄/⅄⅄	0,81	0,89	1,15	6
b	⅄/Δ	0,94	1,03	1,30	12
c	Δ/⅄⅄	1,41	1,55	1,99	6

Sono stati studiati anche avvolgimenti commutabili con il rapporto 1 : 3 [3.14, 3.17]; sulla loro utilizzazione pratica però non si può ancora dire nulla.

3.2.6. Avvolgimenti a gabbia

L'avvolgimento a gabbia è impiegato per lo più come avvolgimento rotorico nelle macchine asincrone e come avvolgimento smorzatore in quelle sincrone a poli salienti. Esso consiste di barre collegate fra loro per mezzo di anelli di corto circuito sulle due parti frontali del rotore, in numero uguale al numero di cave (N_2) del rotore. L'avvolgimento a gabbia è un avvolgimento polifase con un numero N_2 di fasi, un numero di spire $w_2 = 1/2$ per ogni fase e un fattore di avvolgimento $\xi_2 = 1$. Si può (fig. 3-29) rappresentare ogni barra come parte di una spira anulare; i conduttori interni di tali spire poi possono essere riuniti a formare un

conduttore unico. Siccome però in esso non passa corrente, lo si può togliere, ottenendo così l'avvolgimento di fig. 3-29*b*, con un punto di collegamento il quale a sua volta può essere sostituito da un anello di corto circuito.

Più raramente si usano avvolgimenti in corto circuito con più barre per fase (vedi pag. 265).

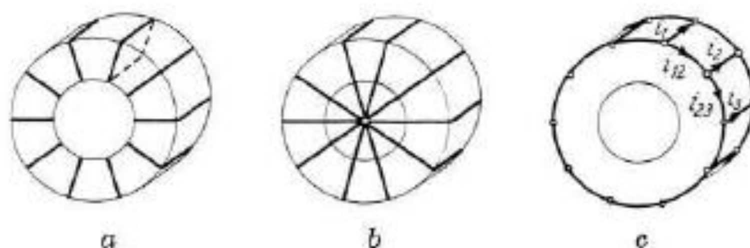


Fig. 3-29. - Avvolgimento a gabbia.

Generalmente l'avvolgimento smorzatore delle macchine sincrone non è interamente simmetrico e nell'intervallo fra i poli non esistono di norma le barre. Le gabbie così formate sono chiamate incomplete e anche se il loro comportamento è uguale a quello delle gabbie complete, il loro fattore di avvolgimento è inferiore a 1. Poichè inoltre queste gabbie sono asimmetriche, si determina un campo rotante in senso inverso. Normalmente però l'azione di tale campo è trascurabile. Nel caso di motori sincroni la gabbia di smorzamento è usata anche per l'avviamento asincrono.

3.2.7. Criteri di scelta dell'avvolgimento

Gli avvolgimenti statorici dei motori trifasi possono essere a semplice strato o a due strati. Ciascuno di questi tipi presenta vantaggi e svantaggi che tuttavia, per il momento, non siamo ancora in grado di valutare appieno. L'avvolgimento a due strati permette un raccorciamento del passo e una diminuzione delle perdite addizionali, che tuttavia in pratica è minore di quanto le considerazioni teoriche potrebbero far credere. Gli avvolgimenti a semplice strato presentano il vantaggio di un isolamento notevolmente migliore di quello dell'avvolgimento a due strati, soprattutto nel caso di macchine piccole.

Gli avvolgimenti sono abitualmente costituiti da un numero intero di cave per polo e fase (q). Generalmente si cerca di evitare la presenza di armoniche inferiori che si determinano negli avvolgimenti con un numero frazionario di fori, dato che esse possono causare un aumento delle perdite addizionali e dei rumori.

Nell'avvolgimento a due strati ci sono due lati di matassa in ogni cava e il numero di conduttori è doppio di quello dell'avvolgimento a semplice strato e pure doppio può essere il numero dei rami in parallelo. Il numero di spire minimo per ogni fase è uguale nei due tipi d'avvolgimento.

Poichè in pratica nelle macchine elettriche si usa solo un numero di cave divisibile per 6, l'avvolgimento a due strati e a numero frazionario di fori può essere realizzato per numeri di paia di poli qualsiasi, eccezion fatta per quelli divisibili per 3. Contrariamente a quanto accade per gli avvolgimenti ad uno strato, nel tipo a due strati le testate di avvolgimento hanno tutte ugual forma.

Nel montaggio dell'avvolgimento a due strati tutti i lati di matassa inferiori debbono essere collocati per primi e a questi vengono poi sovrapposti quelli superiori. Per semplificare tale operazione, l'avvolgimento viene costruito con matasse irregolari (fig. 3-30), cioè per due fasi il primo gruppo di matasse viene posto sul fondo della cava e gli ultimi due gruppi nella parte superiore di essa. In questo modo durante il montaggio non è necessario collocare prima tutti i lati di matassa inferiori, ma si possono invece montare matasse intere. Con una irregolarità di scarsa entità il lavoro di montaggio dell'avvolgimento viene di molto diminuito.

Nelle macchine asincrone si usano principalmente cave semichiuse e i conduttori vengono introdotti attraverso l'apertura delle cave (conduttori sottili) oppure infilati dalle parti frontali (conduttori di grossa sezione). Nel caso di macchine piccole con conduttori sottili si ricorre ad un procedimento di montaggio in cui ciascun lato di matassa viene collocato in cava introducendo filo per filo. Per poter applicare tale metodo bisogna che l'apertura della cava sia leggermente maggiore dello spessore del filo isolato sommato allo spessore del tubo isolante uscente dall'intaglio. Questo tubo consiste di uno o due strati di materiale flessibile che rivestono l'intaglio per impedire che l'isolamento del filo venga danneggiato durante il montaggio. Prima del montaggio le matasse vengono avvolte su una sagoma e legate in alcuni punti, facendo anche in modo che le matasse di una stessa fase vengano avvolte senza spezzare il filo, con continuità. Dopo il montaggio si tagliano poi le parti sovrabbondanti del tubo isolante e si chiude la cava con il resto del tubo e con un cuneo. Questo procedimento è consigliabile per conduttori a sezione rotonda fino a 2,5 mm circa di diametro. Per conduttori a sezione più grossa, dai 4 ai 5 mm circa di diametro, si usa il sistema di infilare frontalmente i conduttori nella cava. In questo caso il tubo isolante può essere formato da strati di materiale flessibile (bassa tensione) o da materiale preparato in forno (alta tensione). Per facilitare il montaggio e per ottenere la disposizione del conduttore voluta, si riempiono le cave di barre piatte, di numero e dimensioni uguali a quelle dell'avvolgimento, sostituendole poi una per una con il conduttore introdotto frontalmente. Per non deteriorare l'isolamento dei conduttori si usano

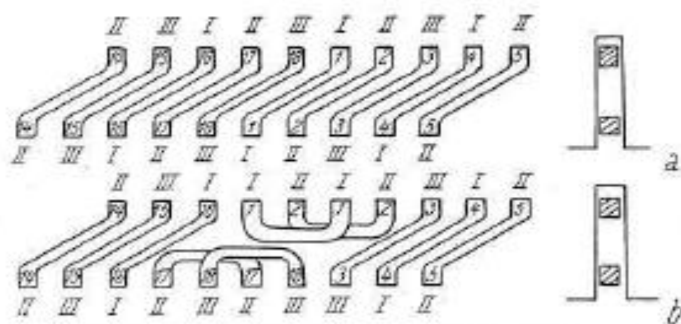


Fig. 3-30. - *a*) Normale avvolgimento a due strati ($q = 1$) e *b*) con una irregolarità.

spezzoni di lunghezza pari a quella di un gruppo di matasse. Raramente si usano conduttori a sezione quadrata, dato che, a causa della pressione che si esercita tra spigoli a contatto, un eventuale scambio di posto di essi potrebbe danneggiare l'isolamento.

Le matasse costituite da più conduttori vengono avvolte direttamente nelle cave o al di fuori di esse, su sagome. Nelle matasse diritte gli strati sono disposti trasversalmente rispetto alla larghezza della cava (fig. 3-31*a*), mentre nelle matasse piegate gli strati vengono disposti l'uno a fianco dell'altro nella cava, in modo che ciascuno di essi prema sugli strati già avvolti impedendone lo scorrimento (fig. 3-31*b*). Quando i conduttori sono disposti come in fig. 3-31*a* e b non si ha alcun incrocio dei conduttori stessi nei collegamenti trasversali di passaggio da uno strato all'altro.

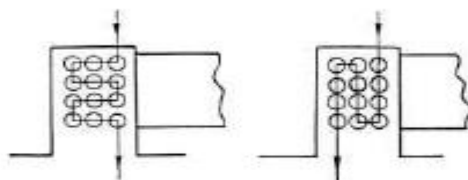


Fig. 3-31. - Realizzazione degli strati *a*) nel caso di matasse diritte; *b*) nel caso di matasse piegate.

Se però si prendono particolari accorgimenti per evitare che i conduttori si spostino (matasse trattate al forno ad esempio), si può usare la disposizione di fig. 3-31*a* anche per matasse piegate e quella di fig. 3-31*b* per matasse diritte.

Per rotori ad anelli si usa sia l'avvolgimento a semplice strato sia quello a due strati, mentre si usano raramente quelli a tre piani, perchè hanno testate più lunghe e sono di difficile amarraggio.

L'avvolgimento a due piani viene montato infilando i conduttori frontalmente ed è formato da pochi conduttori grossi disposti nella cava. Si usano principalmente conduttori a sezione rotonda per evitare la pressione in corrispondenza degli spigoli nel caso che i conduttori ruotino. I conduttori a sezione rettangolare danno senz'altro una maggiore utilizzazione delle cave ma poichè il lavoro di montaggio è molto difficile, non vengono quasi mai usati. L'avvolgimento con testate su due piani, usato nei motori più piccoli, è di montaggio non costoso e fornisce una tensione di rotore più elevata dell'avvolgimento a barre. Una tensione di rotore più elevata è spesso richiesta per avere una corrente più bassa. L'avvolgimento rotorico si fa quasi sempre del tipo trifase, mentre in passato si usava spesso il tipo bifase per ottenere un avviatore semplice (due file di contatti invece di tre), anche se si otteneva una dispersione di cava superiore. Poichè però la semplificazione dell'avviatore era minima, questo tipo di avvolgimento è stato abbandonato.

I più diffusi sono gli avvolgimenti a gabbia.

Soltanto lo statore di piccole macchine sincrone trifasi con una potenza fino a 500 kVA e gli alternatori monofasi hanno l'avvolgimento ad uno strato, mentre per le macchine grosse si adotta di norma il tipo a due strati. Nelle macchine a grande traferro le cave sono sempre di tipo aperto in modo che le matasse dell'avvolgimento statorico vengono prima isolate e poi infilate nelle cave. Nel caso di macchine piccole per bassa tensione

l'isolamento non ha grande importanza per cui questi avvolgimenti vengono per lo più introdotti filo per filo nelle cave e poi impregnati, come per le macchine asincrone.

Fra tutte le macchine i turbogeneratori a due poli hanno il traferro più grande. Il numero dei fori q è per lo più maggiore di 6 così che queste macchine non hanno bisogno di misure particolari per diminuire l'azione dei campi armonici. In questo caso si adotta per lo più l'avvolgimento a due strati a numero intero di fori. Per diminuire l'azione delle armoniche di 5º e 7º ordine si dà alle matasse dell'avvolgimento un'ampiezza $W = 5/6\tau$.

Nel caso di macchine sincrone multipolari le armoniche superiori dovute alle cave hanno entità non trascurabile. Per diminuirle si usano avvolgimenti a numero frazionario di fori così che nell'avvolgimento a due strati possono presentarsi numeri dispari di cave.

Per diminuire le perdite addizionali nelle testate dell'avvolgimento si dà a queste ultime una forma particolare per cui gli avvolgimenti sono detti a cesto.

Nel caso di macchine grandi ha molta importanza ridurre le perdite addizionali dovute all'addensamento di corrente. I turboalternatori sono dotati di norma di barre Roebel. Nel caso di macchine a poli salienti si esegue una trasposizione dei singoli conduttori.

3.3. Avvolgimenti di eccitazione

Gli avvolgimenti di eccitazione sono formati da spire collegate in serie e disposte concentricamente. Dal punto di vista elettrico tale costruzione non offre alcun vantaggio particolare, mentre il fissaggio meccanico e il raffreddamento delle matasse comportano notevoli difficoltà.

Quando la sezione è piccola le matasse sono costituite da conduttori cilindrici e smaltati, mentre per sezioni grandi si impiegano conduttori nudi collocati di costa. L'isolamento tra le singole spire è ottenuto allora mediante strati di presspan e tali avvolgimenti sono molto stabili meccanicamente. Poichè in questo caso manca l'isolamento nella direzione del flusso di calore, la ventilazione è più efficace che nel caso di conduttori isolati. A causa della piccola caduta di temperatura all'interno della matassa è ammessa dalle norme una sovratemperatura più elevata di circa 5º C. L'impiego di matasse avvolte di costa su un solo strato è limitato a grandi sezioni di conduttori. Per una larghezza b del conduttore compresa tra 20 e 70 mm, lo spessore per cui è possibile un piegamento con il raggio $r = b$, è:

$$d_{\min.} \geqq 0{,}5 + b/100. \tag{3-45}$$

Di qui si ricava la sezione minima:

$$q_{E,\min.} \geqq b\ d_{\min} \approx (0{,}5 + b/100)\, b \text{ mm}^2. \tag{3-46}$$

Per $b = 20$ mm è $q_{E,\min.}$ 14 mm².

Se è data la corrente di eccitazione (I_E), il numero delle spire dell'avvolgimento è:

$$w_E = \Theta_E / I_E c, \tag{3-47}$$

in cui c è il numero dei rami in parallelo. Il più delle volte però è data la tensione di eccitazione (U_E). In questo caso la sezione del conduttore (q_E), il numero di spire e la corrente di eccitazione si ricavano in funzione della lunghezza media l_E di una spira e della resistenza specifica del conduttore. Dalle relazioni

$$R_E = \varrho\, w_E l_E / c q_E \quad \text{e} \quad R_E I_E = U_E \qquad (3\text{-}48), (3\text{-}49)$$

si ottiene:

$$q_E = \frac{\varrho\, l_E\, \Theta_E}{c\, U_E}. \tag{3-50}$$

Assumendo inoltre una densità di corrente S_E determinata, si ottiene il valore della corrente di eccitazione dalla:

$$I_E = c q_E\, S_E. \tag{3-51}$$

Il numero di spire è determinato ancora dalla (3-47).

Per correnti di eccitazione elevate spesso il valore di amper-spire richiesto non si può ottenere con un numero intero di spire; in questo caso si può realizzare una mezza spira, distribuendo i collegamenti tra le matasse di eccitazione sui due lati della macchina alternativamente, come si vede in fig. 3-32. Gli estremi del circuito debbono stare dalla stessa parte.

Recentemente sono state costruite anche macchine sincrone a poli commutabili [3.12, 3.13]. In tal caso una attenzione particolare richiede la commutazione dell'avvolgimento di eccitazione.

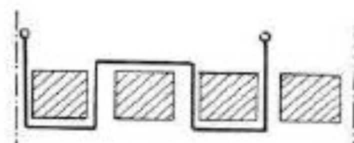


Fig. 3-32. - Collegamento dell'avvolgimento di eccitazione con una mezza spira per polo.

Nella macchina a poli non salienti con un avvolgimento di eccitazione distribuito nelle cave, la commutazione dei poli dell'avvolgimento di eccitazione può avvenire con le stesse modalità che regolano la commutazione dell'avvolgimento dello statore. Poichè le macchine a poli non salienti sono quasi esclusivamente bipolari, si ha solo la commutazione nel rapporto 1 : 2.

Più importante in pratica è la commutazione dei poli delle macchine lente, aventi per lo più poli salienti. Naturalmente si vuole mantenere la normale costruzione dei poli e dell'avvolgimento di eccitazione e variare il numero di poli magneticamente efficaci solo mediante alcune semplici modifiche dei collegamenti. La commutazione è stata proposta da Tittel e Reinhardt [3.12, 3.13] ed è illustrata in fig. 3-33. La fig. 3-33*a* rappresenta la curva di campo di una normale macchina a dieci poli in cui l'avvolgimento di eccitazione è ripartito in due gruppi, in modo che ognuno consista di sei matasse polari disposte in serie. Di esse, le quattro centrali hanno un certo numero di spire, mentre le due esterne ne hanno

solo la metà. Su due poli quindi le matasse sono divise in due parti che appartengono rispettivamente a gruppi diversi. Collegando i gruppi come in fig. 3-33*a*, si ottiene il normale avvolgimento di eccitazione a dieci poli.

Scambiando tra loro i collegamenti di un gruppo si ottiene il collegamento illustrato in fig. 3-33*a*. I flussi nei poli le cui matasse di eccitazione appartengono al gruppo commutato mutano direzione; i flussi nei poli con matassa divisa diventano inoltre nulli così che si determina la curva di campo illustrata in fig. 3-33*b*. L'analisi di essa dà come risultato un campo ad otto poli ed uno a dodici. Se lo statore ha un avvolgimento a otto poli, la macchina può lavorare come macchina sincrona a otto poli. Il campo a dodici poli non induce tensione nell'avvolgimento a otto poli (cfr. pag. 80). Per diminuire le armoniche superiori si possono applicare mezzi ormai noti come il raccorciamento del passo ecc. Per commutare l'avvolgimento di eccitazione sono necessari quattro anelli. La diminuzione del campo per otto poli e la presenza di un campo a dodici poli rappresentano lo svantaggio della commutazione. Questo campo ha una frequenza $f_1\,12/8 = 1{,}5\,f_1$ e causa perdite addizionali nel ferro statorico.

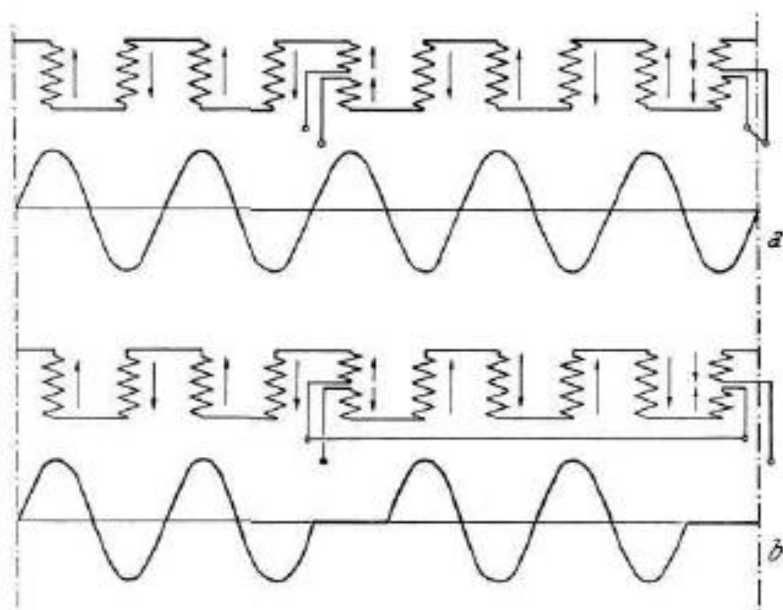


Fig. 3-33. - Avvolgimento di eccitazione a poli commutabili per una macchina a poli salienti; *a*) con $p = 5$ e *b*) con $p = 4$. Collegamento delle matasse e curve del campo.

Se si considera inoltre che, passando da vuoto a carico, è necessario aumentare la corrente di eccitazione al fine di mantenere il valore del campo ad otto poli quasi costante, si vede che il campo a dodici poli aumenta proporzionalmente all'aumentare della corrente di eccitazione. In tab. 3-7 sono date le ampiezze dei due campi dopo la commutazione dell'avvolgimento di eccitazione per i diversi rapporti di numero di poli, riferiti all'ampiezza del campo prima della commutazione. Per il valore di induzione che si ottiene con la commutazione si può assumere un valore medio circa uguale a 0,66 volte quello corrispondente al campo originario. La potenza che la macchina può erogare diventa $P_2 = P_1\,(B_2/B_1)\,(p_1/p_2)$, se P_1 è la potenza della macchina prima della commutazione per un numero p_1 di paia di poli ed una induzione B_1. Il rapporto P_2/P_1 è pure riportato in tab. 3-7. Le perdite nel ferro della macchina dopo la commutazione e per funzionamento a vuoto sono:

$$V_2 \approx V_1\left[\left(\frac{B_2}{B_1}\right)^2 + \left(\frac{B_2'}{B_1}\right)^2\left(\frac{p_2'}{p_2}\right)\right]. \tag{3-52}$$

Il rapporto V_2/V_1, dato anche esso in tab. 3-7, ha un valore medio 0,9. Per funzionamento a carico resta B_2 circa costante, mentre l'altro campo con ampiezza B'_2 aumenta in funzione del rapporto delle correnti di eccitazione I_{Eb}/I_{EO}. Questo rapporto è circa 2,5 ma il campo con il numero di poli p'_2, non utilizzato, non subirà un aumento in proporzione, a causa della saturazione del ferro. In tab. 3-7 è dato il rapporto delle perdite, nella ipotesi che B'_2, per funzionamento a carico, sia due volte maggiore che per funzionamento a vuoto. Le perdite nel ferro di una macchina funzionante a carico dopo la commutazione sono circa doppie di quelle che si hanno prima della commutazione stessa.

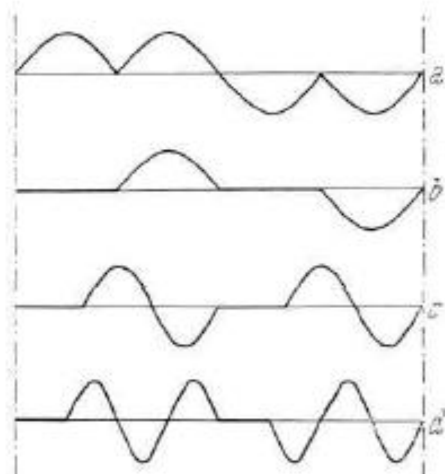
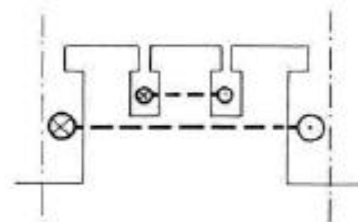


Fig. 3-34. - Curve di campo degli avvolgimenti di eccitazione commutabili per ottenere diversi rapporti di numero di poli.

In fig. 3-34 sono illustrate le curve del campo dopo la commutazione per diversi numeri di paia di poli p_1. Una particolare commutazione è quella illustrata in fig. 3-34*a*, in cui non si rende inattivo nessun polo, elevando così il rendimento della macchina. Aumentano però anche le perdite addizionali nel ferro.

Inoltre si può suddividere l'avvolgimento di eccitazione in più gruppi ed eseguire la commutazione in modo simile a quello da noi descritto per due gruppi. Il nuovo numero di poli differisce da quello precedente di 2 e i poli inefficaci diventano quattro.

In fig. 3-35 è illustrato un altro tipo di costruzione dei poli e dell'avvolgimento di eccitazione. La matassa collocata sulla parte centrale del polo deforma il campo e crea una terza armonica, cioè un campo con un numero triplo di poli.


Fig. 3-35. - Avvolgimento di eccitazione per il trasformatore di frequenza.

Scegliendo l'alimentazione del circuito di

TAB. 3-7. - Rapporti delle induzioni B_2/B_1, delle potenze P_2/P_1 e delle perdite nel ferro V_2/V_1 delle macchine sincrone a poli commutabili secondo le figure 3-33 e 3-34.

Fig.	p_1	p_2	p'_2	B_2/B_1	B'_2/B_1	P_2/P_1	V_1/V_2 a vuoto	V_1/V_2 a pieno carico
3-34*a*	2	1	3	0,845	0,510	1,69	1,50	3,83
b	2	1	3	0,600	0,270	1,20	0,58	1,24
c	3	2	4	0,665	0,475	1,00	0,89	2,34
d	4	3	5	0,672	0,522	0,90	0,91	2,48
3-33	5	4	6	0,672	0,550	0,81	0,91	1,95

eccitazione appropriata si può ottenere una regolazione indipendente dei due campi con numero di poli semplice e triplo. Tali macchine possono generare tensioni a due frequenze diverse ($f_1/f_2 = 1/3$) quando nello statore sia disposto un opportuno avvolgimento oppure vi siano due avvolgimenti indipendenti con il rapporto di numero di poli 1 : 3. Le macchine possono servire anche come trasformatori di frequenza; questi ultimi già costruiti e provati con buon successo [3.12].

3.4. Isolamento

3.4.1. Conduttori

I conduttori sottili vengono isolati quasi esclusivamente con smalti per i quali la differenza tra il diametro del filo isolato (d) e nudo è secondo le norme DIN 46435:

per d	da 0,1 a 0,2	da 0,2 a 0,3	da 0,3 a 0,4	da 0,4 a 0,5 mm
$d_1—d$	0,02	0,025	0,03	0,035

I conduttori isolati sono usati quasi esclusivamente per macchine di piccola e media grandezza. Ora si tende ad impiegare conduttori smaltati di diametro fino a 2 mm per i quali l'aumento di spessore è 0,05 mm. Nelle macchine di media grandezza si usa spesso il conduttore con smalto semplice.

Per i conduttori rivestiti si usa vetroseta (GS), cotone (B) e carta (P). Secondo le norme DIN 46436 lo spessore di un doppio strato di isolamento è:

d	$1 \times GS$	$2 \times GS$	$1 \times B$	$2 \times B$	$1 \times P + 1 \times B$
da 0,5 a 1,5	0,12	0,22	0,12	0,22	0,32 mm.
da 1,5 a 3,0	0,15	0,26	0,15	0,26	0,40 mm.

Per alta tensione si fa uso di conduttore con doppio rivestimento ($2B$) o di conduttore con rivestimento semplice di carta ($1P + 1B$). Se la tensione tra due conduttori vicini oltrepassa i 20 V, si interpongono anche strati di carta o di mica.

Per una migliore utilizzazione della cava si usano conduttori a sezione rettangolare anche per sezioni di 4 mm². Per evitare una torsione dei conduttori, essi non debbono mai avere sezione quadrata, ma tra i lati deve esistere un rapporto minimo di 1 : 1,2.

Per sezioni maggiori si riveste il conduttore con nastro. Per una semplice nastratura si può calcolare uno spessore di isolamento di circa 0,6 mm. Sulle barre massicce vengono incollati strati di carta. Spesso le matasse di entrata degli avvolgimenti ad alta tensione hanno un isolamento rinforzato per poter meglio resistere all'azione delle sovratensioni

determinate dalle manovre al quadro. A causa del maggiore spessore dell'isolamento la sezione del rame di queste matasse deve essere sensibilmente più piccola di quella delle altre. Per ragioni economiche molte fabbriche usano per tutte le matasse lo stesso tipo di isolamento rinforzato.

Le sovratensioni determinate dalle manovre al quadro a causa della riflessione delle onde di tensione raggiungono un valore doppio o triplo rispetto a quello della tensione nominale. L'isolamento tra avvolgimento e carcassa viene sottoposto in questo caso ad una sovratensione da 2 a 3,5 volte e l'isolamento tra spire, a seconda del valore di cresta della tensione e del tipo di avvolgimento, ad un valore da 10 a 100 volte maggiore.

3.4.2. Avvolgimenti

La scelta dell'isolamento delle cave delle macchine a bassa tensione (fino a 550V) dipende soprattutto dalle sollecitazioni meccaniche; nelle macchine piccole esse sono di norma più deboli che in quelle grandi. L'isolamento consiste di più strati (generalmente tre) di diversi materiali isolanti come ad esempio presspan, micanite, tela laccata o altra materia sintetica. Lo spessore dei singoli strati va da 0,15 a 0,3 mm. circa mentre si evitano spessori maggiori che, a causa della loro fragilità, potrebbero rompersi per effetto della piegatura. Lo strato esterno è generalmente di presspan per resistere alle disuguaglianze del pacco di lamierini. Lo spessore totale della parete del tubo di isolamento è circa 0,6-0,8 mm. per bassa tensione.

Calcolando la sezione della cava bisogna considerare un fattore di riempimento che tenga conto dello spazio non utilizzabile compreso tanto tra il tubo di isolamento e il pacco delle lamiere, quanto tra i singoli conduttori. I singoli lamierini del pacco poi non sono disposti esattamente l'uno sull'altro, ma sono spostati di poco, diminuendo con ciò lo spazio a disposizione nella cava. Si tien conto di questo spostamento, del gioco tra tubo e lamiera e tra i singoli strati del tubo, considerando uno spessore fittizio non utilizzabile di 0,5 mm. complessivamente. Se l'avvolgimento è formato da conduttori di grossa sezione, bisogna calcolare un gioco variabile da 0,15 a 0,2 mm. per ogni conduttore. Nel caso di avvolgimenti con conduttori sottili a sezione rotonda, disposti senza ordine, si calcola la sezione di cava uguale a $1{,}25\, z d_1^2$ dove z rappresenta il numero di conduttori per cava e d_1 il diametro del conduttore isolato.

Per proteggere l'avvolgimento dall'umidità, lo si impregna, dopo averlo essiccato al forno, con vernici immergendolo in un apposito recipiente. Se l'impregnazione è eseguita a temperatura sufficientemente elevata e a pressione variabile da un valore inferiore all'atmosfera (vuoto) a un valore sufficientemente elevato, si ottiene una penetrazione della vernice quasi perfetta, benchè l'aria esistente tra conduttori e isolamento non venga completamente eliminata. Le macchine di piccola e media grandezza vengono impregnate immergendo lo statore già avvolto, mentre per mac-

chine di grandi dimensioni, che non si possono immergere completamente, si devono eseguire più immersioni parziali oppure impregnare le matasse prima del montaggio. In questo ultimo caso bisogna fare attenzione che le parti di avvolgimento che dopo il montaggio debbono essere piegate (le testate soprattutto) non si impregnino anche esse, dato che i materiali isolanti impregnati ed essiccati diventano assai fragili. Dopo aver impregnato gli avvolgimenti e averli collocati nelle cave si verniciano spesso con uno smalto nero speciale che asciugando forma sull'avvolgimento uno strato lucido che evita il depositarsi di polvere.

Gli avvolgimenti per tensioni più elevate (fino a 4000 V) sono simili a quelli per bassa tensione, solo che per essi si sceglie un isolamento più forte tra i conduttori e verso massa. Il tubo di isolamento è in un sol pezzo ed i conduttori vengono introdotti frontalmente. Lo spessore di tale tubo varia da 1,2 mm per una tensione di rete di 1 kV, a 1,5 mm. per una tensione di 2 kV, fino a raggiungere 1,8 mm. per una tensione di 3 kV; per macchine con tensione di rete di 6 kV si applica questo tipo di isolamento (spessore da 2 a 2,5 mm. circa) solo eccezionalmente, e cioè solo per piccole potenze.

Le testate degli avvolgimenti delle macchine a bassa tensione possono anche non essere affatto isolate oppure isolate solo molto debolmente, mentre quelle delle macchine ad alta tensione vengono fasciate con nastro di mica.

Negli spazi d'aria compresi tra i conduttori e le pareti della cava, possono determinarsi, per tensioni superiori ai 4 kV, delle scariche elettriche silenziose che a lungo andare distruggono l'isolamento. Per impedire il verificarsi di tali scariche si procede al compoundaggio delle matasse, che consiste nel riempire gli spazi d'aria con materiale isolante liquido (massa compound) ad alta temperatura, in un ambiente in cui si sia creato il vuoto; si lasciano poi raffreddare le matasse in un ambiente ad alta pressione. Non è necessario impregnare questi avvolgimenti e ci si limita a verniciarli o con smalti, per proteggerli dalla polvere, o con lacca semiconduttrice, per impedire il verificarsi di scariche tra le matasse. Nelle sezioni d'uscita delle matasse dalle cave, sugli spigoli dei lamierini frontali, il campo elettrico ha intensità elevata e può determinare scariche elettriche silenziose. Inoltre il gioco tra matassa e parete di cava, inevitabile e irregolare, origina una sollecitazione elettrica dell'isolamento delle cave altrettanto irregolare. La lacca semiconduttrice contiene grafite colloidale e distribuisce la caduta di tensione regolarmente su un lungo tratto all'uscita delle matasse dal ferro.

La sporgenza del tubo isolante dalla cava sui lati frontali viene calcolata in modo che la distanza minima dal pacco, piatto di pressione compreso, sia circa $(5 \div 9\, U_N)$ mm in cui U_N è la tensione nominale espressa in kV. La distanza delle testate dell'avvolgimento tra loro e dal ferro può essere circa la metà.

3.4.3. Prova di isolamento

In base a quanto stabilito dalle norme V.D.E., la prova di isolamento consiste in tre prove distinte: quella dell'avvolgimento, quella della tensione a impulso e quella tra le spire, tutte effettuate possibilmente su macchina calda.

La prova di isolamento dell'avvolgimento serve per determinare se l'isolamento degli avvolgimenti tra di loro e contro massa è sufficiente. Nel corso di tale prova i collegamenti tra i diversi avvolgimenti (o fasi, rispettivamente) e massa debbono essere interrotti nel caso di macchine con tensione d'esercizio superiore ad 1 kV. Un polo della macchina che dà la tensione di prova viene collegato all'avvolgimento e l'altro alla carcassa della macchina in prova ed ai restanti avvolgimenti collegati tra di loro. La tensione di prova deve aumentare lentamente come prescritto e deve essere mantenuta per la durata di un minuto al valore massimo dato in tab. 3-8. Un voltmetro rivela il verificarsi di scariche; esse infatti producono uno scintillio e un rumore secco, rivelando il punto in cui si verificano. La tensione di prova deve essere sinusoidale e di frequenza uguale a quella nominale o di 50 Hz.

TAB. 3-8. - Prova di tensione per gli avvolgimenti secondo VDE 0530/66 (compendio).

Nr.	Macchine o parti di macchine	Prova di tensione U_p (valore effettivo)
1	Macchine rotanti con potenza nominale inferiore a 1 KV o a 1 KVA e con tensione nominale inferiore a 100 V	$2\,U_N + 500$ V
2	Macchine rotanti con potenza nominale inferiore a 10 000 KW o a 10 000 KVA	$2\,U_N + 1000$ V
3	Macchine rotanti con potenza nominale uguale e superiore a 10 000 KVA o a 10 000 KW e con tensione nominale	
	$U_N \leqslant 2000$ V	$2\,U_N + 1000$ V
	$2000 < U_N \leqslant 6000$ V	$2{,}5\,U_N$
	$6000 < U_N \leqslant 17000$ V	$2\,U_N + 3000$ V
	$U_N > 17000$ V	secondo accordi speciali
4	Macchine a corrente continua con avvolgimento induttore indipendente	1000 V + 2 volte la massime tensione eccitatrice (minimo 1500 V)
5	Avvolgimento induttore di macchine sincrone senza avviamento asincrono, oppure con avviamento asincrono e con avvolgimento induttore in corto circuito	$10\,U_N$ (minima 1500 V) (massima 2500 V)
6	Avvolgimento rotorico di motori a induzioni	
	a) irreversibile	$2\,U_{20} + 1000$ V
	b) reversibile	$4\,U_{20} + 1000$ V

La prova di isolamento tra le spire indica se l'isolamento tra spire vicine è sufficiente e si effettua a vuoto con tensione opportunamente superiore a quella nominale. La tensione di prova per avvolgimento con tensione nominale inferiore a 1000 V è 1,5 volte quella nominale, mentre per tutti gli altri avvolgimenti essa è 1,3 volte quella nominale. La prova deve durare tre minuti.

In alcuni casi particolari è richiesta anche la conoscenza della resistenza di isolamento, misurabile per lo più mediante un misuratore di isolamento. I valori di tale resistenza non sono costanti, ma dipendono strettamente dallo stato di umidità della macchina, così che valori particolarmente bassi denunciano ad esempio la presenza di umidità nella macchina. Come valore minimo si può fissare circa 1 MΩ per ogni kV della tensione di esercizio, indipendentemente dalla potenza della macchina.

Le bollicine d'aria racchiuse nell'isolamento causano, mediante il generarsi di scariche luminescenti, la diminuzione della durata della vita di un avvolgimento. Il basso contenuto d'aria è in certa misura un indice per valutare la bontà di un isolamento. Per il giudizio di questa bontà è stato recentemente introdotto dalla VDE la misura dell'angolo di perdita dell'isolamento (tg δ). Dal rilievo della curva di perdita in funzione della tensione possono desumersi, dall'aumento dell'inclinazione della curva, certe conclusioni sullo stato dell'isolante. Le norme VDE 0530/64 paragrafo 331 forniscono i seguenti dati per i valori ammessi dell'angolo di perdita:

$$\text{Valore iniziale con } U = 0{,}2\ U_N;\ \text{tg}\ \delta \leqq 40 \cdot 10^{-3}.$$

Per gli avvolgimenti con tensione nominale $U_N \leqq 10{,}5$ kV l'aumento del valore dell'angolo di perdita nel campo di tensione tra 0,2 U_N e 1,0 U_N deve essere Δ tg $\delta \leqq 5 \cdot 10^{-3}$ per un incremento di 0,2 U_N. Questa condizione deve essere soddisfatta per il 95% delle sbarre mentre per il resto 5% può Δ tg δ essere $\leqq 6 \cdot 10^{-3}$. Per gli avvolgimenti con tensione nominale compresa tra $U_N = 10{,}6$ e $U_N = 17$ kV i sopraddetti valori non devono essere possibilmente superati.

3.5. La f.e.m. indotta

3.5.1. f.e.m. indotta in una matassa

La f.e.m. indotta in una matassa è determinata dalla variazione nel tempo del flusso concatenato (ψ), intendendo con questo termine il prodotto del flusso di matassa φ per il numero di spire w:

$$\psi = w\ \varphi. \tag{3-53}$$

Nel caso di avvolgimenti di indotto bisogna considerare inoltre il fattore di avvolgimento ξ che tien conto dell'incompleta concatenazione del flusso

con l'avvolgimento. Di questo fattore di avvolgimento si parlerà poi più a lungo al paragrafo 4.6. La f.e.m. indotta in una matassa è:

$$e = - d\psi/dt = - w\, d\varphi/dt. \tag{3-54}$$

La (3-53) ci dà il valore istantaneo della f.e.m. Nelle macchine elettriche il flusso varia periodicamente con una frequenza determinata f (Hz). Il valore medio della f.e.m. in un semiperiodo ($T/2$) è dato dal rapporto tra la variazione di flusso $\Delta\varphi = 2\Phi$ e il tempo $\Delta\, t = T/2 = \dfrac{1}{2f}$ in cui tale variazione ha luogo; esso è:

$$E_m = 4\, w f\, \Phi, \tag{3-55}$$

in cui Φ rappresenta il valore massimo del flusso. La grandezza della f.e.m. media è determinata solo dai valori estremi $+\Phi$ e $-\Phi$ e non dai valori intermedi assunti da φ.

Il più delle volte il flusso varia con legge sinusoidale, cioè è:

$$\varphi = \Phi \sin \omega\, t, \tag{3-56}$$

in cui

$$\omega = 2\, \pi f \tag{3-57}$$

è la pulsazione. Per la (3-54) il valore massimo della f.e.m. è allora:

$$\hat{E} = \omega\, \Phi\, \omega \Phi\, w \tag{3-58}$$

e il valore efficace

$$E = \hat{E}/\sqrt{2} = \sqrt{2}\, \pi f\, w\, \Phi = 4{,}44\, w f\, \Phi. \tag{3-59}$$

Se il flusso è espresso in V/sec. e la frequenza in sec.$^{-1}$, si ottiene la f.e.m. in V.

Si chiama poi fattore di forma il rapporto tra il valore efficace e quello medio e per forma d'onda sinusoidale esso è [vedi le (3-53) e (3-59)]:

$$\xi_E = \sqrt{2}\, \pi/4 = 1{,}11. \tag{3-60}$$

3.5.2. f.e.m. indotta in un avvolgimento a corrente alternata

La disposizione delle matasse di indotto e il loro particolare collegamento fanno sì che il flusso massimo concatenato con gli avvolgimenti a corrente alternata sia sempre inferiore al prodotto del numero di spire per il valore massimo del flusso. In primo luogo l'ampiezza della matassa (W) è spesso minore o maggiore del passo polare (τ) così che il flusso non viene interamente concatenato con la matassa. In questo caso, per armoniche dispari, il fattore di matassa è [cfr. (4-176)]:

$$\zeta_\nu' = \text{sen}\, \nu\, \pi\, W/2\, \tau, \tag{3-61}$$

in cui per l'armonica fondamentale si deve porre $\nu = 1$.

Per cave inclinate bisogna tener conto anche del fattore di inclinazione [cfr. (4-177)]:

$$\chi_\nu = \frac{\operatorname{sen} \nu \, \pi \, p \, b/N \, \tau_z}{\nu \, \pi \, p \, b/N \, \tau_z} \tag{3-62}$$

in cui τ_z rappresenta il passo di cava, N il numero delle cave e b la loro inclinazione. Il fattore totale di matassa diventa allora:

$$\zeta_\nu = \zeta_\nu' \, \chi_\nu. \tag{3-63}$$

Inoltre i lati di matassa non sono collocati in una sola, ma in più cave, così che le f.e.m. indotte in ciascuna matassa non hanno contemporaneamente lo stesso valore, ma valori diversi e la f.e.m. risultante massima è minore della somma aritmetica delle singole f.e.m. massime. Il fattore di gruppo tiene conto del collegamento delle singole matasse in un gruppo; esso è [cfr. (4-184)]:

$$\zeta_{G\nu} = \frac{\operatorname{sen} \nu \, q \, 90°/Q}{q \, \operatorname{sen} \nu \, 90°/Q}, \tag{3-64}$$

in cui Q rappresenta il numero delle cave per ogni polo e fase e q il numero delle cave avvolte. q è minore di Q solo nel caso di avvolgimento monofase, mentre per tutti gli altri è $q = Q$. Il fattore di gruppo per l'armonica fondamentale varia con il numero q solo in modo irrilevante, così che spesso si può porre $q = S$, calcolando poi il fattore di gruppo mediante la (4-188). Le tab. 3-9 e 4-7 riportano appunto alcuni valori del fattore di gruppo.

TAB. 3-9. - Fattori di gruppo degli avvolgimenti a semplice strato e a numero intero di fori.

	q	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Trifase $q = Q$	1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	2	0,966	0,707	0,259	−0,259	−0,707	−0,966	−0,966	−0,707	−0,259	0,259
	3	0,960	0,667	0,217	−0,177	−0,333	−0,177	0,217	0,667	0,960	0,960
	6	0,957	0,644	0,197	0,145	−0,236	−0,102	0,092	0,172	0,084	−0,084
		0,955	0,636	0,191	−0,136	−0,212	−0,087	0,073	0,127	0,056	−0,050
Monofase $Q = 1{,}5q$	2	0,866	0	−0,866	−0,866	0	0,866	0,866	0	−0,866	−0,866
	4	0,836	0	−0,224	0,224	0	−0,836	−0,836	0	0,224	−0,224
	6	0,831	0	−0,188	0,154	0	−0,154	0,188	0	−0,831	−0,831
		0,827	0	−0,165	0,118	0	−0,075	0,064	0	−0,049	0,044

Infine i singoli gruppi di matasse possono essere costruiti con diverse ampiezze di zona. Per un ampliamento di zona di un angolo ϱ, rispetto all'angolo $360°/2m$, che corrisponde all'angolo elettrico occupato da un

gruppo di matasse senza ampliamento di zona, il fattore di zona per armoniche dispari diventa [cfr. (4-195)]:

$$\zeta_{z\nu} = \text{sen}\, \pi\, \nu/2 \cdot \cos \nu\, \varrho. \tag{3-65}$$

Tutti i fattori citati sono compresi nella seguente relazione, che esprime il fattore di avvolgimento:

$$\xi_\nu = \zeta_\nu\, \zeta_{G\nu}\, \zeta_{z\nu} \tag{3-66}$$

In alcuni tipi di avvolgimento uno o più fattori sono uguali ad 1. Per $\nu = 1$ si ottiene il fattore di avvolgimento dell'armonica fondamentale. Benchè le armoniche superiori appaiano più raramente, se ne studiano tuttavia i fattori di avvolgimento nel paragrafo 6 del capitolo 4.

3.5.3. f.e.m. indotte negli avvolgimenti di macchine a collettore

Applicando la (3-55) si calcola la f.e.m. indotta nell'avvolgimento di una macchina a collettore nel caso di rotazione entro un campo stazionario con polarità alternate, come accade appunto nelle macchine a corrente continua. Questa equazione dà il valore medio della f.e.m. indotta in una matassa, per una rotazione del rotore pari ad un angolo corrispondente ad un passo polare. In un istante generico le f.e.m. indotte nelle singole matasse sono differenti; tra due spazzole successive, tuttavia, si trovano delle matasse che coprono uniformemente l'intero passo polare, così che la somma dei valori istantanei è uguale a quella dei valori medi. Se con z indichiamo il numero totale dei conduttori di indotto e con $c = 2a$ il numero dei rami in parallelo, il numero delle spire collegate in serie sarà:

$$w = z/4a = z/2c. \tag{3-67}$$

Se n è il numero di giri compiuto dalla macchina in un minuto, sarà:

$$f = n\, p\,. \tag{3-68}$$

La f.e.m. fra le spazzole disposte sull'asse neutro diventa:

$$E = E_m = n p \frac{z}{a} \Phi_S. \tag{3-69}$$

in cui Φ_S rappresenta il massimo flusso concatenato con una matassa; la sua grandezza dipende appunto dall'ampiezza delle matasse. Nelle macchine a corrente continua l'ampiezza delle matasse non differisce di molto dal passo polare. Inoltre l'andamento della curva di campo in corrispondenza della zona neutra è talmente appiattito, che piccole variazioni dell'ampiezza delle matasse non influiscono in modo apprezzabile sul valore del flusso concatenato con la matassa. Per tale ragione, nel caso di macchine a corrente continua, si può considerare come flusso concatenato con la matassa quello totale di un polo.

La (3-69) determina pure la f.e.m. indotta nella rotazione delle macchine a corrente alternata. È bene tener presente tuttavia che per lo più

si calcola il valore efficace della f.e.m. e quindi nella (3-69), invece di Φ_S, bisogna porre il valore efficace $\Phi_1/\sqrt{2}$ dell'armonica fondamentale dell'onda di flusso. Inoltre l'ampiezza della matassa non ha più influenza trascurabile, bisogna tener conto del fattore di matassa e si ha:

$$\Phi_S = \zeta_1 \, \Phi_1/\sqrt{2}. \tag{3-70}$$

Uno spostamento delle spazzole corrisponde ad un ampliamento di zona e il fattore relativo (fattore di spazzole o di zona) è:

$$\zeta_Z = \cos \alpha = \zeta_B, \tag{3-71}$$

in cui α rappresenta l'angolo di spostamento di una spazzola. Se indichiamo poi con w [cfr. la (3-67)] il numero delle spire effettive di un avvolgimento per macchine a collettore nella posizione diametrale delle spazzole, la f.e.m. dinamica diventa:

$$E_{1.\,\mathrm{rot}} = n \, 4 \, w \, p \, \zeta_1 \, \zeta_B \, \Phi_1/\sqrt{2}. \tag{3-72}$$

Per calcolare la f.e.m. trasformatorica dello stesso avvolgimento, bisogna tener presente che non si determina nessun valore medio delle f.e.m. di matassa e che queste debbono essere sommate geometricamente. Si deve quindi considerare inoltre il fattore di gruppo ζ_G, fattore che nell'avvolgimento monofase ha il valore $2/\pi$ (cfr. tab. 4-7). La f.e.m. trasformatorica è:

$$E_{1.\,\mathrm{tr}} = \sqrt{2}\, \pi f \, w \, \zeta_1 \, \zeta_G \, \zeta_B \, \Phi_1. \tag{3-73}$$

Assai di frequente per realizzare la f.e.m. è sufficiente una matassa costituita da una spira; per essa è allora $w = 1$ e $\zeta_G = 1$.

Per gli avvolgimenti di macchine a collettore alimentati con corrente trifase valgono ancora la (3-72) e la (3-73) a condizione che vi si sostituiscano i corrispondenti valori del numero di spire effettivo w e del fattore di gruppo ζ_G.

3.6. Distribuzione di corrente ed effettivo numero di spire degli avvolgimenti per macchine a collettore a corrente alternata

In fig. 3-36 è illustrata la distribuzione di corrente in un avvolgimento per macchine a collettore per alimentazione monofase e, mentre la fig. 3-36*a* dà la distribuzione di corrente nell'avvolgimento diametrale con spazzole pure diametrali, la 3-36*b* mostra lo stesso avvolgimento con le spazzole spostate di un angolo α rispetto alla posizione diametrale. Dalla figura si nota che le correnti dei due strati, lungo due archi corrispondenti ad un angolo 2α, hanno direzione opposta. Quantunque le correnti corrispondenti a questi due archi non producano campo magnetico, esse danno luogo tuttavia ad una perdita per effetto joule negli avvolgimenti, uguale a quella che si ha nel caso di spazzole diametrali. Nel caso di spaz-

zole doppie (fig. 3-36c), nel tratto di avvolgimento corrispondente ai due archi non circola alcuna corrente e le perdite nell'avvolgimento sono solo $(\pi - \alpha)/\pi$ volte le perdite che si verificano nel caso di spazzole diametrali. Nel paragrafo 7 si è già dimostrato che è possibile sostituire l'av-

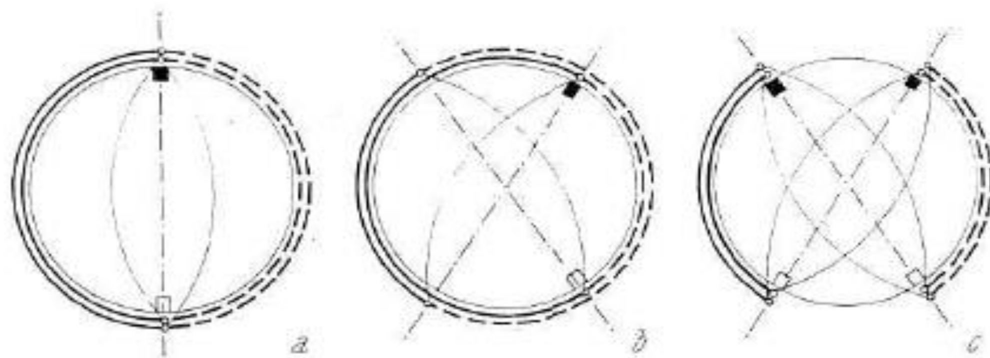


Fig. 3-36. - Distribuzione di corrente nell'avvolgimento per macchine a collettore per alimentazione monofase. a) spazzole diametrali, b) spazzole semplici, c) spazzole doppie.

volgimento per macchine a collettore ad alimentazione monofase con un normale avvolgimento con numero di spire:

$$w = z/4\,a = z/2\,c \qquad (3\text{-}74)$$

Per la determinazione della f.e.m. dinamica il fattore di avvolgimento è:

$$\xi = \zeta\,\zeta_B \qquad (3\text{-}75)$$

e per la determinazione della f.e.m. trasformatorica è:

$$\xi = \zeta\,\zeta_C\,\zeta_B. \qquad (3\text{-}76)$$

La distribuzione di corrente per diversi valori dell'ampiezza delle matasse $(W = \tau\,(\pi - 2\beta)/\pi)$ e dell'angolo di spostamento α delle spazzole è stata studiata dal Richter [3.1]. In pratica il raccorciamento dell'avvolgimento è tanto piccolo che lo si può trascurare.

La distribuzione di corrente nell'avvolgimento per macchine a collettore per alimentazione trifase è illustrata in fig. 3-37a, in cui si è consi-

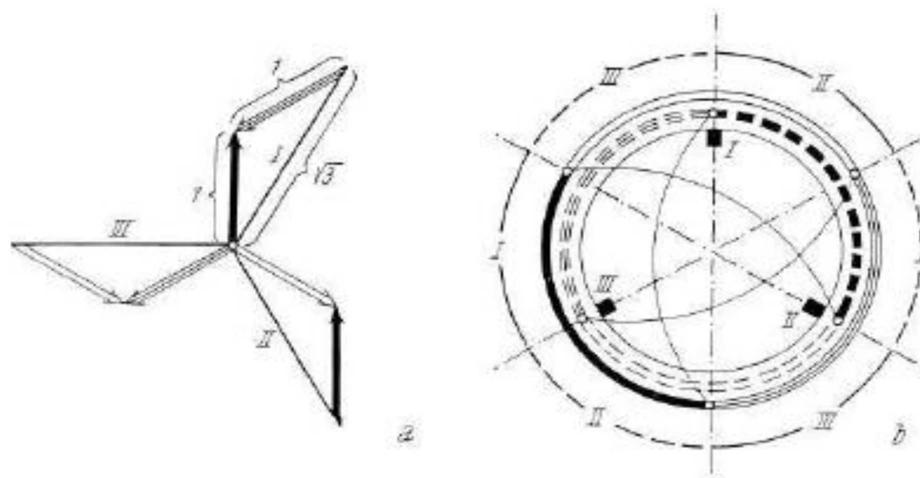


Fig. 3-37. - a) Diagramma della corrente; b) distribuzione della corrente nell'avvolgimento diametrale con tre spazzole.

derato un avvolgimento diametrale. Il diagramma delle correnti di fig. 3-37*a* è riportato in fig. 3-37*b*. Sommando le correnti dello strato superiore e inferiore si ottiene la densità lineare di corrente relativa alle correnti nelle spazzole (I, II e III). L'avvolgimento a due strati è equivalente ad un normale avvolgimento a semplice strato con sei zone (circolo esterno della fig. 3-37*b*), attraversato dalla corrente delle spazzole e avente numero effettivo di spire:

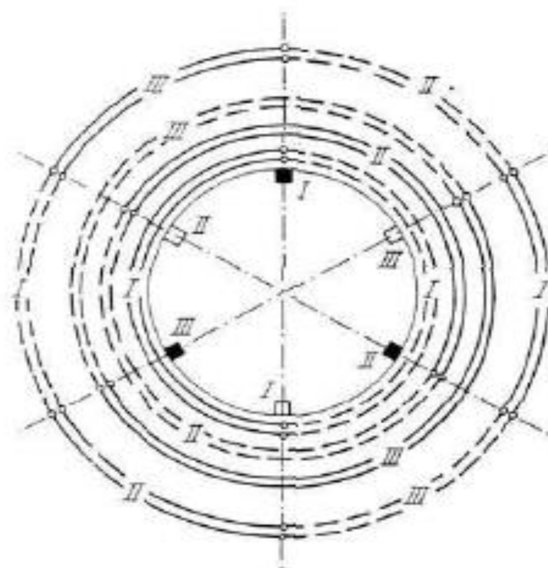


Fig. 3-38. - Distribuzione di corrente nell'avvolgimento diametrale per sei spazzole in posizione diametrale.

$$w = z/12\, a = z/6\, c \qquad (3\text{-}77)$$

In questo avvolgimento, tuttavia, le perdite per effetto Joule sono maggiori di quelle che si hanno in un normale avvolgimento, dato che nei due strati le correnti sono sfasate di 30° l'una rispetto all'altra. Osservando la fig. 3-37*b* si dimostra facilmente che questo aumento è di 4/3.

In fig. 3-38 è illustrata la distribuzione di corrente nell'avvolgimento diametrale, con sei spazzole diametrali. La densità lineare di corrente di indotto relativa ad un paio di spazzole è rappresentata da due circonferenze che corrispondono ai due strati. I numeri romani indicano la corrente delle spazzole che attraversa gli strati; in questo caso essa è la metà di quella delle spazzole. Sommando le correnti di tutte le spazzole si ottiene la densità lineare di corrente di indotto, rappresentata in fig. 3-38 dalla doppia circonferenza esterna. Ogni strato è attraversato ora dall'intera corrente delle spazzole e le correnti di strato hanno ugual numero di fasi. L'avvolgimento di compensazione a semplice strato ha il seguente numero di spire effettive:

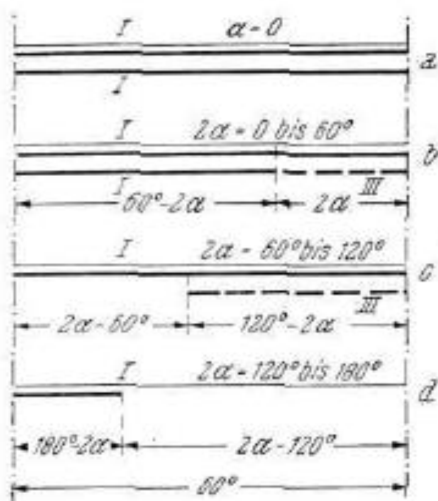


Fig. 3-39. - Distribuzione di corrente per 1/6 dell'avvolgimento diametrale nel caso di spazzole variabili in posizione non diametrale.

$$w = z/6\, a = z/3\, c, \qquad (3\text{-}78)$$

vale a dire il doppio dell'avvolgimento con tre spazzole. Con la stessa densità lineare di corrente la corrente alle spazzole è la metà e quella del conduttore è $\sqrt{3/2}$ volte le correnti per il caso di macchina a tre spazzole. Le perdite nell'avvolgimento sono solo i 3/4 di quelle che si hanno per tre spazzole. Se R_D è la resistenza di una fase per posizione diametrale delle spazzole, le perdite sono $V_6 = 3\, R_D I^2$ nel caso di sei spazzole e $V_3 = 4\, R_D I^2$ nel caso di tre spazzole.

Per spazzole in posizione non diametrale la distribuzione di corrente è diversa. In fig. 3-39 è illustrata questa distribuzione per 1/6 della periferia dell'indotto; ora si hanno dodici zone in luogo di sei. Dalla fig. 3-39a, b, c, d, si riconosce che la densità lineare di corrente effettiva diminuisce con continuità all'aumentare dell'angolo $2\,\alpha$. Per $2\,\alpha = 60^o$ si ottiene infatti la distribuzione di corrente nel caso di tre spazzole, per $2\,\alpha = 120^o$ la distribuzione dell'avvolgimento monofase (due spazzole) e per $2\,\alpha = 180^o$ le amperspire sono nulle.

Le perdite nell'avvolgimento restano immutate per 2α variabile da 0 a 60°, dato che i due strati vengono attraversati da una corrente uguale; ma per 2α variabile da 60° a 180° esse diminuiscono fino a zero.

L'azione magnetizzante dell'avvolgimento diminuisce in corrispondenza del fattore di spazzola secondo la (3-71).

4. IL CAMPO MAGNETICO NELLE MACCHINE ELETTRICHE

4.1. Concetti fondamentali e leggi

Ogni corrente elettrica dà luogo nello spazio circostante ad un campo magnetico le cui linee sono concatenate con la corrente. I sensi delle une e dell'altra sono legati fra loro mediante la regola del cavatappi. Le linee magnetiche sono linee chiuse, senza inizio nè fine, ed il valore del flusso magnetico corrispondente dipende non soltanto da quello della corrente di eccitazione, ma anche dalla sostanza attraverso la quale corrono tali linee. Il campo magnetico è definito da due vettori e precisamente dal vettore intensità del campo $\overline{H}$ e da quello dell'induzione $\overline{B}$. Essi hanno la stessa direzione e sono legati fra di loro attraverso una grandezza scalare

$$\mu = \overline{B}/\overline{H} \tag{4-1}$$

che si chiama permeabilità del materiale di cui è costituito il campo e che risulta dal prodotto:

$$\mu = \mu_0\,\mu_r, \tag{4-2}$$

in cui μ_0 rappresenta la permeabilità assoluta e μ_r quella relativa. Se si misura B in Wb/m² ed H in A/m, è $\mu_0 = 0{,}4 \cdot \pi \cdot 10^{-6}$ H/m. La permeabilità relativa μ_r è una grandezza assoluta; nel vuoto essa ha valore 1 ed è praticamente uguale ad 1 anche nell'aria e nel caso di materiali non ferromagnetici, mentre per il ferro e per le altre sostanze ferromagnetiche può raggiungere valori di alcune migliaia.

Come si è già detto, le linee magnetiche che danno la direzione del flusso magnetico e la sua intensità (induzione) non hanno nè punti terminali nè iniziali, il che significa che il campo non ha sorgenti. Perciò si può suddividere il flusso in singoli tubi a flusso costante, con induzione inversamente proporzionale alla loro sezione. Se uno di tali tubi attraversa

la superficie di separazione di due mezzi diversi, la componente normale delle induzioni deve essere uguale nei due mezzi, cioè:

$$B_n' = B_n, \tag{4-3}$$

dato che il flusso deve restare invariato. La componente normale dell'intensità di campo varia invece nel rapporto inverso delle permeabilità:

$$H_n' = \frac{\mu_r}{\mu_r'} H_n. \tag{4-4}$$

In materiali a bassa permeabilità (aria ad esempio) esiste quindi, per lo stesso valore di induzione, una intensità di campo notevolmente superiore a quella esistente in materiali ad alta permeabilità (ferro ad esempio).

L'integrale lineare dell'intensità di campo magnetico lungo un tronco di circuito magnetico è chiamata tensione magnetica. Se si calcola tale integrale lungo una linea chiusa, esso risulta uguale alla corrente elettrica totale concatenata:

$$\oint \overline{H}\, d\bar{l} = \oint H\, dl \cos(\overline{H}\, \overline{dl}) = \Theta = \int_F S\, df. \tag{4-5}$$

La (4-5) è detta legge della circuitazione, ed è fondamentale per il calcolo del circuito magnetico delle macchine elettriche. Generalmente si sceglie come linea di integrazione una linea di flusso in modo che sia $\cos(H\, d\, l) = 1$. Per il calcolo, tuttavia, è necessario conoscere il valore dell'intensità di campo nei vari tronchi del circuito, il che si ottiene quando sia noto l'andamento del campo nelle singole parti del circuito. La corrente totale concatenata risulta somma di singole correnti, aventi generalmente lo stesso senso. Se si tratta della stessa corrente concatenata più volte con lo stesso flusso magnetico, si parla di ampère-giri, ampèr-spire o, semplicemente, di ampere

$$\Theta = w\, I. \tag{4-6}$$

Ci si occuperà ora più a fondo dell'attraversamento della superficie di separazione di due mezzi da parte delle linee di flusso, considerando il caso generale in cui sulla superficie stessa sia distribuita una corrente elettrica. Questo appunto è il caso che si verifica al traferro delle macchine elettriche. Passando dal ferro di rotore al traferro, si incontra infatti la corrente dell'avvolgimento rotorico. Per semplicità si assumono come punto di partenza le cave e si sostituisce la corrente d'avvolgimento con una distribuzione uniforme di corrente sulla periferia dell'indotto, espressa in A/m.

Sono già state definite con la (4-3) e (4-4) le relazioni tra le componenti normali dell'induzione e dell'intensità di campo. Esse non mutano

se sulla superficie di separazione è distribuita uniformemente una corrente. Per determinare il comportamento della componente tangenziale dell'intensità di campo sulla superficie di separazione dei due mezzi, si consideri un piccolo rettangolo di lunghezza dl (fig. 4-1). Applicando la legge della circuitazione si ottiene:

$$H_t\, dl - H_t'\, dl = \pm A\, dl, \qquad (4\text{-}7)$$

donde si ricava

$$H_t' = H_t' \pm A \qquad (4\text{-}8)$$

Le componenti tangenziali dell'intensità del campo sulla superficie di separazione di due mezzi si differenziano quindi per il valore della corrente distribuita per unità di lunghezza A (in A/m.), il cui segno è determinato dalla regola del cavatappi. Per il rapporto delle componenti tangenziali dell'induzione si ottiene poi:

$$B_t' = \frac{\mu'}{\mu} B_t \pm \mu' A. \qquad (4\text{-}9)$$

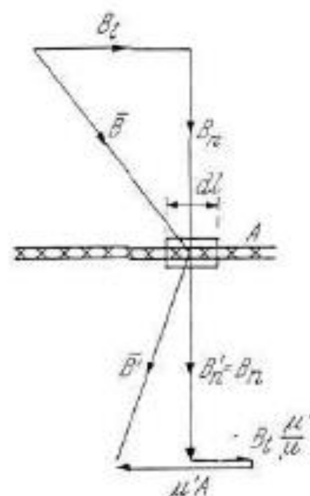


Fig. 4-1. - Discontinuità dell'induzione magnetica in corrispondenza di una superficie di separazione su cui è uniformemente distribuita una corrente.

Esprimendo A in A/m e assumendo per μ il valore $0{,}4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \mu_r$ H/m si ottiene l'induzione in Wb/m².

Se si indicano con α ed α' gli angoli che la direzione delle linee di flusso forma con la normale alla superficie di separazione da una parte e dall'altra, si ha:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{B_t'}{B_t} = \frac{\mu'}{\mu} \pm \frac{\mu' A}{B_t} \qquad (4\text{-}10)$$

In assenza di corrente, (cioè per $A = 0$), si ottiene:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\mu_r'}{\mu_r}. \qquad (4\text{-}11)$$

Se il primo mezzo è ferro e il secondo aria, è $\mu_r'/\mu_r \ll 1$ e tg $\alpha' = 0$ il che significa che tutti i tubi di induzione in uscita dal ferro sono normali alla superficie del ferro, indipendentemente dall'angolo di incidenza α. Solo per induzioni molto elevate ($B > 2$ Wb/m²) o per angolo di incidenza molto ampio si possono avere per l'angolo di uscita dei valori diversi da 0°. L'influenza esercitata dalla corrente per piccoli angoli di incidenza ($\alpha < 45°$) e per $A < 30000$ A/m. è scarsa, ma aumenta all'aumentare dell'angolo di incidenza nel ferro. Nel caso pratico dell'uscita delle linee dai poli ($A = 0$) *la direzione di tutti i tubi di induzione è normale alla superficie polare.* Soltanto su quei lati del nucleo polare dove è localizzato l'avvolgimento di eccitazione, l'angolo di uscita è diverso da 0°. La stessa cosa dicasi per il flusso uscente dall'indotto, quando l'avvolgimento di indotto viene attraversato da una corrente.

Consideriamo un tubo di flusso in uno spazio che non sia sede di correnti; sia L la sua lunghezza, Φ il flusso di induzione, q la sezione generica e μ la permeabilità, anche essa variabile da punto a punto dell'asse del tubo. L'integrale lineare lungo questo tubo dà la differenza di potenziale magnetico o tensione magnetica.

$$M = \int_L \bar{H}\, d\bar{l} = \Phi \int_L \frac{dl}{\mu\, q} \qquad (4\text{-}12)$$

in cui bisogna esprimere $\mu = 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-6}$ in H/m, Φ in V sec., l in m. e q in m^2. Il rapporto

$$R_m = \frac{M}{\Phi} = \int_L \frac{dl}{\mu\, q} \qquad \Omega^{-1}\,\text{sec}^{-1} \qquad (3\text{-}13)$$

è chiamato resistenza magnetica (o riluttanza) e il suo valore reciproco

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} \qquad \Omega\,\text{sec} \qquad (4\text{-}14)$$

permanenza magnetica del tubo.

Suddividendo un campo privo di corrente (cioè privo di vortici) in tubi d'induzione, si possono determinare su questi ultimi i punti aventi uguale potenziale magnetico; tali punti si possono collegare con le linee equipotenziali o superfici equipotenziali (nella rappresentazione tridimensionale). Queste ultime si distinguono perchè il lavoro dell'intensità magnetica di campo su di esse è nullo, cioè la componente tangenziale dell'intensità di campo e dell'induzione lungo tali superfici sono pure nulle. Da ciò deriva un'importante conseguenza, assai utile quando si disegnano i diagrammi dei campi, e cioè che le linee di induzione e quelle equipotenziali debbono essere perpendicolari le une rispetto alle altre. Le superfici del ferro che non siano sedi di correnti sono praticamente equipotenziali, dato che la componente tangenziale dell'intensità di campo lungo tali superfici è molto piccola.

Se si vuol disegnare il campo magnetico nello spazio compreso tra la superficie polare e quella di indotto, supponendo nulle le correnti, si considerano le due superfici equipotenziali e la differenza di potenziale magnetico M; si suddivide quindi lo spazio con linee di flusso ed equipotenziali in modo che esse siano perpendicolari fra di loro (fig. 4-2). Si può semplificare notevolmente tale procedimento disegnando tubi di flusso a riluttanza magnetica costante (δ/α = costante) e pari a $1/\mu_0$ se si considera uguale ad 1 la profondità del campo bidimensionale. Tubi tali sono chiamati equiriluttanti e

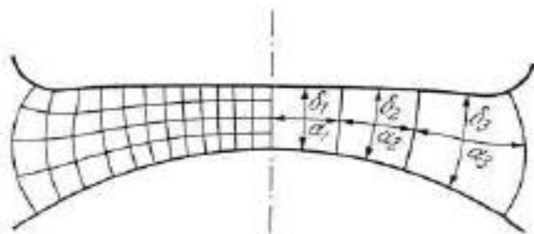


Fig. 4-2. - Linee di flusso e linee equipotenziali tra le superfici dell'indotto e dei poli.

sono riportati in fig. 4-2 a destra. A sinistra essi sono suddivisi da linee di flusso ed equipotenziali in quattro parti per rendere il disegno più semplice e per permettere di calcolare anche un eventuale valore frazionario della riluttanza. Ora, se m rappresenta il numero dei tubi a permeanza μ_0 compresi tra le due superfici equipotenziali nello spazio dato, per lunghezza l delle superfici (in senso normale al piano del disegno) la permeanza magnetica è:

$$\Lambda = \mu_0\, m\, l \tag{4-15}$$

e il flusso magnetico:

$$\Phi = \mu_0\, m\, l\, M. \tag{4-16}$$

4.2. Il campo nel traferro e nell'intervallo tra i poli

4.2.1. Indotto liscio e poli salienti

Dapprima si considererà un indotto liscio di lunghezza l_i tale che si possa trascurare l'influenza dei flussi frontali. In fig. 4-3 è riportata una sezione ortogonale all'albero della macchina. Poichè la permeabilità del ferro è molto elevata, bisogna considerare le superfici di indotto e dell'espansione polare come superfici equipotenziali. Analogamente, per ragioni di simmetria, la linea mediana passante per la zona neutra (tra due poli) ha lo stesso potenziale dell'indotto. Si suddivide il traferro in tubi equiriluttanti ottenendo quindi per il traferro la seguente tensione magnetica [cfr. (4-16)]:

$$M_L = \frac{\Phi}{\mu_0\, m\, l_i}\,. \tag{4-17}$$

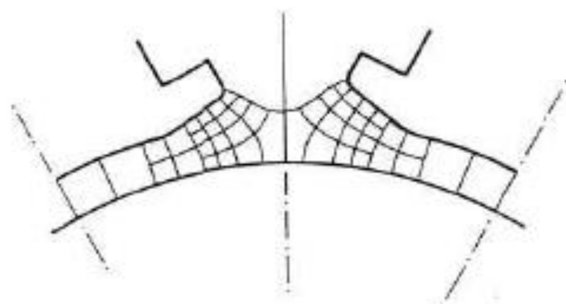


Fig. 4-3. - Linee di campo e linee equipotenziali del traferro.

Si inizia il disegno del diagramma del campo partendo dalla mezzeria del polo; la linea mediana costituisce un lato del primo quadrato e si continua poi a disegnare i quadrati procedendo verso la zona neutra. Per la particolare forma del traferro i quadrati del diagramma del campo differiscono più o meno dai quadrati geometrici. Si tratta di quadrilateri curvilinei per i quali bisogna fare attenzione in primo luogo che l'ampiezza e la lunghezza media siano uguali e in secondo luogo che gli angoli siano retti. Disegnato il diagramma del campo nel traferro, sotto i poli, si prosegue quindi anche nell'intervallo fra essi per determinare il campo di dispersione fra i poli. A questo punto si incontrano però alcune difficoltà, dato che una parte dello spazio è occupata dall'avvolgimento e quindi non è esente da vortici. Se in teoria è possibile disegnare il campo con vortici, il tracciamento in pratica non viene mai effettuato, a causa delle difficoltà che si incontrano. Si preferisce quindi considerare il campo esente da vortici, schematizzando l'avvolgimento con un punto o un segmento di retta.

La soluzione più semplice consiste nel sostituire l'avvolgimento con un punto nel quale convergono tutte le linee equipotenziali. La posizione di tale punto (centro di indifferenza) deve essere scelta in modo opportuno. Per avvolgimenti senza ferro nelle vicinanze tale punto coincide con il baricentro della sezione dell'avvolgimento; le parti in ferro attraggono il centro di indifferenza così che, quanto più ampia è la superficie del ferro e quanto più questa è vicino all'avvolgimento, tanto più il punto è spostato verso il ferro. In base a queste considerazioni, nell'intervallo tra i poli il centro di indifferenza avrà la posizione riportata in fig. 4-4, dove

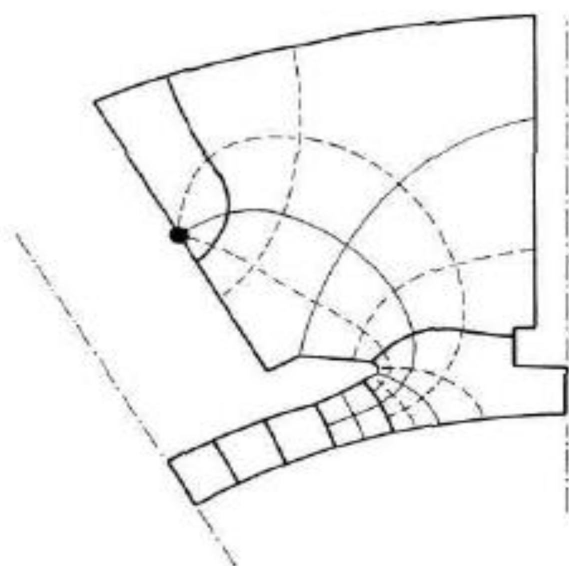


Fig. 4-4. - Linee di campo e linee equipotenziali nella sostituzione della sezione dell'avvolgimento con un punto (asse della sezione).

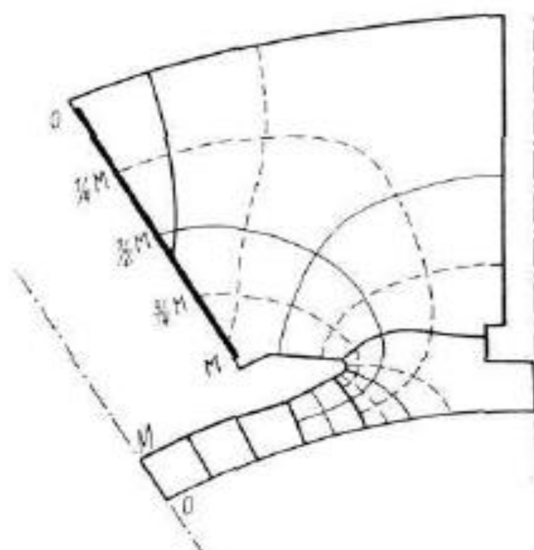


Fig. 4-5. - Linee di campo e linee equipotenziali nel processo di sostituzione della sezione dell'avvolgimento con un segmento di retta.

esso si trova ad una distanza dal nucleo polare compresa tra 1/4 e 1/5 dello spessore della matassa, e dal giogo ad una distanza variabile da metà ad 1/3 dell'altezza della matassa. Poichè però la posizione del centro di indifferenza dell'avvolgimento non influisce minimamente sul campo al traferro e solo di poco su quello di dispersione, una determinazione più precisa della posizione stessa non è strettamente necessaria. Se si vuole sostituire la sezione dell'avvolgimento con un segmento rettilineo, si dispone quest'ultimo sul nucleo polare (fig. 4-5). Nel caso di permeabilità del ferro infinitamente grande, la superficie dell'indotto, il giogo e la linea mediana della zona neutra con un eventuale polo ausiliario avranno potenziale nullo. Il potenziale aumenta dal punto in cui inizia il segmento rappresentativo dell'avvolgimento e varia linearmente, nel caso in cui la sezione dello spazio interpolare sia ad angoli retti, fino a raggiungere alla estremità del segmento e sull'espansione polare il valore $\pm M$, in cui M rappresenta le amper-spire totali della bobina. Se invece la sezione non è ad angoli retti, l'andamento del potenziale può essere corretto semplicemente. Le linee equipotenziali che suddividono il traferro in n parti uguali terminano sul segmento rappresentativo dell'avvolgimento, divi-

dendolo a sua volta in n parti uguali. In tal modo è possibile disegnare il diagramma del campo nell'intervallo tra i poli. Mentre le linee di flusso del campo esente da vortice entrano ed escono dal ferro cioè dalla superficie dell'indotto, dell'espansione polare, del polo ausiliario e del giogo formando un angolo di 90°, questo non si verifica più sul nucleo polare, su cui è collocato l'avvolgimento. In questo caso è valida la (4-10):

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\mu_r} \pm \frac{\mu_0 A}{B_n}. \tag{4-18}$$

Ora, poichè generalmente è $\operatorname{tg} \alpha \ll \mu_r$, si ottiene:

$$\operatorname{tg} \alpha' \approx \pm \frac{\mu_0 A}{B_n}. \tag{4-19}$$

La componente normale B_n nel ferro è uguale a quella B'_n nell'aria che, come vedremo in seguito, si può determinare dal diagramma del campo.

Una volta che si sia tracciato il diagramma del campo, per mezzo della (4-17) si può ricavare, dal numero dei quadrilateri equiriluttanti, tanto il flusso principale, cioè quello che entra nell'indotto, quanto il flusso di dispersione, cioè quello che entra nel polo vicino.

Dal diagramma del campo si ricava inoltre la distribuzione della induzione al traferro. Il flusso attraverso ogni quadrilatero a permeanza μ_0 è $\Phi = \mu_0 M$ (supponendo la dimensione normale alla superficie del foglio uguale ad 1 m.) e l'induzione media del tubo diventa $B'_m = \mu_0 M/\delta_m = \mu_0 M/a_m$, in cui δ_m ed a_m rappresentano rispettivamente la lunghezza e la larghezza media del tubo. In questo modo si ottiene la distribuzione dell'induzione in diversi punti, in numero corrispondente a quello dei tubi. Si può ottenere una ulteriore distribuzione suddividendo i tubi a permeanza μ in frazioni (1/2, 1/4, 1/8, ecc.). Tale suddivisione però trova un limite d'applicazione in ragioni di carattere tecnico. Assai importante è la distribuzione della componente normale dell'induzione nell'aria sulla superficie dell'indotto. Per determinarla, bisogna tener conto dell'ampiezza a_n del tubo in corrispondenza della superficie dell'indotto. Nel caso in cui l'indotto sia interno, sotto la mezzeria del polo è $a_n < a_m$, mentre nelle vicinanze della zona neutra è $a_n > a_m$. Per indotto esterno invece è sempre $a_n > a_m$.

Il valore massimo (B_L) della componente normale dell'induzione al traferro, sulla superficie dell'indotto, si trova in corrispondenza della mezzeria del polo. Il suo valore è dato dalla:

$$B_L = \frac{\mu_0 M_L}{\delta_0}, \tag{4-20}$$

in cui δ_0 rappresenta lo spessore del traferro sotto la mezzeria del polo. L'ampiezza del tubo sulla superficie dell'indotto è:

$$a_n = a_0 \frac{D \pm \delta_0}{D} = \delta_0 \frac{D \pm \delta_0}{D}, \tag{4-21}$$

in cui il segno positivo vale per indotto interno e quello negativo per indotto esterno. Il valore massimo dell'induzione al traferro, sulla superficie dell'indotto, valore che spesso viene chiamato semplicemente induzione al traferro, è:

$$B_L = \frac{\mu_0 M_L}{\delta_0} \frac{D \pm \delta_0}{D} \approx \frac{\mu_0 M_L}{\delta_0}. \tag{4-22}$$

Indicando sullo sviluppo in piano della periferia dell'indotto la componente normale dell'induzione, si ottiene la curva di campo. In fig. 4-9 e 4-11 sono riportati appunto alcuni esempi di tale curva.

Nel caso di macchine a corrente continua si usa spesso l'espressione arco polare ideale, con la quale si intende la lunghezza di arco polare alla quale corrisponde l'intero flusso Φ, nell'ipotesi di induzione costante B_L, e cioè:

$$\Phi = B_L\, b_i\, l_i. \tag{4-23}$$

Per determinare l'arco polare ideale non è necessario ricavare anche l'andamento dell'induzione al traferro, ma ci si limita a considerare solo gli m tubi a permeanza μ_0 che sono compresi tra il polo e l'indotto, per cui si ottiene:

$$b_i = m\, \delta_0 \frac{D}{D \pm \delta_0} \approx m\, \delta_0. \tag{4-24}$$

Nelle moderne macchine a poli ausiliari l'arco polare ha un valore compreso tra 0,60 e 0,70 volte il passo polare.

Nel caso di macchine sincrone le espansioni polari vengono sagomate in modo che la curva del campo sia il più possibile sinusoidale, il che favorisce una migliore utilizzazione della macchina ed una diminuzione delle perdite addizionali. Basandosi sulle relazioni (3-121) e (4-122) il Richter ha ricavato una equazione per il calcolo della forma dell'espansione polare nel caso di $\mu_r = \infty$. In pratica, tuttavia, non è possibile applicare dette equazioni perchè in esse non si tiene alcun conto dello spazio occupato dall'avvolgimento e del forte aumento del campo di dispersione. Il più delle volte le espansioni polari hanno un valore che varia da 0,6 a 0,8 volte il passo polare. Sotto l'arco polare b_p si può considerare che i tubi di flusso abbiano un andamento radiale e quindi per il traferro si ha una espressione semplice:

$$\delta_x = \frac{\delta_0}{\cos \pi x/\tau} \tag{4-25}$$

La (4-25) conferma che la permeanza magnetica del traferro diminuisce con l'aumentare della distanza dalla mezzeria del polo. Nell'ambito dell'arco polare si ottiene una curva di induzione praticamente sinusoidale, mentre negli intervalli tra i poli si ha un abbassamento della curva di induzione (cfr. fig. 4-11), tale che l'ampiezza B_1 della armonica fondamen-

tale della curva di induzione è di poco minore dell'induzione B_L sotto la mezzeria del polo. Tale diminuzione in pratica è molto piccola; del suo valore si parlerà a pag. 125.

La forma dell'espansione polare deve essere la più semplice possibile (fig. 4-6); nel caso di macchine piccole si realizza per lo più un traferro costante sotto l'intero arco polare ($\delta_0 =$ costante), mentre nelle macchine grandi si ricorre spesso ad una forma d'espansione chiamata trapezoidale; in essa, per un tratto pari a circa 0,4 τ da una parte e dall'altra rispetto alla mezzeria del polo, il traferro è costante e aumenta poi linearmente fino a raggiungere alle estremità dell'espansione stessa il valore 2 δ_0. Infine si può dare all'espansione un profilo circolare (4-25). Ci proponiamo di determinare appros-

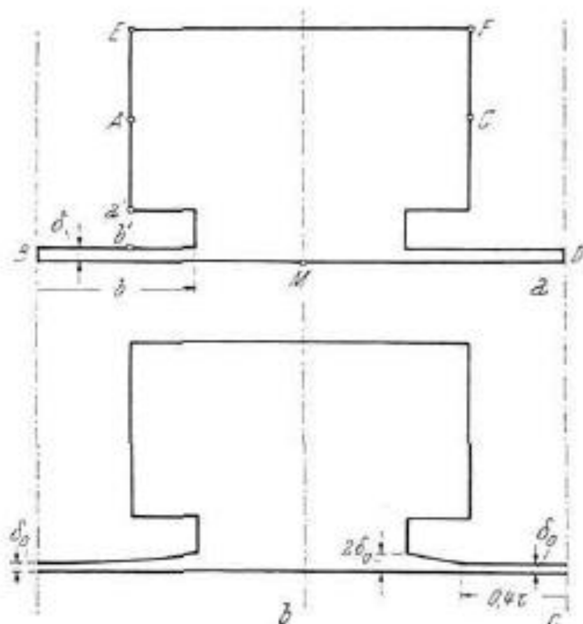


Fig. 4-6. - Forme di espansioni polari di macchine sincrone: *a*) con traferro costante, *b*) con traferro sagomato in modo da ottenere una distribuzione della induzione (5-25), *c*) con traferro sagomato in modo da ottenere una distribuzione trapezoidale della induzione. In *a*) sono dati inoltre i punti di alimentazione per il modello elettrico.

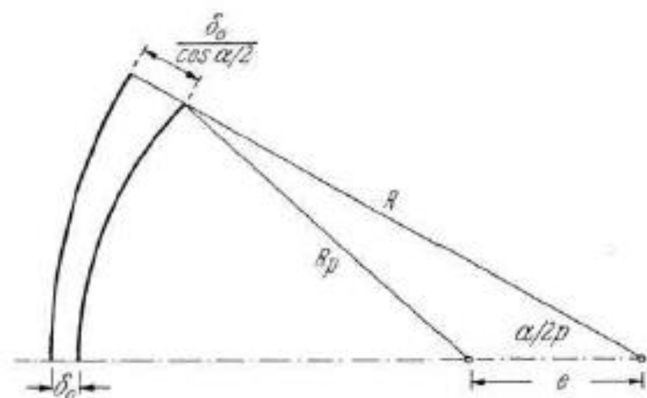


Fig. 4-7. - Determinazione del raggio di curvatura dell'espansione polare.

simativamente il raggio di curvatura secondo il quale si realizza appunto tale forma.

In fig. 4-7 è illustrata una parte della superficie dello statore avente raggio R e una metà della superficie dell'espansione polare avente raggio R_p. Il traferro sulla mezzeria del polo è δ_0 mentre alle estremità esso vale $\delta_0/\cos \alpha/2$, in cui $\alpha = b_p/\tau$ rappresenta l'ampiezza dell'espansione riferita al passo polare. In base alla fig. 4-7 si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$\delta_0/\cos \alpha/2 = R - \sqrt{R_p^2 - e^2 \operatorname{sen}^2 \alpha/2\,p} - e \cos \alpha/2\,p \qquad (4\text{-}26)$$

$$e = R - R_p - \delta_0. \qquad (4\text{-}27)$$

Se si risolvono queste espressioni rispetto ad R_p, trascurando alcuni addendi molto piccoli, si ottiene:

$$R_p \approx \frac{1 - \dfrac{\delta_0}{R}\left(1 + \dfrac{1}{\cos \alpha/2}\right)}{1 - \dfrac{\delta_0}{R}\,\dfrac{\cos \alpha/2 - \cos \alpha/2p}{(1 - \cos \alpha/2p)\cos \alpha/2}}\,R. \qquad (4\text{-}28)$$

Per $p \geqslant 2$ si può porre $\cos \alpha/2\,p \approx 1 - \alpha^2/8\,p^2$; il raggio dell'espansione polare diventa allora:

$$R_p \approx \frac{1 - \dfrac{\delta_0}{R}\left(1 + \dfrac{1}{\cos \alpha/2}\right)}{1 + \dfrac{\delta_0}{R}\,\dfrac{8p^2\,(1 - \cos \alpha/2 - \alpha^2/8p^2)}{\alpha^2 \cos \alpha/2}}\,R. \tag{4-29}$$

Il raggio risultante dalla (4-29) dipende dall'ampiezza del polo (α), il che significa che la forma circolare dell'espansione polare può essere equivalente a quella che si adotta per ottenere una distribuzione sinusoidale dell'induzione solo in un punto, e non su tutta l'espansione. Tale punto viene scelto in corrispondenza di $\alpha = 120^\circ$, nelle vicinanze cioè dell'estremità dell'espansione, dato che l'ampiezza del polo relativo al piano polare è praticamente compresa tra 0,65 e 0,7. In questo caso si avrà:

$$R_p \approx \frac{1 - 3\,\delta_0/R}{1 + (1{,}83\,p^2 - 2)\,\delta_0/R}\,R. \tag{4-30}$$

Quest'ultima espressione vale per $p \geqslant 2$. Per $\delta_0/R = 0{,}0125$ i valori di R_p/R in dipendenza dal numero di paia di poli p, calcolati in base alla (4-30), sono riportati in tab. 4-1.

Notevolmente più difficile risulta la determinazione della curva e il tracciamento dei diagrammi di campo dell'avvolgimento di indotto. Tale avvolgimento non può essere concentrato in un punto, come si è fatto nel caso dell'avvolgimento di eccitazione, ma deve essere assimilato a un segmento di retta. Nel caso di corrente continua, la densità lineare è costante e la sezione dei tubi di flusso all'intersezione con l'indotto si trova suddividendo la superficie di questo in parti uguali, come si è già fatto per l'avvolgimento di eccitazione sul polo (cfr. fig. 4-5). Le superfici dell'espansione polare e i punti della superficie dell'indotto, dove la forza magnetomotrice è massima, avranno allora potenziale zero. Il punto della superficie dell'indotto che ha potenziale maggiore è quello in cui la corrente si inverte. Particolarmente interessante è poi lo studio del campo di indotto della macchina sincrona, per cui si distinguono, come è noto, il campo diretto (fig. 4-8*a*) e il campo trasversale (fig. 4-8*b*), diretti rispettivamente lungo l'asse polare e l'asse interpolare. Le linee equipotenziali terminano sulla superficie dell'indotto a distanze non uguali, dato che la densità lineare di corrente lungo la periferia dell'indotto non è uniforme ma ha anda-

TAB. 4-1. - Rapporto tra il raggio delle espansioni polari R_p ed il raggio R della superficie interna di statore in funzione di p.

p	R_p/R
2	0,90
2	0,81
4	0,72
6	0,54
8	0,40
12	0,22
20	0,16

mento rispettivamente sinusoidale e cosinusoidale. La distanza tra gli estremi delle linee equipotenziali sulla periferia dell'indotto (fig. 4-8*a*) diminuisce man mano che le linee si allontanano dalla mezzeria del polo, qualora il campo varii secondo il coseno, mentre aumenta (fig. 4-8*b*) se la variazione avviene secondo la legge del seno. Poichè le linee di flusso hanno andamento quasi radiale, in fig. 4-8 *a* e *b* non si è tracciato il campo esistente sotto le espansioni polari.

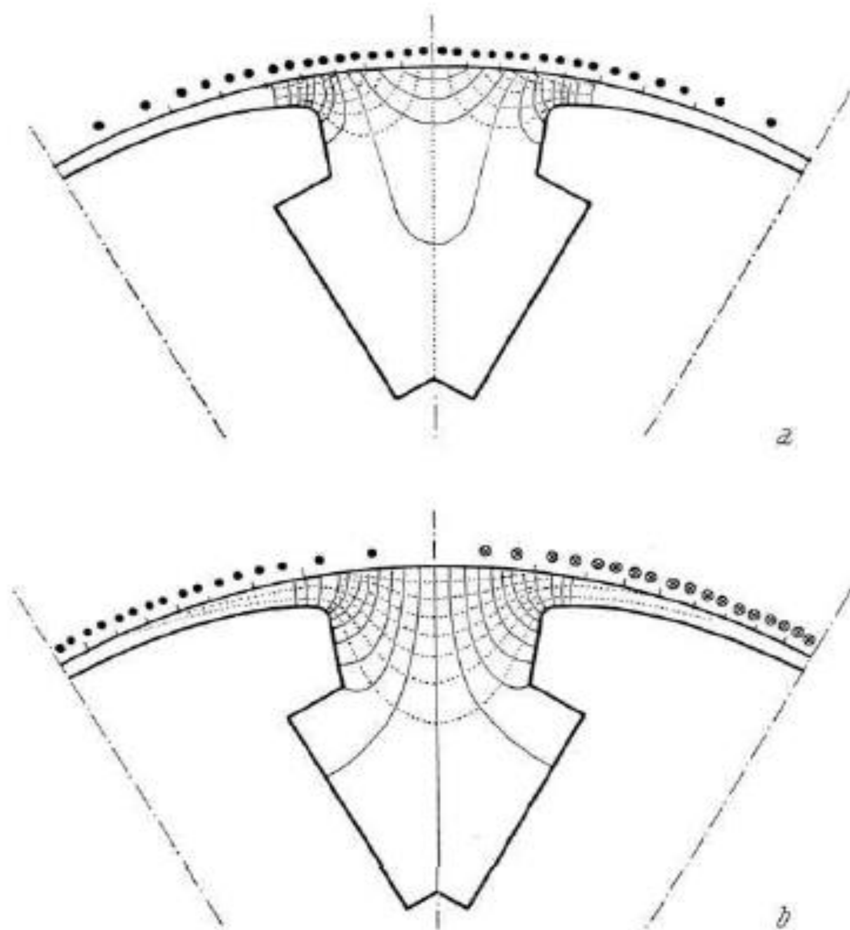


Fig. 4-8. - Linee di flusso e linee equipotenziali del campo di indotto: *a*) diretto; *b*) trasversale.

Il tracciamento del campo con quadrilateri equiriluttanti, sviluppato da Lehmann [4.20] e da Richter [4.21], è applicabile in diversi casi e dà un diagramma semplice e chiaro del campo. Il Richter ha sviluppato numerosi esempi di applicazione di questo metodo, che però richiede tempo e una certa esperienza nel tracciamento delle linee del campo. In generale la determinazione dell'induzione non è molto precisa, per cui si è cercato di trovare un procedimento diverso. La determinazione analitica del campo magnetico incontra tuttavia notevoli difficoltà di carattere matematico ed anche nei casi in cui il traferro è limitato da superfici geometriche semplici (o da linee nella rappresentazione bidimensionale) — come ad esempio nella determinazione del fattore di Carter — il calcolo resta sempre piuttosto complesso. Nei casi molto importanti in pratica, come ad esempio per la distribuzione del campo sotto il polo o la determinazione del campo

di dispersione, le superfici che limitano il traferro non sono semplici e quindi la determinazione mediante calcolo è impossibile, a meno che non si operi una serie di semplificazioni che però introducono inevitabilmente degli errori.

Il campo magnetico in regioni prive di vortici ha andamento analogo a quello della densità di corrente in una piastra conduttrice. Per questa ragione si è cercato spesso di riprodurre il campo magnetico servendosi di un modello elettrico. Il primo tentativo in tal senso fu quello descritto dal Douglas [4.18], mentre altre esperienze sono state condotte dal Mullern [4.19]; quantunque esse siano tutt'altro che recenti, questo metodo è stato applicato assai di rado, inspiegabilmente, data la sua semplicità e la bontà dei suoi risultati. Per mezzo di tale metodo si possono risolvere infatti molti problemi relativi alla costruzione delle macchine elettriche.

Come piastra conduttrice è stato usato un foglio di alluminio dello spessore di 0,01 mm. circa, incollato su carta spessa [4.16]. All'inizio l'impiego del foglio metallico destò preoccupazioni perchè si temeva che lo spessore non potesse essere uniforme, ma le prove hanno dimostrato che la resistenza per unità di lunghezza era straordinariamente costante. Risultò infatti una resistenza 0,00257 Ω per ogni cm. di lunghezza del foglio, con differenze del $\pm 2\%$. Si dette poi al foglio di carta la sagoma del traferro che si intendeva studiare. L'alimentazione avveniva nei punti in cui si avevano i vortici del campo, così che le linee di flusso del campo densità di corrente elettrica coincidevano con le linee equipotenziali del campo magnetico. Per questo tipo di alimentazione la resistenza elettrica tra due punti qualsiasi rappresenta la permeanza magnetica. Quest'ultima può essere calcolata, nota la resistenza elettrica fra i punti considerati e quella specifica del metallo (nel nostro caso $r_0 = 0{,}00257\ \Omega/\mathrm{m}$), oppure introducendo nel calcolo le resistenze misurate (per corrente costante si possono considerare anche i valori di tensione), nel caso in cui si tratti di valori relativi come ad esempio nella determinazione della dispersione o della distribuzione del campo.

L'alimentazione più semplice della piastra si verifica quando gli avvolgimenti di eccitazione sono di dimensioni tanto piccole da poter essere concentrati in punti, nei quali poi si pone l'alimentazione. Per dimensioni maggiori si può sostituire l'avvolgimento con più punti; le correnti di alimentazione saranno allora rese proporzionali alle amper-spire concentrate nei punti [4.19]. Ciò richiede un proporzionamento delle correnti ottenibile per mezzo delle resistenze. I tentativi compiuti finora hanno mostrato tuttavia che in molti casi anche questa correzione non è necessaria e che la sostituzione dell'avvolgimento con un punto dà dei risultati soddisfacentemente esatti.

Per la determinazione della forma del campo sotto il polo nel funzionamento a vuoto della macchina l'esatta posizione del punto di alimentazione è di importanza secondaria e il punto può essere spostato rispetto al punto A (fig. 4-6). Il punto d'alimentazione B è stato ottenuto

mediante una piastra che deve avere un buon contatto con il foglio. Per ovviare all'influenza esercitata dalla disuguale resistenza di contatto, si consiglia di allungare il tratto che rappresenta il traferro oltre la mezzeria del polo e di fissarvi la piastra di contatto. Le misure vengono tuttavia effettuate partendo dalla mezzeria del polo. Si possono superare le difficoltà determinate dalle diversità tra le resistenze di contatto anche ritagliando dal foglio il modello per un polo intero. Ciò richiede però naturalmente un doppio impiego di materiale. I tentativi compiuti hanno dimostrato che si ottengono buoni risultati anche con una sola metà, se la piastra di alimentazione viene collocata oltre la mezzeria del polo.

È noto che la forma della curva di campo sotto il polo è molto importante nel caso di macchine sincrone e pertanto si propongono qui alcune forme di polo che danno luogo ad un andamento di campo più o meno sinusoidale (cfr. fig. 4-6). Poichè si è fatto uso della stessa sagoma anche per la misura della conduttanza trasversale, si è adoperata una sagoma corrispondente ad un intero passo polare, come si vede da fig. 4-6. Per la determinazione della curva di campo in funzionamento a vuoto i punti di alimentazione A, C così come B e D sono stati collegati in parallelo. L'induzione è stata misurata come flusso per unità di lunghezza. Per la misura si è fatto uso di due punte metalliche fissate in un sostegno isolante, in modo che la loro distanza

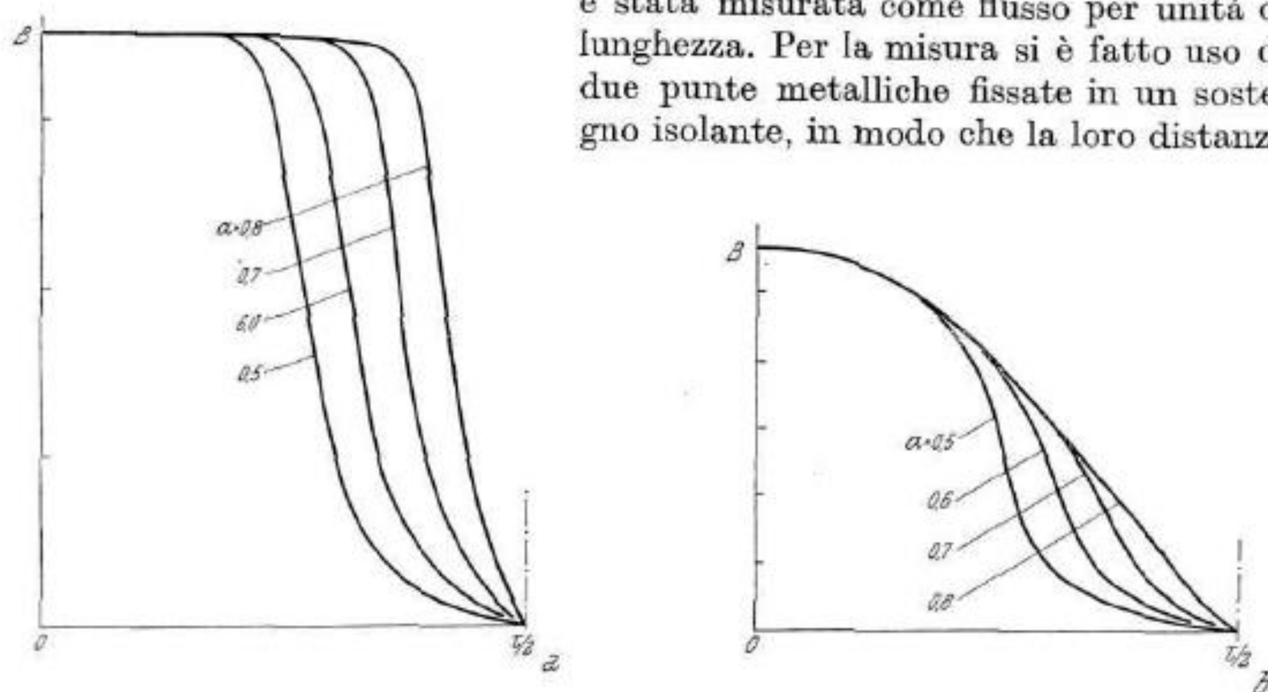


Fig. 4-9. - Conduttanza magnetica del traferro. *a*) per ampiezza del traferro costante e *b*) per ampiezza del traferro progettata per induzione sinusoidale [cfr. (4-25)].

reciproca rimanesse la stessa (10 mm. circa) per tutta la durata della prova. Con esse si rivelò la tensione lungo la periferia dell'indotto, da cui si è calcolata la resistenza per riportarla poi in un diagramma. Questa resistenza elettrica rappresenta la permeanza magnetica del flusso principale, mentre l'induzione misurata rappresenta un valore medio per il tratto di 1 cm. Poichè le dimensioni dei modelli erano sufficientemente grandi, questo valore medio coincide praticamente con il vero valore nel punto considerato. I risultati delle misure per le forme di polo considerate sono

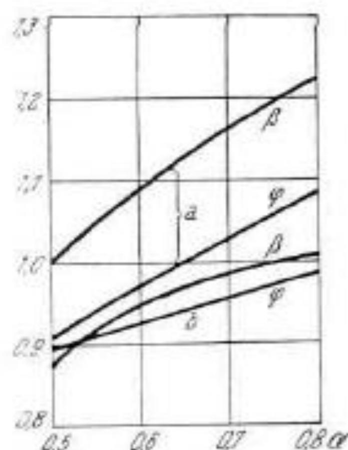
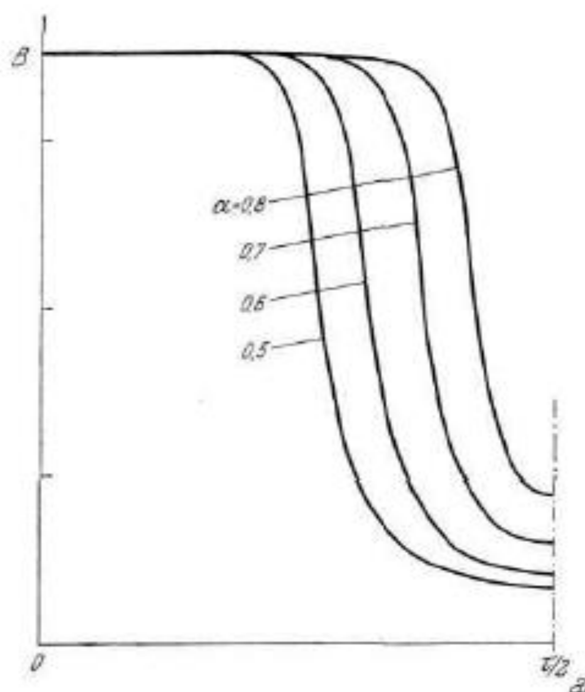


Fig. 4-10. - Rapporti $\beta = B_1/B_L$ e $\varphi = \Phi/\Phi_1$ in funzione della ampiezza relativa di campo α. Curva a per $\delta = 0{,}025\ \tau =$ costante e curva b per traferro « sinusoidale » con $\delta_0 = 0{,}0155\ \tau$.

riportati in fig. 4-9a e b. Poichè la tensione magnetica tra la superficie dell'espansione polare e la superficie dell'indotto lungo l'intero passo polare è costante, le curve di fig. 4-9a e b rappresentano la forma del campo sotto il polo, per funzionamento a vuoto. Mediante l'analisi della curva di campo si trova poi l'ampiezza dell'armonica fondamentale B_1 e da essa il rapporto $\beta = B_1/B_L$ rispetto all'induzione sotto la mezzeria B_L. Per mezzo di misure planimetriche o della resistenza elettrica lungo la periferia dell'indotto da mezzeria a mezzeria si trova il flusso utile totale Φ, donde si ricava $\varphi = \Phi/\Phi_1$, cioè il rapporto tra il valore massimo del flusso totale e quello dell'armonica fondamentale. Le grandezze β e φ sono riportate in fig. 4-10, per la forma dei poli di fig. 4-6a e b; i valori di β calcolati con il procedimento Richter si discostano quasi impercettibilmente dai nostri.

Se ora si sposta l'alimentazione sui punti B e D (fig. 4-6a), si misurano nella direzione trasversale le permeanze che possono venire utilizzate per la determinazione del campo trasversale. Le curve di tale conduttanza per forme di polo diverse sono riportate in fig. 4-11 a e b. Volendo ricavare da essa l'andamento dell'induzione trasversale, è sufficiente moltiplicare queste curve di permeanza per la curva della f.m.m. relativa. Se il



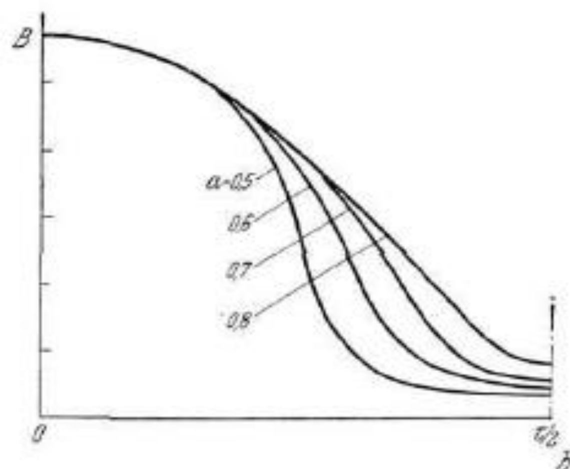


Fig. 4-11. - Permeanza magnetica trasversale della macchina per le stesse forme di polo di figura 4-9.

campo è trasversale, quest'ultima curva è una sinusoide con valore massimo nell'intervallo tra i poli. Analizzando le curve di induzione si trova l'ampiezza B_{q1} dell'armonica fondamentale del campo trasversale e da essa il fattore di campo $k_q = B_{q1}/B_1 = B_{q1}/\beta B_L$. Per determinare invece il campo diretto bisogna trovare prima la permeanza magnetica nella direzione

longitudinale e si debbono poi spostare i punti di alimentazione verso la superficie dell'indotto sulla linea neutra (nell'intervallo tra i poli). Senza sensibile errore si può sostituire il punto d'alimentazione con l'asse neutro, ottenendo così la stessa permeanza del flusso trasversale. Per tracciare il campo diretto si possono usare le curve di fig. 4-11*a* e *b*, moltiplicandole poi per la curva della f.m.m. del campo. Quest'ultima è una curva sinusoidale avente valore massimo sotto la mezzeria del polo. La permeanza del flusso longitudinale si discosta dal valore di quella del flusso trasversale solo in prossimità dell'asse neutro (sulla mezzeria dell'intervallo tra i poli) e più precisamente il campo longitudinale ha un valore un poco più elevato del flusso trasversale. In questo caso però l'induzione è così piccola che si giustifica pienamente l'assunto di uguali valori per i due flussi. Analizzando le curve di campo si ottiene l'armonica fondamentale del campo diretto B_{d1} donde si deduce il fattore di campo $k_d = B_{d1}/\beta B_L$.

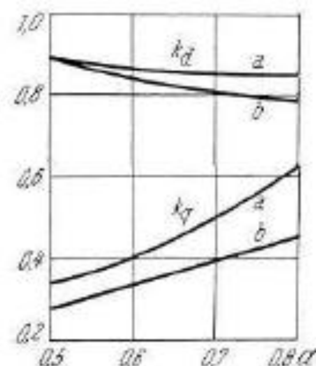


Fig. 4-12. - Fattori di campo k_d e k_q per le stesse forme di polo di fig. 4-6.

Per determinare i fattori di campo k_d e k_q, che hanno un'importanza fondamentale nel calcolo della macchina sincrona, gli studiosi applicano diversi metodi; alcuni semplificano la forma del campo attribuendo ai fattori delle espressioni definite; la concordanza con i fattori effettivi dipende in gran parte dall'idealizzazione della forma del campo e generalmente non è affatto buona. Il tracciamento dei tubi del campo, applicato dal Richter, dà risultati migliori; i valori da lui trovati concordano con quelli qui riportati in fig. 4-12.

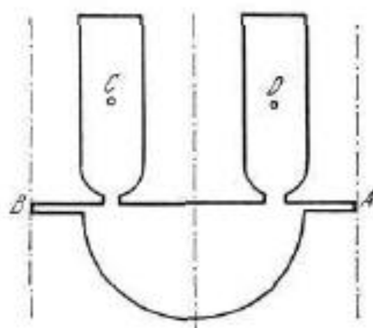


Fig. 4-13. - Modello elettrico per il traferro della dinamo omopolare.

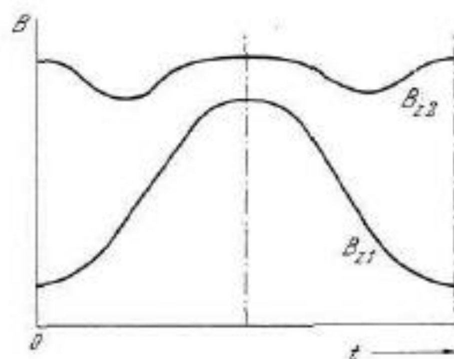


Fig. 4-14. - Flusso nel dente statorico e flusso nel dente rotorico nella dinamo omopolare, in funzione del tempo.

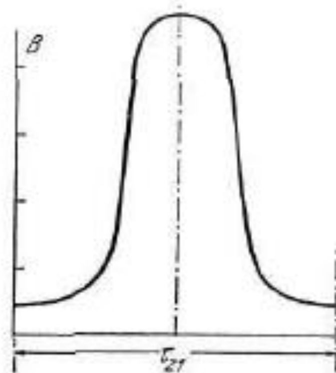


Fig. 4-15. - Forma del campo sotto il dente statorico della dinamo omopolare quando il dente dello statore è esattamente di fronte a quello del rotore.

L'impiego dei modelli è molto utile nei casi in cui sia necessario il tracciamento di più diagrammi di campo per studiare il problema o per determinare una grandezza qualsiasi. In tali casi rientra ad esempio la macchina ad alta frequenza del dott. Franke, la cui sezione è riportata

in fig. 4-13. Tale figura rappresenta una parte del passo di cava rotorica. Innanzi tutto si cerca di determinare la variazione nel tempo che il flusso subisce nel dente dello statore, ritagliando più modelli corrispondenti alle diverse posizioni assunte nella rotazione dai denti del rotore rispetto a quelli dello statore. Poi si alimentano i modelli nei punti A e B e si misura quindi la resistenza R_{AB} tra i punti A e B e la resistenza R_{CD} tra i punti intermedi degli avvolgimenti statorici C e D. La esatta posizione di questi due punti non è tuttavia molto importante, dato che il flusso longitudinale nelle cave è piuttosto piccolo. In fig. 4-14 sono illustrate le due resistenze in funzione del tempo (posizione del rotore di fronte allo statore). La resistenza R_{CD} rappresenta il flusso nei denti dello statore (per un dente), la resistenza R_{AB} quello del rotore. Per determinare la tensione di alta frequenza bisogna analizzare il flusso nei denti dello statore. Volendo rappresentare la relazione esistente tra il flusso al traferro e l'ampiezza di questo, bisogna determinare l'andamento dell'induzione lungo il passo di cava dell'indotto, quando il rotore sia di fronte allo statore. La posizione migliore è quella in cui il dente dello statore è esattamente di fronte a quello del rotore. In fig. 4-15 l'andamento dell'induzione è rappresentato dalla resistenza tra due punte alla distanza di 1 cm. In base a questa curva si può controllare l'ampiezza del traferro dei modelli, dividendo la resistenza specifica del foglio (resistenza di 1 cm.^{2} $r_0 = 0{,}00257\ \Omega$) per il valore massimo della curva di fig. 4-14. Si ottiene così $\delta = 0{,}00257/0{,}095 = 0{,}27$ cm.; tale valore, in scala 2 : 1, corrisponde ad un traferro di 1,35 mm. Se si è determinata in tal modo l'ampiezza del traferro o se si può supporre con sufficiente sicurezza che essa è stata riprodotta nel modello nel suo giusto valore, si può calcolare l'induzione sotto la mezzeria del dente in questa posizione. Allora il flusso statorico è $\Phi_S = \delta B_L R_{CD}/r_0$ e la copertura del polo (rapporto tra l'ampiezza ideale dei denti di statore e il passo di cava statorico) è $\alpha = b_i/\tau_{z1} = \delta\, R_{CD}/r_0\, \tau_{z1}$. Per l'esempio qui riportato sarà allora $\alpha = 0{,}135 \cdot 0{,}0335/0{,}00257 \cdot 2{,}34 = 0{,}75$. Mediante questo valore di α e quello dell'induzione B_L si può calcolare immediatamente il flusso statorico in questa posizione, mentre per mezzo delle curve di fig. 4-14 si possono calcolare il flusso nei denti dello statore per le altre posizioni e il flusso nei denti del rotore.

Con un procedimento analogo a quello or ora descritto è possibile determinare diverse grandezze relative alle macchine a corrente continua, la sezione di una delle quali è riportata in fig. 4-16. Per determinare la curva dell'induzione al traferro si alimenta il modello nei punti A e B e si misura poi l'induzione come resistenza tra due punte a distanza fissa. Nelle prove eseguite tale distanza era di 10 mm. circa e il modello era in scala 4 : 1. La resistenza R_d è riportata (curva a) in fig. 4-17 in funzione della posizione lungo il passo polare. La curva rappresenta l'andamento dell'induzione al traferro e, procedendo ad una misura planimetrica di essa, è possibile determinare il rapporto $\alpha = b_i/\tau$ tra la larghezza ideale del polo e il passo polare (nel caso qui esemplificato è $\alpha = 0{,}582$). Se si intende

determinare soltanto il rapporto a, si può semplificare notevolmente il procedimento misurando solo la resistenza R_{BM} tra i punti B ed M. Si calcola inoltre la resistenza di un nastro di ampiezza uguale a quella δ del traferro e di lunghezza uguale al passo polare $\tau/2$, $R'_{BM} = r_0\tau/\delta$ (nel nostro caso è $R'_{BM} = 0{,}00257 \cdot 36/2 = 0{,}0462\ \Omega$). Volendo eliminare i possibili errori che si possono commettere nella determinazione della resistenza specifica, dopo le misure si può ritagliare dallo stesso modello il nastro circolare di larghezza δ e lunghezza $\tau/2$, misurando poi direttamente la resistenza R_{BM} (nell'esempio citato essa è $0{,}0465\ \Omega$). Il rapporto a diventa allora $a = R_{BM}/R_{BM}'$ (nel caso considerato $a = 0{,}0270/0{,}0462 = 0{,}582$). Anche la influenza esercitata dalle cave è facilmente determinabile per via sperimentale. Nella prova fatta si è ritagliato in primo luogo un modello con le cave (la resistenza tra i punti B ed M era $R_{BM}'' = 0{,}0228\ \Omega$) poi si eliminarono le cave e si misurò nuovamente la resistenza tra i punti B ed M ($R_{BM} = 0{,}0539\ \Omega$). La diminuzione del flusso o l'aumento fittizio dell'ampiezza del traferro, il così detto fattore di Carter, era $k_c = 0{,}0270/0{,}0228 = 1{,}18$. Tale valore è un valore medio per l'intero passo polare ed è relativo ad un traferro di ampiezza variabile. Il fattore di Carter per un traferro di ampiezza costante (sotto la mezzeria del polo, dunque) avrebbe dovuto essere sensibilmente più elevato.

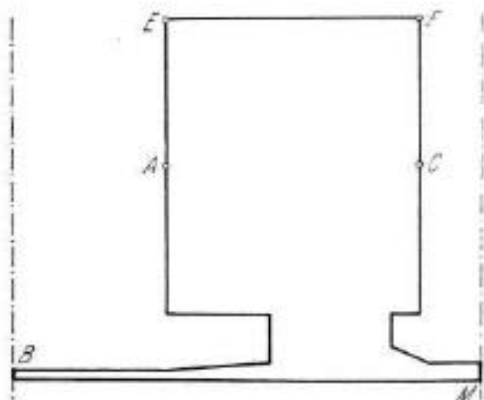


Fig. 4-16. - Modello elettrico per il traferro di una macchina a corrente continua.

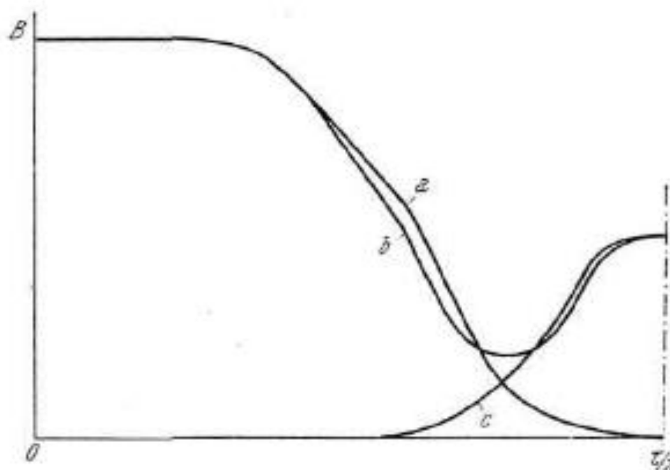


Fig. 4-17. - Permeanza magnetica di una macchina a corrente continua; curva a secondo l'asse longitudinale, curva b secondo l'asse trasversale senza polo ausiliario e curva c secondo l'asse trasversale solo per polo ausiliario.

La curva c è relativa alla macchina con poli ausiliari ed è stata rilevata alimentando nei punti C ed M. Per determinare l'andamento dell'induzione sotto il polo ausiliario, il campo di indotto e quello del polo ausiliario verranno trattati separatamente. Così facendo, si dovrà tener presente che la curva del campo dell'indotto ha andamento di tipo triangolare, mentre quella del polo ausiliare ha forma rettangolare, La dispersione tra i nuclei polari può essere determinata mediante i modelli elettrici già descritti. Più ampi particolari sono dati nel capitolo 13.5.

4.2.2. Scomposizione delle curve di campo in armoniche

Le curve di campo delle macchine elettriche sono per lo più irregolari, cioè contengono un certo numero di armoniche. Mentre per il funzionamento della macchina solo l'armonica fondamentale ha una importanza determinante, per le perdite sono molto importanti anche le armoniche di ordine superiore.

La scomposizione delle curve periodiche in una serie di curve sinusoidali o cosinusoidali fu compiuta per la prima volta dal Fourier, per cui spesso tale operazione viene designata con il termine di sviluppo in serie di Fourier; la sua espressione generale è:

$$f(x) = f_0 + f_1 \operatorname{sen} x + f_2 \operatorname{sen} 2x + \ldots \tag{4-31}$$

Il valore della costante f_0 è il valore medio della grandezza in un periodo mentre i valori di f_1, f_2 e genericamente di f_ν si determinano dalla curva sottraendo il valore costante f_0. Poichè la posizione relativa di fase tra le singole armoniche non è nota in precedenza, si suppone di scomporre le ampiezze delle singole armoniche secondo due assi, spostati di 90° l'uno rispetto all'altro, cioè si determinano le componenti $A\nu'$ e $A\nu''$, dalle quali deriva l'ampiezza:

$$A_\nu = A_\nu' + j\, A_\nu'' \tag{4-32}$$

L'intervallo temporale o spaziale di 360° corrisponde ad un periodo della curva. Le componenti A_ν' e A_ν'' si determinano in base alla curva $\varphi(x) = f(x) - f_0$ per mezzo delle seguenti relazioni:

$$A_\nu' = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x) \operatorname{sen} \nu x \, dx \tag{4-33}$$

$$A_\nu'' = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x) \cos \nu x \, dx. \tag{4-34}$$

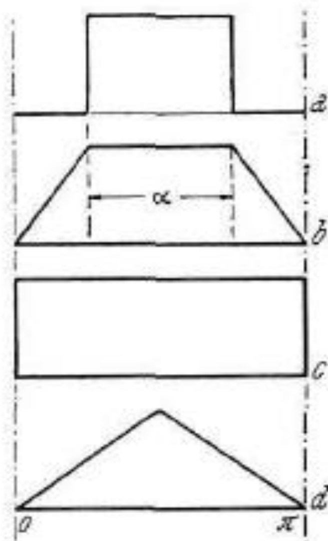


Fig. 4-18. - Diverse curve di campo (per analisi armonica).

L'impiego di tali relazioni è limitato ai casi, illustrati in fig. 4-18, in cui la curva $\varphi(x)$ è rappresentata da funzioni matematiche. In tali casi manca il valore costante f_0 e la curva è simmetrica ($A_\nu'' = 0$) ed è sufficiente integrare nei limiti fra $x = 0$ e $x = \pi/2$. Si ottiene:

$$A_\nu = \frac{4}{\nu\,\pi} B \cos \nu\pi (1 - \alpha)/2 \tag{4-35}$$

$$A_\nu = \frac{8}{\nu^2 \pi^2 (1 - \alpha)} B \operatorname{sen} \nu\pi (1 - \alpha)/2 \tag{4-36}$$

$$A_\nu = \frac{4}{\nu\pi} B \tag{4-37}$$

$$A_\nu = \frac{8}{\nu^2 \pi^2} B \operatorname{sen} \nu\, \pi/2. \tag{4-38}$$

Le curve di fig. 4-18 sviluppate in serie di Fourier contengono solo armoniche di ordine dispari. Quando non si verifica la simmetria suddetta, si hanno anche armoniche di ordine pari $\nu = 2, 4, \ldots$, il che peraltro si verifica assai di rado per curve di campo normali. Confrontando le curve di fig. 4-18*b* e *d*, si nota che i segni delle singole armoniche, ad esempio della terza ($\nu = 3$) sono diversi ,per cui esisterà una curva trapezoidale intermedia tra le due, nella quale questa armonica scompare. Per la terza armonica questo si verifica quando è $\alpha = \pi/3$.

Per l'analisi di curve periodiche sono stati adottati e sviluppati numerosi procedimenti [4-2]; fra essi ne scegliamo uno per la presente trattazione, assai comodo per scopi pratici. Esso vale solo per le curve con armoniche dispari $\nu = 1, 3, 5, 7, 9$ e 11, cioè per le curve a simmetria speculare. Poichè generalmente le curve comprendono anche le armoniche d'ordine superiore a $\nu = 11$, tale procedimento è approssimativo e l'errore è massimo nelle armoniche più alte (la nona e l'undicesima). In pratica le armoniche di ordine più alto ($\nu > 9$) sono generalmente molto piccole, così che il procedimento dà risultati utilizzabili.

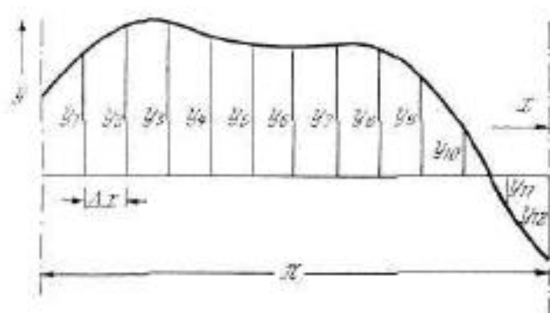


Fig. 4-19. - Per l'analisi numerica di una curva periodica qualsiasi.

TAB. 4-2. - Per l'analisi della curva di fig. 4-19.

Valori delle ordinate							
		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
	y_{12}	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7	
Valori somma		s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
Valori differenza	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	

Si divida in 12 parti l'asse delle ascisse nell'intervallo π della curva di fig. 4-19 e si chiamino y_1, y_2 ecc. le ordinate corrispondenti. Si facciano ora rispettivamente le somme ($s_1 = y_1 + y_{11}$ ecc.) e le differenze ($d_1 = y_5 - y_7$ ecc.) delle coppie corrispondenti y_1 ed y_{11} e così via, come si vede dalla tab. 4-2.

Si dispongano poi questi valori di s e d come in tab. 4-3 e si moltiplichino per i valori dei seni corrispondenti eseguendo infine le somme delle colonne verticali. Come risulta anche da tab. 4-3, tali somme rappresentano l'ampiezza delle singole armoniche, moltiplicata per sei.

Si analizzi ora il campo diretto e quello trasversale della macchina sincrona a poli salienti. La conduttanza per questi campi (vedi fig. 4-11*a* e *b*) è data dalla somma di un valore costante Λ_0 e di una serie di armoniche Λ_ν di ordine pari, cioè:

$$\Lambda(x) = \Lambda_0 + \Lambda_2 \cos 2x + \Lambda_3 \cos 4x + \ldots, \tag{4-39}$$

TAB. 4-3. - Analisi della curva di fig. 4-19.

$\nu =$	1	3	5	7	9	11
sen 15° = 0,259 ×	s_1		s_5	s_5		s_1
sen 30° = 0,500 ×	s_2		s_2	$-s_2$		$-s_2$
sen 45° = 0,707 ×	s_3	$s_1 + s_3 - s_5$	$-s_3$	$-s_3$	$s_1 + s_3 - s_5$	s_3
sen 60° = 0,867 ×	s_4		$-s_4$	s_4		$-s_4$
sen 75° = 0,966 ×	s_5		s_1	s_1		s_5
sen 90° = 1,000 ×	s_6	$s_2 - s_6$	s_6	$-s_6$	$s_6 - s_2$	$-s_6$
per i valori di s si ottiene ...	$6\,A_1'$	$6\,A_3'$	$6\,A_5'$	$6\,A_7'$	$6\,A_9'$	$6\,A_{11}'$
per i valori di d si ottiene ...	$6\,A_1''$	$-6\,A_3''$	$6\,A_3''$	$-6\,A_7''$	$6\,A_9''$	$-6A_{11}''$

se si pone l'origine $x = 0$ sull'asse neutro. La distribuzione della induzione del campo diretto sarà data allora dalla:

$$B_d\,(x) = M_0\,\Lambda\,(x)\,\text{sen}\,\pi\,x \tag{4-40}$$

mentre quella del campo trasversale sarà:

$$B_q\,(x) = M_0\,\Lambda\,(x)\cos\pi\,x \tag{4-41}$$

in cui M_0 rappresenta il valore massimo della tensione magnetica. Si determini ora l'ampiezza delle armoniche singole in base alle (4-33) e (4-34). L'armonica fondamentale ($\nu = 1$) sarà espressa da:

$$B_{1d} = M_0\,(\Lambda_0 - \tfrac{1}{2}\,\Lambda_2) \tag{4-42}$$

$$B_{1q} = M_0\,(\Lambda_0 + \tfrac{1}{2}\,\Lambda_2) \tag{4-43}$$

e l'armonica d'ordine ν:

$$B_{\nu d} = \frac{M_0}{2}\,(\Lambda_{\nu-1} - \Lambda_{\nu+1}) \tag{4-44}$$

$$B_{\nu q} = \frac{M_0}{2}\,(\Lambda_{\nu-1} + \Lambda_{\nu+1}). \tag{4-45}$$

per $\nu = 3$ è:

$$B_{3d} = \frac{M_0}{2}\,(\Lambda_2 - \Lambda_4) \tag{4-46}$$

$$B_{3q} = \frac{M_0}{2}\,(\Lambda_2 + \Lambda_4). \tag{4-47}$$

Se per esempio è $\Lambda_0 = 0{,}6\,\Lambda_{\max}$, $\Lambda_2 = -0{,}4\,\Lambda_{\max}$ e $\Lambda_4 = 0{,}1\,\Lambda_{\max}$, sarà $B_{1d} = 0{,}8\,M_0\,\Lambda_{\max}$, $B_{1q} = 0{,}4\,M_0\,\Lambda_{\max}$, $B_{3d} = -0{,}15\,M_0\,\Lambda_{\max}$ e $B_{3q} = -0{,}25\,M_0\,\Lambda_{\max}$.

La forma della curva di campo di fig. 4-18a corrisponde alla forma dell'espansione polare con traferro costante, qualora si trascuri il campo nell'intervallo tra i poli. La conduttanza sotto le espansioni polari, cioè sul tratto $\alpha\tau$, ha un valore costante Λ_{max}, mentre è uguale a zero sul rimanente tratto $(1 - \alpha)\,\tau$. L'analisi di una curva di questo tipo dà per risultato [cfr. (4-33) e (4-35)]:

$$\Lambda_0 = \alpha\, \Lambda_{max} \tag{4-48}$$

$$\Lambda_\nu = \frac{4\,\Lambda_{max}}{\nu\,\pi}\,[\alpha \operatorname{sen} \nu\,\pi/2 - \operatorname{sen}(1 - \alpha)\,\nu\,\pi/2] \tag{4-49}$$

oppure:

$$\Lambda_2 = -\frac{2\,\Lambda_{max}}{\pi} \operatorname{sen} \alpha\,\pi \tag{4-50}$$

$$\Lambda_4 = -\frac{\Lambda_{max}}{\pi} \operatorname{sen} \alpha\,\pi. \tag{4-51}$$

Con questi valori si ottiene:

$$B_{1d} = \left(\alpha + \frac{\operatorname{sen} \alpha\,\pi}{\pi}\right) B \tag{4-52}$$

$$B_{1q} = \left(\alpha - \frac{\operatorname{sen} \alpha\,\pi}{\pi}\right) B \tag{4-53}$$

Se si riferiscono questi valori alla ampiezza della armonica fondamentale del campo determinato dall'avvolgimento rotorico, il cui valore è dato dalla (4-35), si ottengono i seguenti fattori di campo:

$$k_d = \frac{\alpha\pi + \operatorname{sen} \alpha\,\pi}{4 \operatorname{sen} \dfrac{\alpha\,\pi}{2}} \tag{4-54}$$

$$k_q = \frac{\alpha\,\pi - \operatorname{sen} \alpha\,\pi}{4 \operatorname{sen} \dfrac{\alpha\,\pi}{2}}. \tag{4-55}$$

Il procedimento qui riportato per la determinazione delle singole armoniche è consigliabile qualora la curva della permeanza non sia data da una semplice espressione matematica, ma debba essere analizzata. È sufficiente eseguire l'analisi una sola volta, e precisamente soltanto per la curva di permeanza.

4.2.3. Influenza esercitata dalle cave sul campo al traferro della macchina

Almeno in una parte della macchina (statore o rotore) l'avvolgimento viene collocato in cave, la cui presenza ha una grande importanza per il campo al traferro, dato che a volte esse possono mutare sensibilmente il campo principale. L'effetto esercitato dalle cave è duplice: in primo luogo la permeanza magnetica del traferro subisce l'influenza delle cave e diminuisce in corrispondenza di esse; in secondo luogo, poichè le amperspire sono concentrate nelle cave, la curva della f.m.m. e quindi anche quella del campo subiscono variazioni più o meno rilevanti e discontinue. Poichè questi due fenomeni si verificano in pratica indipendentemente l'uno dall'altro, essi verranno trattati separatamente.

4.2.3.1. *Influenza esercitata dalla cava*

La diminuzione della permeanza magnetica in corrispondenza della cava fa sì che l'induzione risulti minore che in corrispondenza della testa del dente. La fig. 4-20 mostra il tipico andamento dell'induzione in corrispondenza di un passo di cava. Tale andamento si può determinare tanto sperimentalmente, mediante l'uso di modelli elettrici [4.16], quanto mediante il calcolo. Quest'ultimo è molto complesso e richiede molte semplificazioni che influiscono tuttavia in modo irrilevante sui risultati; non si è appurata infatti alcuna sostanziale differenza tra i valori ottenuti col calcolo e quelli per via sperimentale.

Il calcolo, del quale si vogliono dare qui i risultati, prevede delle cave infinitamente profonde, con fianchi paralleli, sviluppate su un piano. L'andamento della componente normale dell'induzione sulla superficie dell'espansione polare, cioè sulla parte sprovvista di cave, è riportata in fig. 4-20. In corrispondenza della cava, la curva dell'induzione subisce un abbassamento di ampiezza B_0 variabile con legge sinusoidale di periodo S'. Si definisce il rapporto:

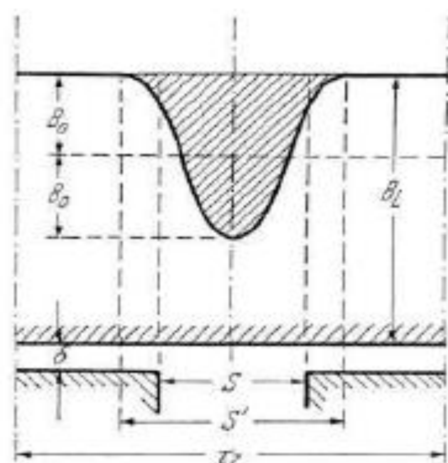


Fig. 4-20. - Andamento dell'induzione sulla superficie liscia di fronte ad una cava (o ad un canale di ventilazione).

$$\beta = \frac{B_0}{B_{\max}} = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{2\, B_{\max}} \qquad (4\text{-}56)$$

il cui valore è:

$$\beta = \frac{1 + u^2 - 2\,u}{2\,(1 + u^2)}, \qquad (4\text{-}57)$$

in cui è:

$$u = \frac{S}{2\delta} + \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2\delta}\right)^2} \qquad (4\text{-}58)$$

I valori numerici di β sono riportati in tab. 4-4 e in fig. 4-21 in dipendenza dal rapporto S/δ fra l'apertura di cava e l'ampiezza del traferro. Il valore di S' si può ottenere conoscendo il rapporto:

$$\sigma = S'/S = \gamma\, \delta/\beta\, S \tag{4-59}$$

il cui valore numerico è dato in fig. 4-21 e in tab. 4-4. Volendo calcolare i valori di S', ci si serve dei valori di β risultanti dalla (4-57) e di quelli di γ risultanti dalla

$$\gamma = \beta \frac{S'}{\delta} = \frac{4}{\pi}\left[\frac{S}{2\delta}\,\mathrm{arc\ tg}\,\frac{S}{2\delta} - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2\delta}\right)^2}\right] \tag{4-60}$$

o, per S/δ compreso tra 1 e ∞, dalla

$$\gamma \approx \frac{(S/\delta)^2}{5 + S/\delta}\,. \tag{4-61}$$

Tutte le grandezze ausiliarie, come β e γ, sono solo funzioni del rapporto S/δ.

L'abbassamento della curva del campo fa diminuire il flusso in corrispondenza di un passo di cava. Per ottenere lo stesso flusso che si avrebbe in assenza di cava, l'induzione $B_{\max}$ in corrispondenza del dente deve essere aumentata e in pratica si eseguono i calcoli con un valore di induzione medio B, che dà appunto lo stesso flusso che si avrebbe in assenza di cave. Si deve tener presente che il valore massimo in corrispondenza del dente, per il quale la tensione magnetica nel traferro è determinante, diventa $B_{\max} > B$. Si ottiene ancora un risultato esatto introducendo al posto del traferro δ un traferro fittizio:

TAB. 4-4. - Valori numerici di β, γ e σ [2-3].

S/δ	β	σ	γ
0	0		0
0,5	0,0149	5,289	0,0349
1,0	0,0528	2,900	0,1531
1,5	0,1000	2,208	0,3312
2,0	0,1464	1,908	0,5587
3	0,2226	1,687	1,1266
4	0,2764	1,623	1,7947
5	0,3143	1,608	2,5277
6	0,3419	1,611	3,3051
7	0,3626	1,621	4,1147
8	0,3787	1,633	4,9487
10	0,4019	1,659	6,6692
12	0,4178	1,683	8,4395
40	0,4750	1,837	34,912
∞	0,500	2,000	∞

$$\delta' = k_c\, \delta \tag{4-62}$$

Il fattore di correzione $k_c = B_{\max}/B$, sempre maggiore di 1, è chiamato fattore di Carter, dato che fu Carter a calcolarlo per primo [4-7]. La diminuzione del flusso (superficie tratteggiata in fig. 4-20) è data da $S'B_0$. Si può stabilire la seguente relazione:

$$B_{\max}\, \tau_z - B_0 S' = B\, \tau_z$$

oppure

$$\frac{B_{\max}}{B}\left(\tau_z - \frac{B_0}{B_{\max}}\, S'\right) = \frac{B_{\max}}{B}\,(\tau_z - \beta\, S') = \tau_z. \tag{4-63}$$

donde deriva il fattore di Carter:

$$k_c = \frac{B_{\max}}{B} = \frac{\tau_z}{\tau_z - \beta\, S'} = \frac{\tau_z}{\tau_z - \gamma\, \delta}, \tag{4-64}$$

in cui bisogna sostituire il valore di γ delle (4-60) e (4-61) o della curva di fig. 4-21. Nei limiti di S/δ variabile da 2 a 12 si può usare una espressione semplice

$$\gamma \approx 3\, S/4\, \delta - 1 \tag{4-65}$$

indicata in fig. 4-21 dalla retta tratteggiata. L'espressione del fattore di Carter è allora:

$$k_c \approx \frac{\tau_z}{\tau_z + \delta - 0{,}75\, S}. \tag{4-66}$$

Le (4-64) e (4-66) sono date per cave aperte, tuttavia valgono approssimativamente anche per cave semiaperte, se si intende con S l'apertura di cava. Si ottiene allora un valore di k_c un po' minore, ma lo scarto si mantiene tuttavia in limiti praticamente accettabili.

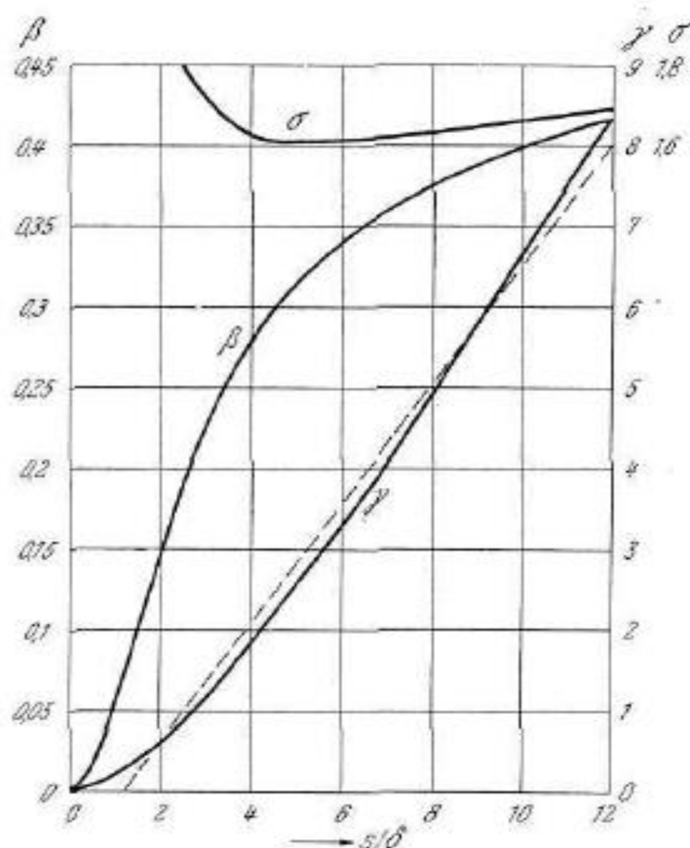


Fig. 4-21. - Valori di β, γ, σ in dipendenza dal rapporto S/δ.

Se le due superfici affacciate di statore e di rotore, sono provviste di cave, il valore medio del traferro si ricava dalla (vedi fig. 4-22)

$$B_{\max}\, \tau_{z1} - B_{01}\, S_1' - n\, B_{02}\, S_2' = B\, \tau_{z1}, \tag{4-67}$$

in cui è $n = \tau_{z1}/\tau_{z2} > 1$. Di qui si ricava il fattore di Carter risultante:

$$k_c = \frac{\tau_{z1}}{\tau_{z1} - (\gamma_1 + n\, \gamma_2)\, \delta}. \tag{4-68}$$

Calcolando invece il fattore di Carter separatamente per lo statore e il rotore, cioè

$$k_{c1} = \frac{\tau_{z1}}{\tau_{z1} - \gamma_1\, \delta} \quad \text{e} \quad (4\text{-}69),$$

$$k_{c2} = \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z2} - \gamma_2\, \delta} \tag{4-70}$$

e facendo il prodotto, si ottiene:

$$k_{c1}\, k_{c2} = \frac{\tau_{z1}}{\tau_{z1} - (\gamma_1 + n\, \gamma_2)\, \delta + n\, \gamma_1\, \gamma_2\, \delta^2/\tau_{z1}}. \tag{4-71}$$

Poichè questo prodotto è molto prossimo al fattore di Carter risultante dato dalla (4-68), si può porre per ragioni pratiche,

$$k_c \approx k_{c1}\, k_{c2}\,. \tag{4-72}$$

L'esattezza della (4-72) è stata personalmente sperimentata dall'Autore su modelli elettrici.

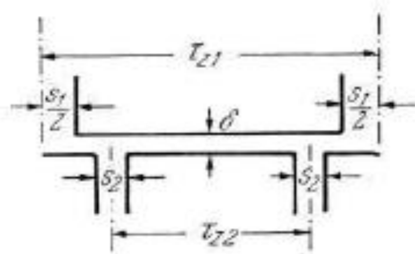


Fig. 4-22. - Traferro di una macchina dotata di cave statoriche e rotoriche.

4.2.3.2. *Influenza esercitata dalle amper-spire di cava*

Nel capitolo 5.2 si dimostra che la curva del campo di un avvolgimento consiste in una serie di armoniche, di cui la principale ha ampiezza maggiore. L'ampiezza dell'armonica di ordine ν di un avvolgimento con un numero m di fasi è:

$$B_\nu = \frac{4}{\nu\pi}\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}\, B_L. \tag{4-73}$$

Il fattore di avvolgimento ξ_ν, dato dalla (4-185), è massimo tanto per l'armonica fondamentale quanto per le armoniche superiori di cava di ordine $\nu = N\,(k+1)/p$. Il fattore di cava, determinato dalla (4-185), esercita una influenza solo su queste armoniche, mentre per le altre è praticamente uguale a 1. Le armoniche superiori di cava sono sempre presenti, nello sviluppo in serie, a coppie. La differenza tra i valori di ν corrispondenti alle armoniche di ciascuna coppia è 2. Il fattore di cava per le armoniche superiori di ordine 11, 17 ecc. è spesso maggiore di 1, mentre è spesso inferiore all'unità per le armoniche di ordine 13, 19 ecc. Il valore medio *del fattore di cava per le due armoniche di ciascuna coppia, ad esempio* 11 e 13, 17 e 19, è sempre minore di 1. In casi particolari, per determinare ad esempio le perdite superficiali, si possono considerare le due armoniche superiori di cava come se fossero una sola.

La (4-73) è stata ricavata nell'ipotesi che il vettore induzione magnetica al traferro abbia solo la componente radiale. In questo caso non esiste alcuna differenza tra i valori dell'induzione nello statore e nel rotore. Ciò è importante per il campo principale, ma non per i campi superiori di ordine più elevato. Questi ultimi, soprattutto per traferro elevato, hanno una componente tangenziale notevole, che determina un indebolimento della componente normale sulla parte opposta della macchina. Il valore di tale componente dell'induzione è determinante per le perdite e per gli altri effetti dei campi superiori.

Nel traferro delle macchine si stabilisce un campo magnetico senza vortici per il quale valgono le seguenti relazioni:

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0 \tag{4-74}$$

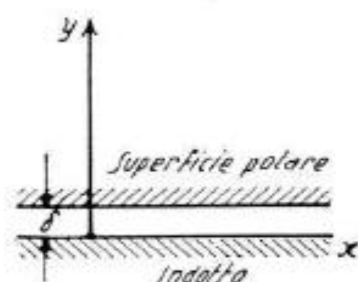


Fig. 4-23. - Sistema di coordinate per le (4-74) e (4-75).

e

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0, \qquad (4\text{-}75)$$

in cui H_x rappresenta l'intensità del campo tangenziale e H_y quella radiale (cfr. fig. 4-23).

Dalle (4-74) e (4-75) eliminando H_x, si ottiene la relazione:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} = 0, \qquad (4\text{-}76)$$

la cui soluzione è [2-3]:

$$H_y = (C\, \varepsilon^{\nu\pi y/\tau} + D\, \varepsilon^{-\nu\pi y/\tau}) \operatorname{sen} \nu\, \pi\, x/\tau \qquad (4\text{-}77)$$

Per la (4-74) è poi:

$$H_x = \int \frac{\partial H_y}{\partial x}\, dy = (C\, \varepsilon^{\nu\pi y/\tau} - D\, \varepsilon^{-\nu\pi y/\tau}) \cos \nu\, \pi\, x/\tau. \qquad (4\text{-}78)$$

Per determinare le costanti di integrazione, calcoliamo dapprima la curva della f.m.m. armonica d'ordine ν. Per la (4-73) essa è:

$$f(x)_\nu = \frac{\delta\, B_\nu}{\mu_0} \operatorname{sen} \nu\, \pi\, x/\tau = \frac{\sqrt{2}\, \tau}{\nu\, \pi}\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}\, A \operatorname{sen} \nu\, \pi\, x/\tau, \qquad (4\text{-}79)$$

in cui A è il valore delle amper-spire per unità di lunghezza (o amperfili) dato dalla (19-58). Si ottiene l'armonica di ordine ν della curva delle amper-spire per unità di lunghezza derivando la (4-79) rispetto a x:

$$a_\nu = \partial f(x)_\nu/\partial x = \sqrt{2}\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}\, A \cos \nu\, \pi\, x/\tau. \qquad (4\text{-}80)$$

Trascurando la caduta di tensione magnetica nel ferro, si ottiene una prima condizione: l'intensità del campo tangenziale sulla superficie dell'indotto (la parte della macchina che porta l'avvolgimento) è uguale alle amper-spire per unità di lunghezza. Per $y = 0$ è dunque:

$$H_x = -a_\nu = -\sqrt{2}\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}\, A \cos \nu\, \pi\, x/\tau. \qquad (4\text{-}81)$$

Una seconda condizione è che sulla superficie del polo, cioè per $y = \delta$, l'intensità tangenziale del campo sia nulla, cioè $H_x = 0$; queste condizioni consentono di calcolare le costanti:

$$C = \frac{\sqrt{2}\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}\, A}{\varepsilon^{2\nu\pi\delta/\tau} - 1} \quad \text{e} \quad D = \frac{\sqrt{2}\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}\, A}{1 - \varepsilon^{-2\nu\pi\delta/\tau}}. \qquad (4\text{-}82) \text{ e } (4\text{-}83)$$

Dalle (4-77), (4-82) e (4-83) otteniamo infine l'ampiezza dell'induzione normale sulla superficie polare. Essa è:

$$B_{\nu\,(y=\delta)} = \frac{\mu_0 \sqrt{2}\, \xi_\nu\, \zeta_{N\nu}\, A}{\operatorname{senh} \nu\, \pi\, \delta/\tau} = B_\nu\, k_{\delta\nu}, \qquad (4\text{-}84)$$

in cui B_ν rappresenta la componente normale dell'induzione dell'armonica d'ordine ν, determinata dalla (4-73) e $k_{\delta\nu}$ il fattore del traferro, il cui valore è:

$$k_{\delta\nu} = \frac{\nu\,\pi\,\delta/\tau}{\operatorname{senh} \nu\,\pi\,\delta/\tau} \tag{4-85}$$

Per il campo principale è $k_{\delta 1} = 1$ e quanto più alto è l'ordine dell'armonica, tanto minore diventa il fattore del traferro. In pratica, campi superiori di ordine molto elevato hanno valore trascurabile sulla superficie polare.

4.3. Il campo sulle superfici frontali della macchina

Fino ad ora si è supposto che la macchina sia tanto lunga da poter trascurare l'influenza esercitata dalle superfici frontali. Infatti il campo che si determina su tali superfici non è, generalmente, molto importante; tuttavia ci proponiamo di studiarlo più a fondo in questo paragrafo. Si può calcolare il campo magnetico [2-3, 4-6] per il semplice caso in cui indotto e polo abbiano la stessa lunghezza ($l = l_p$), siano disposti simmetricamente l'uno rispetto all'altro e le dimensioni radiali del polo e dell'indotto siano molto elevate. La linea equipotenziale che divide in due parti uguali la differenza di tensione magnetica fra indotto e polo, nella sezione longitudinale della macchina, è una retta passante per la mezzeria del traferro. L'andamento dell'induzione in corrispondenza di questa superficie equipotenziale (superficie di simmetria) in dipendenza dalla distanza relativa x/λ dalla superficie frontale, è illustrato in fig. 4-24. Il valore dell'induzione comincia a calare nel traferro ad una distanza $x/\delta = -1$ dalla superficie frontale e diventa poi assai piccolo per $x/\delta > 10$. Poichè l'andamento dell'induzione dipende solo dall'ampiezza del traferro δ, si è introdotta in fig. 4-24 la distanza relativa x/λ. Il flusso totale fino alla distanza x/δ dalle due superfici frontali è:

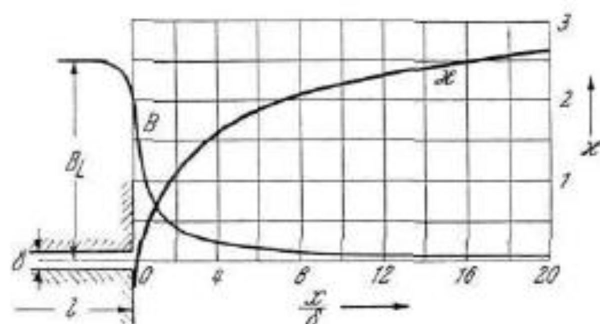


Fig. 4-24. - Andamento dell'induzione sulla superficie frontale del pacco di lamierini e grandezza in dipendenza dalla distanza x/δ.

$$\Phi = B_L\,(l + \varkappa\,\delta) = B_L\,l_i, \tag{4-86}$$

in cui:

$$\varkappa = 2\int\limits_{x/\delta=-1}^{x/\delta} \frac{B}{B_L}\,d\left(\frac{x}{\delta}\right) - 2 \tag{4-87}$$

dà la misura dell'aumento della lunghezza dell'indotto, aumento che tien conto del flusso presente nello spazio frontale. La grandezza di $\varkappa$ rispetto alla distanza x/δ è data in fig. 4-24. La lunghezza effettiva dell'indotto l_i che, per induzione costante B_L, dà lo stesso flusso determinato dalla vera distribuzione del campo, è chiamata lunghezza ideale di indotto.

$$l_i = l + \varkappa\,\delta = l + \Delta\,l. \tag{4-88}$$

La distanza x/δ per la quale bisogna considerare il campo frontale, è determinata dalla lunghezza delle testate degli avvolgimenti e il suo valore oscilla tra 15 e 20. Corrispondentemente è $\varkappa$ variabile da 2,5 a 4,0. Il flusso frontale utilizzabile, tuttavia, è notevolmente minore di quello calcolato. In primo luogo le dimensioni radiali dell'indotto e soprattutto delle espansioni polari non sono infinitamente grandi e, in secondo luogo, la presenza delle cave fa diminuire la superficie frontale; in terzo luogo, infine, il flusso è indebolito dalle correnti parassite. Il flusso frontale attraversa perpendicolarmente le superfici frontali e poichè esso, almeno nei confronti di una parte della macchina, è rotante, si determinano delle correnti parassite. Si valuta che il flusso frontale diminuisca del 60% e si ottiene così $\varkappa$ variabile dal 1 a 1,5. L'aumento della lunghezza di indotto risulta allora:

$$\Delta\,l = (1 \div 1{,}5)\,\delta. \tag{4-89}$$

L'aumento della lunghezza del ferro, nel caso delle macchine asincrone, che hanno piccolo traferro, è tanto piccolo che si può trascurare ($l_i = l$).

L'induzione nella parte frontale e la grandezza $\varkappa$ si possono calcolare approssimativamente in base ad uno schema semplificato del campo. Si ponga per ipotesi che le linee di flusso nel traferro siano rette e che nella parte frontale abbiano invece forma semicircolare. Ponendo l'origine delle coordinate al centro del traferro, l'induzione nella parte frontale diventa:

$$B\,(x) = \frac{B_L\,\delta}{\pi\,x}. \tag{4-90}$$

e il flusso che attraversa la superficie frontale è:

$$\varphi' = 2\int_{\delta/2}^{x} B\,(x)\,d\,x = B_L\,\frac{\delta}{\pi}\ln\frac{2\,x}{\delta}. \tag{4-91}$$

Oltre a φ' bisogna considerare anche il flusso tra l'ultima linea di forza, retta, e la prima a forma di arco circolare; la sua grandezza è di poco minore di

$$\varphi'' \approx 2\,B_L\,\delta/(1 + \pi/2) = 0{,}39\,B_L\,\delta. \tag{4-92}$$

Supponendo che sia $\varphi'' \approx 0{,}3\,B_L\,\delta$, la grandezza diventa:

$$\varkappa \approx \frac{2}{\pi}\ln\frac{2\,x}{\delta} + 0{,}3. \tag{4-93}$$

Confrontando il valore di $\varkappa$ ottenuto da questa equazione e quello dato dalla curva di fig. 4-24, si nota che la differenza è minima [ad esempio, per $x/\delta = 4$ calcolato in base alla curva si ottiene $\varkappa = 1{,}65$ mentre in base alla (4-93) è $\varkappa = 1{,}62$].

Il flusso nella parte frontale interessa esclusivamente il pacco di lamierini statorico più esterno. All'interno del primo pacco si ha quindi una distribuzione irregolare dell'induzione, poichè la permeanza magnetica nella direzione trasversale, a causa dell'isolamento dei lamierini, è minore di quella nella direzione longitudinale. Fra i singoli lamierini del primo pacco è maggiormente sollecitato il più esterno e per evitare una distribuzione non uniforme spesso si aumenta il traferro alle estremità longitudinali della macchina. Tale accorgimento è particolarmente importante nel caso dei turbogeneratori (a causa della maggiore ampiezza del loro traferro); per essi si ricorre ad una variazione graduale del traferro in corrispondenza delle estremità frontali. Il flusso trasversale nei pacchi esterni causa *inoltre perdite addizionali* dovute alle correnti parassite.

Tali correnti possono determinare a volte un sensibile riscaldamento locale del pacco di lamierini. Allo scopo di diminuire le perdite causate da queste correnti parassite, spesso si costruisce quella parte della macchina in cui esse si generano, più lunga dell'altra; precisamente, nelle macchine a corrente continua sarà più lungo il rotore e in quelle sincrone e asincrone lo statore. Se (per $l > l_p$) si indica con

$$x = \frac{l - l_p}{2} \tag{4-94}$$

la sporgenza su ciascun lato dell'indotto rispetto all'induttore, si può calcolare l'aumento della lunghezza d'indotto $\varkappa\delta$ in funzione del rapporto x/δ [2-3]. La fig. 4-25 illustra i risultati che si ottengono nel caso in cui si considerino soltanto le linee di flusso normali al polo. Nei limiti di $x \approx 4\delta$ si può porre approssimativamente $\varkappa \approx x/\delta$, ottenendo quindi per l'indotto senza canali di ventilazione:

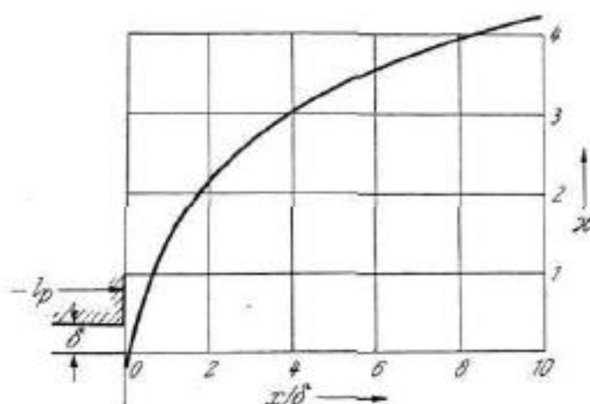


Fig. 4-25. - $\varkappa$ in funzione della distanza relativa x/δ, fra la superficie frontale statorica e quella rotorica [$x = (l_1 - l_2)/2$].

$$l_i \approx (l + l_p)/2, \tag{4-95}$$

in cui si prendono in considerazione solo le linee che escono dal polo (parte più corta della macchina) in direzione assiale. Per $l_p \approx l$ la (4-95) è meno esatta. Date le dimensioni radiali estreme dei poli e del giogo dell'indotto e data la presenza di cave, $\varkappa$ è per lo più minore di quel che risulta dalla fig. 4-25. Per tale ragione non è necessario considerare anche le linee che entrano nell'indotto con direzione assiale e per il calcolo pratico è sufficiente applicare la (4-95).

Maggiore importanza ha l'alterazione del campo in corrispondenza dei canali di ventilazione, dato che questi ultimi sono presenti spesso in numero elevato. Si consideri dapprima il caso più semplice in cui solo una parte della macchina — statore o rotore — sia dotata di canali. Della sezione longitudinale si consideri un solo pacchetto avente lunghezza l' e ampiezza del canale l_v. I valori dell'induzione nella direzione assiale sono riportati in fig. 4-20; come si è già visto, essi subiscono una diminuzione in corrispondenza del canale. Il calcolo della forma della curva dell'induzione e del flusso è noto e viene effettuato mediante l'applicazione del fattore di Carter k_c. Tale fattore esprime il rapporto esistente tra la lunghezza ideale l_i e quella effettiva, oppure — il che è lo stesso — l'aumento che occorre dare all'induzione B_L per ottenere il flusso che si ha senza canale (B_L = costante), per la stessa lunghezza l'. Per la (4-95) il valore del fattore di Carter è (vedi fig. 4-26):

$$k_c = \frac{l' + l_v}{l_c + l_v - \gamma\,\delta}, \tag{4-96}$$

in cui è

$$\gamma \approx \frac{(l_v/\delta)^2}{5 + l_v/\delta}. \tag{4-97}$$

Se $l < l_v/\delta < \infty$, l'errore è minore del 10%. Se con $\Delta\, l_v$ si indica l'aumento della lunghezza ideale di indotto, prodotto dalla presenza dei canali, vale la relazione:

$$l_i = \frac{l' + l_v}{k_c} = l' + \Delta\, l_v, \tag{4-98}$$

donde deriva:

$$\Delta\, l_v = l'\left(\frac{1 - k_c}{k_c}\right) + l_v \tag{4-99}$$

oppure, in considerazione della (4-96):

$$\Delta\, l_v = \frac{5\, l_v}{5 + l_v/\delta}. \tag{4-100}$$

Fig. 4-26. - Posizione dei canali di ventilazione nello statore e nel rotore di una macchina.

Questo valore diminuisce ancora per effetto della presenza delle cave fino a $0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}56$ volte circa il valore dato dalla (4-100) ed è quindi:

$$\Delta\, l_v \approx l_v \frac{2{,}8}{5 + l_v/\delta}. \tag{4-101}$$

Per macchine asincrone aventi valori medi di l_v/δ variabili da 15 a 8 si ottiene $\Delta\, l_v/l_v$ variabili da 0,14 a 0,22 e per macchine sincrone con valori di l_v/δ variabili da 4 a 1,5, $\Delta\, l_v/l_v$ è variabile da 0,31 a 0,41.

Se rotore e statore sono entrambi dotati di canali di ventilazione, si distinguono due casi: o i due canali sono talmente lontani l'uno dall'altro da non influenzarsi reciprocamente (fig. 4-26*a*), oppure sono esattamente l'uno di fronte all'altro (fig. 4-26*b*). Nel primo caso si ha:

$$l_i = l' - l_v + 2\,\Delta\, l_v, \tag{4-102}$$

nel secondo:

$$l_i = l' + \Delta'\, l_v, \tag{4-103}$$

in cui si deve calcolare $\Delta'\, l_v$ considerando un traferro $\delta/2$ anzichè δ secondo la (4-101). Concludendo, per l_v/δ variabile da 15 a 8 si ha $\Delta'\, l_v/l_v$ variabile da 0,10 a 0,13 e per l_v/δ variabile da 4 a 1,5 è $\Delta'\, l_v/l_v$ variabile da 0,21 a0,35.

La deformazione del campo sulle superfici frontali e in corrispondenza dei canali in una macchina asincrona, è tanto piccola da poter essere trascurata, contrariamente a quanto avviene nel caso delle macchine sincrone, per le quali, essendo il traferro più ampio, la deformazione è di maggiore entità.

4.4. Influenza esercitata dalla caduta di tensione magnetica lungo i denti e il giogo sulla curva di campo

Fino ad ora si è considerata la permeabilità magnetica del ferro infinitamente grande; la caduta di tensione magnetica lungo i denti e il giogo influisce tuttavia sulla curva di campo. Se, a causa dei bassi valori dell'induzione tale influenza è tanto piccola da poter essere trascurata nell'intervallo tra i poli, il problema cambia aspetto sotto l'arco polare, dove le induzioni sono elevate e il percorso nell'aria è breve. Infatti la caduta di tensione magnetica nei denti e nel giogo raggiunge un valore non più trascurabile in confronto a quello nel traferro.

Per determinare l'influenza esercitata da tale caduta nei denti e nel giogo sulla curva del campo, si risolve dapprima il problema inverso cioè, data la curva di campo sinusoidale, si determina l'andamento della f.m.m. $M(x)$ necessaria per stabilirlo. In fig. 4-27 è illustrata la curva $B_L(x)$ che rappresenta l'andamento, secondo la legge del seno, dell'induzione magnetica nel tratto compreso tra la zona neutra ($x = 0$) e la mezzeria del polo. Per traferro costante, anche la curva che rappresenta la caduta di tensione magnetica M_L nel traferro varia secondo una legge sinusoidale, a partire da $x = 0$. La caduta di tensione magnetica nei denti ha valore 0 nel punto $x = 0$, assume poi un andamento notevolmente più appuntito rispetto alla curva sinusoidale e raggiunge il suo valore massimo M_Z in $x = \tau/2$. L'andamento della componente tangenziale dell'induzione nel giogo varia secondo la legge del coseno (cfr. pag. 142). La caduta di tensione magnetica nel giogo è l'integrale dell'intensità di campo:

$$\frac{1}{2} M_j(x) = \int_0^x H_t\, dx. \tag{4-104}$$

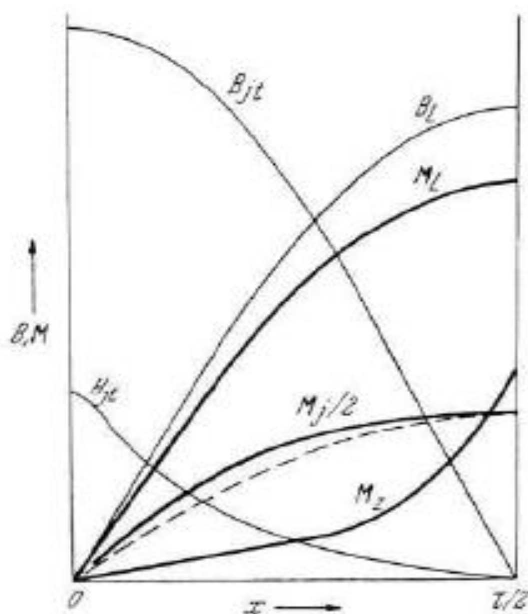


Fig. 4-27. - Induzioni e tensioni magnetiche lungo il passo polare.

ed è quindi una curva simile a quella del seno, ma notevolmente più piatta. Il valore massimo M_j corrisponde ai valori $x = -\tau/2$ e $x = \tau/2$ e quindi in fig. 4-27 è riportato solo il valore $M_j/2$. L'andamento piatto della curva si spiega con la forte diminuzione della intensità di campo sotto la mezzeria del polo, per cui l'integrale che figura nella (4-104) raggiunge presto (notevolmente prima di quanto avvenga per una curva cosinusoidale, nel caso in cui sia $\mu =$ costante) il suo valore massimo. Determinando la curva di f.m.m., data dalla somma delle cadute di tensione magnetica $M_L + M_Z + M_j/2$ in funzione di x, si nota che gli scostamenti dalla sinusoide delle curve che rappresentano rispettivamente la caduta di tensione magnetica lungo i denti e il giogo si compensano. Se, come spesso accade, è dato l'andamento sinusoidale della curva di f.m.m., la caduta di tensione magnetica nei denti appiattisce la curva del campo, mentre la caduta di tensione magnetica lungo il giogo la rende più appuntita. Lo stesso dicasi per le macchine (ad esempio sincrone), nelle quali l'eccitazione è costante e l'andamento sinusoidale della curva di campo si ottiene modificando la lunghezza del traferro. Nella determinazione della curva di campo dalla curva di f.m.m. data, l'influenza esercitata dalla caduta di tensione magnetica nel giogo dipende in certo modo dalla curva di campo da determinare. La componente tangenziale dell'induzione del giogo è data cioè dall'andamento della curva di campo; in pratica non si avranno però errori notevoli qualora si supponga la componente tangenziale dell'induzione del giogo variabile secondo la legge del coseno, come si vede dalla fig. 4-27.

Per rilevare la curva di campo, è necessario stabilire una relazione tra l'induzione al traferro $B_L(x)$ nel punto x e la caduta di tensione magnetica lungo il dente $[M_Z(x)]$ e il giogo $[1/2\, M_j(x)]$ nello stesso punto. La prima è data dalla curva parziale di magnetizzazione $M_Z(B_L)$, qualora al posto di B_L si ponga il valore locale $B_L(x)$, mentre per determinare il secondo ci si serve della fig. 4-27, per ogni valore di $B_L(x)$. Se la permeabilità del giogo fosse costante, la dipendenza $B_L(x)\,[M_j(x)]$ sarebbe lineare, poichè $B_L(x)$ e $M_j(x)$ variano entrambi secondo una legge sinusoidale. Il caso in cui è $\mu =$ costante è illustrato con una retta in fig. 4-28. Spesso la caduta di tensione magnetica nel giogo è notevolmente minore delle altre cadute di tensione magnetica nel circuito. Per tale motivo si considera spesso la relazione $B_L(x)\,[M_j(x)]$ rappresentata da una retta.

Si intende ora determinare la curva di campo in due casi; il primo si riferisce ad una macchina sincrona con eccitazione costante e traferro

variabile sotto l'arco polare. Si disegnino le curve parziali di magnetizzazione per il giogo $B_L(M_j)$ e per i denti $B_L(x)$ $[2\,M_Z]$. Per rappresentare la relazione $B(x)$ $[M_j(x)]$ si assuma una retta definita dal punto zero e dal punto $(B_L,\ M_j)$. Per la ragione che risulterà evidente in seguito, le due curve sono state disegnate nei due primi quadranti. La curva parziale di magnetizzazione per il traferro è una retta con valore massimo $2\,M_L$ per induzione B_L. Per tener conto della variabilità del traferro, bisogna ricorrere ad una retta ausiliaria $2\,M_L\,\delta(x)/\delta_0$. In fig. 4-28 la retta $a\,O$ rappresenta appunto la somma $2\,M_L(x) + M_j(x)$. Ammettendo che le superfici dell'espansione polare siano equipotenziali, la differenza di tensione magnetica tra di loro è:

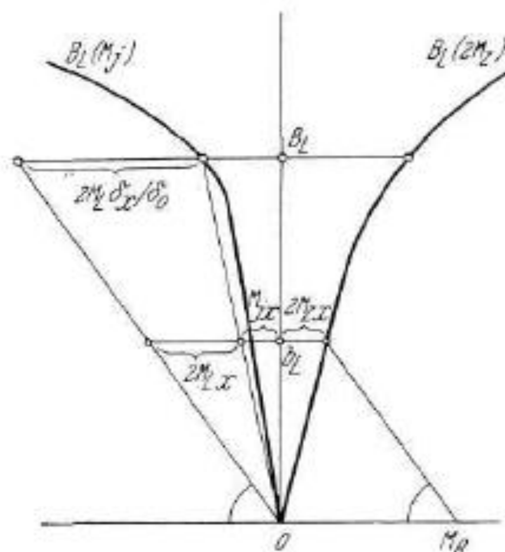


Fig. 4-28. - Determinazione della curva di campo sotto il polo.

$$M_R = 2M_L(x) + 2M_z(x) + M_j(x) = \text{cost.} \qquad (4\text{-}105)$$

Trasportando il valore M_R in fig. 4-28 e conducendo da questo punto la retta parallela ad $O\,a$ nel punto di intersezione con la curva parziale di magnetizzazione $B_L(x)$ $[2\,M_Z]$, si ottiene l'induzione al traferro $B_L(x)$ che soddisfa la (4-105). Ripetendo tale costruzione per diversi punti x, per i quali $\delta(x)$ e l'inclinazione delle rette $O\,a$ cambiano di volta in volta,

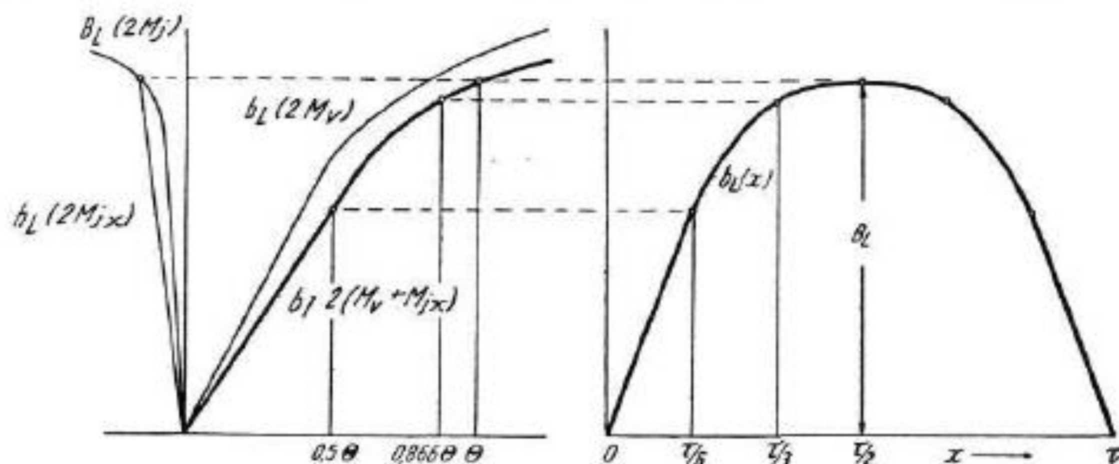


Fig. 4-29. - Determinazione della curva di campo $b_L(x)$ per corrente di magnetizzazione sinusoidale e per ampiezza del traferro costante.

si ottiene la curva di campo sotto l'arco polare. L'intera curva di campo lungo il passo polare risulta allora determinata per mezzo dei due procedimenti visti: sotto l'arco polare, secondo il procedimento ora descritto, e nell'intervallo tra i poli in base alle permeanze magnetiche di fig. 4-9*a* e *b*.

Il secondo caso, traferro costante e curva di f.m.m. sinusoidale, si riferisce ad una macchina asincrona. La curva parziale di magnetizzazione $B_L(x)$ $[2\,M_L]$ viene disegnata allora solo una volta (fig. 4-29). Le curve

parziali di magnetizzazione $B_L(x)$ $[2\, M_Z]$ e $B_L(x)$ $[M_J(x)]$ rappresentano le tensioni magnetiche rispettivamente per denti rotorici e statorici e giogo rotorico e statorico. Si disegna la curva $B_L(x)$ $[2\, M_L + 2\, M_Z + M_J(x)]$ e si ricava da essa il valore $B_L(x)$ per i diversi valori di f.m.m. [amperspire $\Theta(x)$], come si vede in fig. 4-29 per i tre valori (0,5; 0,866 e 1) Θ in corrispondenza di $x = \tau/6$; $\tau/3$ e $\tau/2$. Determinando l'induzione in corrispondenza di questi valori di f.m.m. in base alla curva $B_L(x)$ $[2\, M_L + 2\, M_Z + + M_J(x)]$ e trasportandoli nei punti $x = \tau/2$, $\tau/3$, $\tau/6$, si ottiene la curva di campo cercata $B_L(x)$. Analizzandola si ottiene poi l'induzione dell'armonica fondamentale B_1, che a sua volta determina la f. e m ridotta.

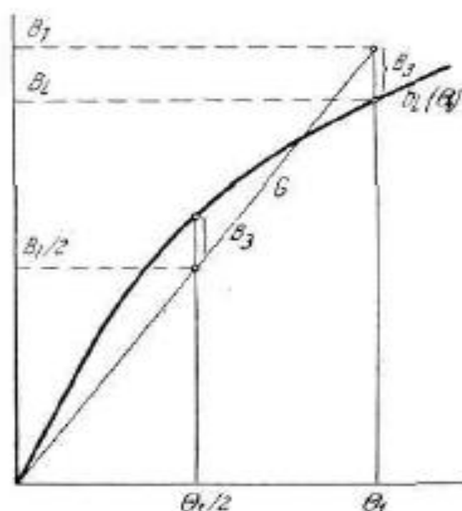


Fig. 4-30. - Determinazione approssimata dell'induzione al traferro B_L, in base all'ampiezza dell'armonica fondamentale B_1.

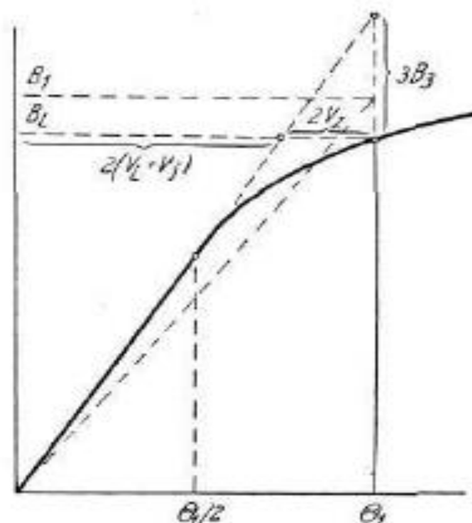


Fig. 4-31. - Costruzione grafica della (4-109).

Se ci si limita però all'armonica fondamentale e alla terza, il calcolo risulta ancora più semplice perchè anche l'analisi della curva non ha più ragion d'essere. In questo caso è precisamente:

$$\text{per } x = \tau/2 \qquad B_L(x) = B_1 - B_3 \tag{4-106}$$

$$x = \tau/3 \qquad B_L(x) = B_1 \sqrt{3}/2 \tag{4-107}$$

$$x = \tau/6 \qquad B_L(x) = \frac{1}{2} B_1 + B_3. \tag{4-108}$$

Al punto $x = \tau/6$ corrispondono sulla curva di magnetizzazione le amperspire $\Theta_1/2$. Se si traccia una retta passante per l'origine delle coordinate e che per $\Theta_1/2$ e Θ_1 abbia ordinata rispettivamente minore e maggiore della stessa quantità (B_3) rispetto alla curva di magnetizzazione, si soddisfano le (4-106), (4-107) e (4-108) (vedi fig. 4-30). Mediante questa costruzione si ottengono quindi B_1, B_3 e B_L, direttamente.

In pratica B_1 è quasi sempre dato, mentre Θ_1 e B_L sono incogniti. In questo caso si suppone che B_L stia in un certo rapporto con B_1, ad esempio che sia $\beta = B_L/B_1 \approx 0{,}9$ e si calcolano le cadute di tensione ma-

gnetica M_j e $2\,M_L + 2\,M_Z$. Nella maggior parte dei casi la saturazione del ferro è piccola per $\Theta_1/2$, e cioè la curva di magnetizzazione in corrispondenza ha ancora andamento rettilineo; non è quindi necessaria la costruzione di fig. 4-30 e si può calcolare l'induzione al traferro B_L direttamente dal valore dell'ampiezza dell'armonica fondamentale B_1. Da fig. 4-31 deriva:

$$B_3 = \frac{2M_Z}{2M_L + M_j}\,\frac{B_L}{3}, \qquad (4\text{-}109)$$

da cui:

$$B_1 = B_L + B_3 = \left(1 + \frac{1}{3}\,\frac{2M_Z}{2M_L + M_j}\right) B_L. \qquad (4\text{-}110)$$

Se il valore di B_L non coincide con quello derivante dalla (4-106), bisogna ripetere il calcolo, fino a che non sia soddisfatta la relazione. Questo semplice procedimento è assai raccomandabile.

La terza armonica fa aumentare anche il flusso totale, che risulta essere:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_3 = \frac{2}{\pi}\,\tau\,l_j\left(B_1 + \frac{1}{3}\,B_3\right). \qquad (4\text{-}111)$$

Questo aumento non ha alcuna importanza per la caduta di tensione magnetica al traferro e nei denti, ma influisce invece su quella nel giogo statorico e rotorico. Tuttavia questo aumento è per lo più così piccolo che non è necessario apportare alcuna correzione. La caduta di tensione magnetica in questa parte della macchina viene calcolata solo in base al campo fondamentale.

Il Ciganek [4-24] ha pubblicato di recente un interessante studio per la ricerca e la determinazione dell'andamento del campo magnetico in funzione del tempo e del punto in una macchina asincrona satura.

4.5. Il campo magnetico nel ferro

4.5.1 Andamento del campo nel giogo statorico e rotorico

La distribuzione della induzione magnetica nel giogo statorico e rotorico non è uniforme; ciò dipende dalla forma del giogo, dalla presenza dei denti e dei poli e infine dalla saturazione del ferro. Per avere un'idea di tale distribuzione e per individuare l'influenza esercitata dai vari fattori, si suppone dapprima che la permeabilità del ferro sia costante.

Per curva di campo sinusoidale nel traferro e permeabilità costante nel ferro, le componenti radiale e tangenziale dell'induzione nel giogo (fig. 4-32 [2-3]) sono date da:

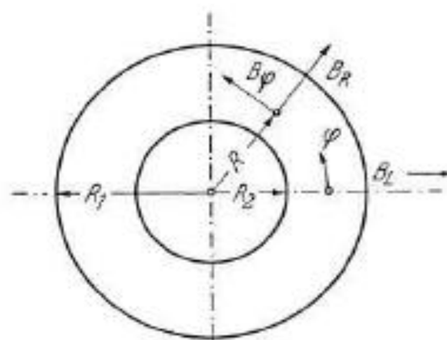


Fig. 4-32. - Illustrazione delle (4-112) e (4-113).

$$B_r = \frac{1}{R}\,(A\,R^p - C\,R^{-p})\,\cos p\,\varphi \qquad (4\text{-}112)$$

$$B_t = -\frac{1}{R}\,(A\,R^p + C\,R^{-p})\ \text{sen}\ p\,\varphi. \tag{4-113}$$

Le costanti A e C si possono determinare servendosi delle condizioni ai limiti: nel rotore, per $R = R_2$ si ha $B_r = 0$ e per $R = R_1$ è $B_r = B_L \cos p\varphi$. Ponendo:

$$\varrho = R_2/R_1 \tag{4-114}$$

si ottengono le costanti:

$$A = B_L \frac{R_1^{1-p}}{1 - \varrho^{2p}} \quad \text{e} \quad C = -B_L \frac{R_1^{1+p}}{1 - \varrho^{-2p}} \qquad \text{(4-115) e (4-116)}$$

e le induzioni:

$$B_r = \frac{B_L}{R}\left[\frac{R_1^{1-p}\ R^p}{1 - \varrho^{2p}} + \frac{R_1^{1+p}\,R^{-p}}{1 - \varrho^{-2p}}\right] \cos p\,\varphi \tag{4-117}$$

$$B_t = -\frac{B_L}{R}\left[\frac{R_1^{1-p}\ R^p}{1 - \varrho^{2p}} - \frac{R_1^{1+p}\,R^{-p}}{1 - \varrho^{-2p}}\right] \text{sen}\ p\,\varphi. \tag{4-118}$$

Nello statore le condizioni limiti sono, per $R = R_1$, $B_r = 0$ e per $R = R_2$, $B_r = B_L \cos p\varphi$, per cui si ottengono le seguenti costanti:

$$A = B_L \frac{R_2^{1-p}}{1 - \varrho^{-2p}} \quad \text{e} \quad C = -B_L \frac{R_2^{1+p}}{1 - \varrho^{2p}} \qquad \text{(4-119) e (4-120)}$$

e le induzioni:

$$B_r = \frac{B_L}{R}\left[\frac{R_2^{1-p}\ R^p}{1 - \varrho^{-2p}} + \frac{R_2^{1+p}\,R^{-p}}{1 - \varrho^{2p}}\right] \cos p\,\varphi \tag{4-121}$$

$$B_t = -\frac{B_L}{R}\left[\frac{R_2^{1-p}\ R^p}{1 - \varrho^{-2p}} - \frac{R_2^{1+p}\,R^{-p}}{1 - \varrho^{2p}}\right] \text{sen}\ p\,\varphi. \tag{4-122}$$

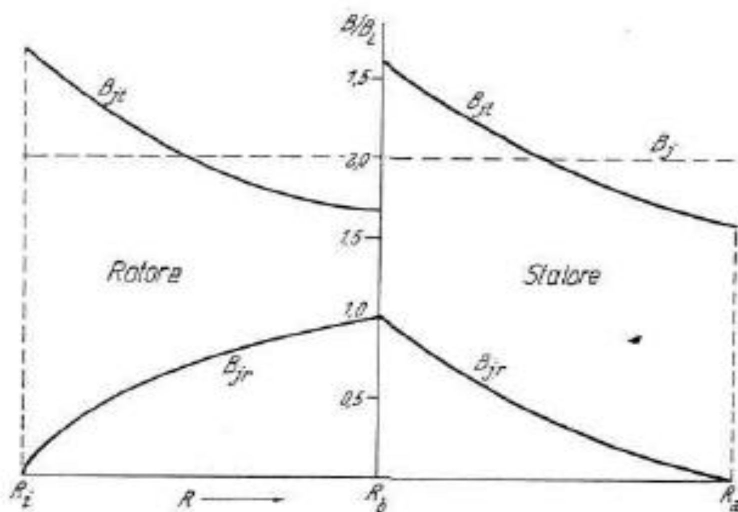


Fig. 4-33. - Distribuzione dell'induzione tangenziale e radiale nella sezione trasversale del giogo rotorico e di quello statorico per μ = costante e $\varrho = 0{,}5$ e 0,667 rispettivamente nel rotore e nello statore.

In fig. 4-33 è illustrata la distribuzione del campo nel giogo statorico e nel giogo rotorico di una macchina bipolare con $\varrho \approx 0{,}50$ nel rotore e $\varrho \approx 0{,}667$ nello statore. Nella sezione in corrispondenza del piano neutro la componente tangenziale non è distribuita uniformemente e sulla parte interna del rotore e dello statore è notevolmente più grande che su quella esterna. Il valore medio della componente tangenziale nello statore e nel rotore è $B_j = B_L\,\tau/\pi\,(R_1 - R_2) = 2\,B_L$.

Gli scarti massimi da tale valore sono rispettivamente del $+30\%$ e -20%. Nel caso di rotore senza foro all'interno ($\varrho = 0$) per la (4-117) e la (4-118) si ottiene $B_r = -B_t = B_L R_1^{1-p} R^{p-1}$, il che significa che le due componenti sono uguali. Nella macchina bipolare, con $p = 1$, diventa $B_{r,\max} = B_{t,\max} = B_L$; l'induzione cioè è distribuita uniformemente. L'induzione risultante $B_j = \sqrt{B_r^2 + B_t^2} = B_L$ è uguale su tutto il giogo.

Nelle macchine moderne le induzioni nel giogo sono elevate e il funzionamento si svolge in un campo in cui la permeabilità della lamiera diminuisce fortemente. In tal caso gli scarti dell'induzione rispetto al valore medio sono inferiori al $\pm 5\%$. Anche l'induzione radiale tende ad avere una distribuzione uniforme per effetto della saturazione del ferro, così che le curve di fig. 4-33 si avvicinano ad una retta.

4.5.2 Distribuzione della induzione e perdite per effetto delle correnti parassite nel ferro massiccio sottoposto all'azione di un campo alternativo

Nel caso di lamierini di spessore grande o di frequenza di magnetizzazione alta, la reazione delle correnti parassite sul campo diventa forte e deve essere pertanto presa in considerazione. L'induzione non è più distribuita uniformemente sullo spessore della lamiera, ma diminuisce progressivamente a partire dalle pareti laterali, dove ha valore B_S, fino alla metà del lamierino, mutando quindi fase.

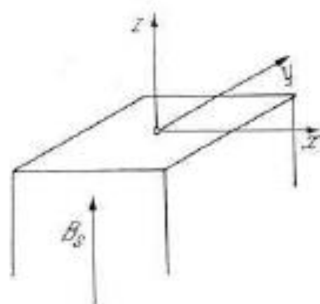


Fig. 4-34. - Sistema di coordinate per la (4-123) e la (4-125).

Se ci si riferisce ad un sistema di assi come quello riportato in fig. 4-34, per un punto interno di una lamiera spessa valgono le seguenti relazioni differenziali [2-3, 1-6]:

$$\varrho\left(\frac{\partial S_y}{\partial x} - \frac{\partial S_x}{\partial y}\right) = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{4-123}$$

$$S_x = \frac{\partial H}{\partial y} \qquad S_y = -\frac{\partial H}{\partial x}, \qquad \text{(4-124) e (4-125)}$$

in cui B rappresenta l'induzione nel punto (x, y), S_y la densità della corrente sull'asse y e S_x quella sull'asse x. Le (4-123), (4-124) e (4-125) si possono riunire in una sola espressione e precisamente:

$$\frac{\varrho}{\mu}\left(\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial B}{\partial t}. \tag{4-126}$$

Nel caso, assai importante in pratica, in cui le dimensioni secondo l'asse y siano tanto elevate che diventi $\partial B/\partial y = 0$, e che tutte le grandezze abbiano andamento sinusoidale nel tempo ($d/dt = j\,\omega$), la (4-126) assume la seguente forma:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \frac{j\,\omega\,\mu}{\varrho} B. \tag{4-127}$$

La soluzione è semplice solo quando sia $\mu =$ costante. Si introduce allora una grandezza senza dimensioni, il così detto spessore ridotto della lamiera [4-8, 2-3]:

$$\xi = a\, b \tag{4-128}$$

in cui

$$a = \sqrt{\pi\, \mu\, f/\varrho} \tag{4-129}$$

è una grandezza ausiliaria. Nel sistema *CGS* tale grandezza ausiliaria risulta:

$$a = 2\,\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{10^5}\,\frac{f}{\varrho}}\ \mathrm{cm}^{-1}.$$

L'induzione in x è allora:

$$B = B_S \frac{\cosh\,(1 + j)\, a\, x}{\cosh\,(1 + j)\, a\, b/2} \tag{4-130}$$

e il suo valore assoluto è:

$$B = B_S \sqrt{\frac{\cosh 2\, a\, x + \cos 2\, a\, x}{\cosh a\, b + \cos a\, b}}. \tag{4-131}$$

Il valore medio sullo spessore della lamiera è:

$$B_m = B_S \frac{\sqrt{2}}{a\, b} \sqrt{\frac{\cosh a\, b - \cos a\, b}{\cosh a\, b + \cos a\, b}}. \tag{4-132}$$

Bisogna notare che l'induzione B_S in corrispondenza di $x = \pm\, b/2$ è uguale all'induzione che si avrebbe in assenza di correnti parassite e che l'induzione media B_m non è in fase con B_S. L'andamento dell'induzione B (valore assoluto) in funzione di x per $\xi = 0,\ 1,\ 5,\ 3$ e 6 è illustrato in fig. 4-35, dove sono pure riportati i valori dell'induzione media come rette orizzontali per i valori citati di ξ. Per la (4-130) l'induzione nel centro della lamiera diminuisce al crescere di a, cioè quanto più elevate sono la frequenza e la permeabilità della lamiera, tanto minore diventa l'induzione; la resistenza specifica della lamiera, invece, fa aumentare l'induzione, appiattendo il suo andamento. Per la densità della corrente si ottiene:

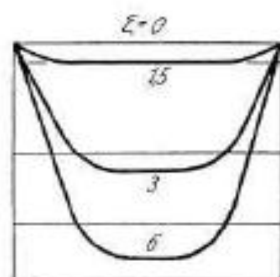


Fig. 4-35. - Distribuzione dell'induzione sulla larghezza della lamiera per diverse larghezze ridotte.

$$\overline{S}_y = \frac{1}{\mu}\,\frac{\partial\,\overline{B}}{\partial\,x} = (1 + j)\, B_S \sqrt{\frac{2\,\pi f}{\varrho\,\mu}}\,\frac{\mathrm{senh}\,(1 + j)\, a\, x}{\cosh\,(1 + j)\, a\, b/2}. \tag{4-133}$$

Tale densità di corrente è uguale a zero nel centro della lamiera e aumenta spostandosi verso le pareti laterali, però con segno diverso; per $x = \pm\, b/2$ le correnti parassite hanno infatti direzione opposta. La densità cresce

all'aumentare della frequenza e al diminuire della permeabilità e della resistenza specifica della lamiera.

Si possono calcolare le perdite dovute alle correnti parassite moltiplicando la (6-21) per un fattore di correzione che tenga conto della reazione di tali correnti. In questo caso si può introdurre nella formula base tanto l'induzione fondamentale — induzione sulle superfici B_S — quanto quella media B_m. Nel primo caso, il fattore di correzione [2-3] sarà:

$$k_S = \frac{6}{\xi^3} \frac{\operatorname{senh} \xi - \operatorname{sen} \xi}{\cosh \xi + \cos \xi} \qquad (4\text{-}134)$$

e nel secondo:

$$k_m = \frac{3}{\xi} \frac{\operatorname{senh} \xi - \operatorname{sen} \xi}{\cosh \xi - \cos \xi}. \qquad (4\text{-}135)$$

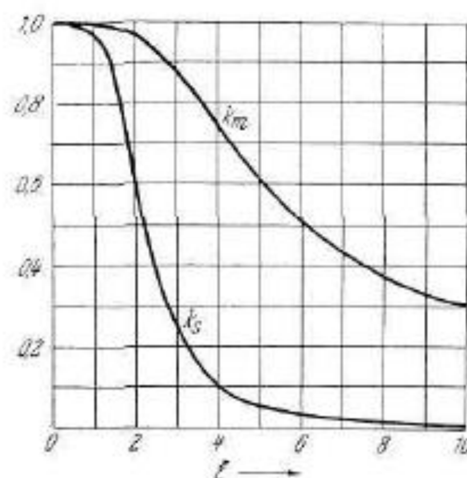


Fig. 4-36. - Fattori di reazione in funzione dello spessore ridotto di lamierino.

Tali fattori sono dati ambedue in fig. 4-36 in funzione dello spessore ridotto di lamiera. Per $\xi < 1$ è $k_S \approx 1$ e per $\xi < 2$, $k_m \approx 1$. Per $\xi > 2$ è $k_S \approx 6/\xi^2$ e per $\xi > 3$ è $k_m \approx 3/\xi$. In questi due ultimi casi si ottengono le seguenti perdite specifiche dovute alle correnti parassite:

$$v_W = \frac{B_S{}^2}{b} \sqrt{\frac{\pi \varrho f}{\mu^3}} \text{ W/m}^3 \qquad (4\text{-}136)$$

in cui bisogna introdurre B_m in Wb/m², ϱ in Ω m. e b in m.

$$v_W = \frac{b\, B_m{}^2}{2} \sqrt{\frac{\pi^3 f^3}{\varrho \mu}} \text{ W/m}^3, \qquad (4\text{-}137)$$

Si possono esprimere le perdite anche per unità di superficie della lamiera, ma solo nel caso di superfici perpendicolari al piano del disegno. Per lamierini sottili ciò significa trascurare appunto i lati sottili. Le perdite diventano allora:

$$v_o = \frac{1}{2}\, b\, v_W = \frac{B_S{}^2}{2} \sqrt{\frac{\pi \varrho f}{\mu^3}} \text{ W/m}^2 \qquad (4\text{-}138)$$

e

$$v_o = \frac{b^2 B_m{}^2}{4} \sqrt{\frac{\pi^3 f^3}{\varrho \mu}} \text{ W/m}^2. \qquad (4\text{-}139)$$

Nel caso in cui si prenda come base per il calcolo il valore B_S dell'induzione, le perdite risultano indipendenti dallo spessore della lamiera così che se nello stesso campo si collocano lamierini di spessore b diverso, si ottengono sempre le stesse perdite. Le correnti parassite sono localizzate esclusivamente sulle superfici laterali (per $x = \pm b$) e non dipendono dallo

spessore b. In questo caso si parla spesso di profondità di penetrazione, intendendo con questa espressione uno spessore fittizio di lamiera in cui, per densità di corrente e induzione costanti, si determinano rispettivamente le stesse perdite e lo stesso flusso prodotti dalla effettiva distribuzione della corrente e della induzione. I valori costanti della densità di corrente S_S e dell'induzione B_S sono rispettivamente uguali a quelli che si verificano sulle facce esterne della lamiera. Mentre il valore B_S è quello assunto all'inizio, la densità della corrente sulla faccia esterna è [cfr. 4-133)]:

$$S_S = \frac{2\,a\,B_S}{\mu}. \tag{4-140}$$

La profondità di penetrazione per il flusso sarà:

$$t_B = \frac{b}{\sqrt{2}\,\xi} = \frac{1}{\sqrt{2}\,a} \tag{4-141}$$

e per la densità di corrente:

$$t_V = \frac{b}{8\,\xi} = \frac{1}{8\,a}. \tag{4-142}$$

Tali valori sono ambedue indipendenti dallo spessore della lamiera.

Nel caso invece in cui sia dato il flusso attraverso la lamiera, e quindi l'induzione B_m, si ricorre alla (4-137). Questo è il caso abituale della lamiera sottile, le cui perdite sono date appunto dalla (4-137). Le perdite nel ferro massiccio (4-137), contrariamente a quanto accade per quelle nel ferro laminato, dipendono dallo spessore della lamiera (b) alla prima potenza e dalla frequenza secondo la potenza 1,5. Se si colloca un nucleo di ferro massiccio in un campo magnetico mantenendo invariata la grandezza del flusso che lo attraversa, l'induzione nella parte centrale del nucleo diminuisce (vedi fig. 4-35), aumentando invece notevolmente verso le pareti laterali. Per la lamiera impiegata abitualmente con $b = 0{,}5$ mm, frequenza normale $f = 50$ Hz, $\mu_r = 3000$ e $\varrho = 0{,}15\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$, lo spessore ridotto di lamiera è $\xi = 0{,}99$. I due fattori di correzione sono $k_S \approx k_m \approx 1$, il che significa che la reazione delle correnti parassite è molto debole perciò si può considerare l'induzione distribuita uniformemente, mentre le perdite dovute alle correnti parassite saranno date dalla (6-21). Per un nucleo massiccio dello stesso materiale con $a = 19{,}8\ \text{cm}^{-1}$ si ottiene la profondità di penetrazione per il flusso $t_B = 1/\sqrt{2}\cdot 19{,}8 = 0{,}036$ cm e per la densità di corrente $t_V = 0{,}006$ cm. Tali valori si riferiscono a nuclei aventi spessore $b > 1$ mm.

La reazione delle correnti parassite influisce indirettamente anche sulle perdite per isteresi, dato che causa una distribuzione non uniforme del campo. Rispetto al caso di $B_S = B_m =$ costante, le perdite di isteresi sono minori per $B_S =$ costante, mentre sono maggiori per $B_m =$ costante. Tutte le considerazioni fatte sono valide nel caso in cui μ_r sia costante. In pratica la permeabilità oscilla entro limiti piuttosto ampi e

quindi bisogna considerare un valore medio che sia più vicino alla permeabilità corrispondente ai valori più alti della induzione. Per tale ragione le equazioni qui determinate per il calcolo delle perdite e delle induzioni danno come risultato solo valori approssimati. In fig. 8-7 è riprodotta la permeabilità relativa alla profondità di penetrazione del flusso; essa è diversa dalla permeabilità effettiva della lamiera D 68, illustrata in fig. 6-3.

4.5.3 Distribuzione della induzione e perdite determinate per effetto di un campo rotante in un cilindro massiccio.

Si consideri il caso in cui il campo sia perpendicolare all'asse di un cilindro di ferro massiccio, come si può vedere in fig. 4-37 dove è indicato lo sviluppo in un piano del freno a correnti parassite. Mentre non ha alcuna importanza sapere se è il sistema induttore che ruota o il cilindro massiccio, la velocità v (m/sec.) relativa è determinante. Supponiamo che la distribuzione della induzione sia sinusoidale secondo l'asse x con valore minimo B_u. Nel paragrafo 5 è stata studiata la distribuzione nel ferro quando non si consideri la reazione delle correnti parassite. Esse alterano infatti la distribuzione del campo i cui valori più alti si hanno in corrispondenza degli strati esterni del cilindro. Si supponga che le dimensioni del cilindro nella direzione dell'asse y siano assai lunghe e che l'induzione non vari in questa direzione. Per l'induzione secondo l'asse z si ottiene allora la seguente equazione differenziale [cfr. (4-126)]:

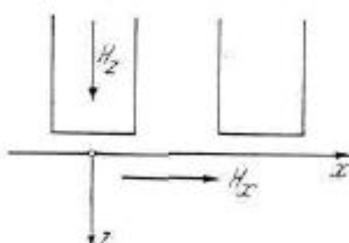


Fig. 4-37. - Sistema di coordinate per le (4-143) e (4-144).

$$\frac{\partial^2 B_z^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\varrho} \frac{\partial B_z}{\partial t}. \qquad (4\text{-}143)$$

In questo caso vale inoltre anche l'equazione:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \qquad (4\text{-}144)$$

Da queste due relazioni, mediante la grandezza ausiliare α della (4-129) e l'angolo di fase

$$\psi \approx \text{arc tg} \frac{\pi^2 \mu_r \delta}{2\, \alpha\, \tau^2} \qquad (4\text{-}145)$$

si ottiene l'induzione secondo l'asse x

$$B_x \approx - B_u \frac{\tau}{\pi} \alpha \text{ sen } \psi\, \varepsilon^{-\alpha z} \cos(\alpha z + \pi x/\tau - \psi - \omega t) \quad (4\text{-}146)$$

e l'induzione secondo l'asse z

$$B_z \approx B_u \text{ sen } \psi\, \varepsilon^{-\alpha z} \cos(\alpha z + \pi x/\tau - \psi - \omega t). \qquad (4\text{-}147)$$

I valori B_x e B_y diminuiscono allontanandosi dalla superficie, cioè diminuiscono all'aumentare di z con legge esponenziale. Nella direzione dell'asse x le induzioni variano secondo la legge del coseno, con una fase che dipende dalla distanza dalla superficie (z).

La densità della corrente nella direzione y si ottiene per mezzo della:

$$S_y = \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} \tag{4-148}$$

in cui figurano i valori dell'intensità di campo corrispondenti alle induzioni date dalle (4-146) e (4-147). Effettuando le opportune trasformazioni si ottiene:

$$S_y \approx -\frac{v}{\varrho} B_z. \tag{4-149}$$

Le perdite causate dalle correnti parassite in un m³ sono:

$$v_1 = \varrho\, S_y^2. \tag{4-150}$$

Tali perdite variano con z ed x. Poichè però sono preponderanti sulla superficie esterna ($z = 0$), conviene riferirle all'unità di superficie, determinando così un valore medio lungo il passo polare. Si ottiene:

$$v_o = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \int_0^\infty \varrho\, S_y^2\, dx\, dz = B_n^2 \frac{v^2 \chi}{4\, \alpha\, \varrho} \ \mathrm{W/m^2} \tag{4-151}$$

In base alle ricerche di Jasse [4-10] il valore del fattore χ è determinato dalla seguente equazione:

$$\chi = \frac{(\mu_r\, \delta)^2}{(\mu_r\, \delta)^2 + (2\, \alpha\, \tau^2/\pi^2)^2} \tag{4-152}$$

mentre secondo le ricerche di Rüdenberg, elaborate dal Ricter [4-3, 2-3] è:

$$\chi = \frac{(\mu_r\, \delta)^2}{(\mu_r\, \delta + \alpha\, \tau^2/\pi^2)^2 + (\alpha\, \tau^2/\pi^2)^2}. \tag{4-153}$$

La differenza tra le due formule si può imputare alle diverse ipotesi semplificative introdotte nel calcolo dai due studiosi. Nel caso di frequenza molto bassa e di piccolo passo polare, il fattore χ si avvicina al valore 1.

Se si eccita il sistema con corrente alternata (poli laminati) anzichè con corrente continua, il campo alternato si divide in due campi ruotanti in senso inverso, aventi un'ampiezza metà di quella del campo stesso. Poichè la velocità relativa tra il campo rotante e il rotore massiccio e la frequenza delle correnti parassite sono diverse per i due campi, si calcolano le perdite separatamente. Naturalmente a rotore fermo le velocità e le frequenze dei due campi rotanti sono uguali, si trova quindi che le per-

dite dovute alle correnti parassite nel caso di campo alternato sono uguali alla metà delle perdite dovute alle correnti parassite del campo rotante di uguale grandezza.

4.5.4 Comportamento del campo magnetico nel ferro massiccio in fase transitoria

Nel paragrafo precedente si è descritto il comportamento del campo magnetico nel ferro massiccio, quando esso sia sottoposto a magnetizzazione alternata. Conviene ora studiare il fenomeno in regime transitorio (per esempio allo stabilirsi o all'estinguersi del campo). Dato il concatenamento con le correnti parassite, il campo nel ferro massiccio ha un comportamento sensibilmente diverso da quello che ha nell'aria o nel ferro laminato. Di questo diverso comportamento si parlerà appunto nel presente paragrafo.

L'equazione differenziale dell'induzione durante il periodo transitorio è ancora la (4-126), ma per nucleo di ferro a sezione rettangolare la soluzione assume la forma [4-3]:

$$B = B' \, \varepsilon^{-t/T} \cos \alpha x \, \cos \beta y. \qquad (4\text{-}154)$$

in cui B' rappresenta una costante d'integrazione, determinabile in base alle condizioni limite. Derivando la (4-154) rispetto a x, y e t e sostituendo nella (4-126) le rispettive espressioni ottenute, è:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \mu_0 \, \mu_r / \varrho \, T. \qquad (4\text{-}155)$$

Si indica la permeabilità con $\mu_0 \, \mu_r$ per evitare di confonderla con il numero μ che figurerà nel seguito. Nel caso di un'improvvisa disinserzione del campo, l'induzione in corrispondenza delle superfici esterne del nucleo, cioè per $x = \pm a/2$ e $y = \pm b/2$ (a e b sono le dimensioni della sezione rettangolare del nucleo) deve annullarsi subito, dato che in tal caso il campo non è concatenato con nessuna corrente parassita. Ciò è possibile per più valori di α e β e precisamente quando è:

$$\alpha_\nu = \nu \, \pi / a \quad \text{e} \quad \beta_\mu = \mu \, \pi / b \qquad (4\text{-}156) \text{ e } (4\text{-}157)$$

in cui ν e μ sono numeri interi dispari. Dalla (4-155) poi si ottiene la grandezza T che si indica come costante di tempo del campo dovuta alle correnti parassite:

$$T_{\nu,\mu} = \frac{\mu_0 \, \mu_r}{\pi^2 \, \varrho} \; \frac{1}{(\nu/a)^2 + (\mu/b)^2}. \qquad (4\text{-}158)$$

La soluzione completa per l'induzione nel ferro massiccio in seguito ad una disinserzione improvvisa è espressa quindi dalla seguente equazione:

$$B = \sum_{\nu,\mu} B_{\nu,\mu} \, \varepsilon^{-t/T_{\nu,\mu}} \cos (\nu \, \pi \, x/a) \, \cos (\mu \, \pi \, y/b) \qquad (4\text{-}159)$$

Prima della disinserzione ($t = 0$) si ha un campo costante con induzione B_0. Nella (4-159) le grandezze $B_{\nu,\mu}$ rappresentano le ampiezze dei campi armonici nei quali si può scomporre un campo rettangolare. In fig 4-38 è illustrata una scomposizione di tal genere fino a $\nu = 5$. Nel caso di rappresentazione bidimensionale del campo si determina un numero ancora maggiore di campi componenti [4-3]. L'ampiezza di tali campi è:

$$B_{\nu,\mu} = \pm \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{B_0}{\nu\ \mu}. \tag{4-160}$$

Le grandezze ν e μ rappresentano i numeri d'ordine delle armoniche secondo i due assi. $\nu = \mu = 1$ corrisponde al campo fondamentale avente induzione:

$$B_{1,1} = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 B_0. \tag{4-161}$$

Le ampiezze delle onde armoniche sono allora date da:

$$B_{\nu,\mu} = \frac{B_{1,1}}{\nu\ \mu}. \tag{4-162}$$

Il flusso del campo fondamentale è:

$$\Phi_{1,1} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 B_{1,1}Q = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 B_0 Q = 0\ 66\ \Phi_0. \tag{4-163}$$

Il flusso armonico è pari a $(1/\nu^2\ \mu^2)$ volte il valore del flusso principale. Se il flusso dell'armonica fondamentale è il 66% di quello totale, l'insieme dei campi armonici $\Sigma\Phi_{\nu,\mu} - \Phi_{1,1}$ è il 34% del flusso totale.

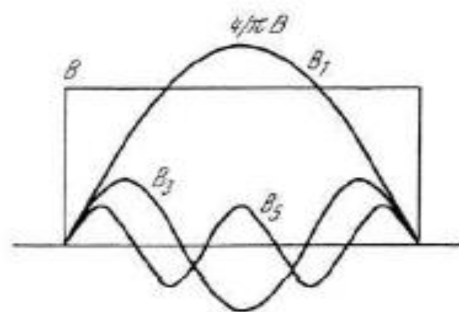


Fig. 4-38. - Scomposizione di una curva d'induzione rettangolare.

Per la (4-158) la costante di tempo del campo fondamentale è:

$$T_{1,1} = \frac{\mu_0\ \mu_r}{\pi^2\ \varrho}\ \frac{a\ b}{a/b + b/a}. \tag{4-164}$$

Per $a = b$ la costante di tempo dell'armonica generica è:

$$\frac{T_{\nu,\mu}}{T_{1,1}} = \frac{2}{\nu^2 + \mu^2}. \tag{4-165}$$

Essa è cioè notevolmente minore della costante di tempo dell'armonica fondamentale. Quando si annulla l'eccitazione, le correnti parassite tendono, in un primo momento, a mantenere il flusso. Le diverse costanti di tempo dei campi armonici sono tali per cui scompaiono dapprima i campi di numero d'ordine più alto, mentre i campi di numero d'ordine basso scompaiono meno rapidamente. Il più lento a scomparire è il campo dell'armonica fondamentale. In fig. 4-39 è illustrato in sezione il decrescere

nel tempo del campo rettangolare originario. Si può constatare che dopo breve tempo rimane solo il campo fondamentale, che poi scompare a sua volta gradatamente.

Quantunque ogni campo armonico diminuisca secondo una propria costante di tempo, si può esprimere approssimativamente l'estinguersi di tutto il campo risultante delle armoniche superiori con una costante di tempo media T_m. Nella determinazione di T_m bisogna attribuire alla costante di tempo di ciascun campo armonico un peso corrispondente alla parte che il campo ha nella risultante dei campi armonici ($0{,}34\ \Phi_0$). Riferendo questa costante di tempo media alla costante di tempo del campo fondamentale, si ottiene:

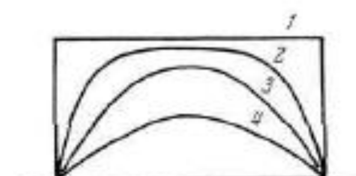


Fig. 4-39. - Diminuzione progressiva del campo nel ferro massiccio.

$$T_m \approx T_{1,1} \sum \frac{\Phi_{\nu,\mu}}{\Phi_0 - \Phi_{1,1}} \frac{T_{\nu,\mu}}{T_{1,1}}. \qquad (4\text{-}166)$$

Poichè il contributo dei campi armonici più alti è minimo, sarà sufficiente limitare il calcolo a pochi di essi, tenendo presente inoltre che è $\Phi_{\nu,\mu} = \Phi_{\mu,\nu}$. I risultati di tale calcolo sono dati in tab. 4-5 [4.1].

L'insieme dei campi armonici si annulla secondo una costante di tempo $T_m \approx 0{,}1\ T_{1,1}$ così che per il flusso nel ferro massiccio, a disinserzione dell'eccitazione avvenuta, si può scrivere la seguente relazione:

$$\Phi \approx 0{,}66\ \Phi_0\ \varepsilon^{-t/T_{1,1}} + 0{,}34\ \Phi_0\ \varepsilon^{-10t/T_{1,1}}. \qquad (4\text{-}167)$$

Nel caso di sezione molto sottile ($b \to \infty$) o di nuclei, nei quali la formazione di correnti parassite è possibile solo in una direzione (b), l'influenza esercitata dal campo fondamentale e la sua costante di tempo sono diverse da quelle calcolabili per mezzo delle (4-164) e (4-167). In tal caso si ottiene infatti un flusso fondamentale $\Phi_0 8/\pi^2 = 0{,}81\ \Phi_0$ e una costante di tempo $T_{1,1} = \mu_0\, \mu_r\, a^2/\pi^2\, \varrho$.

TAB. 4-5. - Calcolo della costante di tempo media T_m dell'insieme dei campi armonici ($a = b$).

ν rsp. μ	μ rsp ν.	$\dfrac{2\,\Phi_{\nu,\mu}}{\Phi_0}$	$\dfrac{2\,\Phi_{\nu,\mu}}{\Phi_0 - \Phi_{1,1}}$	$\dfrac{T_{\nu,\mu}}{T_{1,1}}$	$\dfrac{2\,\Phi_{\nu,\mu}}{\Phi_0 - \Phi_{1,1}} \dfrac{T_{\nu,\mu}}{T_{1,1}}$
1	3	0,146	0,43	0,200	0,086
1	5	0,052	0,15	0,077	0,012
1	7	0,027	0,08	0,040	0,003
1	9	0,016	0,05	0,024	0,001
					$\Sigma \approx 0{,}102$

Per un rapporto a/b diverso da uno, la costante di tempo del campo fondamentale $T_{1,1}$ diminuisce, mentre la costante di tempo media dell'insieme dei campi armonici T_m subisce una variazione minore. In rapporto

alla costante di tempo del campo fondamentale, quindi, la sua grandezza aumenta. Nel caso di $a/b = 5$, ad esempio, per la costante di tempo $T_{1,1}$, si ottiene un valore di 0,385 volte quello della corrispondente costante per $a/b = 1$ e per la costante di tempo T_m un valore di 0,90 volte quello corrispondente ad $a/b = 1$. Il rapporto tra le costanti di tempo diventa $T_m/T_{1,1} \approx 0{,}25$. In pratica si nota spesso però che l'insieme dei campi superiori ha una costante di tempo notevolmente minore di quella che risulta dal calcolo testè riportato. Soprattutto nel caso di turbogeneratori con rotore massiccio si è riscontrato un rapporto $T_m/T_{1,1} \approx 0{,}03 \div 0{,}05$. Le cause di tale differenza non sono state ancora chiarite.

Si calcoli ora il valore della costante di tempo nel caso in cui sia $a = 0{,}1$ m, $\mu_r = 2000$, $\varrho = 0{,}15\ 10^{-6}\ \Omega$ m e $b = 0{,}3$ m. Applicando la (4-164) si ottiene:

$$T_{1,1} = \frac{0{,}4\pi \cdot 2000 \cdot 10^{-6}}{\pi^2 \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-6}} \frac{0{,}1 \cdot 0{,}3}{0{,}1/0{,}3 + 0{,}3/0.1} = 15 \text{ sec.}$$

Tale valore è molto elevato; il risultato si spiega se si considera che si è supposto nullo il traferro nel circuito magnetico. La permeanza di tale circuito è elevata.

In pratica però il circuito magnetico massiccio ha sempre un traferro che influisce in modo determinante sul transitorio, poichè in esso si accumula una grande quantità di energia magnetica. Si consideri ora un magnete costituito in parte da un nucleo massiccio di lunghezza Δ e traferro di lunghezza λ, trascurando le altre parti del circuito consistenti in un giogo laminato (vedi fig. 4-40). Poichè il valore del campo è determinato dal traferro, mentre la (4-123) vale anche per questo caso, le (4-124) e (4-125) devono essere modificate. Eseguendo la circuitazione lungo il nucleo e il traferro, per una intensità di campo $H_L = \mu_r H$ nel traferro, si ottiene:

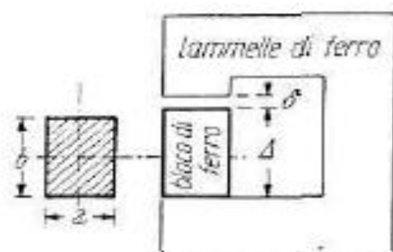


Fig. 4-40. - Magnete a nucleo in parte massiccio e traferro δ.

$$\Delta\, S_x\, dy = \delta\, dH_L = \delta\, \mu_r\, dH, \tag{4-168}$$

donde deriva:

$$S_x = \frac{\delta\, \mu_r}{\Delta} \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\delta}{\Delta} \frac{\partial H_L}{\partial y} \tag{4-169}$$

Con δ si indica generalmente un traferro risultante che è somma del traferro effettivo δ_0 e di quello fittizio Δ/μ_r che tien conto della risultanza magnetica del nucleo, e cioè $\delta = \delta_0 + \Delta/\mu_r$. Senza traferro è $\delta = \Delta/\mu_r$ e la (4-169) è uguale alla (4-124). Analogamente si ottiene:

$$S_y = -\frac{\delta}{\Delta} \frac{\partial H}{\partial x}. \tag{4-170}$$

La (4-126) deve essere allora completata introducendo il rapporto δ/Δ e bisogna porre $\mu = \mu_0$. La soluzione è data ancora dalla (4-159), con la differenza che la costante di tempo ha la seguente espressione:

$$T_{\nu,\mu} = \frac{\Delta\,\mu_0}{\pi^2\,\varrho\,\delta}\,\frac{1}{(\nu/a)^2 + (\mu/b_k)^2} \qquad (4\text{-}171)$$

Anche la (4-164) viene completata introducendo il fattore δ/Δ. I campi superiori contribuiscono a quello totale nella stessa misura e la costante di tempo media dell'insieme dei campi superiori è ancora $T_m \approx 0{,}1\,T_{1,1}$. Effettuando quindi i calcoli per l'esempio proposto più sopra con $\delta = 0{,}001$ m e $\Delta = 0{,}2$ m si ottiene la costante di tempo del campo fondamentale; essa è:

$$T_{1,1} = 15\,\frac{0{,}2}{0{,}001\cdot 2000} = 1{,}5 \text{ sec.}$$

Tale valore è notevolmente minore di quello relativo al caso di un magnete senza traferro.

Se però, come spesso accade, la sezione del traferro è maggiore di quella del nucleo massiccio, ad esempio nel rapporto b_i/b_k, bisogna considerare una lunghezza di traferro minore secondo un rapporto b_k/b_i. Si ottiene allora la costante di tempo:

$$T_{\nu,\mu} = \frac{\Delta\,\mu_0\,b_i}{\pi^2\,\varrho\,\delta\,b_k}\,\frac{1}{(\nu/a)^2 + (\mu/b_k)^2}. \qquad (4\text{-}172)$$

In base al fenomeno transitorio già descritto, che si verifica all'atto in cui si stabilisce o si annulla il campo magnetico nel ferro massiccio, si può calcolare la sovratensione che si determina nelle matasse di eccitazione di tali nuclei. Come è noto, la sovratensione nelle matasse avvolte su nuclei laminati è determinata unicamente dalla rapidità con la quale si svolge il transitorio e quindi può raggiungere valori molto elevati. Per matasse avvolte su nuclei massicci, invece, si ha un comportamento diverso. Le correnti parassite rallentano il transitorio di annullamento del flusso, anche se l'apertura del circuito di eccitazione è infinitamente rapida, limitando quindi la grandezza della sovratensione. La tensione indotta in una spira all'apertura del circuito è:

$$e_1 = -\frac{d\,\Phi}{dt} = 0{,}66\,\frac{\Phi_0}{T_{1,1}}\,\varepsilon^{-t/T_{1,1}} + 0{,}34\,\frac{\Phi_0}{T_m}\,\varepsilon^{-t/T_m}. \qquad (4\text{-}173)$$

La tensione massima si ottiene per $t = 0$ ed è:

$$e_{1,\max} = \left(\frac{0{,}66}{T_{1,1}} + \frac{0{,}34}{T_m}\right)\Phi_0. \qquad (4\text{-}174)$$

in cui il primo termine del secondo membro si riferisce al campo fondamentale e il secondo alle armoniche superiori. Per $T_m \approx 0{,}1\,T_{1,1}$ il secondo

termine diventa circa 5 volte maggiore del primo. Per l'esempio sopra citato e con induzione $B_0 = 1{,}5\ \mathrm{Wb/m^2}$ si ottiene:

$$e_{1,\max} = 1{,}5 \cdot 0{,}3 \left(\frac{0{,}66}{1{,}5} + \frac{0{,}34}{0{,}15} \right) = 0{,}02 + 1{,}10\ \mathrm{V}.$$

4.6. Campo magnetico in un traferro di ampiezza costante

4.6.1 Curva di campo di una matassa

Il campo nel traferro di una macchina è determinato dalla tensione e dalla riluttanza magnetica. Quest'ultima dipende a sua volta soprattutto dal traferro, mentre quella relativa alle cave ed al ferro è notevolmente inferiore. Si supponga la riluttanza magnetica determinata solo dal traferro costante. Sull'esempio del RICHTER, si chiamerà eccitazione del campo la tensione magnetica v esistente tra la periferia esterna del rotore e quella interna dello statore, nel punto x della periferia dell'indotto; la relativa curva lungo tale periferia sarà detta curva eccitatrice di campo. Questa ultima [4-12] è uguale all'integrale indeterminato della densità lineare di corrente lungo la periferia dell'indotto. La costante di integrazione si deduce dalla condizione che non si può determinare nessun flusso unipolare, cioè che le superfici negative e positive della curva hanno uguali aree.

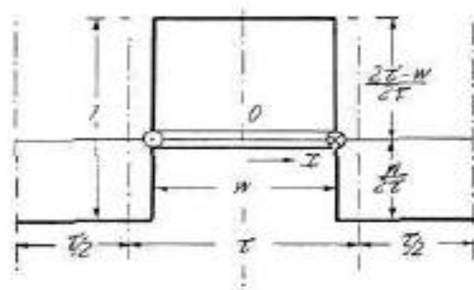


Fig. 4-41. - Curva eccitatrice di campo di una matassa.

Si consideri una matassa semplice (fig. 4-41) con numero di spire w percorsa da corrente i e con amperspire concentrate; la curva eccitatrice di campo è data allora dalla seguente espressione:

$$f(x) = \frac{2}{\pi} wi \sum \frac{1}{\nu} \operatorname{sen} \nu \frac{\pi}{2} \frac{W}{\tau} \cos \nu \frac{\pi x}{\tau}. \qquad (4\text{-}175)$$

in cui W rappresenta l'ampiezza della matassa, τ il passo polare e ν il numero d'ordine delle armoniche, che può assumere tutti i valori interi 1, 2, 3... La soluzione della (4-175), che non verrà riportata nel presente studio, si ottiene eseguendo l'analisi armonica della curva rettangolare [2.3]. La (4-175) dimostra che la curva eccitatrice di campo è rappresentata da una serie di armoniche variabili in funzione di x con legge cosinusoidale, con ampiezze decrescenti per valori crescenti di ν. Nella fig. 4-41 l'origine delle coordinate è posta al centro della matassa così che la serie è, come già detto, costituita da armoniche variabili secondo la legge del coseno. Generalmente la maggiore delle armoniche è quella d'ordine $\nu = 1$, chiamata fondamentale, mentre le altre ($\nu > 1$) sono dette superiori. Oltre che dall'ordine ν, la loro ampiezza è determinata anche dal fattore $\operatorname{sen} \nu \frac{\pi}{2} \frac{W}{\tau}$,

chiamato fattore di matassa o di passo raccorciato, poichè dipende essenzialmente dall'ampiezza della matassa. Si può scrivere:

$$\zeta_\nu' = \operatorname{sen} \nu \frac{\pi}{2} \frac{W}{\tau} = \operatorname{sen} \nu \frac{\pi}{2} \cos \nu \frac{\pi}{2} \frac{\tau - W}{\tau} - \cos \nu \frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \nu \frac{\pi}{2} \frac{\tau - W}{\tau} \quad (4\text{-}176)$$

in cui per ν pari scompare il primo termine del secondo membro, per ν dispari il secondo; per $W = \tau$, nel caso cioè di matasse diametrali, scompaiono tutte le armoniche superiori pari, dato che per esse è $\zeta\nu = 0$.

Il fattore di matassa può essere nullo per determinati valori di ν così che, adottando una appropriata ampiezza di matassa W, si può eliminare o ridurre a valori piccoli una serie di armoniche superiori. Si ricorre spesso a questo procedimento per l'avvolgimento a due strati, scegliendo l'ampiezza $W = 5/6\,\tau$ per diminuire la 5ª e la 7ª armonica e l'ampiezza $W = 2/3\,\tau$ per sopprimere la 3ª. Tale accorgimento non ha però alcun effetto sulle così dette armoniche superiori di cava.

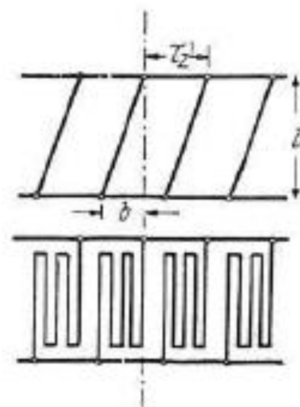


Fig. 4-42. - Determinazione del fattore di inclinazione di cava.

Per attenuare l'azione di disturbo esercitata dalle armoniche superiori di cava, si dispongono spesso le cave di rotore inclinate rispetto a quelle di statore. Non ha importanza quale delle due parti della macchina debba avere le cave oblique; per ragioni tecniche, comunque, è per lo più il rotore. Tale inclinazione reciproca determina una diminuzione della f.e.m. indotta nell'avvolgimento secondario. Si può tener conto di tale diminuzione mediante un fattore di inclinazione di cava, la cui espressione è (fig. 4-42):

$$\chi_\nu = \frac{\operatorname{sen} \nu \pi p\, b/N \tau_z}{\nu \pi p\, b/N \tau_z}, \quad (4\text{-}177)$$

in cui τ_z rappresenta il passo di cava, N il numero delle cave e b la loro inclinazione.

Il fattore di matassa diventa allora.

$$\zeta_\nu = \zeta_\nu' \chi_\nu. \quad (4\text{-}178)$$

Se si considera il campo solo in funzione della matassa che lo determina, bisogna scegliere $\chi = 1$.

Quando le aperture delle cave sono particolarmente strette e il traferro è molto piccolo, la forma della curva di campo è simile, grosso modo, a quella della f.m.m.; essa è cioè una curva rettangolare di ampiezza:

$$B_L = \mu_0 f(x)/\delta \quad (4\text{-}179)$$

In pratica tuttavia l'apertura di cava non è sufficientemente piccola e la sua influenza non può essere trascurata. Questa si rende evidente in due modi. In primo luogo le amperspire delle cave non si possono considerare

concentrate, ma distribuite in modo quasi uniforme sulla larghezza della cava; in secondo luogo l'aumento del traferro di fronte all'apertura di cava provoca degli avvallamenti nella curva del campo. La distribuzione delle amperspire è facilmente determinabile per mezzo dell'analisi armonica, applicando il fattore:

$$\zeta'_{N\nu} = \frac{\operatorname{sen} \nu \pi s'/2\tau}{\nu \pi s'/2\tau} \tag{4-180}$$

qualora, per semplicità, si supponga lineare l'andamento dell'induzione. Questa ipotesi è accettabile, nonostante tale andamento si discosti da questa legge. La lunghezza s' è una grandezza fittizia il cui valore è circa 1,6 s, rappresentando s l'effettiva larghezza delle cave. Si fa inoltre l'ipotesi semplificativa che l'induzione, in corrispondenza di cave che non siano sedi di correnti, varii secondo una legge triangolare. Secondo RICHTER [4.12] si può assumere per base del triangolo un segmento $s' = 1{,}6\, s$ e per altezza $b_N = 2\ B_0$ [per la determinazione di B_0 si veda la (4-56)]. Per cave semichiuse è $b_N \approx$ (da 0,3 a 0,5) B e per cave aperte $b_N \approx$ (da 0,5 a 0,8) B.

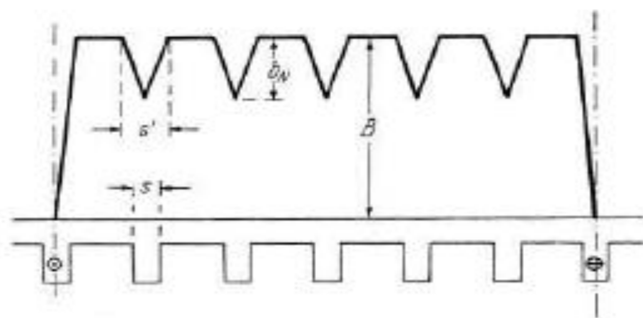


Fig. 4-43. - Andamento dell'induzione dovuta ad una matassa collocata in un indotto provvisto di cave.

La curva del campo dovuto ad una matassa semplice, nel traferro di una macchina dotata di cave, è rappresentata in fig. 4-43. Se si tratta di una matassa diametrale ($W = \tau$) e di un avvolgimento trifase simmetrico, per l'armonica d'ordine ν l'analisi armonica fornisce la seguente ampiezza:

$$B_\nu = \frac{4\,B}{\nu\,\pi}\left[\zeta'_{N\nu} - \frac{2\,b_N}{\nu\,\pi\,s'/2\tau}\,(1 - \cos\nu\,\pi\,s'/2\tau)\sum_{1}^{3q/2-1}\operatorname{sen}\nu\,k\,\frac{\pi}{3q}\right] = \frac{\zeta_{N\nu}}{\pi\,\nu}B, \tag{4-181}$$

in cui $\zeta_{N\nu}$ è il fattore di cava dato dalla (4-180). Se il numero $3q/2$-1 è frazionario, si può attribuire all'ultimo termine un valore metà. La espressione in parentesi quadra esprime l'effetto dell'apertura della cava e si chiamerà pertanto fattore di cava ($\zeta_{N\nu}$). Per aperture di cava e ampiezza di traferro infinitamente piccole esso è uguale a 1, in tal caso l'ampiezza delle armoniche superiori diventa:

$$B_\nu = \frac{4}{\nu\,\pi}\,B. \tag{4-182}$$

La presenza delle cave determina una diminuzione dell'ampiezza delle armoniche che si esprime con il fattore $\zeta_{N\nu}$, diverso da armonica ad armonica ma sempre minore di 1. Il secondo termine tra parentesi quadra ha importanza pratica solo per l'armonica fondamentale ($\nu = 1$) e per le armoniche superiori di cava $\nu = N\,(k + 1)/p$ (dove k è un numero intero

positivo o negativo); per le altre armoniche esso è infatti molto piccolo. Per l'armonica fondamentale e le armoniche superiori di cava di ordine $\nu = | Nk/p | + 1$ il secondo termine tra parentesi quadra della (4-181) è negativo, mentre è positivo per le armoniche superiori di cava di ordine $\nu = | Nk/p | - 1$. Così, ad esempio, per $q = N/2\,pm = 2$ le armoniche d'ordine $\nu = 1, 13, 25 \ldots$ sono più piccole, mentre quelle d'ordine $\nu = 11, 23 \ldots$ sono più grandi, rispetto al caso in cui è $s = 0$.

La diminuzione dell'armonica fondamentale per effetto delle cave è un fatto noto; nei calcoli si tiene conto di esso introducendo l'aumento fittizio dell'ampiezza del traferro e il «fattore di CARTER». Meno noti erano fino ad ora il particolare aumento e la particolare diminuzione delle armoniche di cava. *In tab. 4-6 sono stati riportati i risultati dei calcoli* delle più importanti armoniche dell'induzione, relativi al caso di $q = 2$, $\delta/\tau = 0{,}005$ e $s/\delta = 4$.

TAB. 4-6. - Variazione delle ampiezze delle armoniche in dipendenza dall'apertura di cava per avvolgimento trifase con $q = 2$.

ν	B_ν per $s = \delta = 0$	B_ν per $s'/\delta = 0{,}032$	Variazione
1	1,273 B	1,207 B	— 5,2%
11	*0,1155 B*	*0,1730 B*	*+ 55*
13	0,0980 B	0,0275 B	— 65
23	0,0552 B	0,1160 B	+ 134
25	0,0510 B	0,0357 B	— 140

4.6.2 Curva del campo dovuto ad un gruppo di matasse

Se il gruppo di matasse è formato da un numero S di matasse disposte l'una accanto all'altra in cave diverse, la curva del campo è a gradini e si dice simmetrica se i gruppi di matasse sono disposti a intervalli uguali. Nel caso che la corrente abbia uguale intensità nelle diverse matasse, l'ordinata massima della curva è S volte maggiore di quella trovata nel precedente paragrafo. La curva a gradini è formata da un numero S di curve rettangolari uguali fra di loro e spostate l'una rispetto all'altra di un intervallo $\varphi = 2\,\pi\,p/N$. Ciò significa che anche le singole armoniche del campo dovuto ad ogni matassa (costituita da due conduttori posti ad una distanza W) sono spostate di un intervallo φ. Come è noto, la somma delle S armoniche cosinusoidali (o, rispettivamente, sinusoidali) è:

$$\sum_S B_\nu = B_\nu \frac{\operatorname{sen} \nu\, S\, \varphi/2}{\operatorname{sen} \nu\, \varphi/2} = S\, B_\nu\, \zeta_{G\nu}. \qquad (4\text{-}183)$$

L'espressione

$$\zeta_{G\nu} = \frac{\operatorname{sen} \nu S \varphi/2}{S \operatorname{sen} \nu \varphi/2} \tag{4-184}$$

è definita come fattore di gruppo dell'armonica di ordine ν.

Negli avvolgimenti a numero intero di fori, trifasi e a semplice strato con sei zone in ogni doppio passo polare, è $S = q$ e $\varphi = 60°/q$. Tali avvolgimenti si possono sempre ricondurre ad un avvolgimento avente matasse di uguale ampiezza, pari ad un passo polare. Il fattore di matassa relativo è $\zeta_\nu = 1$.

L'induzione al traferro, dovuta ad un gruppo di matasse, dipende da tre fattori: dal fattore di matassa, da quello di apertura delle cave e infine dal fattore di gruppo. Il prodotto del fattore di matassa e di quello di gruppo figura come fattore nell'espressione della f.e.m. indotta e, per $\zeta_{N\nu} = 1$, anche nell'espressione dell'induzione risultante; in tal caso è chiamato fattore di avvolgimento:

$$\xi_\nu = \zeta_\nu \, \zeta_{G\nu} \tag{4-185}$$

Per avvolgimento a numero intero di fori è $\xi_\nu = \zeta_{G\nu}$. L'ampiezza risultante d'ordine ν della curva dell'induzione dell'armonica dovuta ad un gruppo di matasse è:

$$B_{\nu \mathrm{res}} = \frac{4 \, S \, B_\nu}{\pi \, \nu} \, \xi_\nu \, \zeta_{N\nu}. \tag{4-186}$$

Il fattore di gruppo determinabile in base alla (4-184) è calcolato solo per i lati positivi di matasse appartenenti ad avvolgimenti a semplice strato oppure per i lati dello strato superiore dell'avvolgimento a due strati. Per considerare l'azione esercitata da altri lati di matassa bisogna introdurre il fattore di matassa. In tal modo si ottiene il fattore di avvolgimento (4-185). Il fattore di matassa della (4-186) è diverso a seconda che il numero d'ordine sia pari o dispari. Il più delle volte si tiene conto solo del valore del fattore di avvolgimento e di matassa, ottenendo così, sia per valori dispari che pari di ν:

$$\left| \zeta_\nu \right| = \left| \operatorname{sen} \nu \frac{\pi}{2} \frac{W}{\tau} \right|. \tag{4-187}$$

Per la (4-185) il fattore di avvolgimento è sempre minore di 1 e per certe armoniche può divenire molto piccolo o addirittura annullarsi.

Tra le armoniche della curva di campo, quella di primo ordine ($\nu = 1$), detta armonica fondamentale, e le armoniche superiori di cava sono le maggiori. In generale si tiene conto soprattutto dell'armonica fondamentale, perchè le altre ($\nu > 1$) si riducono a valori piccoli. Si chiama passo polare la lunghezza τ che rappresenta la metà della distanza fra i punti al traferro corrispondenti a due valori massimi dell'armonica fondamentale dell'induzione, aventi lo stesso segno. Naturalmente la macchina deve

sempre avere un numero pari di passi polari. Se l'avvolgimento è costituito da più gruppi di matasse, il numero delle armoniche di cui la curva di campo si compone, aumenta; quindi è come se la macchina avesse un numero maggiore di poli.

Dato che il fattore di gruppo per l'armonica fondamentale varia assai poco al variare di q, per tutti gli avvolgimenti che si usano in pratica si può porre $q = \infty$. In tal modo per il fattore di gruppo si ottiene una espressione molto semplice e cioè:

$$\zeta_{G_1} = \frac{\operatorname{sen} \pi/2\,m}{\pi/2\,m}. \tag{4-188}$$

In tab. 4-7 sono riportati i valori del fattore di gruppo per avvolgimenti normali con normali ampiezze di zona.

TAB. 4-7. - Fattore di gruppo ζ_{G_1} per avvolgimenti diversi ($q = \infty$).

Avvolgimento trifase con ampiezza di zona di 60°, cioè ampiezza di matassa $1/3\,\tau$ (normali motori trifasi) . .	$\frac{\operatorname{sen} 30°}{\pi/6} = \frac{3}{\pi} = 0{,}956$
Avvolgimenti bifasi con ampiezza di zona di 90°, cioè ampiezza di matassa $1/2\,\tau$ (motori bifasi o spesso motori monofasi con fase ausiliaria)	$\frac{\operatorname{sen} 45°}{\pi/4} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}902$
Avvolgimento monofase con cave avvolte per due terzi, cioè ampiezza di matassa $2/3\,\tau$ (motori monofasi senza fase ausiliaria)	$\frac{\operatorname{sen} 60°}{\pi/3} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 0{,}827$
Avvolgimento monofase con cave completamente avvolte, cioè ampiezza di matassa τ (motore a collettore) . . .	$\frac{\operatorname{sen} 90°}{\pi/2} = \frac{2}{\pi} = 0{,}637$

Tale fattore di gruppo non varia molto neppure per avvolgimenti a numero frazionario di fori e altri tipi particolari. Le armoniche superiori di cava hanno lo stesso fattore di matassa dell'armonica fondamentale. Raccorciando la matassa si diminuiscono solo di poco le armoniche superiori di cava.

4.6.3 Curva di campo di una fase

Come si è già visto, l'ampiezza delle singole armoniche della curva del campo dipende considerevolmente da quella del fattore di avvolgimento, che a sua volta è condizionato dal collegamento dei singoli gruppi di matasse. Una regola generale per determinare il valore risultante di tale fattore si può applicare solo in un numero limitato di casi (ad esempio ampliamento di zona); tuttavia si può ottenere il valore risultante del fattore d'avvolgimento dell'intera fase sommando geometricamente i fattori d'avvolgimento dei singoli gruppi di matasse.

Nel caso di avvolgimento a due strati è possibile realizzare un ampliamento di zona. Per zona si intende quella parte di periferia di indotto sulla quale sono disposti consecutivamente i conduttori di una stessa fase. Nel caso di normali avvolgimenti a numero intero di fori per polo e per fase l'ampiezza di zona è di $360^o/2m$ ($m =$ numero di fasi), cioè di 60° per avvolgimenti trifasi e di 90° per avvolgimenti bifasi. In tal caso si parla rispettivamente di avvolgimenti a sei e a quattro zone. Raccorciando le matasse si amplia la zona in uguale misura sotto ogni polo; esistono però anche avvolgimenti nei quali la zona sotto un polo viene ampliata di un valore ϱ; sotto l'altro polo, essa diminuisce di questo stesso valore. Questo caso si verifica per spostamento (ϱ) per gruppi alternati di matasse o per aumento (o diminuzione) del numero di matasse alternativamente per i singoli gruppi. Si parla allora di ampliamento di zona, intendendo per esso il valore $360^o/2\,m + 2\,\varrho$ (fig. 4-44). Il fattore di zona $\zeta_{z\nu}$ è determinante ai fini del calcolo della f.e.m. indotta o dell'induzione. Per gli avvolgimenti a due strati può essere realizzato contemporaneamente un ampliamento di zona e un raccorciamento della ampiezza di matassa. Il raccorciamento e l'ampliamento di zona producono effetti analoghi. L'ampliamento di zona si distingue dal raccorciamento di matassa per il fatto che le ampiezze di zona non sono tutte uguali sotto ogni polo. Se però nell'avvolgimento trifase si amplia la zona fino ad avere $\varrho = 60^o$, si ottengono nuovamente zone simmetriche di ampiezza 120°. Tale avvolgimento è detto a tre zone e viene usato nei motori a poli commutabili. Il fattore di avvolgimento di un avvolgimento raccorciato con ampliamento di zona è:

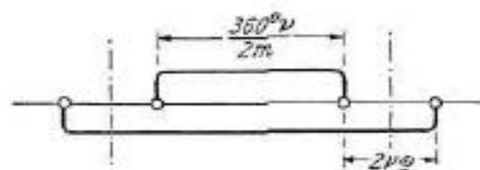


Fig. 4-44. - Determinazione del fattore di zona.

$$\xi_\nu = \zeta_\nu\, \zeta_{G\nu}\, \zeta_{z\nu}. \tag{4-189}$$

Per determinare il fattore di zona, si considera la distribuzione dell'avvolgimento sotto un polo, come è illustrato in fig. 4-44 per l'avvolgimento distribuito (senza cave, $q = \infty$). I conduttori superiori fanno parte di un gruppo di matasse, quelli inferiori di un altro. Le f.e.m. di due conduttori sovrapposti appartenenti a gruppi diversi, si sommano geometricamente così che si ha:

$$1 - \varepsilon^{j180\nu} = 2 \operatorname{sen} \nu\, \pi/2. \tag{4-190}$$

Una tale somma si estende per una zona di $2\,\pi\,\nu/2\,m - 2\,\nu\,\varrho$ e dà per risultato:

$$e' = 2\,\frac{m}{\pi\,\nu}\left(\frac{\pi\,\nu}{m} - 2\,\nu\,\varrho\right)\frac{\operatorname{sen}\,(\pi\,\nu/2\,m - \nu\,\varrho)}{\pi\,\nu/2\,m - \nu\,\varrho} \operatorname{sen} v\,\frac{\pi}{2}. \tag{4-191}$$

Sugli altri due tratti $2\,\nu\,\varrho$ si hanno i conduttori di un solo gruppo. La somma delle f.e.m. indotte in essi è:

$$e'' = 2 \cdot 2\,\nu\,\varrho \frac{m}{\nu\,\pi} \frac{\operatorname{sen} \nu\,\varrho}{\nu\,\varrho} \cos \frac{\pi\,\nu}{2\,m}. \tag{4-192}$$

La f.e.m. totale indotta nel complesso dei conduttori risulta dalla somma della (4-191) e della (4-192) ed è:

$$e = 2 \frac{\operatorname{sen} \pi\,\nu/2\,m}{\pi\,\nu/2\,m} \left[\operatorname{sen} \pi\,\nu/2 \cdot \cos \nu\,\varrho + 2 \frac{2\,m}{\pi\,\nu} \cos \frac{\pi\,\nu}{2\,m} (1 - \operatorname{sen} \pi\,\nu/2) \operatorname{sen} \nu\,\varrho \right]$$

o, introducendo il fattore di gruppo $\zeta_{G\nu} = \dfrac{\operatorname{sen} \pi\,\nu/2\,m}{\pi\,\nu/2\,m}$: (4-193)

$$e = 2\,\zeta_{G\nu} [\operatorname{sen} \pi\,\nu/2 \cdot \cos \nu\,\varrho + \operatorname{ctg} \pi\,\nu/2\,m \cdot (1 - \operatorname{sen} \pi\,\nu/2) \operatorname{sen} \nu\,\varrho]. \tag{4-194}$$

Il fattore di zona diventa allora:

$$\zeta_{z\nu} = \operatorname{sen} \pi\,\nu/2 \cdot \cos \nu\,\varrho + \operatorname{ctg} \pi\,\nu/2\,m \cdot (1 - \operatorname{sen} \pi\,\nu/2) \operatorname{sen} \nu\,\varrho. \tag{4-195}$$

Per armoniche pari il primo termine del secondo membro della (4-195) è sempre zero. Se l'ampiezza di zona è normale ($\varrho = 0$), anche il secondo membro è zero. Tutte le armoniche superiori di ordine pari scompaiono dalla curva di campo. Per armoniche superiori dispari il primo membro è d'importanza determinante, mentre il secondo è nullo.

Nei motori piccoli o a poli commutabili si impiegano spesso, per ragioni di carattere economico, avvolgimenti a numero frazionario di fori, nei quali, come si è già detto, si determinano anche armoniche inferiori, oltre a quelle superiori. In questa sede ci si limiterà ad esaminare solo gli avvolgimenti più usati, e precisamente quelli a numero frazionario di fori e a semplice strato con $q = k + 1/2$ (in cui k è un numero intero). Essi vengono costruiti come avvolgimenti a due strati con gruppi di $k + 1$ e $k - 1$ matasse, alternativamente. Se per un avvolgimento di tale tipo *si forma la stella delle cave per* $\nu = 1/2$ *e si sommano i vettori che rap*presentano le f.e.m. nei conduttori di una fase, tutti i raggi della stella si compensano ad eccezione di due, che sono spostati di 120° l'uno rispetto all'altro e la cui somma è uguale a 1. Il fattore di avvolgimento di questa armonica d'ordine inferiore ($\nu = 1/2$) è:

$$\xi_{1/2} = 1/4\,q. \tag{4-196}$$

Per $q = 1^1/_2$ è $\xi_{1/2} = 0{,}167$ e per $q = 4^1/_2$ è $\xi_{1/2} = 0{,}056$. Il campo di tale armonica ruota con velocità doppia e verso opposto rispetto a quelli dell'armonica fondamentale. La velocità relativa dei due campi è quindi pari a tre volte la velocità di sincronismo. In tale tipo di avvolgimento non esistono altre armoniche inferiori.

Per eliminare l'armonica inferiore, l'avvolgimento viene costituito con un numero uguale di gruppi per ogni q matasse. La matassa più interna di ogni gruppo ha soltanto la metà delle spire, così che in $3p$ cave sono disposti lati di matassa appartenenti a fasi diverse. Questo è un piccolo svantaggio al quale si contrappone il vantaggio della completa abolizione delle armoniche superiori.

La scomposizione della curva del campo nelle singole armoniche, già descritta, è valida per il caso in cui si consideri un solo avvolgimento. Nella maggioranza dei casi, però, si hanno due avvolgimenti: uno sullo statore e uno sul rotore. Si esaminerà ora quali campi superiori si determinano nel traferro per effetto della azione combinata dei due avvolgimenti. Poichè le armoniche superiori di cava hanno la maggiore importanza, si suppone che l'avvolgimento a gabbia sia quello di eccitazione. In fig. 4-45*a* è illustrata la curva eccitatrice di campo (o di f.m.m.) di tale avvolgimento (curva a gradini) con la sua armonica fondamentale; in fig. 4-45*b* è tracciata la curva della permeanza del traferro qualora si tenga conto delle cave; in fig. 4-45*c* è riportata la differenza esistente tra la curva eccitatrice di campo, a forma di gradinata, e la sua armonica fondamentale. Tale differenza rappresenta la risultante dei campi superiori. Multiplicando le curve di fig. 4-45*b* e *c* si ottiene la curva del campo risultante di ordine superiore (fig. 4-45*d*). La curva di campo di fig. 4-45*d* è diversa da quella della f.m.m. (fig. 4-45*e*) solo in corrispondenza delle cave. Approssimando la vera forma della curva del campo in tali punti con segmenti di rette, si ottiene una scomposizione abbastanza semplice della curva in armoniche. Dal punto di vista del calcolo la linearizzazione della curva del campo in corrispondenza delle cave equivale a considerare un traferro costante e curve eccitatrici di campo trapezoidali. Quest'ultimo è il caso di f.m.m. non concentrata in un punto, ma distribuita su un tratto (uguale alle aperture di cava). Le singole armoniche della curva di campo si possono dedurre allora dalle singole armoniche della curva a gradini moltiplicate per il fattore di cava $\zeta'_{N\nu}$ (4-180). Tali armoniche sono rappresentate nella (4-181) dal primo membro tra parentesi.

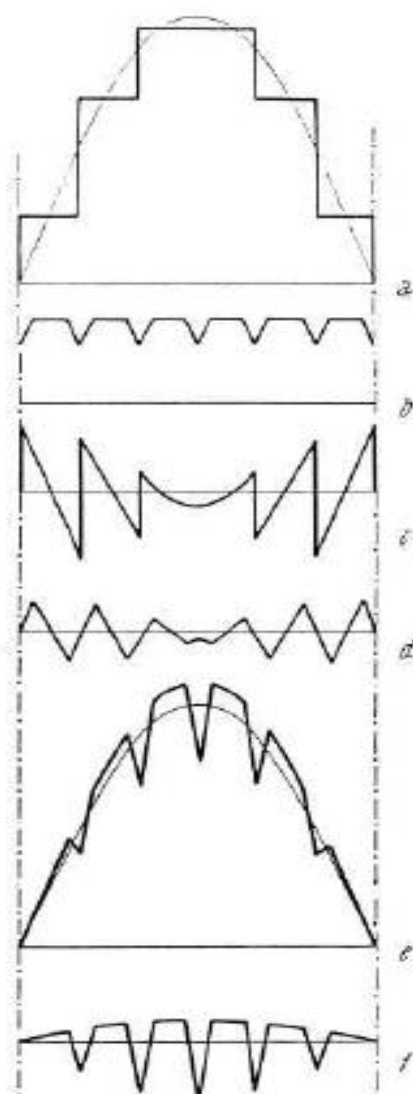


Fig. 4-45. - *a*) curva eccitatrice di campo e sua armonica fondamentale; *b*) curva della permeanza del traferro tenendo conto delle cave; *c*) curva differenza tra la eccitazione effettiva e quella sinusoidale di prima armonica; *d*) somma delle armoniche della curva eccitatrice di campo; *e*) curva del campo dovuto all'armonica fondamentale di eccitazione; *f*) campi superiori di carica dovuti all'armonica fondamentale della curva eccitatrice di campo.

Il campo determinato dall'armonica fondamentale della curva eccitatrice di campo è illustrato in fig. 4-45*e*, mentre in fig. 4-45*f* sono rappresentati i campi superiori dovuti alla presenza delle cave e prodotti dall'armonica fondamentale della curva eccitatrice di campo. I campi superiori corrispondono al secondo membro della (4-181).

Nel traferro a causa della presenza di un secondo avvolgimento con un numero di cave diverso, si determinano dei campi simili a quelli dovuti al primo avvolgimento. I campi superiori di cava (cfr. fig. 4-45*d*) hanno diverso numero d'ordine. Essi sono proporzionali alla f.m.m. propria di ciascun avvolgimento e non dipendono dall'altro avvolgimento, determinando pertanto la dispersione dell'avvolgimento relativo. I campi superiori del tipo di quelli illustrati in fig. 4-45*f* si comportano in modo diverso; più precisamente, sono eccitati non dalla f.m.m. propria ma da quella risultante dei due avvolgimenti. Nel caso di macchine asincrone sono quindi proporzionali alla corrente di magnetizzazione e dovrebbero essere considerati per il calcolo della reattanza principale. Però, a causa dello scarso valore di questa piccola reattanza addizionale, essa viene trascurata nel calcolo pratico.

4.7. Asimmetrie nella costruzione dei circuiti magnetici e loro conseguenze.

I circuiti magnetici delle macchine elettriche non sono mai assolutamente simmetrici. Se in un circuito è presente una asimmetria che si ripete negli altri circuiti, essa crea un campo inverso del tipo di quello già esaminato. L'asimmetria tra i diversi circuiti magnetici comporta altre conseguenze. Essa può essere determinata dalla posizione eccentrica del rotore, dai giunti dello statore scomponibile, dai giunti sovrapposti del giogo segmentato ecc. Una asimmetria di tale tipo può esistere soltanto quando esistano più circuiti magnetici, ma siccome la macchina bipolare ha già due circuiti magnetici, essa può verificarsi in tutte le macchine. Oltre alle forze radiali (cfr. capitolo 17.2) l'asimmetria provoca anche la magnetizzazione dell'albero e la formazione di correnti nei supporti. Più precisamente, se nel circuito magnetico formato da albero, supporti e piastra di sostegno (o carcassa) si determina un campo alternativo, esso crea a sua volta nel circuito elettrico formato da queste stesse parti della macchina una corrente alternata, detta corrente dei supporti. Questa ultima attraversa perni e bronzine logorando le superfici rotanti che vengono così distrutte in un tempo relativamente breve.

Il fenomeno può essere spiegato in base alla fig. 4-46*a*, in cui è rappresentata una macchina a quattro poli con due giunti nello statore. La loro presenza determina nel giogo una ripartizione non uniforme del flusso magnetico; più precisamente, due parti hanno un flusso più grande delle altre due. A causa di questa asimmetria l'albero è attraversato da un flusso (disegnato in grassetto in fig. 4-46*a*), che in pratica è assai più piccolo di quello che si deduce dal numero delle linee di flusso di fig. 4-46*a*. Dopo un giro del rotore di un quarto di passo polare, quando due poli stanno esattamente di fronte ai giunti, l'asimmetria scompare e con essa anche il flusso nell'albero. Se il rotore ruota ancora su se stesso l'albero è nuovamente sede di flusso, ma con altra direzione. Il flusso è allora alternato e dipende dal numero dei poli e dei giunti.

La posizione eccentrica del rotore determina conseguenze analoghe a quelle provocate da un unico giunto nello statore in corrispondenza dell'asse interpolare (fig. 4-46*b*). Per macchine aventi un numero determinato di poli e di giunti, non si hanno flussi nell'albero, nonostante i flussi del giogo siano asimmetrici (fig. 3-36*c*).

Indicando con t il massimo comun divisore del numero di giunti S e di quello delle paia di poli p, si ha flusso nell'albero se è:

$$S/t = \text{numero dispari} \qquad (4\text{-}197)$$

mentre non si hanno nè flussi dell'albero nè correnti nei supporti per:

$$S/t = \text{numero pari} \qquad (4\text{-}198)$$

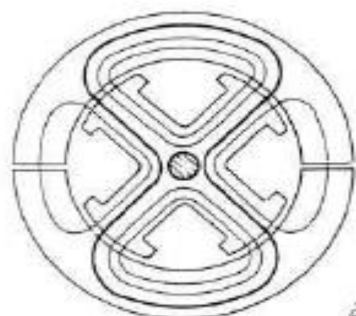
Per la (4-197) la frequenza delle correnti nei supporti è:

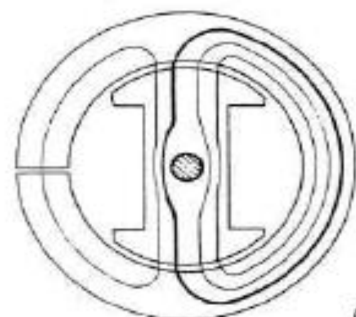
$$f = f_1\, S/t. \qquad (4\text{-}199)$$

In fig. 4-46*a* è $S = p = t = 2$ e in fig. 4-46*b* è $S = p = t = 1$; in ambedue i casi si ottengono correnti nei supporti aventi frequenza f_1. In fig. 4-46*c* è $S = 2$, $p = 3$, $t = 1$ ed S/t = numero pari così che non possono determinarsi correnti nei supporti.

I giunti sovrapposti nel caso di lamiera a segmenti e gli altri intagli nella lamiera dello statore producono gli stessi effetti dei giunti sopra descritti. Nel caso di giunti sovrapposti, la loro influenza è sensibile solo per valori dell'induzione per cui la lamiera nei giunti è saturata [cfr. pag. 246]. In tal modo, per eccitazione debole, non si possono avere correnti nei supporti.

Un mezzo efficace contro tali correnti è l'isolamento di un supporto dalla piastra di sostegno (o dalla carcassa).





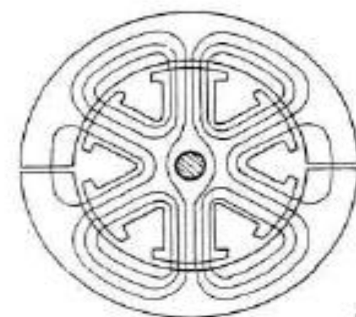


Fig. 4-46. - Causa del verificarsi delle correnti nei supporti: *a*) e *b*) correnti della frequenza fondamentale; *c*) nessuna corrente nei supporti.

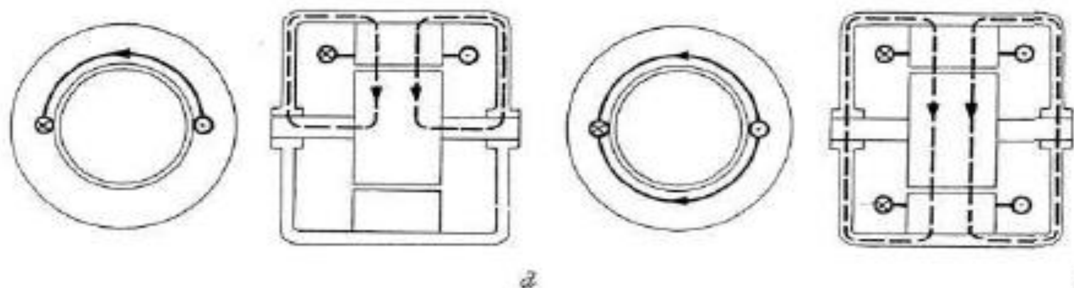


Fig. 4-47. - *a*) matassa d'indotto con connessioni frontali piegate da una sola parte (flussi nell'albero); *b*) matassa d'indotto con connessioni frontali distribuite uniformemente (flussi nella carcassa).

Un'altra specie di asimmetria è quella determinata dalla disposizione dei collegamenti frontali dell'avvolgimento. Questi vengono incurvati normalmente da ambedue le parti, come risulta da fig. 4-47*b* (macchine bipolari). Oltre al flusso principale, nel pacco di lamierini statorico e rotorico, si ha un altro flusso, di entità minore, che si chiude attraverso la carcassa ed i dischi di supporto. Quantunque tale flusso comporti anche delle perdite addizionali, esso viene tuttavia attenuato dall'azione delle correnti parassite. Se però i collegamenti frontali sono piegati solo da una parte (fig. 4-47*a*), come avviene ad esempio nel caso di statore scomponibile, essi eccitano un campo magnetico che si chiude attraverso l'albero. Questo flusso d'albero crea a sua volta nei supporti delle correnti aventi frequenza fondamentale [3-1, 4-30, 4-32, 4-33]; flussi analoghi si determinano anche nelle macchine a corrente continua, qualora i singoli poli vengano eccitati in modo non uniforme (cfr. fig. 3-32).

5. ARMONICHE SUPERIORI E LORO IMPORTANZA

5.1. Generalità

Il campo che si determina nel traferro delle macchine non è mai perfettamente sinusoidale, anche se i poli sono sagomati in modo particolare e gli avvolgimenti sono distribuiti secondo certi criteri. Oltre al campo fondamentale, si ha quindi tutta una serie di campi armonici, cioè di campi aventi un numero di poli superiore a quello del campo fondamentale. I campi superiori, prodotti dall'avvolgimento eccitato con corrente continua, sono fissi rispetto a questo avvolgimento e ruotano nello spazio con la velocità dell'avvolgimento di eccitazione. Nel caso di macchine sincrone con induttore rotante essi hanno la stessa velocità del rotore e creano nell'avvolgimento statorico una f.e.m. di frequenza $f_\nu = \nu f_1$, in cui f_1 è la frequenza della corrente di eccitazione e ν rappresenta il numero d'ordine dell'armonica superiore. Un comportamento diverso hanno invece i campi superiori eccitati da corrente alternata, come si vedrà nel paragrafo seguente.

I campi superiori nei trasformatori e in parte anche nelle macchine asincrone sono dovuti ad altre cause, e precisamente hanno origine dalla forma particolare della curva di magnetizzazione. Di ciò si è già parlato nel capitolo 4.4.

5.2 Armoniche dell'avvolgimento a corrente trifase.

5.2.1 Avvolgimento statorico

Nel capitolo 4.5 sono già state illustrate le cause per cui, nel traferro di una macchina, si determinano le diverse armoniche superiori e inferiori. Oltre alle dimensioni della macchina e al valore della corrente di eccitazione, è soprattutto il fattore di avvolgimento che determina l'am-

piezza e il numero d'ordine delle armoniche superiori così che, se per un qualsiasi numero d'ordine il fattore di avvolgimento è nullo, è nulla pure l'armonica relativa. Le armoniche più importanti sono la fondamentale e le armoniche superiori di cava.

Se si indica con I_1 il valore efficace della corrente di eccitazione e con w_1 il numero di spire per fase, l'armonica di ordine ν al traferro di una macchina con avvolgimento a m fasi ha un'ampiezza $m/2$ volte maggiore di quella di una fase [cfr. (2-121)]. Trascurando inoltre per semplicità il fattore di cava $\zeta'_{N\nu}$, si ottiene la seguente ampiezza dell'armonica d'induzione dello statore:

$$B_{1\nu} = \frac{m_1 \mu_0}{\pi \delta} \sqrt{2} I_1 \frac{w_1 \xi_{1\nu}}{p \nu}. \tag{5-1}$$

Il flusso di tale armonica, per lunghezza ideale d'indotto l_i, diventa:

$$\Phi_{1\nu} = \frac{2 \tau}{\pi \nu} l_i B_{1\nu} \tag{5-2}$$

e la f.e.m. indotta nella fase dell'avvolgimento è:

$$E_{1\nu} = \frac{4 m_1}{\pi} \mu_0 f_1 \frac{\tau l_i}{p \delta} \left(\frac{w_1 \xi_{1\nu}}{\nu}\right)^2 I_1 = X_{1h\nu} I_1. \tag{5-3}$$

Dalla (5-3) si ottiene la reattanza principale dell'armonica d'ordine ν, relativa all'avvolgimento statorico; essa è:

$$X_{1h\nu} = \frac{4 m_1}{\pi} \mu_0 f_1 \frac{\tau l_i}{p \delta} \left(\frac{w_1 \xi_{1\nu}}{\nu}\right)^2. \tag{5-4}$$

Il fattore di cava ($\zeta'_{N1\nu}$) praticamente è da considerare solo per l'armonica fondamentale e per le armoniche superiori di cava, mentre per le altre esso è circa uguale ad 1. Ora è $\delta/\zeta'_{N1,1} \approx k_c \delta = \delta'$, cioè uguale al traferro moltiplicato per il fattore di CARTER k_c. Un ulteriore aumento fittizio del traferro si ha per tener conto della caduta di tensione magnetica nel ferro e quindi nelle (5-1) e (5-3) si pone spesso $\zeta'_{N1\nu} = 1$ e $\delta = \delta''$; δ'' rappresenta l'ampiezza fittizia del traferro che tien conto del fattore *di CARTER relativo* all'*armonica fondamentale e della caduta di tensione* magnetica nel ferro. Questa semplificazione del calcolo è senz'altra accettabile per l'armonica fondamentale, mentre per le armoniche superiori di cava bisogna tener conto del fatto che per esse è $\zeta'_{N1\nu} > 1$ e che la caduta di tensione magnetica nel ferro ha importanza minore.

Per la (2-129) la velocità di ciascuna armonica rispetto allo statore è:

$$v_{\nu-1} = v_1/\nu = 2 \tau f_1/\nu. \tag{5-5}$$

in cui f_1 rappresenta la frequenza della corrente di eccitazione, cioè della rete di alimentazione. Indipendentemente dal loro numero d'ordine, le singole armoniche determinano nell'avvolgimento statorico una f.e.m. di

frequenza fondamentale f_1; i campi di ciascuna armonica infatti ruotano con velocità minori, ma hanno un numero di poli maggiore, per cui in ogni cava vale la relazione $f = n\,p$.

Per effetto di tutte le armoniche generate dall'avvolgimento statorico, nell'avvolgimento rotorico a rotore fermo, viene indotta una f.e.m. a frequenza fondamentale. Se invece il rotore ruota con una velocità v_m varierà la velocità delle singole armoniche rispetto ad esso e quindi anche la frequenza della f.e.m. indotta. A questo punto è opportuno introdurre il concetto di scorrimento, che tien conto della velocità relativa del rotore rispetto al campo rotante considerato. La velocità angolare o quella periferica del rotore, corrispondenti all'armonica fondamentale, sono:

$$\Omega_m = (1 - s_1)\,\Omega_1 \quad \text{e} \quad v_m = (1 - s_1)\,v_1. \qquad \text{(5-6) e (5-7)}$$

in cui Ω_1 e v_1 rappresentano rispettivamente la velocità angolare e quella periferica, sincrone, dell'armonica fondamentale. Relativamente al rotore, la velocità dell'armonica d'ordine ν dell'avvolgimento statorico diventa allora:

$$v_{\nu-2} = v_1\,[1/\nu - (1 - s_1)]. \qquad \text{(5-8)}$$

Lo scorrimento dell'armonica fondamentale è dato dalla (5-6); per uguale velocità del rotore lo scorrimento dell'armonica di ordine ν è:

$$s_\nu = \frac{v_\nu - (1 - s_1)\,v_1}{v_\nu} = 1 - (1 - s_1)\,\nu. \qquad \text{(5-9)}$$

Determinando lo scorrimento mediante la (5-9) bisogna tener conto del segno di ν. La frequenza della corrente indotta nell'avvolgimento rotorico dall'armonica dello statore è proporzionale allo scorrimento s_ν, così che si può scrivere:

$$f_{2\nu} = f_1\,[1 - (1 - s_1)\,\nu]. \qquad \text{(5-10)}$$

Nel caso di motore fermo ($s_1 = 1$) tale frequenza è uguale a quella di rete f_1 e diventa zero per $1 - s_1 = 1/\nu$. Se la velocità dell'armonica fondamentale è sincrona, si ha $f_{2\nu} = f_1\,(1 - \nu)$. È interessante osservare che due armoniche, il cui numero d'ordine differisca di due unità, inducono una f.e.m. della stessa frequenza; per fare un esempio, per $\nu = -5$ e 7 si avrà $f_{2\nu} = 6\,f_1$ e $-6\,f_1$, in cui il segno negativo significa semplicemente che la f.e.m. è stata determinata dalla rotazione in senso inverso dell'armonica.

5.2.2 Avvolgimento rotorico

Poichè l'avvolgimento rotorico genera più armoniche superiori dell'avvolgimento statorico, il presente studio si limiterà solo alle armoniche superiori più importanti. In primo luogo si esamineranno le armoniche determinate dalla corrente I_2 nell'avvolgimento di rotore. Degli indici usati, il primo indica il rotore (2) o lo statore (1), il secondo il numero d'ordine dell'armonica dello statore (ν) o del rotore (μ). Per semplicità

si preferisce eliminare questo secondo indice nel caso di correnti fondamentali, indicandole semplicemente con I_1 e I_2. L'ampiezza dell'armonica d'induzione del rotore qui considerata è:

$$B_\mu = \frac{m_2\,\mu_0}{\pi\,\delta}\sqrt{2}\,I_2\,\frac{w_2\,\xi_{2\mu}}{p\,\mu}. \tag{5-11}$$

La frequenza della corrente fondamentale nell'avvolgimento rotorico per una velocità del rotore calcolata in base alla (5-7) è:

$$f_2 = s_1 f_1. \tag{5-12}$$

La velocità dell'armonica generica del rotore rispetto ad esso è:

$$v_{\mu-2} = \frac{v_{2\,1}}{\mu} = v_1\,s_1/\mu \tag{5-13}$$

mentre nello statore è:

$$v_{\mu-1} = v_m + v_{\mu-2} = \frac{v_1}{\mu}\left[(1 - s_1)\,\mu + s_1\right]. \tag{5-14}$$

Il secondo gruppo importante di armoniche superiori è costituito da quelle determinate dall'armonica superiore dello statore di ugual ordine ($\nu = \mu$) e aventi al traferro la stessa velocità dell'armonica superiore dello statore. Queste due armoniche, ruotanti con uguale velocità e aventi ugual numero di poli, danno luogo ad una coppia analoga a quella di un motore asincrono, con numero di paia di poli $p\nu$. L'armonica di corrente rotorica $I_{2\nu}$ produce effetti analoghi a quelli determinati dall'armonica fondamentale, sempre rotorica. L'ampiezza dell'armonica d'induzione è data ancora dalla (5-1), in cui bisogna naturalmente sostituire in modo opportuno gli indici:

$$B_{2\nu} = \frac{m_2\,\mu_0}{\pi\,\delta}\sqrt{2}\,I_{2\nu}\,\frac{w_2\,\xi_{2\nu}}{p\,\nu}. \tag{5-15}$$

Dalle (5-5) e (5-8) si ricavano rispettivamente la velocità relativa allo statore e quella relativa al rotore. Per la (5-10) poi, la frequenza della corrente determinata da tale armonica superiore è f_1 nell'avvolgimento statorico ed $f_{2\nu}$ in quello rotorico.

Nel caso di normali avvolgimenti a gabbia tutte le barre vengono collegate sulle due parti frontali del rotore con anelli di corto circuito; un tale avvolgimento può essere considerato come avvolgimento polifase avente $m_2 = N_2/p$, $w_2 = p/2$ e $\xi_\mu = 1$. Fino ad ora si è considerata una matassa per la quale N_2/p è un numero intero. Poichè il numero di barre per ogni paio di poli è sufficientemente elevato e inoltre tutte le barre sono collegate agli anelli comuni, tale condizione risulta sempre rispettata in pratica anche per l'avvolgimento a gabbia. Ponendo nella (2-140)

$$\mu = k_2\,N_2/p + 1 \tag{5-16}$$

si ottiene il numero d'ordine delle armoniche superiori determinate da tale tipo di avvolgimento. Si tratta quindi di armoniche superiori di cava; armoniche d'ordine inferiore non vengono determinate dalla corrente fondamentale di questo avvolgimento, ma esclusivamente dall'armonica di statore dello stesso ordine.

A tale proposito, è bene mettere in rilievo due casi particolari. Il primo si verifica quando il numero d'ordine dell'armonica di statore $\nu = k_2 N_2/p$ è un multiplo intero del numero di barre per polo del rotore; ciò significa che nel circuito formato da due barre vicine e dagli anelli di corto circuito è compreso un numero intero di onde. In un simile circuito la f.e.m. indotta è nulla e si può anche dire che in tutte le barre essa ha la stessa fase. Poichè il conduttore di ritorno manca, nelle barre non si ha circolazione di corrente.

L'altro caso particolare si verifica per una gabbia con $N_2/p = u/2$ in cui u è un numero intero dispari. In questo caso le correnti di armonica d'ordine ν, che circolano in barre di rotore vicine, sono sfasate di un mezzo periodo le une rispetto alle altre, così che non si determina un campo rotante, ma alternato.

Un terzo caso, importante solo ai fini della rumorosità della macchina, è costituito da quelle armoniche superiori di rotore che vengono determinate dalle correnti superiori di rotore. Un campo statorico di ordine ν con un numero $p\nu$ di paia di poli induce nella gabbia campi superiori d'ordine:

$$\mu' = k_2\, N_2/p + \nu. \tag{5-17}$$

La (5-17) rappresenta l'espressione generale per il numero d'ordine delle armoniche di rotore. Per $\nu = 1$ si ottengono precisamente quelle armoniche che sono state considerate nel primo gruppo e di cui si è già parlato diffusamente. Per $\nu > 1$ si hanno armoniche superiori di rotore, determinate da armoniche superiori di statore. In pratica però sono importanti solo le armoniche di rotore determinate da campi di cava dello statore. Esse hanno numero d'ordine:

$$\mu' = k_2\, N_2/p + k_1\, N_1/p + 1. \tag{5-18}$$

La velocità del campo superiore di statore nei confronti del rotore è data dalla (5-8). Dividendo la velocità per la lunghezza d'onda dell'armonica $2\,\tau/\nu$, si ottiene la frequenza della corrente nell'avvolgimento rotorico, data da:

$$f'_{2\mu} = f_1\,[1 - (1 - s_1)\,\nu] \tag{5-19}$$

per cui bisogna considerare la (5-12) come caso particolare della (5-19). La velocità dell'armonica rotorica d'ordine μ' rispetto all'avvolgimento del rotore è:

$$v_{\mu'-2} = \frac{v_1 f_2\, \mu'}{\mu' f_1} = \frac{v_1}{\mu'}\,[1 - (1 - s_1)\,\nu] \tag{5-20}$$

e rispetto all'avvolgimento statorico:

$$v_{\mu'-1} = v_{\mu'-2} + (1 - s_1)\, v_1 = \frac{v_1}{\mu'} [1 + (1 - s_1)\, (\mu' - \nu)]. \qquad (5\text{-}21)$$

La frequenza della corrente indotta da questo campo superiore di rotore nell'avvolgimento statorico si ottiene dividendo per $2\,\tau/\mu'$; essa è:

$$f_{\mu'-1} = f_1 [1 + (1 - s_1)\, (\mu' - \nu)]. \qquad (5\text{-}22)$$

Per le (5-11), (5-24) e (5-30) l'ampiezza di tale armonica di induzione del rotore (d'ordine μ') è:

$$B_{\mu'} = \frac{m_1\, \mu_0}{\pi\, \delta} \sqrt{2}\, I_1 \frac{w_1\, \xi_{1\nu}\, \xi_{2\mu}\, \xi_{2\mu'}}{p\, \mu'\, (1 + \sigma_{2\nu})\, \xi_{2\nu}}. \qquad (5\text{-}23)$$

5.2.3 Circuito equivalente

Come si è già rilevato nel capitolo 4.6, al traferro delle macchine esiste, oltre al campo fondamentale, una serie di campi armonici, la cui presenza è dovuta al fatto che la densità lineare di corrente non può essere distribuita secondo una legge sinusoidale. L'avvolgimento è formato da un numero *limitato di zone, per cui la curva di* f.m.m. è *solo* approssimativamente sinusoidale. Lo scarto rispetto a questa forma dà luogo così alle armoniche superiori la cui importanza diminuisce al crescere del numero d'ordine, così che generalmente si considerano solo quelle di ordine più basso (5ª e 7ª). Esse sono dette armoniche superiori d'avvolgimento ed esistono anche per un numero di cave polo fase $q \to \infty$. Una seconda *serie di armoniche superiori* è determinata dalla presenza delle cave. Il numero d'ordine di tali armoniche superiori di cava dipende dal numero di cave e la loro ampiezza è notevolmente maggiore di quella delle armoniche superiori d'avvolgimento.

La presenza di campi superiori si manifesta con la produzione di coppie parassite, di dispersioni e di perdite addizionali. Essendo il fat*tore di avvolgimento* della gabbia *molto elevato* (praticamente $= 1$) per tutte le armoniche superiori, tali effetti sono particolarmente sensibili nei motori asincroni con indotto in corto circuito.

La (5-1) dà l'ampiezza dell'armonica di statore e la (5-15) quella dell'armonica di rotore avente la stessa velocità nello spazio. L'armonica risultante nel traferro della macchina sarà quindi $B_\nu = B_{1\nu} + B_{2\nu}$. Essa induce nell'avvolgimento rotorico una f.e.m. $j\sqrt{2}\,\pi f_{2\nu}\, w_2\, \xi_{2\nu}\, \Phi$, [per la espressione di $f_{2\nu}$ vedi la (5-10)]. La corrente di statore riportata all'avvolgimento rotorico è:

$$I'_{1\nu} = I_1 \frac{m_1\, w_1\, \xi_{1\nu}}{m_2\, w_2\, \xi_{2\nu}}. \qquad (5\text{-}24)$$

L'indice ν sta a significare che essa dipende dal numero d'ordine, di cui sono funzione i fattori di avvolgimento di cava. La espressione della f.e.m. nell'avvolgimento rotorico risulta [per la espressione di s_ν vedi la (5-9)]:

$$E_{2\nu} = j\, s_\nu \frac{4\,\mu_0\,\tau\, l_i}{\pi\, p\, \delta} f_1\, m_2 \left(\frac{w_2\, \xi_{2\nu}}{\nu}\right)^2 (I_{1\nu} + I_{2\nu}). \tag{5-25}$$

Con:

$$X_{2h\nu} = X_{2h}\left(\frac{\xi_{2\nu}}{\nu\, \xi_{2,1}}\right)^2 = \frac{4\,\mu_0}{\pi}\; m_2 f_1 \frac{\tau\, l_i}{p\, \delta}\left(\frac{w_2\, \xi_{2\nu}}{\nu}\right)^2 \tag{5-26}$$

si indica inoltre la reattanza principale dell'armonica d'ordine ν e con:

$$X_{2\sigma\nu} = X_{2N\nu} + X_{2S\nu} + X_{2O\nu} \tag{5-27}$$

la reattanza di dispersione dell'avvolgimento rotorico, ambedue in funzione della frequenza fondamentale (frequenza di rete). La reattanza di dispersione alle cave $X_{2N\nu}$ e quella della dispersione alle testate $X_{2S\nu}$ sono praticamente indipendenti dal numero d'ordine dell'armonica. La reattanza della dispersione alla testa dei denti $X_{2O\nu}$ dipende invece direttamente da tale numero. Per numeri d'ordine più elevati questo termine della reattanza di dispersione è prevalente, così che si può porre $X_{2\sigma\nu} \approx \approx X_{2O\nu}$. Nel caso di avvolgimento a gabbia con un grande numero di barre la dispersione alla testa dei denti diventa piccola e quindi non è più possibile trascurare gli altri termini. Per normali avvolgimenti la resistenza dell'avvolgimento rotorico R_2 è indipendente dal numero d'ordine dell'armonica, mentre dipende solo in piccola misura dalla frequenza della corrente $f_{2\nu}$. Nell'avvolgimento a gabbia invece la resistenza dell'anello ($R_{R\nu}$) varia direttamente con il numero d'ordine mentre quella delle barre ($R_{S\nu}$) varia indirettamente con lo stesso numero, a causa dell'addensamento (fattore $K_{W\nu}$). Si ha:

$$R_{2\nu} = \left(K_{W\nu}\, R_S + \frac{2\, R_R}{4\, \mathrm{sen}^2\, \nu\, \pi\, p/N_2}\right). \tag{5-28}$$

L'equazione di una fase dell'avvolgimento rotorico è [cfr. (5-23), (5-25), (5-26), (5-27), (5-28)]:

$$0 = (R_{2\nu} + j\, s_\nu\, X_{2\sigma\nu})\, I_{2\nu} + j\, s_\nu\, X_{2h\nu}\, (I_{2\nu} + I'_{1\nu}) \tag{5-29}$$

da cui si ricava:

$$I_{2\nu} = \frac{j\, s_\nu\, X_{2h\nu}}{R_{2\nu} + j\, s_\nu\, (X_{2h\nu} + X_{2\sigma\nu})}\, I'_{1\nu}\,. \tag{5-30}$$

La (5-30) è l'equazione del circuito equivalente di un normale motore asincrono. Le f.e.m. indotte dai campi superiori hanno tutte frequenza fondamentale f_1 e si sommano alla f.e.m. dell'armonica fondamentale

per equilibrare la tensione di rete U_1. Il circuito equivalente di una macchina asincrona è rappresentato dalla somma o, più precisamente, dal collegamento in serie dei circuiti equivalenti di tutte le armoniche, compresa quella fondamentale. Tale circuito è illustrato in fig. 5-1, in cui per semplicità è tracciato solo un circuito per le armoniche superiori, mentre teoricamente tali circuiti sono infiniti. Tuttavia la loro importanza diminuisce all'aumentare del numero d'ordine.

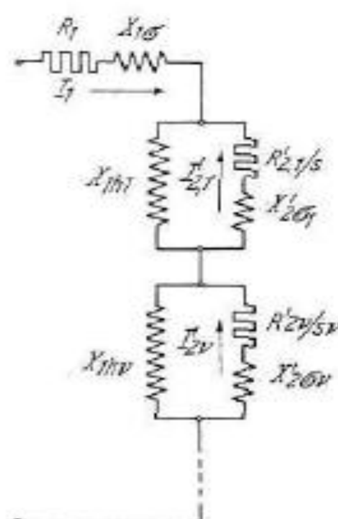


Fig. 5-1. - Circuito equivalente della macchina *asincrona, tenuto conto* delle armoniche superiori.

La corrente di rotore $I_{2\nu}$ fa diminuire l'ampiezza del campo superiore dello statore in misura data dal fattore di smorzamento:

$$\varrho_{2\nu} = \frac{I'_{1\nu} + I_{2\nu}}{I'_{1\nu}} = \frac{R_2 + j\, s_\nu\, X_{2\sigma\nu}}{R_2 + j\, s_\nu\, (X_{2h\nu} + X_{2\sigma\nu})}. \quad (5\text{-}31)$$

Eccetto il caso di $s_\nu \approx 0$, in cui è $\varrho_{2\nu} = 1$, tale fattore assume un valore praticamente costante, e precisamente:

$$\varrho_{2\nu} \approx \frac{\sigma_{2\nu}}{1 + \sigma_{2\nu}}, \quad (5\text{-}32)$$

in cui:

$$\sigma_{2\nu} = \frac{X_{2\sigma\nu}}{X_{2h\nu}} \quad (5\text{-}33)$$

rappresenta il coefficiente di dispersione dell'avvolgimento rotorico.

Esso aumenta considerevolmente all'aumentare del numero d'ordine ν così che le armoniche d'ordine superiore vengano smorzate assai meno di quelle d'ordine più basso. Inoltre, a causa del basso valore del fattore d'avvolgimento, tale coefficiente è molto piccolo per i normali avvolgimenti rotorici, per i quali si può porre $\varrho_{2\nu} \approx 1$; ciò significa che l'avvolgimento rotorico non provoca sensibile smorzamento dei campi superiori di statore. Nell'avvolgimento a gabbia il fattore di avvolgimento è $\xi_{2\nu} = 1$ e il fattore di smorzamento è $\varrho_{2\nu} < 1$. Nel calcolo della gabbia si considera quest'ultimo variabile da 0,6 a 0,8 (fig. 13-34); spesso si pone per semplicità $\varrho_{2\nu} = 1$.

5.3. Effetto delle armoniche superiori

In pratica i campi armonici non contribuiscono che in piccolissima misura alla formazione della coppia utile. La f.e.m. da essi indotta ha la frequenza di rete ed è proporzionale alla corrente fondamentale. Il comportamento di tali campi è quindi simile a quello dei campi di dispersione e la reattanza del circuito delle armoniche superiori può pertanto essere conglobata nelle reattanze di dispersione. Dato che tali campi superiori hanno sede nel traferro della macchina, la reattanza corrispondente viene

chiamata reattanza delle armoniche superiori o reattanza di dispersione alle teste dei denti (per il suo calcolo si veda il capitolo 13.6). A causa del piccolo traferro esistente nelle macchine asincrone, a collettore a corrente alternata, la dispersione alla teste dei denti è molto importante.

Soprattutto nel caso di macchine asincrone, i campi superiori determinano la formazione di coppie addizionali [5-1, 5-2, 5-3, 5-4].

Come si è visto, il campo superiore d'ordine ν dell'avvolgimento statorico determina nell'avvolgimento rotorico una corrente che a sua volta dà luogo ad un campo superiore di rotore. Tali campi ruotano nello spazio alla stessa velocità, comportandosi come il campo dell'armonica fondamentale. Si determina una coppia di andamento simile alla coppia dovuta all'armonica fondamentale e che viene quindi indicata come coppia asincrona. La velocità sincrona del campo superiore d'ordine ν è $1/\nu$ volte la velocità dell'armonica fondamentale [cfr. la (5-5)]. Per funzionamento nominale del motore, cioè in prossimità della velocità sincrona dell'armonica fondamentale, i momenti di tutte le armoniche superiori hanno senso contrario alla coppia dell'armonica fondamentale e causano solo delle perdite addizionali, del resto di poca importanza. Tali coppie sono invece molto importanti quando il motore viene avviato; infatti, in corrispondenza della propria velocità sincrona le coppie cambiano verso, dando alla coppia risultante una forma particolare. Mentre un aumento della coppia è solo raramente indesiderabile, una sua diminuzione è sempre sfavorevole. A volte può accadere che subito dopo la messa in moto la coppia sia tanto piccola che il motore non riesca ad accelerare e mantenga quindi una bassa velocità. Questo fenomeno è detto impuntamento del motore. Particolarmente pericolose sono le armoniche superiori, la cui velocità sincrona (n) per normale esercizio del motore è compresa tra 0 e n_n; infatti, in posizione di riposo, non è possibile rilevarle e si notano solo dopo che il motore ha raggiunto una velocità pari a circa n_n/ν. Per tale ragione i loro momenti non entrano in considerazione nelle normali prove a vuoto e di corto circuito.

Soltanto dopo la messa in esercizio, per avviamento a pieno carico si nota che il motore presenta dei difetti. Anche le coppie delle armoniche superiori ruotanti in senso opposto danno luogo ad inconvenienti, quando si voglia frenare il motore in controcorrente; inoltre esse indeboliscono di molto la coppia di avviamento dell'armonica fondamentale.

La formazione delle coppie asincrone non dipende dal numero di cave statoriche o rotoriche. Esse, infatti, esistono sempre, mentre è solo la loro grandezza che aumenta costantemente, come si vedrà in seguito, all'aumentare del rapporto tra il numero di cave rotoriche e quello di cave statoriche. Come si è già detto, queste coppie hanno particolare importanza solo nei motori asincroni con indotto in corto circuito. Nel caso di motori asincroni a rotore avvolto esse sono piccole e, poichè inserendo le resistenze di avviamento si può aumentare la coppia dell'armonica fondamentale, l'influenza che esse esercitano nella fase di avviamento è insignificante.

Oltre alle coppie addizionali asincrone, nelle macchine asincrone possono determinarsi anche le così dette coppie addizionali sincrone, che hanno un carattere diverso; infatti, compaiono solo quando sussistano particolari rapporti tra il numero delle cave statoriche e quello delle cave rotoriche. Negli avvolgimenti di statore e di rotore si determinano armoniche superiori, indipendenti fra loro, aventi ugual numero di poli; esse danno quindi luogo ad una coppia pulsante nel tempo. Se le velocità delle due armoniche superiori sono uguali per una determinata velocità del motore, la coppia diventa costante nel tempo e dipende dalla posizione reciproca delle armoniche, similmente a quanto accade per le macchine sincrone. Le due armoniche determinano infatti una coppia sincronizzante che tende a mantenere il motore a tale velocità. Una coppia addizionale di questo tipo si può individuare soltanto quando il rotore ruota ad una velocità molto prossima a quella per la quale si manifesta tale azione. A tale velocità la coppia può risultare aumentata o diminuita. Per le altre velocità la coppia sincrona addizionale è pulsante con valore medio nullo nel tempo. Studiando l'andamento della coppia del motore si può giudicare se si ha a che fare con una coppia addizionale sincrona o asincrona.

Come si è visto, l'inclinazione della cava è un mezzo efficace per attenuare le coppie addizionali dei campi superiori; contemporaneamente risulta minore la corrente addizionale nella gabbia. L'esperienza però dimostra che non si verifica una diminuzione delle perdite addizionali, come in un primo tempo si potrebbe supporre; in seguito all'inclinazione le coppie sincrone diminuiscono notevolmente, mentre le coppie asincrone assumono una forma più appiattita senza diminuire sensibilmente il loro valore massimo. In genere quindi le perdite addizionali subiscono variazioni minime, mentre in alcuni casi aumentano addirittura. A questo proposito, in base a numerose esperienze, si è accertato che i motori con coppie asincrone con andamento appuntito hanno perdite addizionali minori dei motori nei quali tali coppie hanno forma appiattita. Se si isola la gabbia dal pacco dei lamierini, diminuiscono tanto le perdite addizionali, quanto le coppie asincrone. La causa determinante della formazione di perdite addizionali nel caso di cave inclinate è rappresentata dalla circolazione di correnti reattive nel pacco dei lamierini, in senso trasversale rispetto ai lamierini stessi. Tali correnti sono prodotte dai campi superiori dell'avvolgimento statorico [10-7, 10-8, 10-13, 10-14].

Nelle macchine asincrone si determina spesso un forte rumore che può essere tanto d'origine meccanica che elettromagnetica. Il primo è prodotto dai supporti, dal peso del rotore, dai canali di ventilazione tra i pacchi di lamierini, ma soprattutto dal ventilatore. Nei due ultimi casi la frequenza può essere semplicemente calcolata in base al numero delle pale del ventilatore o alla loro distanza e in base alla velocità del motore. Essa è per lo più relativamente bassa e varia da 200 a 300 Hz. Il rumore d'origine elettromagnetica ha invece una frequenza molto più elevata (dai

500 ai 1500 Hz) ed è pertanto particolarmente fastidioso. Di norma la sua intensità dipende dalla corrente e quindi esso è più forte a carico che a vuoto.

Indipendente dal carico è invece il ronzio dovuto ai lamierini non ben pressati; esso ha una frequenza doppia di quella di rete (per lo più 100 Hz) e dà meno fastidio. Staccando il motore dalla rete si può stabilire direttamente se il rumore è d'origine meccanica o elettromagnetica. Infatti, mentre i rumori di quest'ultimo tipo scompaiono immediatamente appena si è disinserito il motore, quelli meccanici diminuiscono gradatamente al diminuire della velocità.

Le coppie addizionali asincrone qui trattate non possono dar luogo ad alcun rumore, dato che hanno un valore costante e non pulsante. Le coppie addizionali sincrone, invece, possono determinare senz'altro rumore, essendo pulsanti. Tali coppie esercitano forze sui denti, facendoli vibrare.

Nelle macchine asincrone, oltre alle forze tangenziali, compaiono anche forze radiali che, come si nota in pratica, causano i rumori più intensi. Si hanno forze radiali quando nel rotore e nello statore esistono campi superiori le cui frequenze differiscono di poco. In questo caso si ha il fenomeno dei battimenti tra due armoniche a frequenze poco diverse.

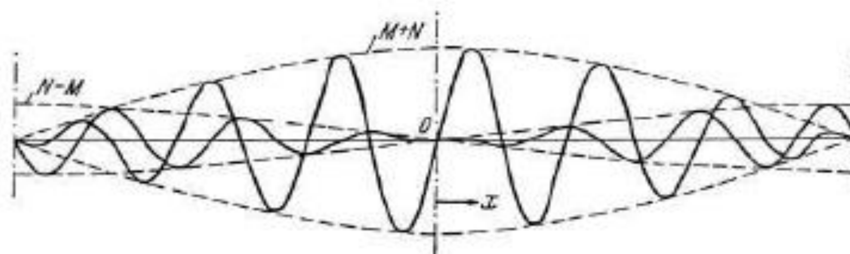


Fig. 5-2. - Determinazione grafica della (5-35).

In primo luogo si esamina il caso in cui le armoniche di ordine μ e ν sono eccitate da correnti aventi uguale frequenza, come ad esempio accade a macchina ferma. Indicando con M ed N le ampiezze delle due armoniche, si ottiene l'induzione risultante:

$$b = N \operatorname{sen}(\omega t - \pi \nu x/\tau) + M \operatorname{sen}(\omega t - \pi \mu x/\tau). \qquad (5\text{-}34)$$

Sviluppando:

$$b = (M + N) \operatorname{sen}[\omega t - (\nu + \mu) \pi x/2 \tau] \cos(\nu - \mu) \pi x/2 \tau + (N - M) \cos [\omega t - (\nu + \mu) \pi x/2 \tau] \operatorname{sen}(\nu - \mu) \pi x/2 \tau. \qquad (5\text{-}35)$$

Ciascuno dei due membri delle (5-34 e 5-35) è il prodotto di due funzioni circolari, in una delle quali figura la somma e nell'altra la differenza dei numeri d'ordine delle due armoniche. In fig. 5-2 i due termini della (5-35) sono rappresentati per $p \nu = 7$ e $p \nu = 6$. La funzione con argomento $(\nu - \mu) \pi x/2 \tau$ (nel nostro caso $\pi x/2 \tau$ per $\nu - \mu = 1$) è la curva inviluppo delle ampiezze dell'altra funzione con argomento maggiore. Nel

caso qui esaminato è $\omega t - 13 \pi x / 2 \tau$. La funzione circolare di tale argomento rappresenta un campo rotante, dato che esso comprende tanto un termine variabile nel tempo, quanto un termine variabile nello spazio. La prima funzione circolare rappresenta invece un campo fisso. Se si considera che la forza radiale è circa proporzionale al quadrato dell'induzione, si distinguono due forze radiali; la prima è una forza fissa nello spazio con valore $(N + M)^2 - (N - M)^2 = 4\, MN$. La seconda è invece una forza rotante che assume il valore massimo in corrispondenza di 13 punti che si spostano anche essi lungo la periferia. Solo questo ultimo tipo di forze influisce sulla formazione di rumore. La frequenza con la quale il giogo statorico e quello rotorico vengono sottoposti a sforzi di deformazione è uguale al doppio della frequenza di rete. Infatti la velocità di rotazione dell'armonica varia in ragione inversa al numero dei punti in corrispondenza dei quali si hanno i massimi della forza rotante prima considerata. Il piccolo intervallo esistente tra i punti di applicazione fa sì che la deformazione subita dal giogo rotorico o statorico sia minima e quindi anche il rumore assai basso.

Si ottengono invece relazioni completamente diverse se le armoniche di induzione ruotano in senso opposto, ad esempio se è $\nu = 7$ e $\mu = -6$. Gli argomenti delle due funzioni circolari sono allora rispettivamente:

$$\frac{\nu - \mu}{2} \frac{\pi x}{\tau} = \frac{13}{2} \frac{\pi x}{\tau} \tag{5-36}$$

e:

$$\omega t - \frac{\nu + \mu}{2} \frac{\pi x}{\tau} = \omega t - \frac{\pi x}{2 \tau}. \tag{5-37}$$

Ora il termine che dava luogo ad una forza fissa diventa rotante [cfr. la (5-37)] producendo nella macchina una vibrazione. La deformazione dell'asse dello statore della macchina, causata da tale forza, può raggiungere

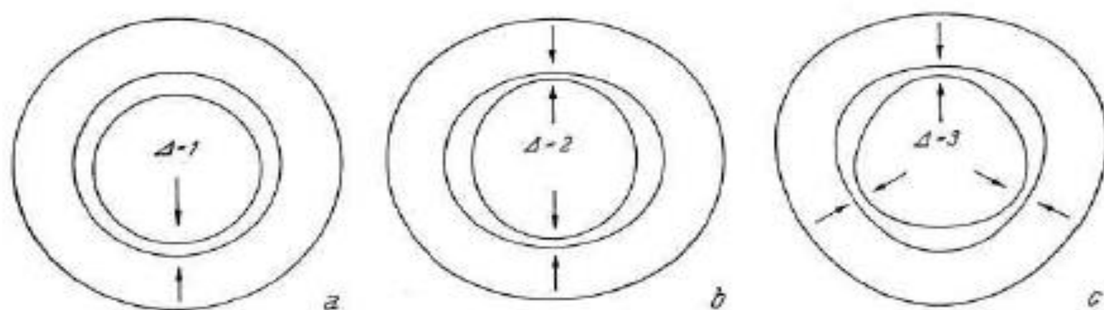


Fig. 5-3. - Forze radiali sui pacchi di lamierini e deformazioni per $\Delta = 1$, 2 e 3.

valori notevoli e determinare quindi un forte rumore. Se la macchina è ferma, la frequenza della vibrazione è uguale al doppio di quella di rete. Nel caso che la macchina sia in moto, se le frequenze delle correnti di rotore e di statore sono diverse, le due forze radiali ruotano e le loro frequenze dipendono dalla velocità della macchina.

Anche per la condizione:

$$p(\nu \pm \mu) = \pm \Delta \tag{5-38}$$

in cui è $\Delta = 1, 2, 3 \ldots$ si determinano delle forze radiali notevoli che non agiscono però in una direzione unica, ma sono distribuite su Δ punti della periferia d'indotto (fig. 5-3). Mentre una forza in una direzione sola fa piegare principalmente l'albero, le forze applicate in Δ punti tendono a deformare il giogo statorico e rotorico come è indicato in fig. 5-3. Le forze e le deformazioni del giogo sono massime per piccoli valori di Δ. Per valori di Δ variabili da 3 a 4 si possono formare anche forti rumori. Le macchine a poli salienti, la cui altezza di giogo è piccola, sono molto sensibili alle forze radiali. Nel caso che un'armonica di statore e una di rotore interagiscano, il numero d'ordine dell'armonica di rotore è dato dalla (5-17) e la frequenza delle forze radiali per $\nu + \mu' = \pm \Delta/p$ è:

$$f' = [2 + (1 - s) N_2 k_2/p_2] f_1 \tag{5-39}$$

e per $\nu - \mu' = \pm \Delta/p$:

$$f'' = (1 - s) N_2 k_2 f_1/p. \tag{5-40}$$

A motore fermo è $f' = 2 f_1$ e $f'' = 0$; nel primo caso cioè si ha il doppio della frequenza di rete, nel secondo invece la frequenza è zero, cioè la forza è fissa. Se il motore assume una velocità di rotazione crescente, le due frequenze aumentano, pur restando la loro differenza costante, e precisamente $2 f_1$.

Come esempio si riportano qui i risultati ottenuti durante una analisi dei rumori prodotti da un motore di 4 kW, 1500 giri/min., con $N_1 = 36$ e $N_2 = 21/42$. Le frequenze sono <u>286</u>, 615, <u>900</u> e <u>1050</u> Hz (i toni forti sono sottolineati). Il motore ha un ventilatore con 12 pale, che per uno scorrimento del 5% circa determina un rumore di frequenza $f_v = 1500 \cdot 0{,}95 \cdot 12/60 = 285$ Hz. I rumori di origine elettromagnetica, determinati da forze radiali, sono, per $\Delta = 1$ e 2:

1° $\nu p = -22$ $\quad \mu p = 23$ $\quad f = (2 + 0{,}95 \cdot 21/2)\, 50 = 600$ Hz

2° $\nu p = 38$ $\quad \mu p = -40$ $\quad f = (2 + 0{,}95 \cdot 42/2)\, 50 = 1100$ Hz

3° $\nu p = -46$ $\quad \mu p = 44$ $\quad f = (2 - 0{,}95 \cdot 42/2)\, 50 = 900$ Hz

Tali cifre concordano con quelle ricavate dalle misure. Su un altro motore di 74 kW, 500 giri/min., con $N_1 = 72$ e $N_2 = 56/112$ si è rilevato un rumore di frequenza 550 Hz. Per $\nu p = -66$ e $\mu p = 62$, cioè per $\Delta = 4$ la frequenza con il 3% di scorrimento diventa $f = (2 + 0{,}97 \cdot 56/6)\, 50 = 552$ Hz.

Nelle macchine sincrone le armoniche superiori, causate dalla forma a gradini del campo magnetico, compaiono soltanto nella curva di tensione. Secondo le norme VDE, tale curva, in un generatore, può allontanarsi dalla forma sinusoidale con uno scarto massimo del 5%. Per evi-

tare tali armoniche superiori, si realizza un particolare tipo di avvolgimento statorico (a passo raccorciato o con un numero frazionario di fori) e una particolare forma dei poli. Le armoniche superiori di cava si possono limitare solo disponendo le cave o i poli obliquamente.

I campi armonici dell'avvolgimento statorico causano nelle espansioni polari perdite che naturalmente assumono valori maggiori nel caso di espansioni massicce. Il calcolo di tali perdite è riportato nel capitolo 7.4.

Nel caso di motori a collettore a corrente alternata i campi armonici inducono una f.e.m. nelle matasse chiuse in corto circuito dalle spazzole e a volte possono causare scintillio. Per tale ragione, in questo tipo di macchine, si cerca di limitare il più possibile i campi superiori.

Le armoniche superiori della corrente di magnetizzazione dei trasformatori possono causare la comparsa di fenomeni di risonanza nella rete. Si cerca quindi di eliminarle per mezzo di particolari tipi di nucleo e avvolgimenti di smorzamento.

5.4. Rumori

Il rumore prodotto da una macchina è formato da molti toni componenti aperiodici e si distingue appunto in ciò dai suoni con i quali si intendono rumori periodici, o più precisamente vibrazioni periodiche della pressione dell'aria. La sensibilità dell'orecchio umano al suono è una funzione complessa della pressione sonora p (N/m^2) e della frequenza delle vibrazioni. In fig. 5-4 sono tracciate le curve di uguale intensità fisiologica secondo Fletcher e Musson. La gamma dei suoni percepiti dall'orecchio umano è stata suddivisa in 120 phon. La curva per 0 phon è la così detta soglia dell'udito ed indica la pressione sonora minima che l'orecchio umano può percepire. La curva per 120 phon è il limite oltre il quale la pressione sonora diventa dolorosa per l'uomo. Le curve mostrate in fig. 5-4 per altoparlanti eguali, secondo Fletcher e Mousson, sono ancora col vecchio riferimento ($p_0 = 3{,}16 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N/m^2}$).

Oltre al concetto di intensità fisiologica del suono si usa anche quello di intensità fisica, espressa in decibel (db) e data dalla seguentee spressione:

$$L = 20 \lg p/p_0 \,\mathrm{db} \tag{5-41}$$

Per $f = 1000$ Hz e $p_0 = 10^{-5}\,\mathrm{N/m^2}$ il valore espresso in decibel è uguale a quello in phon. Ciò non si verifica tuttavia per le altre frequenze, dato che l'intensità fisiologica è in stretto rapporto con la frequenza. La curva di correzione è data in fig. 5-5 e vale quale curva di valutazione per la percezione del suono, secondo la pubblicazione 123-1961 della ICE. Per una pressione sonora di $p = 0{,}1\,\mathrm{N/m^2}$, applicando la (5-41), si ottiene una intensità $L = 74\,db$, oppure per $f = 1000$ Hz $L = 74$ phon, con $f = 200$ Hz, $74 - 10 = 64$ Phon opp. dB(A) ove la correzione -10 dB è rilevata dalla fig. 5-5.

Servendosi delle curve di fig. 5-4 si può calcolare che due rumori di 70 phon ciascuno determinano una intensità risultante di 73 phon. Volendo poi ridurre un suono a 1000 Hz, dall'intensità di una normale conversazione (40 phon) a quella della voce sussurrata (15 phon), bisogna diminuire la pressione sonora fino a 1/20. Quindi, per attenuare il rumore prodotto da una macchina, bisogna ridurre in modo radicale le forze che lo determinano.

La molestia del rumore non è proporzionale alla sua intensità. I rumori più molesti sono quelli di frequenze comprese tra 1000 e 6000 Hz. L'azione esercitata dal rumore dipende notevolmente anche dal rumore dell'ambiente, così che si definisce la macchina rumorosa, se il rumore da essa prodotto è di 6 phon maggiore di quello dell'ambiente, mentre la si definisce praticamente silenziosa se il suo rumore è di 20 phon inferiore all'intensità del rumore dell'ambiente.

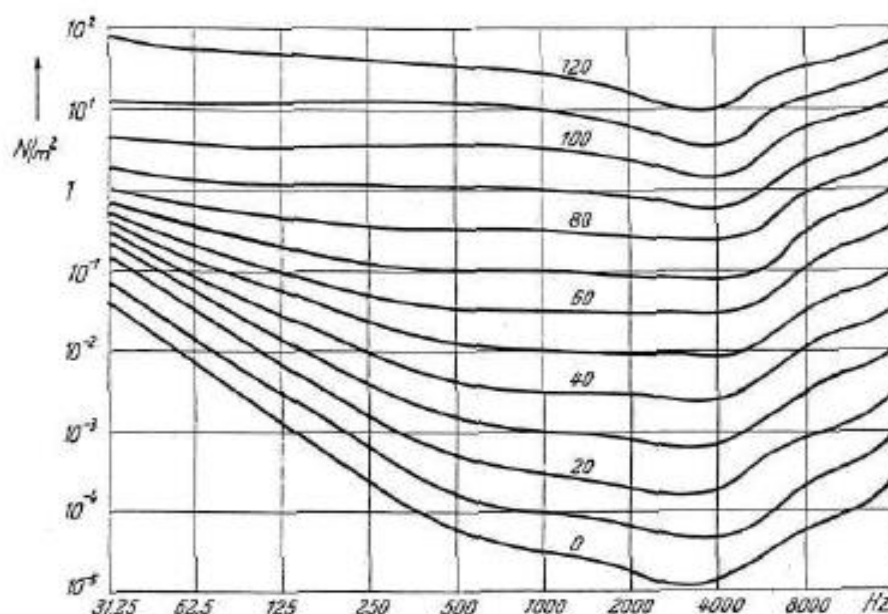


Fig. 5-4. - Curve di uguale percezione del suono, secondo FLETCHER e MUSSON.

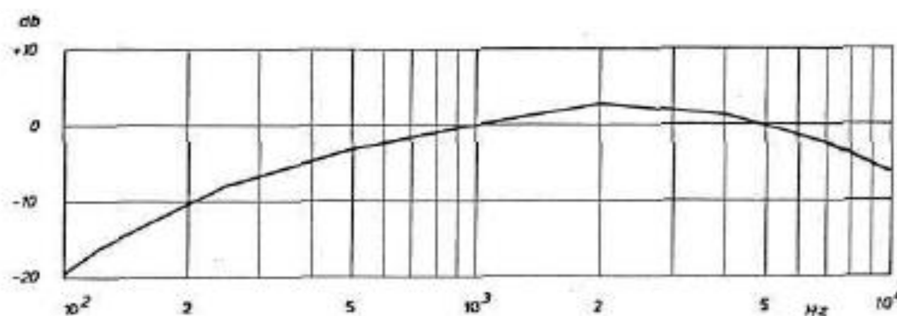


Fig. 5-5. - Curva di correzione A secondo IEC-123 e DIN 5045.

Le cause che possono determinare tale rumore sono già state esaminate. L'intensità è sì proporzionale alle forze di disturbo, ma non è determinata esclusivamente da esse. Le macchine elettriche sono buone conduttrici del suono e più grande è il rapporto tra periferia della macchina e lunghezza d'onda e più basso è il numero d'ordine delle onde sonore, tanto migliore è l'irraggiamento del suono. In fig. 5-6 è data la potenza di irraggiamento in funzione del raggio della sfera per diversi numeri d'ordine (numero delle zone di irraggiamento) secondo JORDAN. Se a pari numero di cave, cioè per uguali lunghezze d'onda, il diametro della macchina aumenta, il numero d'ordine $r = 1$ diventa pericoloso, perchè la macchina in questo caso si comporta come un corpo che vibra. Questo è appunto il caso

delle forze vibranti ($\Delta = 1$). In effetti, le macchine piccole sono particolarmente sensibili a questo tipo di forza e meno sensibili invece alle forze radiali che danno luogo a zone di irraggiamento più numerose ($\Delta > 1$). Quanto più aumenta il diametro della macchina, tanto più aumenta l'influenza esercitata dai numeri di zona più alti. Le macchine di media grandezza reagiscono già vivacemente per $\Delta = 2$ ($r = 2$) e le macchine grandi per Δ variabile da 3 a 5 (r variabile da 3 a 5). Per tale ragione non è possibile applicare alle macchine di grandi dimensioni i risultati ottenuti su quelle piccole.

Di tutti i rumori d'origine meccanica quello prodotto dalla ventilazione è il più intenso. Esso viene propagato soprattutto dall'aria ed è importante soltanto per macchine grandi e veloci. I rumori d'origine elettromagnetica, invece, sono propagati dall'aria e dal terreno. In questo caso il tipo di fondazioni della macchina ha un'importanza decisiva.

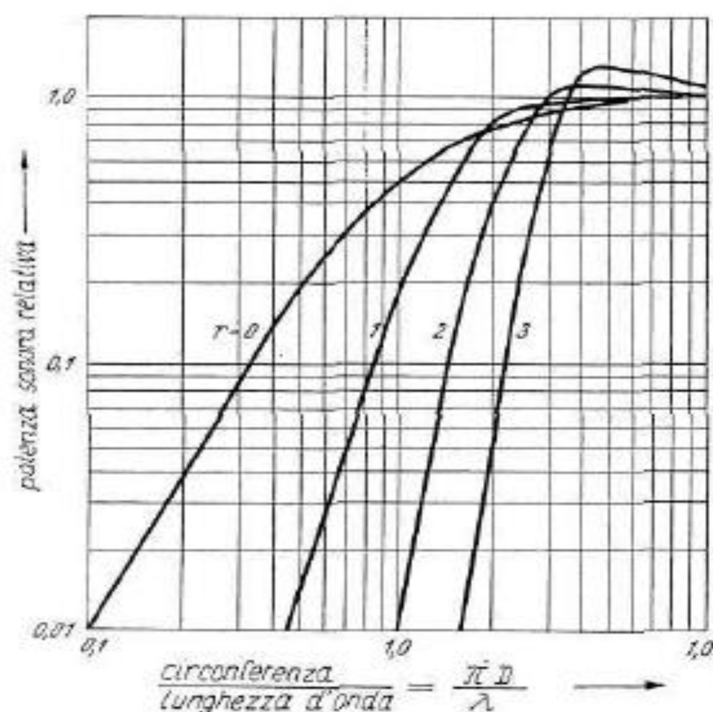


Fig. 5-6. - Potenza relativa di irraggiamento del raggio della sfera per diversi numeri d'ordine [84a].

Le ampiezze delle vibrazioni proprie delle diverse parti di una macchina dipendono dalla grandezza delle forze e dal momento resistente delle parti stesse; così, ad esempio, un giogo forte e una costruzione solida fanno diminuire le vibrazioni. La risonanza con le vibrazioni proprie è assai pericolosa. Ogni parte della macchina può avere più frequenze di vibrazione proprie e quindi può verificarsi facilmente il fenomeno della risonanza con una di queste. Questo si può sempre constatare durante la fase di avviamento di un motore, quando la frequenza delle oscillazioni impresse varia entro limiti piuttosto ampi. La costruzione di un motore silenzioso in tutte le fasi dell'avviamento rappresenta uno dei problemi di più ardua soluzione e può essere risolto solo mediante una costruzione molto robusta. Rilevando con un oscillografo le vibrazioni originate da un colpo di martello, si determina la frequenza delle vibrazioni proprie. Per rivelare il rumore ed analizzarlo si sono costruiti numerosi apparecchi, di complessità tale che il loro impiego risulta conveniente solo per ricerche su vasta scala. Per ricerche più modeste ci si può servire di una diapason che non dà direttamente la frequenza, ma anche i suoi multipli e richiede pertanto una certa pratica. Il lavoro, di contro, è molto semplice e abbastanza esatto.

È assai difficile calcolare la formazione di rumori, data la precarietà della determinazione delle deformazioni a cui sono sottoposte le varie parti di una macchina, e della frequenza delle vibrazioni proprie.

L'intensità sonora dei rumori di disturbo di una macchina elettrica si ottiene dalla misura del diagramma sonoro complessivo (VDE 0530 § 54).

Nel caso di un campo sonoro piuttosto regolare, quando cioè la differenza tra il più piccolo ed il più grande valore misurato è inferiore a 5 dB (A), è sufficiente riportare la media aritmetica dei livelli in diagramma. L'intensità sonora così ottenuta è in generale sufficiente a permettere il raffronto dei rumori per macchine dello stesso tipo ma con lievi differenze di misure.

Le intensità sonore così individuate non debbono superare i valori dati in tab. 5.1; questi valori sono validi con una tolleranza di + 3 dB (A).

TAB. 5.1. - Intensità sonora (dei rumori) consentita per macchine elettriche.

Potenza nominale		Raffreddamento interno				Raffreddamento superficiale			
da KW	a KW	Numero di giri ca. Giri/min.				Numero di giri ca. Giri/min.			
		3000 dB(A)	500 dB(A)	1000 dB(A)	750 dB(A)	3000 dB(A)	1500 dB(A)	1000 dB(A)	750 dB(A)
—	45	85	80	78	75	89	85	80	78
45	132	90	85	82	80	94	90	88	85
132	400	95×	90	86	83	95×	93	90	80
400	1250	—	92×	90×	88×	97×	95×	93×	93×

6. MATERIALI MAGNETICI

6.1. Proprietà magnetiche dei materiali

La corrente elettrica che attraversa un conduttore o più conduttori in serie (le così dette matasse) determina nello spazio circostante un campo magnetico di intensità proporzionale alla corrente secondo la legge della circuitazione, per cui l'integrale lineare dell'intensità del campo magnetico lungo una curva chiusa è uguale alla corrente elettrica totale concatenata. Per tale ragione si misura l'intensità di campo in A/m, cioè in ampere per ogni metro delle linee di campo. Nello spazio in cui ha sede il campo si determina un flusso, la cui densità è detta induzione. Tra l'intensità di campo e l'induzione esiste la seguente relazione:

$$B = \mu H. \qquad (6\text{-}1)$$

Il coefficiente di proporzionalità μ risulta dalla espressione:

$$\mu = \mu_0 \, \mu_r. \tag{6-2}$$

in cui μ_0 è il coefficiente di proporzionalità per il vuoto (definito spesso permeabilità assoluta); μ_r è la permeabilità relativa del materiale considerato rispetto al vuoto e indica la variazione del flusso magnetico quando al vuoto si sostituisca il materiale considerato. Se si misura l'induzione B in Wb/m² e l'intensità di campo H in A/m, è $\mu_0 = 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-6}$ Henry/m.

A seconda del loro comportamento magnetico, i materiali si suddividono in tre gruppi.

Nei materiali diamagnetici la permeabilità relativa è poco minore di 1 ($\mu_r < 1$) e per uguale intensità di campo il flusso è minore che nel vuoto.

Materiali paramagnetici con permeabilità relativa poco maggiore di 1 ($\mu_r > 1$) provocano un aumento del campo molto piccolo rispetto al vuoto.

Materiali ferromagnetici con $\mu_r \gg 1$ danno luogo invece ad un aumento del campo molto forte rispetto al vuoto. Oltre al ferro, appartengono a questo gruppo nichel, cobalto e molte leghe fra le quali anche alcune composte da metalli non ferromagnetici. I materiali ferromagnetici sono caratterizzati non solo da un altissimo valore del coefficiente μ_r (che raggiunge il valore di 5000 nel ferro) ma anche dal fatto che μ_r non rappresenta una costante del materiale, ma dipende dall'intensità di campo e dal trattamento al quale è stato sottoposto. Inoltre il ferromagnetismo scompare al di sopra di una determinata temperatura, detta punto di CURIE (769° C nel ferro).

Si sottoponga a magnetizzazione ciclica un campione di ferro originariamente smagnetizzato. In un primo tempo si fa crescere l'intensità di campo fino al valore H, ottenendo così per l'induzione i valori rappresentati dalla curva OB di fig. 6-1. Per valori più bassi dell'intensità di campo l'induzione aumenta dapprima lentamente, poi più rapidamente e infine, da un determinato valore in poi, l'aumento diventa nuovamente piccolo. Il materiale è saturo. Questo limite di saturazione è di circa 2,16 Wb/m² per il ferro puro, di circa 0,6 Wb/m² per il nichel e di circa 1,7 Wb/m² per il cobalto. Il tratto di curva uscente da zero, cioè la curva di magnetizzazione di un materiale originariamente smagnetizzato, si chiama curva di prima magnetizzazione. Se ora si abbassa gradatamente l'intensità di campo, l'induzione descrive la curva BC. Benchè l'intensità di campo sia zero, nel punto C l'induzione ha un valore B_R (circa $B/2$) chiamato induzione residua. Per rendere l'induzione uguale a zero bisogna applicare un'intensità di campo negativa $-H$ (punto D) detta forza coercitiva. Se si varia ulteriormente l'intensità di campo fino a raggiungere il valore $-H$, l'induzione assume un valore $-B$.

Se poi si aumenta ancora l'intensità di campo da $-H$ ad H, l'induzione descrive la curva $-BEB$ che con la precedente costituisce un ciclo chiuso, noto come ciclo di isteresi.

Sottoponendo a magnetizzazione ciclica un materiale ferromagnetico con diverse intensità di campo H_v, variabili nei limiti di $\pm H_v$, si ottiene una serie di cicli di isteresi (fig. 6-1) e congiungendo i vertici di tali cicli con una curva (tratteggiata in fig. 6-1) si ottiene la curva di prima magnetizzazione, detta anche di commutazione. Questo ultimo nome è giustificato dalla forma della curva e precisamente dalla commutazione della corrente di magnetizzazione. La permeabilità determinata sulla base di tale curva è detta permeabilità relativa.

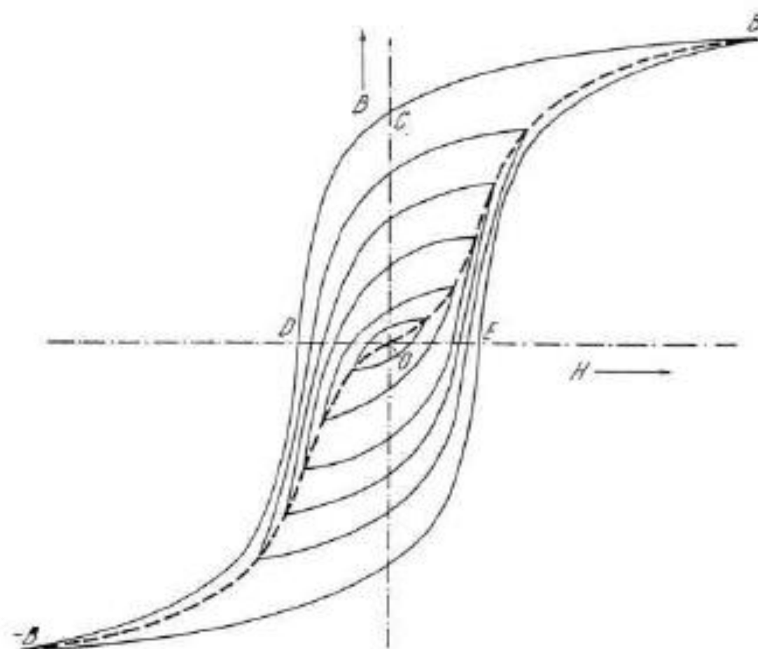


Fig. 6-1. - Cicli di isteresi di materiali ferromagnetici nel caso di magnetizzazione ciclica con diverse intensità di campo; rilievo della curva di prima magnetizzazione.

Se però si sottopone il materiale ad una magnetizzazione ciclica entro i limiti da 0 ad H_m o da 0 a $-H_{ent}$, si ottengono dei piccoli cicli, come è possibile vedere in fig. 6-2. L'induzione varia entro i limiti B_1 e B_2. Assai importante in pratica è il caso della smagnetizzazione, riportata sempre in fig. 6-2, a sinistra. Se un magnete permanente con induzione residua B_R viene sottoposto ad una smagnetizzazione con intensità di campo $-H_{ent}$, l'induzione si abbassa fino al valore B_1. Se ora la smagnetizzazione scompare, l'induzione non ritorna più al valore B_R, ma ad un valore più basso, B_2. Nel caso di smagnetizzazione ripetuta, l'induzione varia entro i limiti B_1 e B_2. Tali valori sono stabili fino a quando l'intensità di campo di smagnetizzazione non oltrepassa il valore H_{ent}. Per macchine con magneti permanenti il circuito magnetico ha generalmente anche un traferro che riduce assai il piccolo ciclo di isteresi, rendendolo praticamente assimilabile ad una retta. A causa della maggiore riluttanza magnetica, l'induzione del magnete permanente si abbassa fino a raggiungere il valore B_1. Con la costruzione indicata in fig. 6-2 si ottiene l'induzione B_2. Macchine fornite di magnete permanente debbono essere sempre stabilizzate per mezzo di una smagnetizzazione corrispondente.

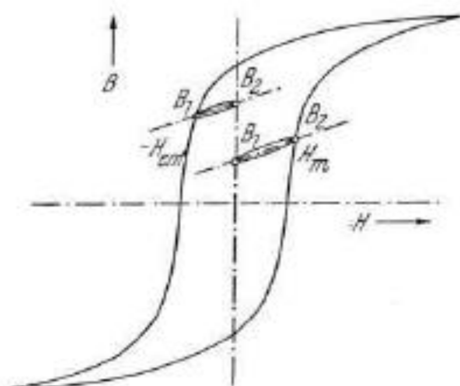


Fig. 6-2. - Come fig. 6-1, ma con magnetizzazione variabile entro i limiti 0 e H_m e 0 e $-H_{ent}$.

Queste particolarità, proprie dei materiali ferromagnetici, possono spiegarsi come segue. Le singole masse microcristalline che costituiscono un corpo metallico solido risultano formate da zone a momento magnetico proprio (domini) aventi un asse magnetico fisso. Nello stato di non magnetizzazione questi domini elementari hanno la direzione di uno degli assi di simmetria del cristallo. Il ferro ha un reticolo cristallino a forma di cubo e quindi tre assi di simmetria. I singoli domini elementari sono distribuiti non solo in queste tre direzioni, ma possono anche occupare una posizione ruotata di 180°; in tal modo si ottiene una distribuzione su sei possibili direzioni. Nel caso di una tale orientazione di domini elementari, il materiale non può più esercitare un'azione magnetica esterna. Se ora si sottopone il materiale all'azione di un campo magnetico, i singoli domini elementari cominciano ad orientarsi nella direzione del campo. All'inizio questo spostamento è molto lento, dato che i domini si spostano in modo piuttosto elastico dalla loro posizione originaria. Ma nel caso di intensità di campo sufficientemente elevata, i domini elementari cominciano a passare dall'asse di simmetria originario a quello del reticolo. Si adattano dunque alla direzione del campo, il che significa che girano di 90° e se anzi il campo è abbastanza intenso, la rotazione può essere di 180°. L'induzione aumenta di molto. Nell'ultimo stadio tutti i domini elementari si orientano con lentezza nella direzione del campo. In quest'ultimo periodo si ha solo un piccolo aumento dell'induzione per aumenti notevoli di H. Si dice che il materiale è saturo.

La rotazione improvvisa di 90° eseguita dal dominio elementare, cioè il passaggio da un asse di simmetria all'altro, è accompagnata da una deformazione longitudinale. Tale fenomeno, che del resto è reversibile, è noto con il nome di magnetostrizione. Essa è molto piccola nel ferro dove raggiunge al massimo il 0,002%; ciò nonostante crea a volte il fruscio del pacco di lamierini, nei trasformatori ad esempio. Se i domini elementari compiono una rotazione di 180°, la magnetostrizione non si verifica.

La forma ciclica della curva di isteresi è dovuta al fatto che nel processo di magnetizzazione bisogna superare delle tensioni interne (forze del reticolo) che causano il ritardo dell'orientamento dei magneti elementari secondo la direzione del campo esterno. Il lavoro necessario per vincere le forze resistenti si trasforma in calore dando luogo quindi ad una perdita. Quanto più la forza coercitiva è piccola, tanto più è facile orientare i domini elementari. Anche il lavoro necessario per vincere le forze interne diventa così minore.

La forma del ciclo di isteresi non dipende solo dal materiale impiegato per la costruzione della macchina, ma in gran parte anche da impurità, tensioni interne, orientamento dei cristalli e direzione dei domini elementari. Si definiscono anisotropi quei materiali che hanno una direzione magnetica preferenziale, cioè quei materiali che sono più facilmente magnetizzabili secondo una determinata direzione, mentre si dicono isotropi quei materiali che non hanno una direzione magnetica preferenziale.

In pratica si distinguono materiali magneticamente duri e materiali dolci. I primi, impiegati per i magneti permanenti, hanno un ampio ciclo di isteresi e quindi una elevata forza coercitiva, mentre i secondi, impiegati soprattutto nella costruzione di macchine elettriche, hanno un ciclo di isteresi stretto e quindi una piccola forza coercitiva, piccole perdite e alta permeabilità.

Le impurità mutano il reticolo cristallino del materiale così che, se la magnetostrizione diminuisce, il materiale diventa magneticamente più dolce. Le più pericolose impurità sono quelle i cui atomi si inseriscono nel reticolo causando elevate tensioni interne. Questo si verifica con il carbonio, lo zolfo e l'ossigeno. Le tensioni interne rendono il materiale assai più duro magneticamente. L'aggiunta di silicio presenta invece diversi vantaggi; in primo luogo riduce il ferro favorendo la formazione di cristalli grandi, soggetti a perdite di isteresi minori; inoltre fa aumentare notevolmente la resistenza elettrica del ferro determinando così una diminuzione delle perdite dovute alle correnti parassite (vedi paragrafo 6.2.4). La permeabilità diminuisce assai poco. Accanto a tali vantaggi bisogna però tener presente che il ferro legato al silicio diventa più fragile, per cui il contenuto di silicio deve essere limitato al 4,5% circa. L'esperienza dimostra che tale fragilità scompare in presenza di riscaldamento a bassa temperatura (da 40 a 50° C), per cui è consigliabile riscaldare un poco il lamierino prima della tranciatura.

Quando la lamiera viene laminata e tagliata si determinano delle tensioni interne che peggiorano le proprietà magnetiche del ferro; più precisamente, mentre la permeabilità diminuisce, le perdite per isteresi aumentano. Per eliminare tali tensioni interne e per migliorare le proprietà magnetiche del ferro, dopo la laminazione il materiale di norma viene ricotto. La presenza di tensioni interne è facilmente constatabile: si taglia la lamiera nel senso della lunghezza e si riavvicinano poi le due parti che generalmente non combaciano più, ma lasciano sulla parte centrale una fessura. La lamiera è buona se tale fessura è inferiore a 1 mm/m di lunghezza. Il taglio della lamiera fa scomparire almeno in parte le tensioni interne, mentre invece se ne determinano delle nuove sui bordi creati dal taglio. Questo accade soprattutto quando si tranciano in un sol pezzo anelli statorici sottili di grande diametro. Tali anelli non conservano la forma piana, ma si incurvano. Per ragioni di carattere economico e tecnico (distruzione dell'isolamento della lamiera) le parti già tranciate non vengono ricotte una seconda volta.

La direzione della laminazione è molto importante per le caratteristiche magnetiche del ferro. La permeabilità è notevolmente maggiore nel senso della lunghezza (direzione della laminazione) che in quello della larghezza, mentre le perdite per isteresi sono molto più basse. Tutto ciò risulta evidente dalla considerazione dell'orientamento dei cristalli del ferro che possono assumere due disposizioni fondamentali. Nella posizione detta «Position goss» i cristalli (cubi) hanno gli spigoli disposti nella direzione della

laminazione e le diagonali trasversali ad essa; tale disposizione è paragonabile a quella di una lamiera ondulata. È chiaro che in questo caso esiste una sola direzione preferenziale, quella delle facce del cubo. Questa disposizione dei cristalli si ottiene laminando il ferro a freddo. Notevolmente più difficile è invece riuscire ad ottenere che le facce dei cristalli siano disposte tanto nella direzione della laminazione, quanto in quella trasversale; in questo caso si avrebbero due direzioni preferenziali. Purtroppo però una tale disposizione dei cristalli si può ottenere solo in laboratorio e i processi tecnici relativi non sono stati resi ancora noti. Tali studi hanno portato allo sviluppo dei lamierini a cristalli orientati, laminati a freddo e poi ricotti in atmosfera di gas neutro. Essi hanno caratteristiche magnetiche superiori a quelle dei migliori lamierini laminati a caldo e vengono impiegati soprattutto nella costruzione dei trasformatori, dato che in questi è possibile far sì che il flusso abbia la direzione preferenziale.

Il tipo di lamierino al silicio ora descritto è impiegato in tutte le macchine e in tutti i trasformatori. In proporzioni molto più modeste e per scopi particolari (amplificatori magnetici) si usano anche leghe ferro-nichel con percentuale di nichel variabile dal 36 al 78%. Tale tipo di lamierino fa parte dei materiali magneticamente dolci. Il valore di induzione di saturazione è abbastanza basso (da 0,6 a 1,6 Wb/m^2), ma per induzioni basse la permeabilità è notevolmente più alta che nel caso di lamierini al silicio (fig. 6-5). La curva di magnetizzazione presenta un ginocchio più pronunciato, come è richiesto in casi particolari, e la forza coercitiva è molto piccola. L'elevato contenuto di nichel rende però assai costose la costruzione e la lavorazione di un tale materiale.

Un terzo gruppo di materiali magneticamente dolci è formato da quei materiali che hanno un'alta percentuale di cobalto. In essi la permeabilità magnetica è molto elevata; il loro alto costo ha impedito però fino ad oggi un'ampia utilizzazione di tali materiali.

Per quelle parti di macchina che non sono soggette a magnetizzazione alternata, come ad esempio il giogo e i poli delle macchine sincrone e di quelle a corrente continua, le perdite nel ferro non hanno alcuna importanza, così che in generale in questi casi non si usa materiale laminato. Solo per ragioni tecniche si costruiscono i poli con lamierini di grosso spessore. La lega ferro-silicio non viene impiegata, ma si utilizza acciaio forgiato o fuso con una piccola percentuale di carbonio. Tali materiali hanno buona permeabilità magnetica ed alta resistenza meccanica.

I materiali magneticamente duri vengono impiegati nei magneti permanenti, per i quali si cerca di ottenere la più alta forza coercitiva possibile, mediante l'impiego di nichel, cromo, cobalto, bario, manganese e alluminio. Il più noto fra tutti è l'Alnico, una lega di alluminio, nichel e cobalto. Mediante un trattamento adatto il contenuto di energia di questo materiale può raggiungere valori fino a 56.000 $Wsec/m^3$. I materiali contenenti carbonio hanno una energia notevolmente minore e ormai vengono usati solo di rado per magneti permanenti.

6.2. Tipi e dati dei lamierini al silicio

Il lamierino al silicio è prodotto con diverse percentuali di silicio. In base alle norme VDE si distinguono quattro gruppi [6-4, 6-5]: lamierino normale (0,25% Si), lamierino a bassa percentuale (1% Si), lamierino a percentuale media (2% Si) e lamierino ad alta percentuale (4% Si). In Svezia si distinguono invece solo due gruppi: lamierino con bassa percentuale di silicio di qualità normale e lamierino con percentuale bassa, media e alta di ottima qualità con la migliore combinazione possibile di elevata induzione e basse perdite, senza invecchiamento [6-4]. Il presente studio viene condotto in riferimento ai dati forniti da una ditta svedese; del resto i dati del lamierino usato in Germania differiscono da essi solo di poco.

Lo spessore normale del lamierino varia da 0,35 a 0,5 mm per i nuclei soggetti a magnetizzazione alternata, e da 1 a 2,5 mm per i lamierini terminali dei pacchi e per i poli che vengono magnetizzati con flusso unidirezionale. Tali valori sono stati fissati dalle norme VDE e si misurano normalmente con il micrometro o, in caso di dubbio, in base al loro peso totale o specifico.

Le normali dimensioni delle lastre sono 2000 × 1000 × 0,5 e 3050 × × 800 × 0,35 mm. La lunghezza di quest'ultimo tipo ha lo scopo di permettere la costruzione dei nuclei dei trasformatori con lamierini in un unico pezzo. Altre dimensioni sono certamente possibili, ma non sempre convenienti, in considerazione del loro costo e dei termini di consegna.

Le caratteristiche elettriche e meccaniche del lamierino svedese sono riportate in tab. 6-1, in cui si prendono in considerazione solo tre qualità caratteristiche. La ditta produttrice è in grado, comunque, di fornire anche le qualità intermedie. Nella tabella figura anche il campo di applicazione di tali lamierini. Per stabilire il grado di fragilità è valido il metodo di flessione (cfr. VDE 0522), per il quale il minimo numero di piegamenti nei due sensi è pure dato in tab. 6-1. Per definire la permeabilità sono dati alcuni valori dell'induzione per determinate intensità di campo. Secondo le VDE esse sono 2.500, 5.000, 10.000 e 30.000 A/m. Alcune di esse sono riportate in tab. 6-1 (tanto quelle garantite, quanto i valori medi) dove figurano pure i coefficienti di perdita V_{10} e V_{15} (tanto quelli garantiti quanto i valori medi). Tali cifre esprimono le perdite che si verificano per effetto dell'isteresi e delle correnti parassite in 1 kg di lamierino sottoposto a magnetizzazione alternata sinusoidale di frequenza 50 Hz e con valore massimo dell'induzione di 1,0 e 1,5 Wb/m² rispettivamente. Inoltre è data la percentuale di perdite per isteresi presente nelle perdite totali nel ferro per valori di induzione di 25, 50 e 60 Hz.

La misura della permeabilità e delle perdite si esegue con l'apparecchio di Epstein (cfr. VDE 0522), utilizzando striscie di lamiera del formato 500 × 30 mm di 10 kg (VDE) o di 5 kg di peso totale. Tali striscie sono laminate in parte nel senso della lunghezza e in parte in dire-

TAB. 6-1. - Lamierino al silicio laminato a caldo prodotto dalla ditta Surahammar Br

Qualità	Si %	Spessore	Resistenza specifica	Densità	Limite di duttilità	Numero minimo di piegature	Valori garantiti Wb/m²		W/kg	
		mm	$\Omega m \cdot 10^{-6}$	kg/m³	kp/mm²	kp/mm²	B_{25}	B_{300}	$V_{1,0}$	$V_{1,5}$
D 68	1,0	0,5	0,25	7750	30-40	—	—	2,01	3,00	6,8
C 37	3,5	0,5	0,52	7630	55	—	1,50	1,99	1,65	3,6
At 26	4,2	0,35	0,60	7550	70	—	1,46	—	1,15	2,6
mgn 6	1,0	1,0-2,5	0,25	—	20	35	1,80	—	—	—
mgn 61	3,0	1,0-1,5	0,45	—	35	50	1,74	—	—	—
M-6X	—	0,35	0,48	7650	—	—	1,87	2,04	0,48	1,1

zione trasversale rispetto alla direzione di laminazione. L'influenza esercitata da tale direzione sulla permeabilità e sulle perdite è riportata in tab. 6-2. Con 1 si indicano i valori medi, ottenuti su di un nucleo in cui il 50% dei lamierini è stato tagliato in direzione parallela a quella di laminazione, il 50% in direzione trasversale.

Nella stessa tabella inoltre è riportato il valore dell'influenza esercitata dalla ricottura successiva alla tranciatura. La direzione di laminazione incide dal 5 al 10% circa nel caso di lamierini laminati a caldo, mentre è molto maggiore per lamierini laminati a freddo (vedi tab. 6.2).

La curva di magnetizzazione è rilevata in corrente continua, con l'impiego del galvanometro balistico. Essa rappresenta la curva di prima magnetizzazione ed è praticamente coincidente con la curva iniziale di magnetizzazione (vedi fig. 6-1). Essa è anche la curva luogo dei vertici dei cicli d'isteresi per valori diversi delle induzioni massime.

In pratica è sufficiente rilevare solo i vertici dei cicli mediante l'inversione (commutazione) dell'intensità di corrente. In tale caso l'induzione subirà variazioni pari a $2B$. La curva di magnetizzazione può essere rilevata anche in corrente alternata, ma bisogna tener conto che la deformazione della corrente di magnetizzazione causa difficoltà notevoli, limitando le possibilità di applicazione del metodo.

Le perdite vengono determinate con corrente alternata sinusoidale. La misura deve essere effettuata ad una temperatura di 20° C, poichè le perdite dovute alle correnti parassite dipendono dalla resistenza specifica del lamierino, che è funzione della temperatura.

Il lamierino non legato è soggetto ad invecchiamento; le sue perdite cioè aumentano dopo un lungo periodo d'esercizio. Secondo le norme VDE si deve intendere per invecchiamento l'aumento del coefficiente di perdita $V_{1,0}$ dopo 600 ore d'esercizio ad una temperatura di 100° C. I lamierini in lega non presentano invece alcun fenomeno di invecchiamento.

... (Svezia) e lamierino laminato a freddo prodotto dalla ditta Armco (U.S.A.).

Valori medi misurati					Percentuale delle perdite per isteresi per $B = 1$ Wb/m² e frequenza f Hz			Applicazioni
...$_{25}$	B_{120}	B_{200}	V_{10}	V_{15}	35	50	60	
...,6	18,0	20,35	2,50	6,50	25	50	67	Macchine piccole
...,35	17,7	19,95	1,50	3,30	88	78	75	Macchine grandi e trasformatori
...,8	17,4	19,60	1,00	2,50	85	75	70	Trasformatori grandi
—	—	—	—	—	—	—	—	Poli magnetizzati mediante corrente continua
—	—	—	—	—	—	—	—	Lamierini terminali dei pacchi
—	—	—	—	—	—	—	—	Trasformatori

Le perdite possono venir misurate anche senza apparecchio di Epstein su lamierino non tagliato; negli ultimi tempi sono stati infatti costruiti numerosi apparecchi a questo scopo.

Per diminuire le perdite dovute alle correnti parassite, i lamierini debbono essere isolati gli uni dagli altri. A tale scopo, in passato, si usava incollare su una faccia del lamierino un sottile strato di carta. Il fattore di riempimento del ferro in pacchi è in tal caso $k_{Fe} \approx 0{,}9$ e $k_{Fe} \approx 0{,}85$ per spessore del lamierino pari a 0,5 e 0,35 mm rispettivamente. Si è cercato anche di isolare i lamierini per mezzo di un sottile strato di vetro solubile. In tal modo lo spessore è più sottile ma l'isolamento meno sicuro e l'utensile per la tranciatura si logora molto più rapidamente. Risultati assai migliori si ottengono con il sistema di isolamento a base di vernice, applicato ora abitualmente. In questo caso si verniciano con smalto a presa rapida le due facce del lamierino. I migliori risultati però si otten-

TAB. 6-2. - Permeabilità e perdite in dipendenza dalla direzione della laminazione. Con 1 si indicano i valori di un pacco formato di lamierini a sezione longitudinale (50%) e trasversale (50%).

Qualità	100% Longitudinale				100% Direz. trasversale				
	$V_{1,0}$	$V_{1,5}$	B_{25}		V_{10}	V_{15}	B_{25}		
C 37	0,96	0,945	1,103		1,04	1,055	0,97		Lamierino laminato a caldo
At 26	0,93	0,935	1,035		1,075	1,07	0,965		Lamierino svedese
M-6X	0,99	0,46	1,13		1,51	1,53	0,87		Lamierino americano laminato a freddo

gono con vernice applicata a caldo. Lo strato di lacca sulle due parti è di soli 0,015 mm, mentre il fattore di riempimento del ferro aumenta fino a circa 0,94 per 0,5 mm e a 0,9 per 0,35 mm di spessore del lamierino.

Se si vuole ottenere un isolamento più modesto, basta per lo più lo strato d'ossido che c'è sempre e che può aumentare in seguito ad un ulteriore trattamento con vapore surriscaldato. Per piccole macchine, relè e trasformatori questo tipo di isolamento è spesso sufficiente.

Ora si tenta di realizzare l'isolamento con attacco chimico. Una particolare menzione merita a questo proposito il lamierino americano della Armco, il cui isolamento, detto Carlite, dà un fattore di riempimento di 0,97 per uno spessore del lamierino di 0,35 mm.

Di norma i lamierini vengono isolati prima di essere sottoposti a tranciatura. Dopo questa ultima operazione, ai bordi si presentano delle bave le cui dimensioni dipendono naturalmente dallo stato o dal tipo di utensile usato per la tranciatura (nei casi più favorevoli la loro grandezza è di 0,05 mm). Le bave di lamierini vicini vengono a contatto determinando così un notevole aumento delle perdite per correnti parassite. Il problema di eliminare le bave è uno dei più importanti nella costruzione delle macchine elettriche ed attende ancora una soluzione adeguata. I lamierini delle macchine elettriche sulle parti prive di cave sono sempre in contatto con le parti costruttive (carcassa statorica, mozzo del rotore), così che qui l'isolamento non avrebbe alcuna efficienza. Il compito di limitare le correnti parassite viene quindi affidato soprattutto alle parti fornite di cave; è proprio in tali parti però che si presentano molte bave, mettendo in pericolo l'intero isolamento. Si è cercato di eliminarle mediante rettifica o smerigliatura, ma il lavoro è costoso e l'isolamento viene in parte distrutto. Inoltre la rettifica produce tensioni interne ed aumenta le perdite per isteresi. D'altra parte la verniciatura dopo la tranciatura è costosa e richiede parecchio tempo. Recentemente è stato applicato con successo il metodo di togliere le bave in bagno galvanico, ma sull'utilizzazione pratica di tale procedimento non si può dire ancora nulla.

6.3. Curve di magnetizzazione

Per effetto di una corrente elettrica si determina nello spazio vuoto un campo magnetico di intensità H_u (u significa fondamentale) e induzione $B_u = \mu_0 H_u$. Se ora in tale campo si introduce un materiale, esso subisce una magnetizzazione che dà luogo ad un secondo campo, indicato con J. Il flusso totale per m² di superficie normale alla direzione del campo, cioè l'induzione, è:

$$\overline{B} = \overline{B}_u + \overline{J}. \tag{6-3}$$

L'induzione addizionale, dovuta alla presenza del materiale:

$$\overline{J} = \overline{B} - \overline{B}_u = \overline{B} - \mu_0 \overline{H}_u \tag{6-4}$$

è chiamata polarizzazione magnetica e la grandezza:

$$\frac{\bar{J}}{\mu_0} = \frac{\overline{B}}{\mu_0} - \overline{H}_u \tag{6-5}$$

è detta intensità di magnetizzazione o anche momento magnetico specifico. Il rapporto esistente tra l'intensità di magnetizzazione e quella magnetica del campo

$$\frac{J}{\mu_0 H_u} = \mu_r - 1 = \varkappa \tag{6-6}$$

è detto suscettibilità magnetica. Nei materiali para- e diamagnetici la intensità di magnetizzazione è proporzionale al campo di eccitazione $H_u (B_u)$, cioè μ e χ sono costanti, mentre per materiali ferromagnetici tali grandezze dipendono dal campo e dalle precedenti vicende magnetiche del materiale.

Il calcolo di un circuito magnetico consiste nel determinare per un dato flusso la f.m.m. (o tensione magnetica) e quindi la corrente che deve circolare nell'avvolgimento di eccitazione, secondo la legge:

$$\oint \overline{H}\, \bar{d}s = \Theta \tag{6-7}$$

Se si suddivide il circuito in più tronchi, più o meno omogenei, e si determina per essi la tensione magnetica

$$M_{1,2} = \int_1^2 \overline{H}\, \bar{d}s. \tag{6-8}$$

la somma delle tensioni magnetiche risultanti dà l'integrale (6-7).

Per i materiali ferromagnetici la permeabilità relativa μ_r non è costante; essa dipende infatti non soltanto dall'intensità di campo, ma anche dalle vicende magnetiche precedentemente subite dal materiale. Nei calcoli si assume la curva di prima magnetizzazione. Nella maggior parte delle macchine e dei trasformatori il magnetismo residuo non ha una grande importanza sul valore della f.m.m., in primo luogo perchè per lo più si ha una magnetizzazione alternata e in secondo luogo perchè il traferro diminuisce sensibilmente (nelle macchine) l'influenza esercitata da tale magnetismo residuo. Il quale invece esercita una funzione tanto determinante, che non lo si può trascurare in quelle macchine la cui eccitazione avviene per mezzo di magneti permanenti. Per materiali ferromagnetici deboli è sufficiente conoscere la curva di prima magnetizzazione, trascurando il residuo.

In fig. 6-3 sono riportate le curve di magnetizzazione di lamierini al silicio laminati a caldo, di produzione svedese. Si tratta delle qualità di

più largo consumo che vengono impiegate nella costruzione di macchine piccole (D 68), di macchine grandi e chiuse e di piccoli (C 37) e grandi trasformatori (At 26). Poichè i lamierini prodotti altrove (ad esempio in Germania) non hanno caratteristiche sensibilmente diverse, si ritiene inutile riportarne i dati. I lamierini a cristalli orientati laminati a freddo presentano però scarti notevoli da queste curve. In fig. 6-4 sono riportate le curve di magnetizzazione del lamierino americano laminato in direzione trasversale (curva II) e longitudinale (I), messe a confronto con la curva del lamierino laminato a caldo (III). Da tale confronto risultano evidenti i grandi vantaggi offerti dal lamierino a cristalli orientati. Questo vale sopratutto per i circuiti magnetici che sono costruiti per la maggior parte in ferro (ad esempio trasformatori). Per le macchine aventi un traferro relativamente ampio, tali vantaggi non sono molto importanti.

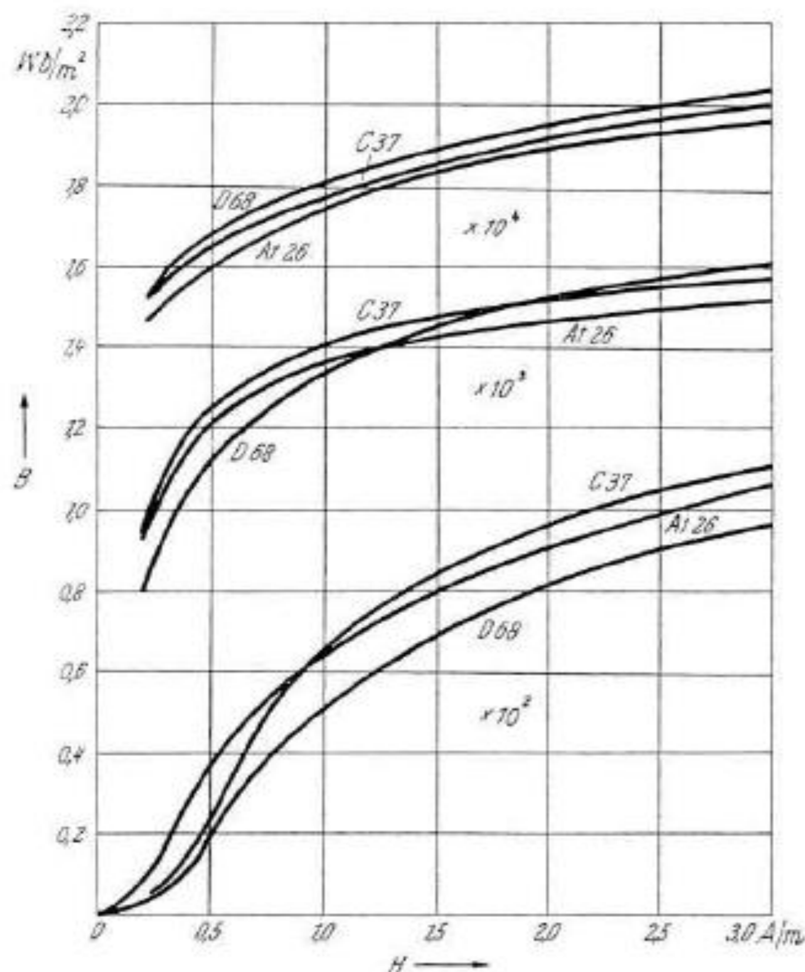


Fig. 6-3. - Curva di magnetizzazione di lamierini al silicio laminati a caldo (produzione svedese).

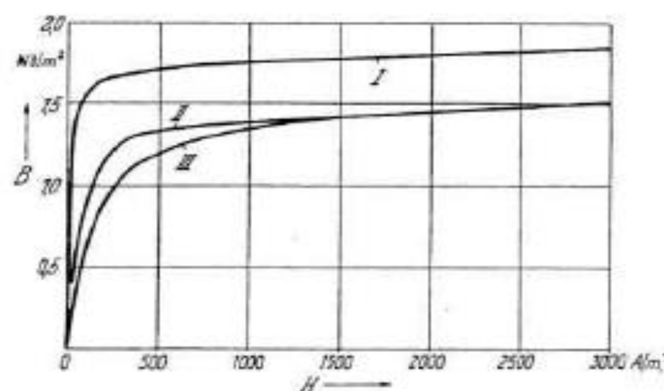


Fig. 6-4. - Curve di magnetizzazione di lamierini laminati a freddo nella direzione longitudinale (I) e in quella trasversale (II) (produzione americana); lamierini laminati a caldo (III) (produzione svedese).

Per intensità di campo elevata si ottiene una polarizzazione perfetta; per lamierino ad alta percentuale (C 37) per induzione $B > 2{,}1$ Wb/m² essa è:

$$B = \mu_0 H + 2{,}02 \text{ Wb/m}^2 \qquad (6\text{-}9)$$

e per bassa percentuale:

$$B = \mu_0 H + 2{,}10 \text{ Wb/m}^2. \qquad (6\text{-}10)$$

Le intensità di campo sono allora:

$$H = (B - 2{,}02)\, \mu_0 \text{ A/m} \qquad (6\text{-}11)$$

e:

$$H = (B - 2{,}10)\, \mu_0 \text{ A/m}. \qquad (6\text{-}12)$$

Il valore della permeabilità relativa varia in limiti molto ampi; in fig. 6-5 sono tracciate le curve di tale permeabilità. Per lamierini a cristalli orientati essa è 10 volte maggiore che per lamierini normali laminati a caldo.

Nella costruzione delle macchine elettriche si usano, oltre al lamierino al silicio, altri materiali magnetici. I rotori dei turbogeneratori ad esempio sono costruiti in acciaio al cromo-nichel. La curva di magnetizzazione di questo tipo di acciaio è riportata in fig. 6-6 (I). Invece i gioghi delle macchine a corrente continua e le lanterne delle macchine sincrone sono costruite per lo più in acciaio fuso; la curva dell'acciaio fuso è pure riportata in fig. 6-6 (II). Infine, in casi particolari, ad esempio per le espansioni polari massicce avvitate delle macchine sincrone, si utilizza l'acciaio dolce, che ha una curva di magnetizzazione quasi uguale a quella del lamierino in lega debole (fig. 6-3). Il valore della permeabilità relativa dei due materiali è dato in fig. 6-5. Un certo interesse ha la permeabilità iniziale, che è determinante per la formazione di perdite superficiali e simili.

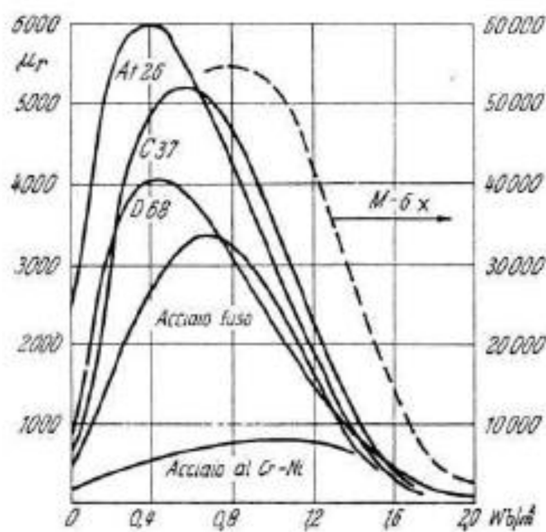


Fig. 6-5. - Curve di permeabilità relativa per diversi tipi di lamiera.

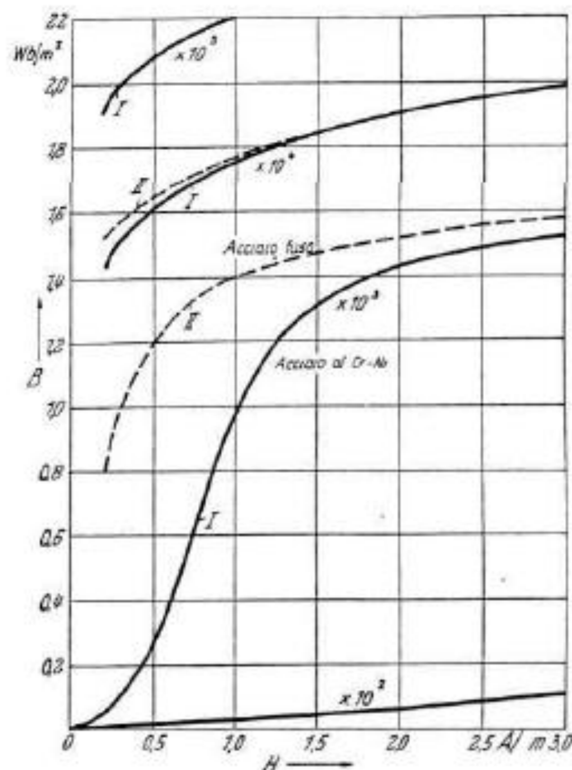


Fig. 6-6. - Curve di magnetizzazione di acciaio al cromo-nichel (I) e di acciaio fuso (II).

Per amplificatori magnetici di piccola potenza si usa il lamierino al nichel. Per potenze maggiori si preferisce il lamierino al silicio a cristalli orientati. Qui si richiede un ginocchio di saturazione il più possibile marcato nella curva di magnetizzazione e la minima isteresi. Nel caso ideale la curva di magnetizzazione dovrebbe consistere in due rette, una verticale per $H = 0$ ed una orizzontale.

I materiali magneticamente duri sono prodotti da diverse ditte, che applicano procedimenti di fabbricazione diversi. Nel presente studio ci si

TAB. 6-3. - Materiali per magneti permanenti della Fried. Krupp Widia-Fabrik.

Lega	Analisi in %	Energia $(BH)_{max}$	Residuo	Forza coercitiva	Punto di lavoro		μ_r reversibile	Densità	Rapporto ottimo	Saturazione con $H = 8 \cdot 10^5$	Resistenza specifica
		$Ws/m^3 \cdot 10^3$	Wb/m^2	$A/m \cdot 10^4$	B Wb/m^2	H $A/m \cdot 10^4$		$kg/m^3 \cdot 10^3$	L/B	A/m Wb/m^2	$\Omega \cdot m \cdot 10^{-6}$
160	21 Ni, 13 ωl, 14 Co, 3 Cu, Resto Fe	12-15,2	0,58-0,72	6,25-5,2	0,35-0,45	3,75-3,2	3,5-4,5	6,8-7,0	2,5	1,16	
250	19 Ni, 8 ωl, 24 Co, 5 Ti, Resto Fe	14,4-20,8	0,58-0,70	8,8-7,2	0,33-0,45	5,2-4	3-4	6,8-7,0	2,2	1,35	
400	14 Ni, 8 ωl, 24 Co, 3 Cu, Resto Fe	32-44	1,1-1,25	5,6-4,65	0,85-1,04	4,65-3,6	4-5	7,1-7,3	4,5	1,5	0,56
700 G	14 Ni, 8 ωl, 24 Co, 3 Cu, Resto Fe	48-60	1,25-1,40	5,6-7,2	1-1,15	5,9-4,65	5	7,3	5	1,5	0,56
300 K	$BaO \cdot 6 Fe_2 O_3$	16-20	0,30-0,34	14,4-20,8	0,13-0,18	8,8-12	1	4,6-5,0	1	0,45	$10^2 \cdot 10^{14}$
H-Band	53 Co, 8 V, Resto Fe	ca. 8	1.40-1,60	0,64-1,12	1,2	0,48-0,72	9-10	8,1	12	—	0,46

limiterà a trattare solo alcuni di tali materiali prodotti dalla Krupp [6-18], con o senza direzione preferenziale. Le loro caratteristiche comunque non differiscono sensibilmente da quella dei materiali prodotti da altre case. Caratteristiche magnetiche particolarmente buone, elevata induzione residua, elevata forza coercitiva, ed elevato prodotto $(HB)_{max}$ possono essere ottenute mediante due accorgimenti, che consistono rispettivamente nel creare la direzione magnetica preferenziale eseguendo il raffreddamento sotto l'azione di un campo magnetico e nel correggerla poi mediante una cristallizzazione, pure preferenziale.

Un primo gruppo di materiali è costituito dalle leghe di ferro con alluminio e nichel (lega alni) e leghe di ferro con alluminio, nichel e cobalto (lega alnico), alle quali si aggiungono spesso piccole quantità di rame o di titanio. Fra i tanti tipi di lega alnico si ritiene opportuno considerarne in questa sede soltanto quattro, riportandone le caratteristiche in tab. 6-3. Per il tipo 160 non esiste direzione preferenziale, per quello 250 ne esiste una non molto spiccata, mentre per i tipi 400 e 700 G essa è assai notevole. Quest'ultimo tipo inoltre ha una cristallizzazione preferenziale e quindi può essere prodotto solo in determinate dimensioni. La lega 700 G può essere prodotta solo per fusione, mentre le altre leghe possono risultare tanto da fusione quanto da sinterizzazione.

Il procedimento di costruzione scelto non influisce minimamente sulle caratteristiche magnetiche. Per la loro particolare durezza questi materiali non si lavorano con la lima ma si rettificano. Poichè però la rettifica è costosa, per evitarla si possono costruire in ferro dolce le parti sottoposte a lavorazione (ad esempio le espansioni polari dei magneti).

Poichè come magneti permanenti vengono impiegati materiali magneticamente duri, si prenderà in considerazione solo quella parte di ciclo d'isteresi che occupa il secondo quadrante, e cioè la curva di smagnetizzazione. Come si può constatare dalle fig. 6-8, 6-9, 6-10 e 6-11, tali curve hanno forme diverse. I materiali con un alto valore di residuo si prendono in considerazione quando non si prevede la possibilità di smagnetizzazione per effetto di un campo esterno o di scomposizione del magnete. Tuttavia nella maggior parte delle macchine ciò non si verifica e quindi non sono necessarie curve di smagnetizzazione con alta forza coercitiva. Per poter determinare i valori fissi delle induzioni (B_1 e B_2 in fig. 6-2) determinati nel materiale dal campo esterno, bisogna conoscere

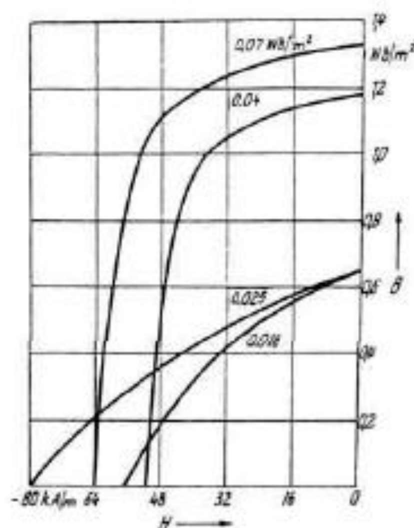


Fig. 6-7. Curve di smagnetizzazione di diversi tipi di lega alnico.

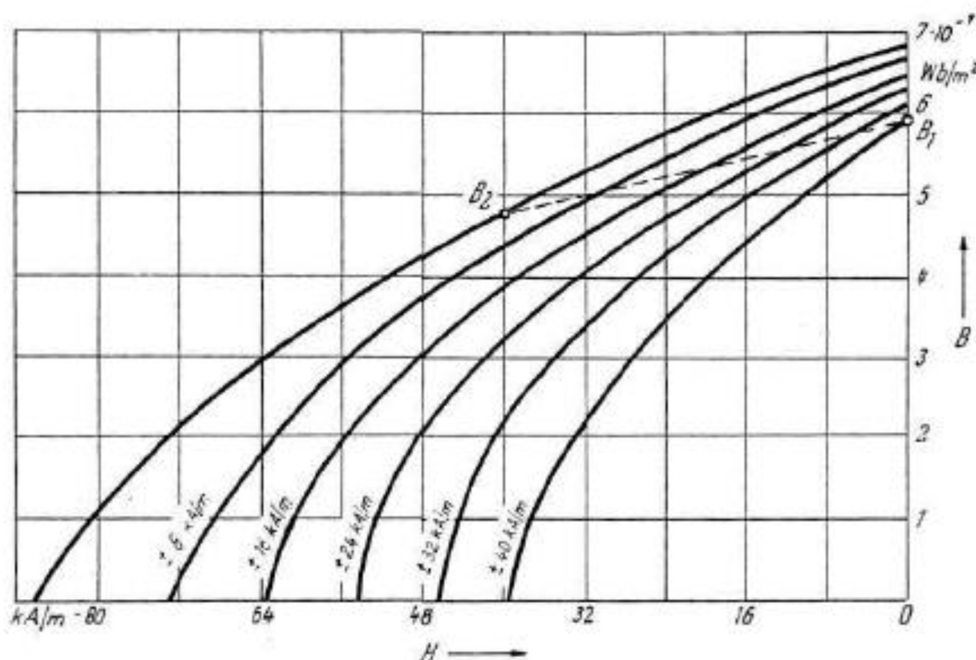


Fig. 6-8. Curve di smagnetizzazione della lega alnico 250 e diminuzione dei valori dell'induzione in seguito a indebolimento del campo alternato.

i cicli di isteresi (la parte compresa nel II quadrante) relativi all'azione di un campo alternato. In fig. 6-8 sono riportate tali curve, per il tipo di lega 250. All'inizio del processo il residuo ha valore $B_R = 0,68$ Wb/m²; il campo esterno di smagnetizzazione (4×10^4 A/m) fa diminuire l'induzione

fino al valore $B_2 = 0{,}48$ Wb/m². Se tale campo si riduce a zero, l'induzione segue la linea tratteggiata, per $H = 0$, assume il valore $B_1 = 0{,}59$ Wb/m². 0,48 e 0,59 Wb/m² sono i due valori fissi per smagnetizzazione ripetuta (con

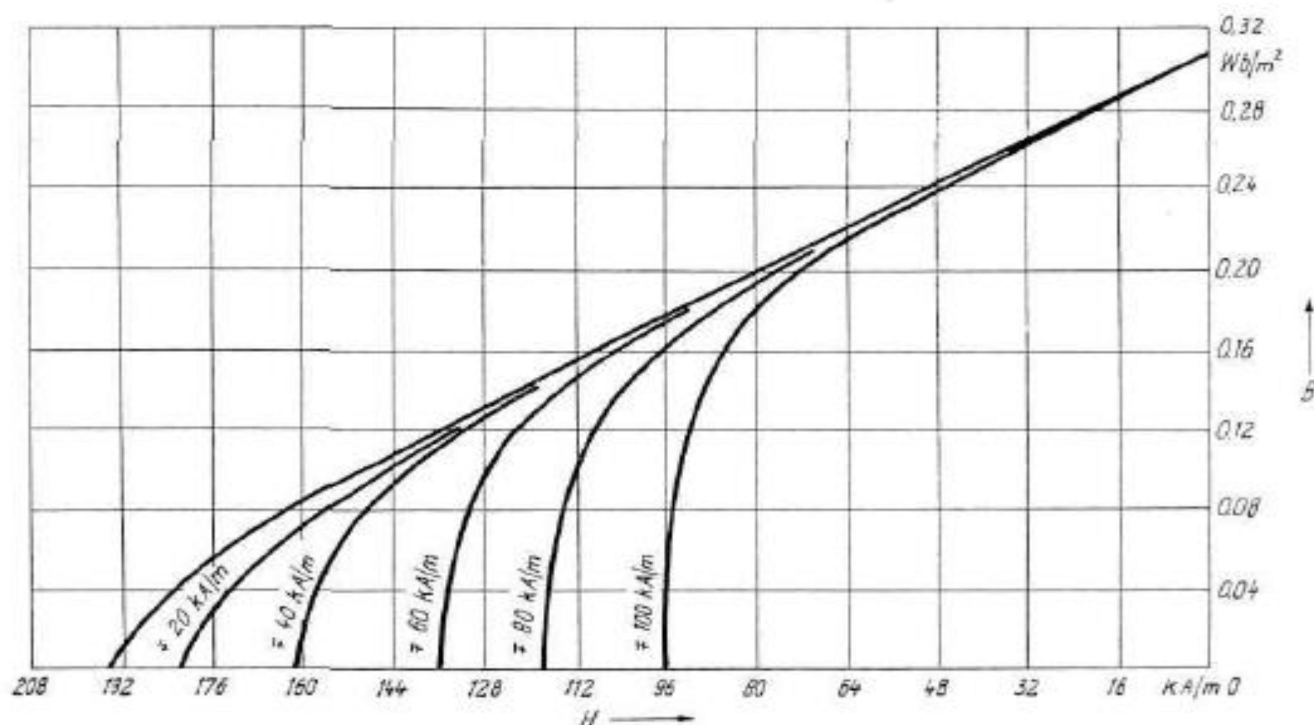


Fig. 6-9. Come fig. 6-8, per lega 300 K di ossido di bario.

una intensità del campo di 4×10^4 A/m). Le leghe alnico hanno caratteristiche praticamente indipendenti dalla temperatura fino a valori di 50° C, mentre per temperature più alte bisogna considerare una piccola diminuzione del residuo. Tale tipo di lega è il più usato in pratica e viene impiegato anche nella costruzione dei poli delle macchine elettriche di piccola potenza.

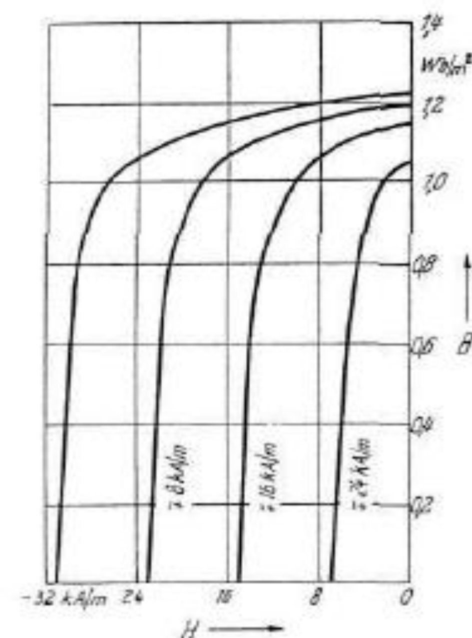


Fig. 6-10. Come in fig. 6-8 per leghe ferro-cobalto-vanadio (H-Band).

Un secondo gruppo di materiali magnetici è costituito dalle leghe di ossido di bario (*vedi curve di smagnetizzazione di fig. 6-9*). La loro curva di smagnetizzazione è sensibilmente più bassa rispetto a quella che caratterizza le leghe alnico e il materiale stesso è meno sensibile alla smagnetizzazione. Il procedimento per la formazione di tali materiali è quello della sinterizzazione, ma dato il suo costo relativamente alto, è bene uniformarsi, nel progetto, alle dimensioni in cui tale tipo di materiale viene prodotto. Un altro svantaggio è rappresentato dal fatto che le proprietà di questo secondo gruppo di materiali sono in stretto rapporto con la temperatura. D'altra

parte, essendo la resistenza specifica assai elevata, presentano il vantaggio di essere praticamente esenti da perdite per correnti parassite.

La forma della curva di smagnetizzazione dipende anche dalla forma del magnete, cioè dal rapporto tra la lunghezza e le dimensioni trasversali. Volendo lavorare nel punto della curva in cui si ha $(BH)_{max}$, in corrispondenza del quale l'energia è massima, bisogna considerare valori elevati di campo smagnetizzante. Si constata allora che i materiali ad elevata forza coercitiva richiedono un rapporto minore tra lunghezza e dimensioni trasversali. Nei magneti di lega alnico il rapporto più favorevole è compreso tra 2,5 e 5 (cfr. tab. 6-3), mentre per i magneti di ossido di bario esso varia da 1 a valori inferiori. Tale materiale è utilizzato spesso in forma di piastre o lastre relativamente sottili. I magneti di ossido di bario sono impiegati soprattutto nella tecnica delle correnti deboli e nelle piccole dinamo, come ad esempio quelle applicate alle biciclette.

Un terzo gruppo di materiali comprende infine le leghe ferro-cobalto-vanadio (cromo), le cui caratteristiche sono impresse da una lavorazione a freddo. Tali materiali hanno una direzione magnetica preferenziale che viene sfruttata solo nel caso di magneti molto piccoli (fino a 3 g). Essi sono prodotti solo in forma di fili, con un diametro inferiore a 3 mm., e di nastro, con uno spessore inferiore a 0,6 mm. A differenza di tutti i tipi di leghe fino ad ora esaminati, questo può essere lavorato con la lima. Tale lega viene usata nella costruzione di piccoli motori a isteresi che funzionano con un campo rotante di piccola intensità, dell'ordine di grandezza di 8.000-16.000 A/m. Per avviamento asincrono la coppia è data solo dal momento di isteresi; bisogna quindi sottoporre il materiale ad una magnetizzazione ciclica, tale che la forza coercitiva sia minore dell'intensità del campo rotante. A tale scopo si produce la lega tipo H-Band (tab. 6-3 e fig. 6-10) con forza coercitiva variabile da 6.400 a 8.000 A/m e induzione residua compresa tra 1,4 e 1,6 Wb/m².

6.4. Perdite dovute a magnetizzazione alternativa

Il circuito magnetico dei trasformatori e almeno una parte del circuito magnetico delle macchine rotanti è sottoposto ad una inversione periodica della magnetizzazione; tale inversione provoca una perdita di energia la quale, oltre a diminuire il rendimento, trasformandosi in calore, riscalda la macchina. Si comprende quindi che per calcolare una macchina è indispensabile conoscere le perdite dovute alla magnetizzazione alternativa. Tali perdite sono causate da due fenomeni fisici diversi e indipendenti: l'isteresi e la formazione di correnti parassite.

6.4.1. Lavoro di isteresi

Il fenomeno dell'isteresi è stato già trattato ampiamente nei paragrafi precedenti; sua causa determinante è la struttura molecolare interna del materiale ferromagnetico. Il ciclo di isteresi serve non solo a rivelare

l'esistenza di un lavoro di isteresi, ma ne esprime anche il valore. Durante la magnetizzazione viene ceduta al materiale una energia che non viene restituita interamente durante la smagnetizzazione. L'energia perduta durante un ciclo di isteresi è rappresentata in una certa scala e per unità di volume, dalla superficie del ciclo. Per unità di volume e per una variazione di induzione da B_1 a B_2 la sua grandezza è data da:

$$v_H = \int H\, dB \text{ Wsec/m}^3, \tag{6-13}$$

in cui H è espressa in A/m e B in Wb/m². Tale lavoro è indipendente dalla forma del corpo, cioè dallo spessore della lamiera e dalla velocità di varia-

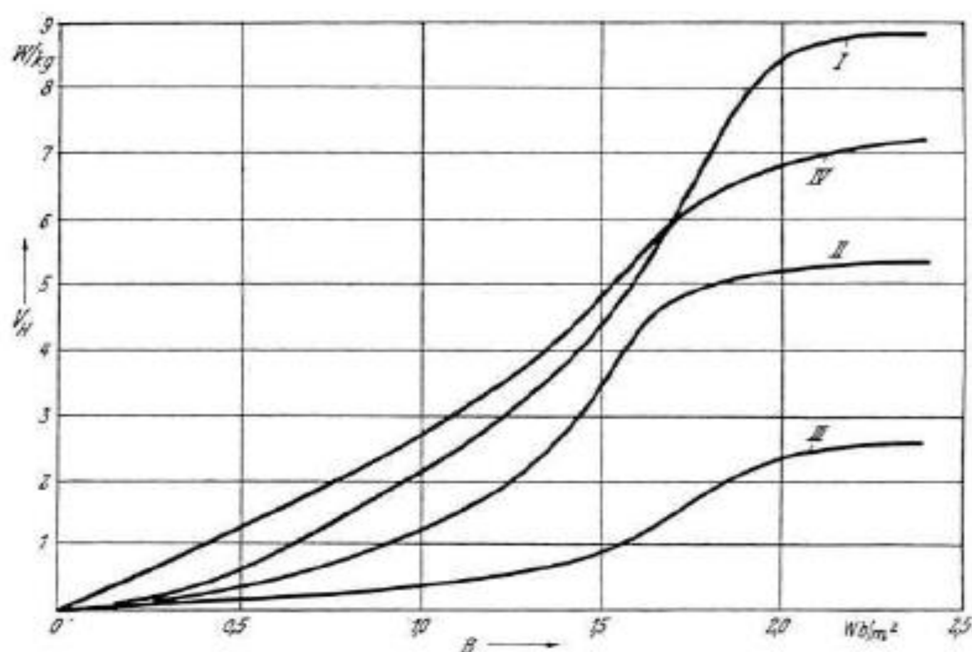


Fig. 6-11. - Perdite di isteresi (frequenza 50 Hz) per materiali diversi, secondo rilievi di Brailsford e Bradshaw [6-7].

Curva I: lamiera in lega debole, laminata a caldo, spessore 0,487 mm. (Si 0,5%, $s = 7{,}85$ kg/dm³, $\varrho = 0{,}15 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m).

Curva II: lamiera in lega forte, laminata a caldo, spessore 0,37 mm. (Si 4%, $s = 7{,}55$ kg/dm³, $\varrho = 0{,}55 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m).

Curva III: lamiera in lega forte, laminata a freddo, spessore 0,34 mm.

Curva IV: lega ferro-cobalto-vanadio, spessore 0,23 mm.

zione del campo. Nel caso di variazione ciclica della magnetizzazione si esprime il lavoro di isteresi in funzione del massimo valore assoluto raggiunto dall'induzione durante il ciclo. In tal caso il lavoro è indipendente dai valori intermedi dell'induzione. L'espressione (6-13) dà il lavoro di isteresi per un ciclo; se i cicli descritti dal campo sono più di uno, il lavoro risulta proporzionale al loro numero. La perdita per isteresi in un ciclo dipende dal tipo di materiale e dal valore massimo assunto dall'induzione Per induzione oscillante tra $+B$ e $-B$ la perdita per isteresi relativa all'unità di volume è espressa dalla:

$$v_H = \varepsilon f \varphi(B) \tag{6-14}$$

in cui ε rappresenta un coefficiente (dipendente dal tipo del materiale) costante durante il ciclo, ed f è la frequenza in Hz. La dipendenza dalla induzione, cioè $\varphi(B)$, è molto complessa. Le misurazioni compiute da Brailsford e Bradshaw [6-7] hanno dimostrato che all'inizio questa funzione aumenta rapidamente all'aumentare dell'induzione, tendendo poi ad un valore costante (fig. 6-11). Quest'ultimo punto è tuttavia raggiungibile soltanto per elevatissimi valori dell'induzione, assai rari da ottenersi in pratica (ad esempio nei denti di indotto delle macchine a corrente continua). Per valori dell'induzione compresi fra 1,0 e 1,6 Wb/m², che sono quelli di più vasta applicazione, le perdite dipendono dal quadrato dell'induzione, così che la (6-14) può essere scritta nella forma:

$$v_H \approx \varepsilon \frac{f}{50} B^2 \text{ W/kg} \tag{6-15}$$

I valori che ε assume nei diversi materiali, e che numericamente sono uguali alle perdite di isteresi per $f = 50$ Hz e $B = 1{,}0$ Wb/m², sono riportati in tab. 6-5. La (6-15) è assai indicata per il calcolo delle perdite per isteresi nel ferro delle macchine. Dalle curve trovate sperimentalmente (fig. 6-19) si deduce poi il coefficiente di perdita in Watt per kg. Per lamierini in

TAB. 6-4. - Perdite di isteresi per materiali magneticamente duri a 50 Hz.

	$B = 1{,}08$ Wb/m²		$B = 1{,}7$ Wb/m²	
	W/m³	W/kg	W/m³	W/kg
Lega cobalto-vanadio prodotta dalla Krupp (Co 53%, V 8%)	$1{,}6 \cdot 10^6$	200	$3{,}0 \cdot 10^6$	380
Lega al cobalto di produzione americana (Co 37%)	$2{,}5 \cdot 10^6$	310		
Lega alnico II di produzione americana	$6{,}3 \cdot 10^6$	860		
Lega alnico V di produzione americana	$8{,}1 \cdot 10^6$	1100		

TAB. 6-5. - Costanti dei materiali per il calcolo della perdita.

	Spessore mm	ε W/kg	σ W/kg	V_{10} W/kg	V_{15} W/kg
Lamierini laminati a caldo prodotti dalla Surahammar,					
D 68, Si 1%	0,5	1,75	0,75	2,50	6,50
C 37, Si 3,5%	0,5	1,17	0,33	1,50	3,30
at 26	0,35	0,75	0,25	1,00	2,50
Lamierino a cristalli orientati laminato a freddo, prodotto dalla Armco	0,35	0,27	0,21	0,48	1,10

lega forte il coefficiente ε della (6-15) è generalmente maggiore di 2 e può raggiungere il valore di 2,35.

Recentemente la determinazione sperimentale delle perdite per isteresi ha dato valori che scartano da quelli determinabili mediante la (6-15). Si è constatato ad esempio che le perdite dipendono dallo spessore e che raggiungono il loro valore minimo per uno spessore della lamiera di 0,3 mm circa. Si è osservato inoltre che le perdite per isteresi dipendono pure dalla velocità di inversione della magnetizzazione, e precisamente aumentano all'aumentare di essa. Ambedue tali fenomeni non sono tuttavia molto rilevanti, tanto è vero che attualmente non se ne ha ancora una visione completa.

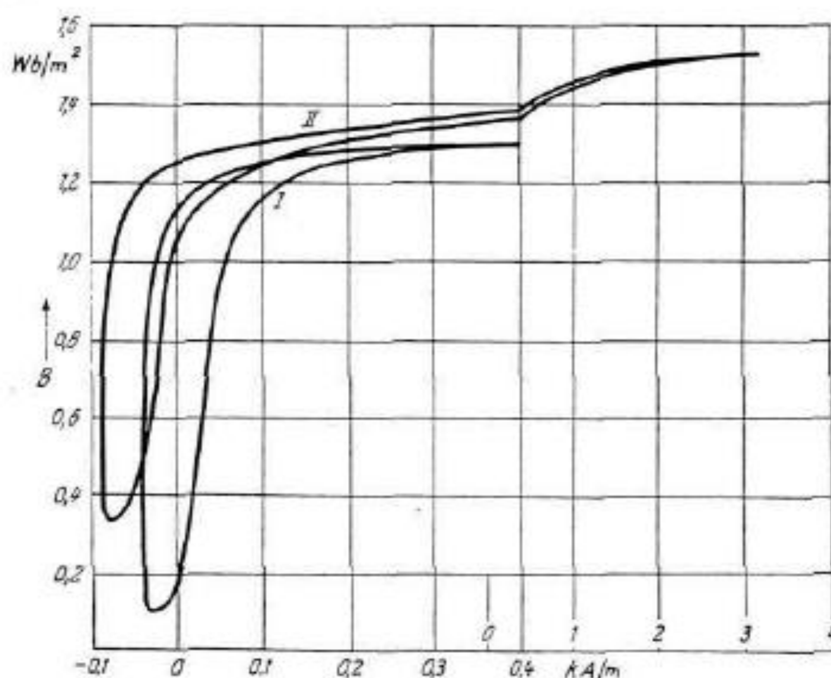


Fig. 6-12. - Cicli d'isteresi con magnetizzazione in corrente continua. *I*: $B_0 = 0{,}69$ Wb/m², $H_0 = 50$ A/m., $B = 0{,}6$ Wb/m²; *II*: $B_0 = 0{,}93$ Wb/m², $H_0 = 500$ A/m., $B = 0{,}6$ Wb/m².

Di norma non si sottopongono i materiali magneticamente duri a magnetizzazione ciclica, a meno che non si tratti di motori asincroni, costruiti per potenze molto basse. Le perdite per isteresi della lega cobalto-vanadio prodotta dalla Krupp (53% Co, 8% V) sono determinabili in base ai cicli d'isteresi noti. I coefficienti di perdita per $B = 1{,}08$ e $1{,}7$ Wb/m² e per 1 m³ e 1 kg di materiale sono riportati in tab. 6-4, dove figurano pure i coefficienti di perdita della lega di cobalto e di quella Alnico per un'induzione $B = 1{,}08$ Wb/m², su dati di provenienza americana [6-11]. Nel caso della lega Krupp è possibile stabilire la legge di dipendenza dall'induzione secondo l'espressione: $(B/B_{10})^{1,5}$.

Sensibilmente più difficile è il calcolo delle perdite per isteresi nei nuclei magnetizzati anche con corrente continua, che vengono usati ad esempio negli amplificatori magnetici. In questo caso le perdite si ricavano dalla superficie del ciclo di isteresi, determinata sperimentalmente. Due cicli di tal genere sono appunto tracciati in fig. 6-12 [6-13], dove la curva

I rappresenta la magnetizzazione continua con intensità di campo $H_0 = 50$ A/m, relativa all'induzione $B_0 = 0,69$ Wb/m², mentre la curva II corrisponde all'intensità di campo $H_0 = 500$ A/m e all'induzione $B_0 = 0,93$ Wb/m². In entrambi i casi si ha pure una magnetizzazione mediante corrente alternata con campo sinusoidale di induzione $B_w = 0,6$ Wb/m². Il ciclo è asimmetrico. All'aumentare della magnetizzazione in corrente continua i cicli si spostano verso l'alto, mentre il vertice di sinistra si sposta più a sinistra e quello di destra più a destra. I valori massimi positivi dell'induzione aumentano rapidamente. Si può tuttavia constatare che le superfici dalle due parti dell'asse delle ordinate sono uguali.

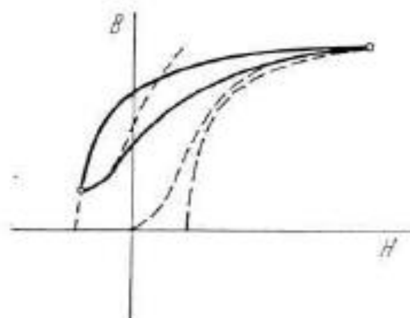


Fig. 6-13. - Determinazione del ciclo d'isteresi per magnetizzazione in corrente continua sulla base dei cicli d'isteresi simmetrici.

Non sempre la perdita per isteresi è determinabile per via sperimentale e si è quindi costretti a calcolarla approssimativamente. A tale scopo si utilizza la serie di cicli d'isteresi per valori diversi di B, illustrata in fig. 6-1. In fig. 6-2 è illustrato il metodo da seguire per tracciare tali cicli. Mentre il punto B_1 sul tratto discendente (a sinistra) resta fisso, il punto B_2, anzichè sull'asse B viene portato nel vertice destro del ciclo stesso. Il tratto discendente coincide (vedi fig. 6-13) con quello del normale ciclo d'isteresi (valore limite $\pm B$). La parte iniziale del tratto ascendente ha lo stesso andamento della parte iniziale della curva di magnetizzazione normale e l'estremo finale coincide con quello della stessa curva. Bisogna poi tracciare il tratto di raccordo.

Attualmente si costruiscono macchine particolari nelle quali si trovano sovrapposte due magnetizzazioni a frequenza diversa. In questo caso però non è possibile calcolare le perdite per isteresi e bisogna ricorrere quindi alla determinazione sperimentale.

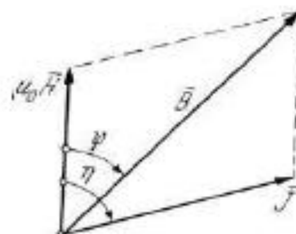


Fig. 6-14. - Relazione esistente tra il vettore intensità di campo (H) e il vettore polarizzazione magnetica (J).

Fino ad ora si è considerato il caso in cui la magnetizzazione è ottenuta mediante variazione dell'intensità del vettore campo, la cui direzione resta invariata, detta magnetizzazione alternativa. Esiste però anche una magnetizzazione rotante, determinata dalla variazione della direzione dell'intensità di campo. Infine può verificarsi anche la combinazione di questi due tipi di magnetizzazione ciclica (nei gioghi o nuclei delle macchine rotanti). La magnetizzazione alternativa si ha nei trasformatori e nei denti delle macchine.

Nel caso di magnetizzazione rotante, dalla (6-4) si ricava il vettore intensità del campo H (in fig. 6-14 $\mu_0 H$), che con il vettore polarizzazione magnetica J forma un angolo η. Il vettore rappresentativo dell'induzione B risulta così in ritardo di un angolo ψ rispetto a quello dell'intensità di

campo. All'aumentare dell'intensità di campo la polarizzazione aumenta dapprima rapidamente e tende poi a raggiungere un valore costante; anche l'angolo η (o ψ) aumenta rapidamente all'aumentare dell'intensità di campo, raggiunge un valore massimo e poi diminuisce. La perdita per magnetizzazione rotante in un ciclo è espressa da:

$$v_{H,d} = 2\,\pi\,H\,J\,\mathrm{sen}\,\eta = \frac{1}{2}\,H\,B\,\mathrm{sen}\,\psi. \tag{6-16}$$

La relazione esistente tra J ed η (e tra B e ψ) e l'intensità di campo fa aumentare la perdita relativa all'aumentare dell'intensità del campo e dell'induzione fino a valori di $B = 1{,}7$ Wb/m², la fa diminuire per valori maggiori. In fig. 6-15 è illustrata la relazione esistente tra la perdita per isteresi dovuta a magnetizzazione rotante e l'induzione [lamiera in lega media (1,91% Si), curva 1]. Tale curva è stata tratta dallo studio sperimentale di Brailsford [6-8]; in figura è tracciata pure la curva della perdita d'isteresi per magnetizzazione alternativa per lo stesso tipo di lamiera (2). Dalla forma di tali curve si nota che, nel caso di induzioni fino a 1,7 Wb/m² la perdita per isteresi rotante è maggiore di quella per isteresi alternativa. Per induzioni più elevate accade il contrario. Nel giogo delle macchine l'induzione è compresa tra 1,0 e 1,5 Wb/m². Entro questi limiti la perdita per isteresi rotante è compresa tra 1,65 e 1,45 W/kg, cioè è in media 1,55 volte maggiore della perdita per isteresi alternativa. Nel caso di isteresi rotante le perdite del lamierino laminato a freddo (fino a 1,5 Wb/m²) sono notevolmente maggiori (circa 200%) di quelle per isteresi alternativa. Tale lamierino però viene sottoposto al campo alternato solo nella direzione preferenziale.

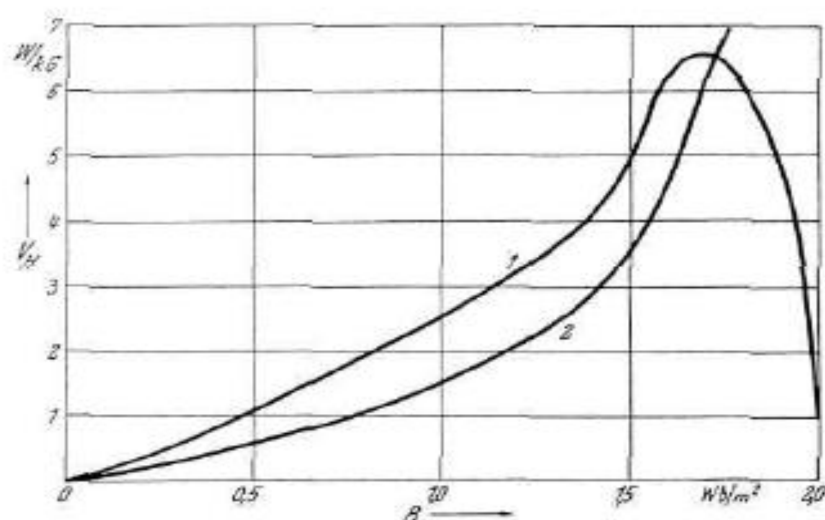


Fig. 6-15. - Confronto fra le perdite per isteresi rotante (1) e alternativa (2) di una lamiera in lega media (Si 1,91%), secondo i dati rilevati da Brailsford [6-8].

Notevolmente più difficile è determinare le perdite per isteresi qualora si abbia una combinazione di isteresi alternativa e rotante, come accade ad esempio nel motore monofase a collettore in serie. Il rotore di tale macchina ruota in un campo alternativo, ma l'esperienza dimostra che le perdite per isteresi del motore in movimento, che si aggiungono a quelle del motore fermo, sono solo circa la metà di quelle che si hanno in un campo a corrente continua con la stessa ampiezza d'induzione. In base agli studi

compiuti da Radt [6-14] si possono trascurare le perdite per isteresi rotante per ν variabile da 0 a 1. Per $\nu > 1$ esse sono:

$$k_H \approx 0{,}55\,(\nu - 1)/\nu \tag{6-17}$$

volte le perdite per isteresi nel campo a corrente continua.

6.4.2. Perdite per correnti parassite

Durante la magnetizzazione alternata del ferro si ha una perdita di energia non solo per isteresi ma anche per correnti parassite. Per diminuire queste ultime si laminano di norma quelle parti di ferro che sono soggette a magnetizzazione alternata (o rotante). Il piano del lamierino deve essere parallelo al campo per offrire la maggiore resistenza alle correnti parassite. Mentre le perdite per isteresi sono determinabili solo empiricamente, le perdite dovute alle correnti parassite possono essere calcolate con una certa precisione [2-3].

Per spessori fino a 0,5 mm, che sono quelli maggiormente usati, e per la normale frequenza di 50 Hz, si ha una distribuzione del campo praticamente uniforme su tutta la sezione del lamierino (cfr. pag. 144). Trascurando i percorsi della corrente nella direzione dello spessore della lamiera, in corrispondenza delle superfici esterne della lamiera stessa si ottiene la seguente densità di corrente:

$$2\,\varrho\,S = e = 4\,\xi_E f\,b\,B, \tag{6-18}$$

donde deriva:

$$S = \frac{2\,\xi_E f\,b\,B}{\varrho} \tag{6-19}$$

B rappresenta il valore massimo dell'induzione, b lo spessore della lamiera e ξ_E il fattore di forma della f.e.m. indotta, il cui valore, per campo sinusoidale è $\xi_E = \pi/2\sqrt{2} = 1{,}11$. La densità di corrente diminuisce linearmente; al centro della lamiera essa è zero e in corrispondenza delle superfici esterne $\pm S$. Le perdite nel ferro per ogni cm di lunghezza sono espresse dalla:

$$v_W = \varrho \int_{-b/2}^{b/2} S^2\,(2x/b)^2\,dx = \frac{4}{3\,\varrho}\,(\xi_E f\,b\,B)^2. \tag{6-20}$$

Oppure, nel caso di campo sinusoidale e di ferro di peso specifico s:

$$v_W = \frac{4100}{s\,\varrho}\left(\frac{b\cdot f\cdot B}{50}\right)^2 = \sigma\left(\frac{f\cdot B}{50}\right)^2 \text{W/kg}. \tag{6-21}$$

La costante σ dipende dal materiale, cioè dal suo peso specifico (s) e dalla sua resistenza specifica (ϱ) e inoltre dallo spessore della lamiera (b) (tab. 6-5). Per i materiali amagnetici i dati forniti dalla (6-18) sono risultati abba-

stanza concordi con quelli sperimentali; per i lamierini le perdite misurate sono maggiori di quelle calcolate in base alla (6-21). Precisamente, tanto minore è lo spessore della lamiera, tanto maggiore è lo scarto tra il valore calcolato e quello risultante in pratica. Per una lamiera di 0,5 mm di spessore si può calcolare in media un aumento del 30%; per una lamiera di 0,35 mm esso sale al 50%. In alcuni casi si è constatata persino una differenza del 100%. La causa di tale fenomeno non è stata ancora spiegata. La suddivisione delle perdite totali del ferro (misurate con l'apparecchio di Epstein) in perdite per isteresi e perdite dovute a correnti parassite, è necessaria per la diversa legge di variazione in funzione della frequenza. Come si è già visto, le perdite per isteresi variano linearmente con la frequenza, mentre quelle dovute alle correnti parassite variano secondo il quadrato di essa. Dividendo le perdite totali per f ed estrapolando i valori v/f fino a $f = 0$, si ottengono le perdite per isteresi.

Panezakiewiez cerca di spiegare l'aumento delle perdite dovute alle correnti parassite adducendo il fatto che le perdite per isteresi per corrente alternata (perdite dinamiche) sono maggiori di quelle calcolate in base ai cicli d'isteresi statici [6-26]. Secondo tale interpretazione le perdite per isteresi addizionali sono proporzionali al quadrato della frequenza, e quindi vengono considerate come perdite dovute alle correnti parassite. Brailsford [6-28] spiega in parte tale fenomeno con la distribuzione non uniforme del campo nei singoli lamierini.

Se la variazione dell'induzione nel tempo non è sinusoidale, bisogna calcolare il fattore ξ_B. Se si procede invece alla scomposizione in armoniche singole, l'aumento delle perdite rispetto a quelle della armonica fondamentale risulta [vedi la (6-21)]:

$$k_W = \frac{1}{B_1^2} \sum \nu^2 B_\nu^2. \tag{6-22}$$

Nel caso di isteresi rotante si può suddividere il campo in due componenti alternative e in quadratura, con lo stesso valore massimo B; per ognuna di esse vale poi la (6-21). Le perdite totali per isteresi rotante sono quindi il doppio di quelle che si hanno per isteresi alternativa con lo stesso valore massimo di induzione.

Se le due componenti B_d e B_q sono diverse, come accade ad esempio nel campo ellittico, e se inoltre il rotore ruota con velocità n nella direzione del campo rotante, l'aumento delle perdite dovute alle correnti parassite rispetto alle perdite per campo alternativo puro e rotore fermo è:

$$k_W = (1 - \varkappa\, \nu)^2 + (\varkappa - \nu)^2, \tag{6-23}$$

in cui è $\varkappa = B_q/B_d$ e $\nu = n/n_1$ rappresenta la velocità relativa del rotore. I valori particolari dedotti dalla (6-23) per campo alternato e campo rotante sono raccolti nella tab. 6-6. Nella maggior parte delle macchine il carattere della magnetizzazione resta invariato in tutte le fasi del loro

funzionamento e cioè o alternata o rotante. Fanno eccezione solo le macchine monofasi.

TAB. 6-6. - Fattore k_W delle correnti parassite.

	Rotore fermo	Rotore in moto	Rotore ruotante sincronicamente
Campo alternato puro ($\varkappa = 0$) . . .	1	$1 + \nu^2$	2
Campo rotante puro ($\varkappa = 1$)	2	$(1 - \nu)^2$	0
Campo ellittico	$1 + \varkappa^2$	$(1 - \varkappa\nu)^2 + (\varkappa - \nu)^2$	$2(1 - \varkappa)^2$

Le perdite effettive causate dalle correnti parassite nelle macchine e nei trasformatori sono notevolmente maggiori di quelle calcolate per mezzo del coefficiente di perdita. Tale fenomeno è dovuto all'imperfetto isolamento della lamiera e alla formazione di bave durante la tranciatura.

Le perdite addizionali causate dall'imperfetto isolamento dipendono dal tipo di isolamento adottato e dalla pressione esercitata nel serraggio [6-35]. Le prove descritte qui di seguito si riferiscono solo al tipo di isolamento con vernice; in seguito a numerosi esami condotti su lamierini da cui siano state eliminate le bave, successivamente verniciati e sottoposti ad una pressione di 15 kg/cm² si è trovata una resistenza specifica trasversale rispetto al pacco di lamierini (0,5 mm di spessore) di $\varrho_i = 1\ \Omega$m. In base ai risultati ottenuti da alcune prove si può determinare un valore medio. Ogni volta si dispongono l'uno sull'altro due lamierini usandoli contemporaneamente da elettrodi. Il doppio strato di vernice ha una resistenza di $5 \times 10^{-4}\ \Omega/\mathrm{m}^2$.

In fig. 6-16 è illustrato il giogo di una macchina, costituito di lamierini. Poichè la resistenza specifica nella direzione di laminazione è notevolmente minore ($0{,}5 \times 10^{-6}\ \Omega$m) di quella ϱ_i nella direzione trasversale, si può porre $\varrho = 0$, calcolando poi le perdite con $b = h_j$. Quest'ultimo caso vale qualora le due estremità del pacco di lamierini non siano chiuse in corto circuito da elementi costruttivi, come avviene ad esempio nei trasformatori. Per le macchine in cui il pacco è più o meno in corto circuito su un lato (cfr. 6-16), si deve porre $b = 2h_j$. Le perdite addizionali nei trasformatori sono quindi date dalla:

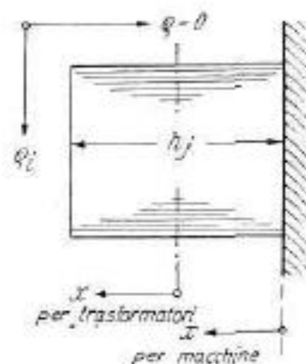


Fig. 6-16. - Sistema di riferimento per il calcolo delle correnti parassite determinate dall'imperfetto isolamento della lamiera.

$$v_{W,i} = \frac{4}{3\,\varrho_i}\left(\xi_E\, f\, h_j\, B\right)^2\ \mathrm{W/m^3}. \qquad (6\text{-}24)$$

Nelle macchine rotanti tali perdite sono quattro volte maggiori. Per $h_j = 0{,}50$ m, $\xi_E = 1{,}11$, $B = 1\ \mathrm{Wb/m^2}$ le perdite addizionali diventano $v_{W,i} = 0{,}133$ W/kg.

Tale valore è stato confermato da numerose prove compiute su pacchi di lamierini pressati e senza bave con $h_j = 0{,}50$ m. Si è inoltre accertato che, chiudendo in corto circuito il pacco su di un lato, le perdite addizionali si quadruplicano. Le perdite addizionali dovute ad imperfetto isolamento hanno importanza solo nel caso di macchine di grandi dimensioni. Per un'altezza del giogo h_j variabile da 0,2 a 0,4 m e per $B_j = 1$ Wb/m² tali perdite sono comprese tra 0,1 e 0,4 W/kg, mentre nelle macchine piccole esse hanno valori irrilevanti.

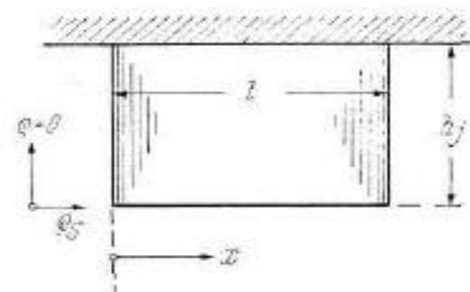


Fig. 6-17. - Sistema di riferimento per il calcolo delle correnti parassite determinate dalla presenza di bave.

La formazione di bave dà luogo a perdite addizionali notevolmente più elevate. Per calcolarle si consideri una sezione del giogo (fig. 6-17). Il pacco laminato in direzione verticale, di altezza h_j e larghezza 1 (m) presenta alle due estremità delle bave di resistenza specifica ϱ_G, espressa in ohm e riferita ad una superficie di 1×1 m² nel piano del disegno. Si supponga che la larghezza del pacco nella direzione perpendicolare a tale piano sia di 1 m e che inoltre le correnti dovute alle bave siano di intensità tanto piccola che si possa trascurare la loro reazione sul campo magnetico. Per un elemento infinitesimo dx ad una distanza x dall'estremità del pacco, si ottiene:

$$-h_j\,\varrho\,dS + 2\,\varrho_G\,dx\,I_G = -h_j\,dx\,dB/dt, \tag{6-25}$$

in cui S rappresenta la densità di corrente (A/m²), I_G la corrente che attraversa le bave (A/m), ϱ la resistenza specifica della lamiera (Ωm), ϱ_G la resistenza specifica delle bave (Ω) e B l'induzione (Wb/m²). La corrente nelle bave è rappresentata da

$$I_G = \int_0^x S\,dx. \tag{6-26}$$

Differenziando la (6-25) e tenendo presente la (6-26) si ottiene la seguente equazione differenziale per le correnti parassite:

$$-h_j\,\varrho\,\frac{d^2 S}{dx^2} + 2\,\varrho_G\,S = 0, \tag{6-27}$$

la cui soluzione è:

$$S = C\,\varepsilon^{kx} + B\,\varepsilon^{-kx} \tag{6-28}$$

con $k = \sqrt{2\varrho_G/\varrho h_j}$ (m⁻¹). Le costanti di intergazione C e D vengono determinate dalle condizioni ai limiti. Nel caso di grandezze sinusoidali è:

per $x = b/2$

$$S = 0, \tag{6-29}$$

per $x = 0$

$$S\,2\,h_j\,\varrho + 4\,\varrho_G \int_0^{l/2} \left[\int_0^x S\,dx \right] dx = -j\,\omega\,B\,h_j\,l. \tag{6-30}$$

Dalle (6-28), (6-29) e (6-30) si ottiene:

$$S = \frac{j\,\omega\,B\,k\,h_j\,\mathrm{senh}\,k\,(l/2 - x)}{2\,\varrho_G\,\cosh k\,l/2}. \tag{6-31}$$

Le perdite provocate nella lamiera dalle correnti circolanti nella direzione di laminazione sono espresse dalla

$$V' = 2\,\varrho\,h_j \int_0^{l/2} S^2\,dx \approx \frac{(\omega B h_j)^2 \varrho}{2\,\varrho_G^2\,k} \tag{6-32}$$

e le perdite nelle bave:

$$V'' = 4\,\varrho_G \int_0^{l/2} \left[\int_0^x S\,dx \right]^2 dx \approx \frac{(\omega B h_j)^2 l}{2\,\varrho_G}. \tag{6-33}$$

In genere le prime sono sensibilmente minori delle seconde e si possono quindi trascurare. Le perdite dovute a formazione di bave sono espresse dalla:

$$v_{W,G} \approx \frac{(\omega\,B)^2\,h_j}{2\,\varrho_G} = \frac{16\,h_j}{\varrho_G}\,(f\,\xi_E\,B)^2\ \mathrm{W/m^3}, \tag{6-34}$$

se si assume l'induzione in $\mathrm{Wb/m^2}$. La (6-34) è analoga alla (6-24). Tuttavia, mentre le perdite addizionali dovute alla formazione di bave sono proporzionali in modo lineare all'altezza del giogo (h_j), quelle dovute all'imperfetto isolamento della lamiera sono proporzionali al quadrato di tale altezza. Entrambe queste perdite sono invece indipendenti dalla lunghezza dello statore e del rotore. Se i lamierini vengono chiusi in corto circuito da elementi costruttivi, bisogna considerare la metà della resistenza ϱ_G.

L'applicazione pratica della (6-34) è difficile perchè la resistenza specifica delle bave (ϱ_G) può assumere valori molto diversi. Tale resistenza dipende infatti dal taglio, dal montaggio e dalla pressione delle lamiere. Essa è infine soggetta anche a numerosi fattori casuali che sfuggono al calcolo. In pratica si possono diminuire sensibilmente le perdite addizionali di valore eccessivo semplicemente battendo un martello sui denti. L'autore è a conoscenza di una sola misura effettuata di tale resistenza, e precisamente, su una lamiera statorica di 126 mm di diametro esterno; con bave piuttosto grandi si è trovato un valore $\varrho_G = 0{,}8\Omega$. Ponendo

$\varrho_G = 1\ \Omega$, $B = 1\ \text{Wb/m}^2$, $f = 50$ Hz e $h_j = 0{,}1$ m, per la (6-34) si ottiene $v_{W,G} = 5.000\ \text{W/m}^3$. Riferite alle perdite normali di $v_{10} = 12.500\ \text{W/m}^3$, queste perdite addizionali rappresentano il 40%. Nel caso di macchine piccole con giogo basso, nelle quali la carcassa è distanziata dal pacco, le perdite addizionali sono minori, mentre aumentano nelle macchine chiuse a raffreddamento superficiale.

Dato che il calcolo non fornisce risultati sicuri, si tiene conto delle perdite superficiali applicando un fattore supplementare il cui valore è determinato empiricamente. Per maggiori chiarimenti si rimanda al capitolo 7.

6.4.3. Lavoro di isteresi totale e cifra di perdita

Per le (6-15) e (6-21) le perdite totali dovute a magnetizzazione alternata in una lamiera di ferro di 1 kg sono:

$$v \approx \left[\varepsilon \frac{f}{50} + \sigma\left(\frac{f}{50}\right)^2\right] B^2\ \text{W/kg}. \tag{6-35}$$

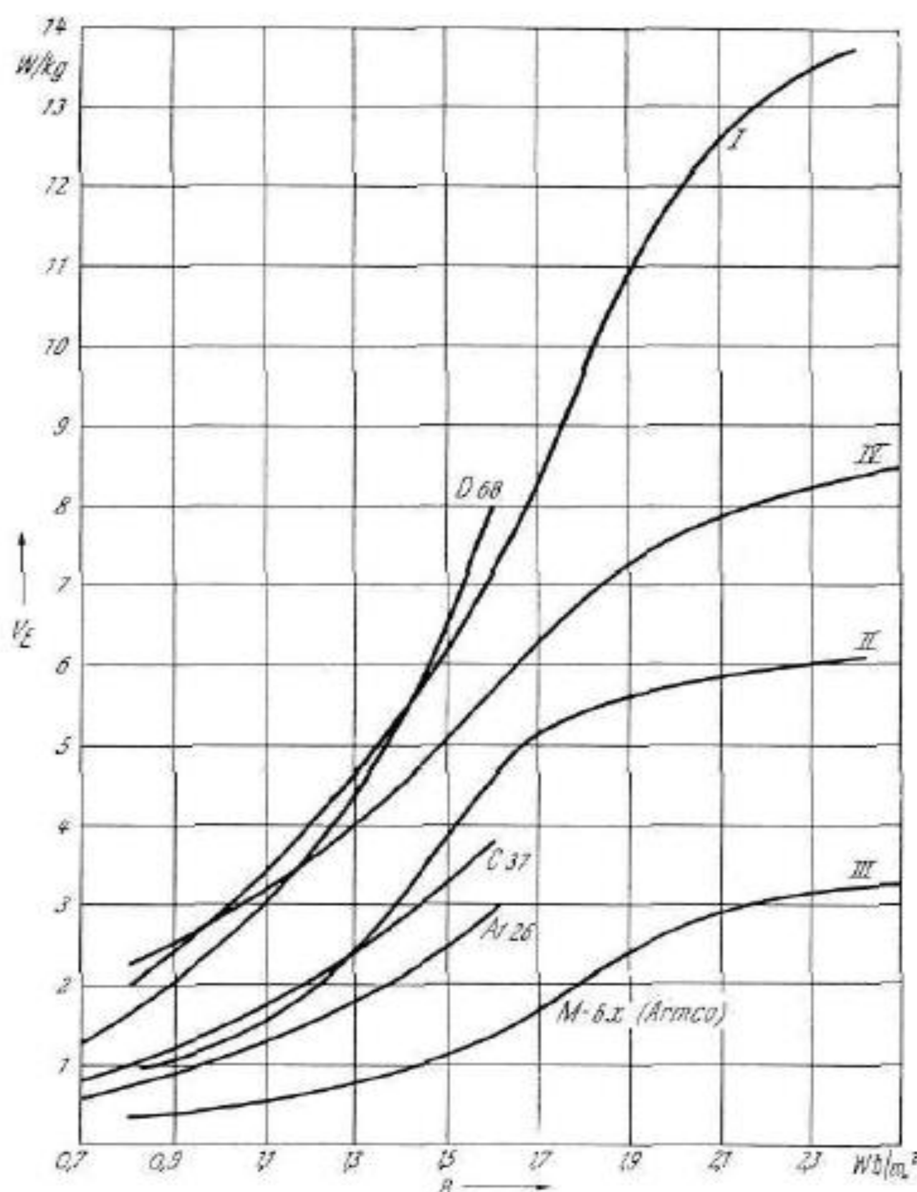


Fig. 6-18. - Perdite totali nel ferro per 50 Hz. Tipi di lamierino analoghi a quelli di fig. 6-11.

In tab. 6-5 sono riportati i valori delle costanti ε e σ per alcuni tipi di lamiera. Le norme VDE stabiliscono che si giudichi la qualità di una lamiera di ferro in base alle perdite che si determinano per induzione massima $B = 1$ e $1{,}5\ \text{Wb/m}^2$ con forma d'onda sinusoidale e frequenza 50 Hz. Le perdite relative (in 1 kg di lamiera di ferro) sono contrassegnate dalle lettere v_{10} e v_{15}. La determinazione di queste perdite può essere effettuata per mezzo dell'apparecchio di Epstein. In fig. 6-18 sono tracciate le curve

delle perdite per alcuni tipi di lamiera in funzione dell'induzione e per frequenza di 50 Hz. Come è possibile constatare dalle curve di fig. 6-18 e dal confronto dei coefficienti di perdita v_{10} e v_{15} di tab. 6-5, la dipendenza delle perdite dall'induzione non è propriamente quadratica e quindi la (6-35) va considerata solo come approssimata, valida per $B \leqslant 1,6$ Wb/m². Le perdite per i tipi di lamiera D 68, C 37 e At 26 per induzione $B > 1,6$ Wb/m² si possono dedurre dal confronto con le curve I, II e III.

7. PERDITE NEL FERRO DELLE MACCHINE ELETTRICHE

7.1. Generalità

Il calcolo più semplice è quello delle perdite nel ferro dei trasformatori, sottoposto solo a magnetizzazione alternata. L'induzione varia nel tempo al variare della tensione applicata, seguendo generalmente una legge sinusoidale; nel caso di variazione non sinusoidale della tensione, le perdite vengono calcolate separatamente per ogni armonica. Se la magnetizzazione è alternata, cioè se B oscilla fra due valori uguali e opposti, il lavoro di isteresi è indipendente dalla legge di variazione nel tempo della induzione cioè dalle armoniche superiori, per effetto delle quali aumentano solo le perdite dovute alle correnti parassite. Il contributo dato dalle armoniche superiori a tali perdite può essere valutato per mezzo di un fattore k_W, la cui espressione è [cfr. (6-22)]:

$$k_W = \frac{1}{B^2} \sum^{\infty} \nu^2 B_\nu^2 \qquad (7\text{-}1)$$

L'induzione si può ritenere distribuita uniformemente sulla sezione del ferro; si possono quindi calcolare le perdite in base al peso del ferro e al suo coefficiente di perdita [vedi la (6-35)]. Le perdite addizionali determinate dall'imperfetto isolamento e dalla presenza di bave sono già state esaminate a pag. 205; quelle dovute ai giunti (vedi pag. 220) sono assai piccole. Ciò non ostante è possibile rilevare perdite addizionali notevoli anche nei trasformatori, pur essendo le perdite principali piuttosto basse. Tali perdite addizionali sono causate dall'isolamento imperfetto, dal fissaggio del pacco lamierini mediante bulloni, e dalle bave nei fori di serraggio per i perni. Nel complesso tali perdite possono raggiungere valori compresi dal 20 al 50% rispetto alle perdite principali [7.9].

Più complicato è invece il calcolo delle perdite nel ferro nel caso di reattori saturati in corrente continua, usati ad esempio negli amplificatori magnetici. Il lavoro di isteresi deve essere calcolato in base al ciclo di isteresi che in questo caso ha una forma particolare (fig. 6-13). Per il calcolo di tali cicli si rimanda a pag. 200. Le perdite per isteresi non sono in un rapporto semplice con l'induzione dovuta alle amperspire continue

$B_0 = (B_1 + B_2)/2$ e l'induzione alternata $B_W = (B_1 - B_2)/2$. Le perdite dovute alle correnti parassite possono essere invece calcolate nel modo abituale in base all'induzione alternata.

Nel caso delle macchine elettriche rotanti il calcolo delle perdite nel ferro è sensibilmente più complicato, dato che non esiste una magnetizzazione alternata pura e che possono determinarsi dei notevoli campi armonici superiori. Inoltre, nella maggior parte dei casi, non esiste distribuzione uniforme dell'induzione sulla sezione del ferro. Il calcolo delle perdite nel ferro si basa sui risultati ottenuti dallo studio condotto nel capitolo 4 sulla distribuzione del campo nelle diverse parti della macchina. Le molteplici difficoltà che si incontrano inducono ad introdurre nel calcolo delle perdite notevoli semplificazioni, per cui il risultato che si ottiene è sempre largamente approssimato.

Per perdite addizionali si intendono generalmente quelle perdite che non si possono determinare mediante un calcolo semplice. Si distinguono due gruppi: il primo comprende le perdite dipendenti dalla tensione, il secondo le perdite dipendenti dalla corrente. Del primo gruppo si è già parlato in parte (perdite dovute ad un cattivo isolamento e alla formazione di bave) nel capitolo 4.4.2; nei paragrafi 7.4. e 7.5. si parlerà delle perdite superficiali e per pulsazione di flusso, causate dalle cave, esse pure dipendenti dalla tensione. Di tutte le perdite dipendenti dalla tensione si tiene conto introducendo corrispondenti fattori di correzione. Poichè tali perdite addizionali possono essere rilevate in modo abbastanza semplice per mezzo di misure a vuoto, si possono controllare o determinare anche i fattori di correzione.

Le perdite addizionali dipendenti dalla corrente sono invece difficilmente determinabili per via sperimentale; esse possono comparire tanto nel ferro attivo e nel rame, quanto nelle parti costruttive e soltanto alcune possono essere calcolate. Poichè le perdite addizionali dipendenti dalla tensione possono essere rilevate nel funzionamento a vuoto, per perdite addizionali si intende appunto questo secondo gruppo di perdite dipendenti dalla corrente, difficilmente determinabili sperimentalmente, come si è già detto (si veda il capitolo 11).

7.2. Le perdite nel ferro del giogo

Nel capitolo 4.5.1. si è visto che l'induzione nel giogo risulta dalla somma di due componenti, l'una radiale e l'altra tangenziale. Nel punto in cui la componente radiale si annulla (superficie interna del rotore e superficie esterna dello statore) si ha una magnetizzazione alternata. In tutte le altre parti del giogo si hanno invece le due componenti e quindi contemporaneamente magnetizzazione alternata e rotante. Nel caso di macchine bipolari senza foro interno nel rotore le due componenti nel rotore sono uguali, così che si ha solo una magnetizzazione rotante; generalmente però la componente radiale è sensibilmente minore di quella tangenziale, per cui si ha praticamente una magnetizzazione alternata.

Secondo gli studi più recenti (fig. 6-15) la differenza nella perdita per isteresi non è grande. Se si considera la distribuzione non uniforme dell'induzione nella direzione radiale, la piccola magnetizzazione rotante e le tensioni interne derivanti dalla lavorazione, si può calcolare un aumento delle perdite per isteresi secondo un fattore $k_{Hj} \approx 1{,}1 \cdot 1{,}27 = 1{,}34$. Il peso del giogo è espresso dalla:

$$G_j \approx \pi \frac{(D_1^2 - D_2^2)}{4} s\, l \cdot \mathrm{kg}, \tag{7-2}$$

in cui D_1 e D_2 rappresentano il diametro rispettivamente esterno ed interno del giogo ed s il peso specifico. Le perdite per isteresi sono espresse dalla:

$$V_H = k_{Hj}\, \varepsilon \left(\frac{f}{50}\right) B_j^2 G_j \ \mathrm{W}. \tag{7-3}$$

Le perdite dovute alle correnti parassite nella lamiera sono date dalla (6-21) per distribuzione uniforme dell'induzione, mentre se la distribuzione non è uniforme, le perdite in ogni punto della lamiera sono date dall'induzione esistente in essa. Per determinare le perdite in questo caso è necessario calcolare l'integrale:

$$V_W = \text{cost.} \int_V B^2\, dv$$

Per semplificare il calcolo si scompone l'induzione nelle sue componenti tangenziale e radiale [cfr. la (4-121) e la (4-122)]. Se si pone $\varrho = R_2/R_1$, le perdite nel rotore sono espresse dalla:

$$V_W = \text{cost.} \int_{R2}^{R1} (B_t^2 + B_r^2)\, \pi\, dR = \text{cost}\, \frac{2\,\pi\, B_L^2 R_1^2}{p} \left[\frac{1}{1 - \varrho^{2p}} - \frac{1}{1 - \varrho^{-2p}}\right]. \tag{7-4}$$

Per calcolare le perdite nello statore vale la stessa formula. Se si riferiscono tali perdite a quelle di un campo uniforme in direzione radiale avente valore massimo dell'induzione B_j, è:

$$V_W' = \text{cost}\, B_j^2\, \pi\, (R_1^2 - R_2^2). \tag{7-5}$$

Il valore massimo dell'induzione media nel giogo è $B_{j_1} = B_L R_2/(R_1 - R_2)p$ nello statore e $B_{j_2} = B_L R_1/(R_1 - R_2)p$ nel rotore. Il rapporto esistente tra le perdite effettive e quelle che si hanno nel caso di un campo uniforme è, per rotore e statore:

$$k_W = \frac{V_W}{V_W'} = \frac{2p\,(1 - \varrho)}{1 + \varrho} \left[\frac{1}{1 - \varrho^{2p}} - \frac{1}{1 - \varrho^{-2p}}\right]. \tag{7-6}$$

Tra il rapporto $\varrho = R_2/R_1$ e h_j/τ esistono le seguenti relazioni; per lo statore:

$$\varrho = \frac{p}{p + \pi\, h_j/\tau} \tag{7-7}$$

e per il rotore:

$$\varrho = 1 - \pi\, h_j/\tau\, p. \tag{7-8}$$

Il fattore k_W rappresenta il rapporto tra le perdite dovute alle correnti parassite per effetto della particolare distribuzione del campo nel giogo, e quelle che si hanno nel caso di induzione uniformemente distribuita. I valori di k_W sono dati in fig. 7-1 in funzione del rapporto h_j/τ per diversi numeri di poli. I valori di k_W relativi allo statore sono notevolmente minori di quelli relativi al rotore. Un valore può essere immediatamente controllato con un semplice ragionamento; nel caso di rotore bipolare senza foro interno, ad esempio ($\varrho = 0$), dalla (7-8) si ottiene $h_j/\tau = 1/\pi = 0{,}32$ e dalla figura 7-1 $k_W = 2$. In tal caso si ha una magnetizzazione rotante pura, per cui le perdite dovute alle correnti parassite sono il doppio di quello che sarebbero per magnetizzazione alternata (cfr. tab. 6.6).

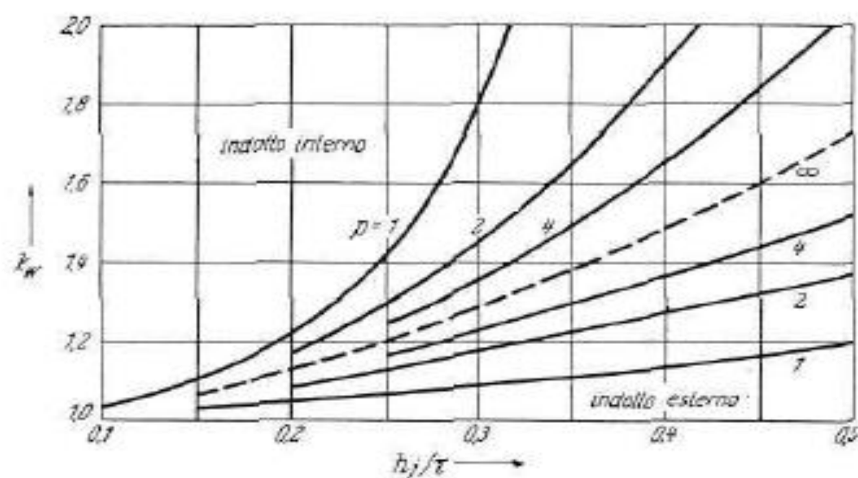


Fig. 7-1. - Fattore di perdita k_W per correnti parassite secondo la (7-6), in funzione del rapporto h_j/τ.

In realtà la permeabilità nel ferro non è costante come si è supposto fino ad ora; per tale ragione i valori dell'induzione vengono livellati tanto nella direzione radiale quanto in quella tangenziale (cfr. fig. 4-32). Per i calcoli pratici si può supporre che la componente tangenziale dell'induzione sia costante nella direzione radiale e che la componente radiale diminuisca linearmente dal suo valore massimo fino a zero. Si ottengono allora le perdite:

$$V_W \approx \text{cost}\, \pi\, (R_1^2 - R_2^2)\; [B_j^2 + B_L^2/3] \tag{7-9}$$

e il fattore k_W' con $h_j = R_1 - R_2$:

$$k_W' \approx 1 + \frac{1}{3}\, (\pi\, h_j/\tau)^2 = 1 + 3{,}3\, (h_j/\tau)^2. \tag{7-10}$$

La (7-10) vale per il rotore e per lo statore ed è indipendente dal numero dei poli. L'errore derivante dalle ipotesi fatte è minore di quello che si commette quando si supponga la permeabilità costante. Per $h_j/\tau = 0{,}3$ si ottiene $k_W' = 1{,}21$, mentre secondo le curve di fig. 7-1 per lo statore ($p > 2$) k_W varia da 1,08 a 1,3 e per il rotore da 1,3 a 1,45. Soltanto nel caso in cui il rotore non abbia foro interno, la (7-10) dà valori troppo piccoli. In pratica però questo caso non si verifica, dato che il rotore ha sempre un foro per il calettamento sull'albero. Del resto il giogo rotorico delle macchine moderne è sottoposto ad un'induzione più elevata rispetto a

quella delle macchine vecchie e il rapporto h_j/τ è sensibilmente minore. Facendo una media, per le macchine moderne si può assumere un valore di $k_W' \approx 1{,}35$.

Le perdite dovute alle correnti parassite aumentano anche per effetto dell'imperfetto isolamento della lamiera e per la formazione di bave. Si è già illustrato al paragrafo 6.4.2 il metodo da seguire per calcolare tali perdite addizionali; ma, non ostante numerose prove con magnetizzazione alternata del giogo statorico, non si è potuta determinare una legge generale per il calcolo di tali perdite. Sulla base delle misure rilevate su lamiera in lega forte ($v_{10} = 1{,}5$ W/kg) si è trovato un aumento medio delle perdite, dovute a correnti parassite per isolamento imperfetto e formazione di bave, pari a 1,65 volte. Il fattore totale di maggiorazione delle perdite dovute a correnti parassite nel giogo statorico diventa $k_{Wj} \approx 1{,}35 \cdot 1{,}65 = 2{,}23$. Le perdite totali nel ferro del giogo diventano allora:

$$v_j = B_j^2 (k_{Hj}\, \varepsilon + k_{Wj}\, \sigma) \text{ W/kg} . \qquad (7\text{-}11)$$

Per lamiera in lega forte con $\varepsilon = 1{,}17$ e $\sigma = 0{,}33$ si ottiene un coefficiente di aumento delle perdite totali nel ferro pari a:

$$k_j = (1{,}34 \cdot 1{,}17 + 2{,}23 \cdot 0{,}33)/1{,}5 = 1{,}53 .$$

Tale numero vale per macchine sincrone e asincrone. Per le macchine a corrente continua non esistono dati sperimentali. A causa del maggior contenuto di armoniche superiori nella curva di campo e a causa della magnetizzazione solo rotante, le perdite addizionali sono maggiori nelle macchine a corrente continua che in quelle a corrente trifase. Si ritiene che sia $k_{Hj} \approx 1{,}45$ e $k_{Wj} \approx 2{,}5$.

Il peso del giogo è:

$$G_j = 0{,}25\, \pi\, (D_a^2 - D_i^2)\, l\, k_{Fe}\, s \text{ kg} . \qquad (7\text{-}12)$$

D_a e D_i rappresentano rispettivamente il diametro esterno e interno (m), l la lunghezza del ferro (m), k_{Fe} (0,9 — 0,95) il fattore di costipamento del ferro, s (circa 7.700 kg/m^3) il peso specifico.

Nel rotore dei motori trifasi a collettore si ha lo stesso tipo di magnetizzazione che si verifica nelle macchine asincrone. Per entrambi questi tipi di macchina vale comunque la (7-11) in cui bisogna però moltiplicare le perdite per isteresi per il rapporto esistente tra la frequenza rotorica e quella nominale $f_2/f_1 = s$ (scorrimento) e le perdite dovute alle correnti parassite per il quadrato di tale rapporto.

Nelle macchine monofasi a collettore la magnetizzazione avviene secondo una legge più complessa. L'aumento delle perdite per isteresi si valuta in base al fattore k_{Hj}:

$$k_{Hj} \approx 1{,}1 \qquad (7\text{-}13)$$

in regime iposincrono e:

$$k_{Hj} \approx 1{,}1 \cdot 0{,}55\, s/(1 - s). \qquad (7\text{-}14)$$

in regime ipersincrono.

Alle perdite dovute alle correnti parassite si aggiungono anche quelle dovute al movimento, così che il coefficiente k_{Wf} è legato al coefficiente k_W della (7-6) dalla relazione:

$$k_{Wf} \approx k_W + (1 + s)^2 . \tag{7-15}$$

7.3. Perdite nel ferro dei denti

In pratica nei denti si ha una magnetizzazione puramente alternata. A causa delle piccole dimensioni dei denti, il coefficiente di maggiorazione delle perdite di isteresi per i denti è più elevato che per il giogo. Si ritiene che tale fattore sia $k_{Hz} \approx 1{,}2$.

L'aumento delle perdite dovute alle correnti parassite è condizionato allo scarto della curva di campo rispetto alla forma sinusoidale. Poichè tali perdite sono proporzionali al quadrato dell'induzione e al quadrato della frequenza [vedi la (6-21)], si può calcolare il fattore k_{Wz} in base alla seguente equazione:

$$k_{Wz} = \frac{1}{B^2} \sum_{1}^{\infty} \nu^2 B_\nu^2 . \tag{7-16}$$

Nel caso che il passo dei denti sia piccolo, si può supporre l'induzione nei denti proporzionale all'induzione al traferro; così che si può dedurre il valore dato dalla (7-16) dalla curva del campo. Per funzionamento a vuoto, il fattore k_{Hf} è 1,55 ca. (macchine sincrone), 1,3 ca. (macchine asincrone) e 1,75 ca. (macchine a corrente continua). Data la piccola ampiezza dei denti, le perdite dovute al cattivo isolamento della lamiera hanno un'importanza relativa, come del resto anche quelle causate dalle bave. Se però le cave sono ottenute per fresatura, questo ultimo tipo di perdite può raggiungere un valore tale da non poter essere più trascurato. Le perdite totali nei denti sono:

$$v_z = B_z^2 \,(k_{Hz}\, \varepsilon + k_{Wz}\, \sigma) \ \text{W/kg} . \tag{7-17}$$

Quest'ultima equazione dà come risultato perdite addizionali variabili dal 20 al 30%, mentre in base a numerosi rilievi compiuti su macchine sincrone grandi si è constatato che le perdite addizionali nei denti sono comprese tra il 40 e il 200%. Per le macchine sincrone si assume come valore medio un aumento del 100%. Tale differenza si può spiegare con le perdite addizionali prodotte dai campi armonici di dentatura. L'andamento di questi ultimi è spesso radiale e il loro comportamento è uguale a quello del campo nel dente. Poichè è praticamente impossibile distinguere i campi e le perdite addizionali che si hanno nei denti e nelle parti vicine, si è costretti a conglobare tutte le perdite addizionali in un unico fattore k_z, il cui valore è determinato sulla base di osservazioni pratiche. Nelle macchine sincrone è $k_z \approx 2{,}0$, in quelle asincrone (perdite superficiali e di pulsazione comprese) $k_z \approx 1{,}8$ e nelle macchine a corrente continua $k_z = 2{,}5$.

Per calcolare le perdite nel ferro del dente è sufficiente assumere per l'induzione un valore medio — e precisamente quello nella mezzeria — e determinare in base ad esso le perdite per tutto il dente. A causa della saturazione, il vero valore medio è un po' minore di quello che si ha sulla mezzeria del dente, ma tuttavia la differenza è praticamente irrilevante. L'induzione nei denti delle macchine a corrente trifase varia tra 1,5 e 1,8 Wb/m² e quindi è consigliabile usare come valore di riferimento il coefficiente di perdita per 1,5 Wb/m² (v_{15}). Le perdite sono allora:

$$v_z = v_{15}\left(\frac{B_{zm}}{1,5}\right)^2 k_z \ \text{W/kg}. \tag{7-18}$$

Nelle macchine a corrente continua l'induzione nella sezione minore del dente raggiunge valori che superano spesso i 2 Wb/m². In tale caso le perdite nel ferro non sono più proporzionali al quadrato dell'induzione, ma ad una potenza dell'induzione minore di due. In pratica, però, si calcolano le perdite in base alla (7-18).

Poichè nel funzionamento a carico il campo subisce una deformazione maggiore di quella che si ha nel caso di funzionamento a vuoto (soprattutto per le macchine sincrone e a corrente continua), si possono prevedere perdite addizionali maggiori, quantunque non esistano al riguardo dati di misure. L'aumento, tuttavia, non può essere sensibile, perchè le perdite addizionali non sono determinate principalmente dalla forma del campo, ma piuttosto dai numerosi campi radiali secondari. In pratica si adotta quindi lo stesso fattore k_z sia per funzionamento a carico che per funzionamento a vuoto.

Il peso dei denti viene calcolato in base alla loro forma. Esso può essere calcolato approssimativamente come segue:

$$G_z \approx N\, b_{zm}\, h_z\, l\, s\, k_{Fe} \cdot \text{kg} \tag{7-19}$$

N è il numero di cave, b_{zm} (m) l'ampiezza media dei denti, h_z (m) la loro altezza, l (m) la lunghezza del ferro, s (circa 7.700 kg/m³) il peso specifico e k_{Fe} (compreso tra 0,9 e 0,95 circa) il fattore di costipamento del ferro.

7.4. Perdite superficiali

Nel traferro delle macchine elettriche esistono, oltre al campo principale, numerosi campi armonici ruotanti con velocità diversa. Tali campi sono determinati dalla forma particolare dell'espansione polare, da una curva di amperspire di eccitazione di andamento non sinusoidale e infine dalla deformazione del campo a carico o per saturazione del ferro. I campi di ampiezza maggiore e quindi maggiormente interessanti sono quelli causati dalle cave. A questo proposito si distinguono i campi armonici dovuti alle cave, che sono proporzionali al campo fondamentale, e i campi armonici dovuti alla forma a gradini della curva di eccitazione, che sono proporzionali alla corrente di cava. I primi dipendono dalla tensione, i secondi dalla corrente.

I campi armonici dovuti alle cave, cioè funzioni dell'apertura di cava e della densità lineare delle correnti di cava, hanno frequenze assai elevate e quindi piccoli passi polari. Ponendo il fattore χ della (4-151) uguale ad 1, si ottengono le seguenti perdite superficiali: con $B_u = B_O$

$$v_{O,1} \approx \frac{10^{-3,5}}{2\,\pi} (B_O\,\tau)^2 \frac{f^{1,5}}{\sqrt{\varrho\,\mu_r}}. \tag{7-20}$$

Il passo polare è $\tau \approx \tau_z/2$ e la frequenza $f = N n$, per cui le perdite diventano:

$$v_{O,1} = k_O\,(N\,n)^{1,5}\,(B_O\,\tau_z)^2\ \mathrm{W/m^2}, \tag{7-21}$$

in cui è:

$$k_O = \frac{10^{3,5}}{8\,\pi\,\sqrt{\varrho}\,\mu_r}\ \Omega^{-1}\,\sec^{-0,5}. \tag{7-22}$$

Il Richter [2.3] giunge allo stesso risultato seguendo un altro metodo. Egli fa l'ipotesi che il flusso $B_O\,\tau_z/\pi$ nel ferro si suddivida in due parti uguali, di cui una va a destra e l'altra a sinistra. Per uno spessore b del ferro, l'induzione risulta $B_O\,\tau_z/2\,\pi\,b$. Qui il campo ha andamento parallelo alla superficie e si può quindi applicare la (4-139). Poichè però flusso e correnti parassite si formano solo lungo una superficie, si deve usare $2b$ per indicare l'ampiezza del ferro; in tal modo il prodotto Bb della (4-139) diventa $B_O\,\tau_z/\pi$. Proseguendo nel calcolo, per le perdite superficiali si ottiene lo stesso valore che risulta dalla (7-21).

Si calcolino ora le perdite superficiali in funzione dell'apertura di cava, applicando la (7-21). Come si è visto nel capitolo 4.2.3., il valore massimo B_O dell'induzione è espresso dalla:

$$B_O = \beta\,k_c\,B_L = \frac{\tau_z\,(k_c - 1)}{S'}\,B_L \approx \frac{\tau_z\,(k_c - 1)}{1,7\,S}\,B_L. \tag{7-23}$$

B_L è l'induzione al traferro, k_c il fattore di Carter, S l'apertura di cava e β una grandezza ausiliaria, di valore dato in fig. 4-21 e tab. 4.4. Se si suppone che il campo di armonica superiore vari sinusoidalmente al traferro con periodo uguale al passo dei denti, si possono calcolare le perdite [vedi la (7-21)] con il valore dell'induzione dato dalla (7-23). Per aperture di cava molto strette la distribuzione dell'induzione si allontana da quella sinusoidale e bisogna quindi scomporre la curva di campo in armoniche, calcolando poi le perdite per ciascuna di esse. Il contributo dato dalle armoniche superiori alle perdite è piccolo rispetto

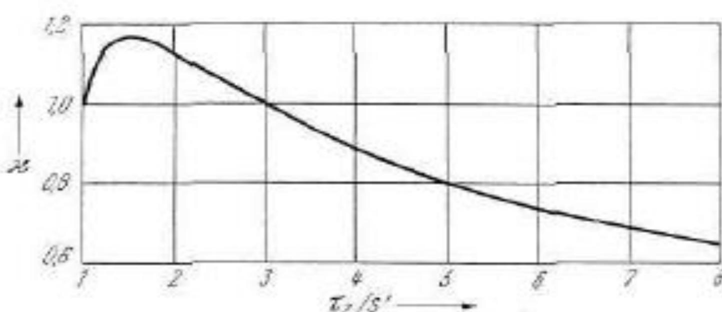


Fig. 7-2. - Fattore di correzione $\varkappa$ per il calcolo delle perdite per pulsazione di flusso, determinate dalle aperture di cava.

a quello dato dalla (7-23) per l'armonica fondamentale. Il relativo fattore di correzione, calcolato da Richter, è riportato in figura 7-2 in funzione del rapporto $\tau_z/S' \approx \tau_z/1{,}7\ S$. Per cave aperte tale rapporto è circa 1 e per cave semichiuse esso varia da 2 a 4, mentre il fattore di correzione $\varkappa$ in questo caso è compreso tra 1,1 e 0,9.

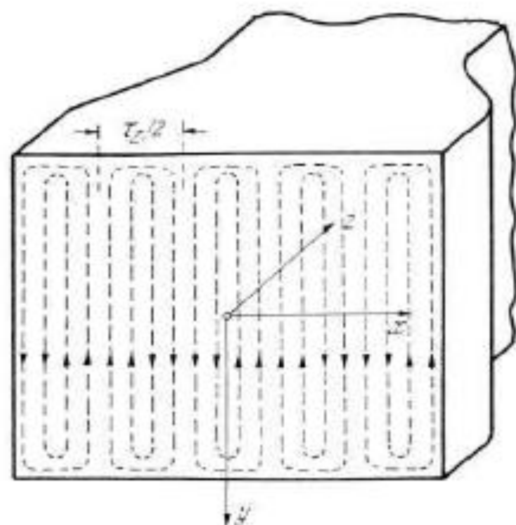


Fig. 7-3. - Sistema di coordinate per il calcolo delle perdite superficiali.

Le perdite superficiali date dalla (7-21) sono indipendenti dalla lunghezza del ferro nella direzione assiale, in accordo con l'ipotesi fatta che le correnti parassite circolino nel piano x, y secondo la direzione dell'asse y (cfr. fig. 7-3). Per $\varrho = 0{,}1\ 10^{-6}\ \Omega\text{m}$ e $\mu_r = 2.000$, la grandezza ausiliaria k_O assume valore $8{,}9 \times 10^3\ \Omega^{-1}\ \text{sec}^{-0{,}5}$ [vedi la (7-22)]. Le misure effettuate su macchine con cave aperte, per le quali è $\varkappa \approx 1$, hanno dato i seguenti valori [2.3]:

per espansioni polari massicce di ferro forgiato	$k_O = 10{,}8 \cdot 10^3\ \Omega^{-1}\ \text{sec}^{-0{,}5}$
per espansioni polari massicce di ghisa	$k_O = 8{,}1 \cdot 10^3\ \Omega^{-1}\ \text{sec}^{-0{,}5}$
per espansioni polari costituite da lamiera di 2 mm di spessore	$k_O = 3{,}95 \cdot 10^3\ \Omega^{-1}\ \text{sec}^{-0{,}5}$
per espansioni polari costituite da lamiera di 0,5 mm di spessore	$k_O = 1{,}15 \cdot 10^3\ \Omega^{-1}\ \text{sec}^{-0{,}5}$

Tali dati sono stati rilevati su lamiera in lega molto debole, cioè con resistenza specifica bassa ($\varrho \approx 0{,}15\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$), mentre attualmente si usano lamiere a resistenza specifica sensibilmente più alta (ϱ variabile da 0,25 a 0,5 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$); il valore del fattore k_O per tale lamiera (spessore 0,5 mm) è compreso tra $0{,}92 \cdot 10^3$ e $0{,}65 \cdot 10^3\ \Omega^{-1}\ \text{sec}^{-0{,}5}$.

Come si può notare, le perdite superficiali diminuiscono sensibilmente se si fa uso di espansioni polari laminate. Il valore di k_O per lamierini bene isolati fra loro è circa proporzionale al loro spessore. Poichè il calcolo di k_O presenta notevoli difficoltà di ordine matematico, si è costretti ad applicare i dati sopra riportati, trovati sperimentalmente. Le bave determinate dalla lavorazione meccanica della superficie dell'espansione polare riducono l'isolamento e quindi le perdite subiscono un aumento variabile dal 50 al 100% a seconda del tipo delle lavorazioni stesse.

Le perdite superficiali totali di una macchina sono proporzionali alla superficie $\pi D l$ interna di statore; si deve tener presente che l'induzione B_O non ha sempre lo stesso valore lungo il traferro, ma varia da 0 a B_O in corrispondenza delle variazioni dell'induzione al traferro del campo fondamentale. Nel caso di campo sinusoidale il valore medio quadratico

è uguale alla metà del quadrato del valore massimo. Le perdite superficiali di tutta la macchina sono espresse quindi dalla:

$$V_O \approx v_{O,1} \frac{\pi D l}{2} \text{ W}. \qquad (7\text{-}24)$$

La (7-24) vale per le macchine sincrone e a corrente continua ed è approssimata, dato che le superfici delle espansioni polari si estendono solo per una parte del passo polare. L'errore che si commette applicando tale espressione è però di piccola entità, poichè in corrispondenza dell'asse neutro i campi armonici hanno ampiezza minima e il loro contributo alle perdite totali è irrilevante. In alcune macchine è possibile diminuire, seppure di poco, le superfici polari aprendo delle cave. Le perdite superficiali possono talvolta essere considerate come perdite per pulsazioni di flusso dovute ai denti, quando in una parte della macchina — rotore ad esempio — la larghezza del dente è quasi uguale o più piccola dell'apertura di cava dell'altra parte — statore —, come nel caso delle macchine asincrone.

Per fare un esempio di calcolo delle perdite superficiali, si consideri una macchina sincrona avente $B_L = 0{,}8$ Wb/m² e $k_c = 1{,}1$ che per $S/\delta = 1{,}5$ abbia $\beta = 0{,}10$; per la (7-24) si ottiene $B_O = 0{,}1 \cdot 1{,}11 \cdot 0{,}8 = 0{,}088$ Wb/m². Sia inoltre $\tau_z = 3{,}5$ cm, $N = 144$ ed $n = 500$ giri/min. Per la (7-21) le perdite causate dalle cave nelle espansioni polari sono:

$$v_O = 10{,}8 \cdot 10^3 (144 \cdot 8{,}33)^{1.5} (0{,}035 \cdot 0{,}088)^2 = 4260 \text{ W/m}^2 .$$

7.5. Perdite per le pulsazioni dovute ai denti

Come si è visto nel paragrafo precedente, i campi armonici di cava causano le perdite superficiali. A volte però questi campi possono attraversare i denti escludendo la cava; in tal modo le perdite superficiali diminuiscono e subentrano le perdite per pulsazione del flusso. Per chiarire il fenomeno in base al quale si determinano le perdite, si considerano due posizioni limite dei denti (vedi fig. 7-4a e b). Nella prima posizione i due

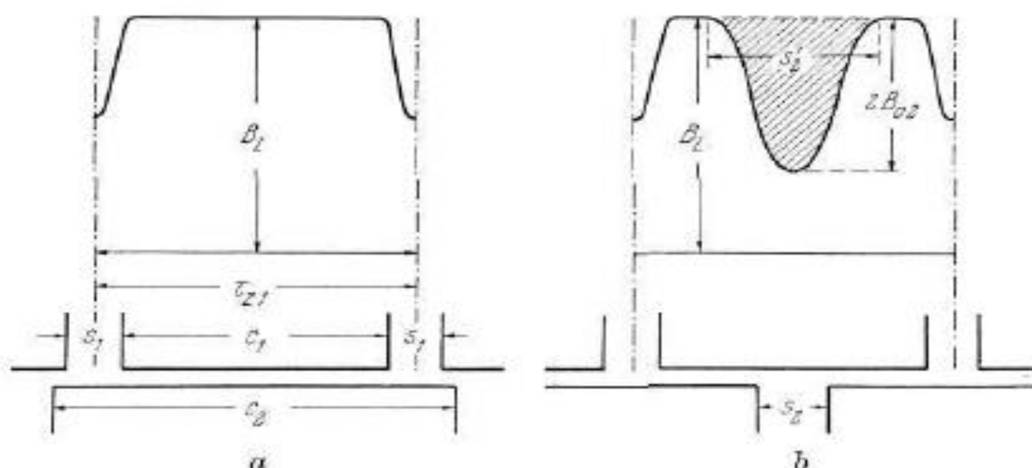


Fig. 7-4 a e b. - Per il calcolo dell'ampiezza B_{p1} delle oscillazioni dell'induzione nel dente.

denti sono esattamente l'uno di fronte all'altro, nella seconda invece di fronte al dente superiore si trova l'apertura di cava dell'altra parte della macchina. Come è possibile constatare dal confronto delle due figure, nel secondo caso il flusso subisce una diminuzione rappresentata dalla superficie tratteggiata $B_{O2} S_2'$; l'ampiezza dell'oscillazione dell'induzione al centro del dente in cui si ha l'induzione media B_{zm1} è espressa dalla [vedi la (4-58) e la (4-62)]:

$$B_{p1} = \frac{B_{O2} S_2'}{2\, \tau_{z1}} \frac{B_{zm1}}{B_L} = \frac{\gamma_2\, \delta\, k_c}{2\, \tau_{z1}} B_{zm1}. \tag{7-25}$$

Le pulsazioni del flusso, calcolate sopra, si attenuano un poco per effetto della saturazione nel ferro. Secondo il Richter tale diminuzione è dell'ordine di grandezza del valore reciproco del fattore di Carter (k_c). L'ampiezza dell'oscillazione di induzione è allora:

$$B_{p1} \approx \frac{\gamma_2\, \delta}{2\, \tau_{z1}} B_{zm1} = \frac{\tau_{z2}}{2\, \tau_{z1}} \frac{k_{c2} - 1}{k_{c2}} B_{zm1}. \tag{7-26}$$

Il Richter ha confrontato i risultati dati dalla (7-26) con quelli sperimentali di Bragstadt e Fraenckel ed ha trovato una buona corrispondenza. Solo nel caso, molto raro in pratica, in cui il numero delle cave di rotore sia uguale o multiplo del numero di cave statoriche — e viceversa — l'induzione è di poco minore di quella che risulta dalla (7-26) [2.3]. La differenza, tuttavia, è minima e in generale si può applicare la (7-26).

Per calcolare le perdite per pulsazioni di flusso (per ogni kg di ferro) si può applicare la (6-21); in tal modo si ottiene:

$$v_p' = \sigma \left(\frac{f\, B_p}{50} \right)^2 \text{W/kg}\,, \tag{7-27}$$

la frequenza nel dente statorico è:

$$f_1 = n\, N_2 \text{ Hz} \tag{7-28}$$

e nel dente rotorico:

$$f_2 = n\, N_1 \text{ Hz} \tag{7-29}$$

indicando con n i giri/sec della macchina.

Dalla (7-26) si può ottenere l'ampiezza dell'oscillazione dell'induzione nel dente di statore e nel dente di rotore scambiando semplicemente gli indici 1 e 2.

La frequenza delle pulsazioni è dell'ordine di grandezza di 1.000 Hz. Per vedere se è necessario introdurre il fattore di correzione k_m [cfr. la (4-135)] per tener conto della reazione delle correnti parassite, come nel caso in cui si abbia $\xi > 3$, si devono fare le seguenti considerazioni. Per

i soliti valori $f = 1.000$ Hz, $\varrho = 0{,}4 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m del lamierino in lega media e di spessore $b = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ m si ottiene il valore limite di μ_r:

$$\mu_r \leqq \left(\frac{3}{2\,\pi\,b}\right)^2 \frac{\varrho \cdot 10^7}{f} = \left(\frac{3}{2\,\pi \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}}\right)^2 \frac{0{,}4 \cdot 10}{1\,000} 10^7 = 3\,700. \qquad (7\text{-}30)$$

L'induzione media B_{zm} nei denti varia lungo il passo polare dal suo valore massimo fino a zero. Sotto la maggior parte del passo polare la permeabilità è $\mu_r < 3.700$ e solo in una parte relativamente piccola di esso è $\mu_r > 3.700$. Se si rinuncia alla piccola correzione, le perdite per pulsazione risultano un po' maggiori di quelle reali, ma si considera che questo aumento possa rappresentare il piccolo aumento delle perdite in conseguenza delle bave. Come si è visto al paragrafo 6.4.2, queste causano nei denti un aumento molto piccolo delle perdite dovute alle correnti parassite. Invece uno scarto dalla variazione sinusoidale nel tempo del flusso pulsante — come in questo caso — può comportare un aumento delle perdite valutabile nel 50%. Di conseguenza il valore medio quadratico dell'induzione nei denti lungo un passo polare diventa $0{,}5 \cdot 1{,}5\ B_{zm}^2 = 0{,}75\ B_{dm}^2$, mentre le perdite per pulsazione dovute ai denti statorici sono:

$$V_{p1} \approx 3 \cdot 10^{-4}\, \sigma\, (n\, N_2\, B_{p1})^2\, G_{z1}\ \text{W}. \qquad (7\text{-}31)$$

Per lamiera in lega debole di spessore 0,5 mm (D 68) è $\sigma = 0{,}75$, mentre per lamiera in lega forte (C 37) è $\sigma = 0{,}33$. Scambiando gli indici 1 e 2 si ottengono le perdite per pulsazioni dovute ai denti rotorici.

A causa della pulsazione di flusso per effetto dei denti, il flusso al traferro diminuisce; anche le perdite superficiali diminuiscono di un valore difficilmente determinabile. Se ad esempio le perdite per pulsazione sono elevate, da 1 a 2 volte maggiori di quelle superficiali, si può ritenere che scompaia la metà delle perdite superficiali [cfr. la (7-21)].

La pulsazione dell'induzione nei denti è prodotta non soltanto dalle cave, ma anche dalla distribuzione discontinua della f.m.m. Le perdite corrispondenti (vedi capitolo 11) dipendono comunque dalla corrente.

7.6. Perdite addizionali nei giunti

Tali perdite sono determinate in primo luogo [7.6] dal fatto che una parte del flusso attraversa pezzi di notevole spessore secondo una direzione trasversale e inoltre possono essere causate anche da una distribuzione non uniforme della induzione in direzione longitudinale. Nel presente studio si considereranno dapprima le perdite causate dal campo trasversale; le perdite dovute alle correnti parassite in un campo sinusoidale di induzione media B_{qm} sono [vedi la (6-21)]:

$$v_W' = \frac{4}{3\,\varrho}\left(h_0\, f\, \frac{\pi}{2\,\sqrt{2}}\ B_{qm}\right)^2 \frac{3}{\alpha\, h_0}\ \text{W/m}^3 \qquad (7\text{-}32)$$

in cui il valore B_{qm} è dato dalla (8-83); per h_O si rimanda alla fig. 8-19; si ritiene che il campo trasversale diminuisca circa linearmente dopo essere penetrato nella lamiera e che al centro di essa l'induzione trasversale risulti nulla. Le perdite sono allora:

$$v_W = \frac{1}{3} v_W' = \frac{2\,\pi^2}{3\,\varrho\,\alpha\,h_0} (b\,f\,B_2)^2 \text{ W/m}^3. \qquad (7\text{-}33)$$

Il calcolo dell'induzione massima che si ha in corrispondenza del giunto è riportato nel capitolo 8.6; da esso risulta $B_2 = B_m - B_1 = (1 - \delta')\,B_m$, in cui B_2 e B_m sono rispettivamente l'induzione massima e quella media nella lamiera al di fuori del giunto. Nell'esempio trattato si considera uno statore composto da lamierini segmentati aventi lunghezza di sovrapposizione $h_0 = 0{,}25$ m, spessore $b = 2 \times 0{,}005 = 0{,}001$ m e induzione media $B_m = 1{,}5$ Wb/m² (per gli altri dati vedi paragrafo 8.6); si ricava $B_2 = (1 - 0{,}655)1{,}5 = 0{,}52$ Wb/m² e

$$v_W = \frac{2\pi^2}{3 \cdot 0{,}5 \cdot 140 \cdot 0{,}25} (0{,}001 \cdot 50 \cdot 0{,}52)^2 = 256 \text{ W/m}^3$$

oppure $256/7.800 = 0{,}03$ W/kg.

Mentre per le macchine rotanti le perdite addizionali nei giunti sono generalmente tanto piccole che il più delle volte vengono trascurate, nel caso dei trasformatori esse sono più rilevanti rispetto alle perdite fondamentali, a causa del piccolo valore di queste ultime. Le ricerche sperimentali di Brechna [7.9] hanno dimostrato che le perdite nel ferro aumentano del 10% circa nel caso di composizione del pacco con due lamierini per strato e induzione di 1,5 Wb/m² e del 20% nel caso di composizione con quattro lamierini per strato. Il nucleo usato ha dimensioni $4{,}5 \times 4{,}5$ cm², altezza $h_0 = 4{,}5$ cm e spessore $b = 2 \times 0{,}035 = 0{,}07$ cm. Ponendo $\delta = 0{,}001$ m; $\alpha = 140$ m⁻¹ con $B_2 \approx 0{,}52$ Wb/m² si ottiene dalla (7-33):

$$v_W = \frac{2\,\pi^2\,10^5\,(0{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 0{,}52)^2}{3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 140 \cdot 0{,}045} \approx 750 \text{ W/m}^3.$$

Le perdite addizionali nei sei settori con sovrapposizioni sono $6 \cdot \cdot 0{,}045^3 \cdot 750 = 0{,}38$ W. Il peso totale del nucleo è $7.700 \cdot 0{,}95 \cdot 2 \cdot 0{,}045^2$ $(0{,}135 + 0{,}2) \approx 10$ kg e le perdite fondamentali, con coefficiente di perdita $v_{15} = 2{,}05$, sono $2{,}05 \cdot 10 = 20{,}5$ W. Le perdite addizionali dovute al campo trasversale sono pari a $0{,}38/20{,}5 = 0{,}019$ volte le perdite fondamentali e non ci si spiega perciò l'aumento osservato del 10%.

Una particolare perdita addizionale nei giunti si ha nei lamierini aventi direzione preferenziale (laminati a freddo); infatti il campo nei giunti deve avere in parte andamento trasversale rispetto alla direzione preferenziale. Per eliminare tali perdite si è proposto di tranciare i lamierini con un angolo di 45° anzichè 90°; in tal modo si diminuirebbero le

perdite totali dell'8-10% (nel nucleo modello di [7.9]). Contemporaneamente però aumentano il tempo di lavorazione e lo sfrido di lamiera; diventa dubbia pertanto l'economicità di tale procedimento. Bisogna inoltre notare che le perdite in un giunto non dipendono dalla lunghezza h_0, per cui si possono calcolare basandosi sul numero dei giunti. Bisogna tener conto poi che esistono dei giunti doppi, come quelli di fig. 8-19, nei quali si hanno perdite di uguale valore tanto sul tratto h_0 che fuori di esso.

Altre perdite addizionali sono determinate dal fatto che, a causa dei giunti, l'induzione longitudinale non è costante; l'induzione trasversale, con l'asse y orientato in direzione del lamierino, è:

$$B_q = B_{qS} \frac{\cosh (1 + j)\, \alpha\, (y - h_0/2)}{\cosh (1 + j)\, \alpha\, h_0/2} \tag{7-34}$$

e l'induzione longitudinale, trascurando B_1, è:

$$B_d = \frac{2}{b} \int_0^y B_q\, dy = \frac{2\, B_{qS}}{(1 + j)\, \alpha\, b} \frac{\operatorname{senh} (1 + j)\, \alpha\, (y - h_0/2) - \operatorname{senh} (1 + j)\, \alpha\, h_0/2}{\cosh (1 + j)\, \alpha\, h_0/2}. \tag{7-35}$$

Il valore medio quadratico dell'induzione longitudinale è:

$$B^2{}_{dm} = \frac{1}{h_0} \int_0^{h_0} B_d{}^2\, dy = B_2{}^2 \left[1 - \frac{1}{\alpha\, h_0} \frac{\operatorname{senh} \alpha\, h_0 - \operatorname{sen} \alpha\, h_0}{\cosh \alpha\, h_0 - \cos \alpha\, h_0}\right] =$$

$$= B_2{}^2 \left[1 + \frac{1}{3}\, \varphi' \left(\frac{\alpha\, h_0}{2}\right)\right]. \tag{7-36}$$

La funzione $\varphi'(\alpha\, h_0/2)$ è nota e figura precisamente nello studio dell'addensamento di corrente. Per $\alpha\, h_0 = 0$ è $\varphi'(0) = 1$, mentre per valori di $\alpha\, h_0/2$ maggiori di 2 si può porre $\varphi'(\alpha\, h_0/2) \approx 3/\alpha\, h_0$. Le perdite dovute al campo longitudinale aumentano di $(1 + 1/\alpha\, h_0)$ volte rispetto a quelle che si hanno per induzione costante. In tal modo le perdite addizionali rappresentano l'$1/\alpha\, h_0$ delle perdite normali. Nell'esempio di Brechna queste perdite hanno tuttavia una notevole importanza.

Il nucleo si compone di 6 pezzi con $h_0 = 0{,}045$ m con un peso complessivo di 4 kg, oltre a 2 pezzi con $h_0 = 0{,}2$ m del peso di 6 kg.

Le perdite addizionali dovute al campo longitudinale diventano $4 \cdot 2{,}05/140 \cdot 0{,}045 = 1{,}30$ W e rispettivamente, $6 \cdot 2{,}05/140 \cdot 0{,}2 = 0{,}44$ W. La somma delle perdite addizionali dovute al campo trasversale e a quello longitudinale è $0{,}38 + 1{,}30 + 0{,}44 = 2{,}12$ W pari a $2{,}12/20{,}5 \cdot 10^2 = 10\%$ delle perdite fondamentali, il che coincide con il valore trovato dal Brechna.

8. CARATTERISTICA DI MAGNETIZZAZIONE

8.1. Generalità

La caratteristica di magnetizzazione di una macchina rappresenta la legge di dipendenza del flusso utile dalle amperspire magnetizzanti. Il flusso utile è determinato nota la f.e.m. necessaria ed è quindi funzione delle condizioni di funzionamento della macchina. Generalmente si calcola la caratteristica di magnetizzazione per funzionamento a vuoto, ricavandola sperimentalmente nel modo seguente. Dalle amperspire magnetizzanti a vuoto si deducono quelle a carico tenendo conto delle cadute di tensione per resistenza ohmica e per reazione di armature, entrambi calcolabili. Poichè il flusso e l'induzione hanno grandezze diverse nelle diverse parti della macchina, si determinano dapprima le caratteristiche magnetiche parziali per le diverse parti del circuito magnetico e poi, in base a queste, la caratteristica risultante.

La caratteristica magnetica parziale rappresenta il rapporto esistente in una parte della macchina tra il flusso di induzione magnetica (o tra l'induzione) e la tensione magnetica. Il circuito magnetico comprende generalmente traferro, giogo, denti e nucleo polare. Per determinare la tensione magnetica in una parte del circuito si considera la sua induzione e la lunghezza del percorso delle linee di flusso. Ora, mentre nel caso di induzione uniforme e di percorso chiaramente definito il calcolo non presenta alcuna difficoltà, vi sono, nelle macchine elettriche, delle parti di circuito magnetico in cui tali premesse non esistono (giogo statorico, giogo rotorico, denti). Per il calcolo della tensione magnetica sono stati proposti diversi metodi a soluzione grafica; poichè però essi sono approssimati e piuttosto laboriosi, per determinare la curva di magnetizzazione con una certa approssimazione, si preferisce applicare un semplice metodo analitico (vedi 8.5.).

8.2. Tensione magnetica al traferro

Nella maggior parte delle macchine rotanti l'induzione al traferro assume il valore massimo sotto la mezzeria del polo. Il suo valore B_L, in funzione del flusso, della lunghezza ideale dell'indotto e della lunghezza ideale dell'arco polare, è dato dalla:

$$B_L = \frac{\Phi}{b_i\, l_i}. \tag{8-1}$$

La lunghezza b_i viene espressa come parte del passo polare. Per le macchine a corrente continua il rapporto $\alpha = b_i/\tau$ è calcolato in base alla forma del campo (vedi 4.2.1.); nel caso di campo sinusoidale è quindi $\alpha = 2/\pi$. Se la distribuzione del campo non è sinusoidale, si determina

l'ampiezza dell'armonica fondamentale dell'induzione con $\alpha = 2/\pi$:

$$B_1 = \frac{\pi \Phi_1}{2 \tau l_i} \tag{8-2}$$

e il valore dell'induzione al traferro con la:

$$B_L = B_1/\beta. \tag{8-3}$$

Come si vede in fig. 4-10, nelle macchine sincrone il fattore β dipende dalla forma dell'espansione polare, mentre nelle macchine asincrone, a causa dell'appiattimento della curva del campo determinato dalla saturazione dei denti, è $\beta > 1$. La saturazione dei denti ha invece un'importanza secondaria nel caso delle macchine sincrone e a corrente continua per le quali il traferro è ampio. Nel paragrafo 4.2.1 è illustrato uno dei metodi per la determinazione approssimata di β.

Nel paragrafo 4.3. è stata determinata la lunghezza ideale di indotto per diversi casi. Nelle macchine a grande traferro (macchine a corrente continua e macchina asincrone) non si possono trascurare i flussi sulle superfici frontali e nei canali di ventilazione, mentre è possibile farlo nelle macchine a piccolo traferro (macchine asincrone e macchine a collettore), ponendo la lunghezza ideale di indotto uguale a quella del ferro.

L'esistenza delle cave causa un aumento dell'induzione calcolabile mediante il fattore di Carter, già determinato al paragrafo 4.2.3.1.

La linea di integrazione per il calcolo della caduta di tensione magnetica è quella passante per i punti in cui l'induzione è massima. Per il traferro, quindi, tale caduta sarà espressa dalla:

$$M_L = \frac{1}{\mu_0} B_L k_c \delta_0 \tag{8-4}$$

in cui δ_0 rappresenta la lunghezza del traferro sotto la mezzeria del polo. Introducendo δ_0 in m e B_L in Wb/m² si ottiene la tensione magnetica in amperspire.

Nel circuito magnetico di una macchina rotante il traferro si presenta due volte lungo la linea di integrazione e quindi la tensione magnetica relativa al traferro è $2\,M_L$.

Se l'ampiezza ideale del polo e il fattore β non variano al variare dell'induzione, la curva parziale di magnetizzazione per il traferro è una retta passante per l'origine (vedi fig. 8-25).

8.3. Tensione magnetica nei denti

Il valore dell'induzione nei denti si deduce dal valore B_L dell'induzione al traferro; poichè lo spessore dei denti non è uniforme, essa è diversa in corrispondenza di punti diversi dell'altezza h dei denti. Per il calcolo che qui si intende riportare è necessario conoscere solo la distri-

buzione dell'induzione nella direzione radiale (cioè lungo l'altezza h dei denti). Il flusso relativo ad un arco pari al passo di cava è:

$$\Phi_z' = B_L\, l_i\, \tau_z. \tag{8-5}$$

B_L rappresenta il valore massimo dell'induzione nel passo polare e non in quello delle cave, lungo il quale si suppone l'induzione distribuita uniformemente. Tale supposizione non ha importanza per il calcolo della induzione nei denti, trattandosi in questo caso del flusso totale. Di esso solo una parte passa attraverso il dente, mentre il resto attraversa la sezione della cava e la sezione corrispondente all'isolamento tra i lamierini. Nel calcolo si trascura per lo più la parte di flusso che attraversa i canali di ventilazione e le superfici frontali.

La sezione del ferro del dente nel punto del circuito di diametro $D_x = D + 2x$ è espressa (vedi fig. 8-1) dalla:

$$Q_z = k_{Fe}\, l\, c_x, \tag{8-6}$$

in cui k_{Fe} rappresenta il fattore di costipamento del ferro, che tiene conto dell'isolamento dei lamierini; per isolamento con carta il suo valore è circa 0,9 e per isolamento con vernici è di circa 0,93 e è la lunghezza del pacco. La sezione di tutti i percorsi in aria è:

$$Q_N = l\,[a + (1 - k_{Fe})\, c_x]. \tag{8-7}$$

Il rapporto delle due sezioni è quindi:

$$\varkappa = \frac{Q_N}{Qz} = \frac{a + c_x}{k_{Fe}\, c_x} - 1 = \frac{\pi\, D_x}{k_{Fe}\,(\pi\, D_x - a\, N)} - 1. \tag{8-8}$$

Il flusso Φ_z' al traferro si distribuisce parte nel ferro del dente (Φ_z) e parte nell'aria (Φ_N), così che è:

$$\Phi_z' = \Phi_z + \Phi_N. \tag{8-9}$$

Dividendo la (8-9) per il valore di Q_z che risulta dalla (8-6) e tenendo conto della (8-8) si ottiene:

$$B_z' = B_z + \varkappa\, B_N. \tag{8-10}$$

B_z' è l'induzione apparente nei denti, B_z quella effettiva e B_N rappresenta l'induzione nella parte in aria. L'induzione apparente può essere anche calcolata semplicemente come segue:

$$B_z' = \frac{l_i\, \tau_z}{k_{Fe}\, l\, c_x} B_L = \frac{l_i}{l}\, \frac{\pi\, D}{k_{Fe}\,(\pi\, D_x - a\, N)} B_L \tag{8-11}$$

supponendo che il flusso relativo al passo τ_z si incanali tutto nel dente; B_z e B_N sono per il momento ancora incogniti. Se però si suppone che la tensione magnetica per i due percorsi in aria e nel dente sia uguale, si può scrivere:

$$B_N = \mu_0\, H_z \ \text{Wb/m}^2 \tag{8-12}$$

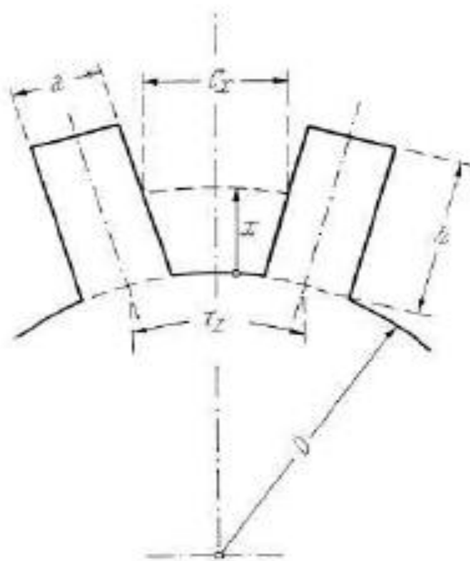


Fig. 8-1. - Rappresentazione delle dimensioni delle cave e dei denti.

donde, tenendo presente la (8-10), si ricava:

$$B_z = B_z' - \mu_0 \varkappa H_z \text{ Wb/m}^2 \qquad (8\text{-}13)$$

La (8-13) si risolve graficamente. In fig. 8-2 sono tracciate la curva di magnetizzazione e la retta $G \approx \mu_0 \varkappa H_z$; conducendo dal punto dell'asse delle coordinate che corrisponde all'induzione apparente nei denti B_z' la parallela alla retta G, il punto di intersezione di tale parallela con la curva di magnetizzazione dà il valore dell'induzione B_z nei denti e l'ascissa corrispondente il valore del campo in A/m.

Generalmente le ampiezze del dente e della cava variano lungo l'altezza del dente e quindi bisogna determinare per ogni punto x l'intensità H_x del campo, tracciare la curva $H_z(x)$ e trovare la tensione magnetica totale lungo il dente per mezzo di una integrazione. In pratica però si rinuncia a questo procedimento e si determina l'intensità del campo in tre punti lungo l'altezza del dente: al traferro (testa) H_h ($D_x = D$) nel punto medio dell'altezza H_m ($D_x = D - h$) e alla base del dente (piede) H_0 ($D_x = D - 2h$). Applicando la regola di Simpson si determina il valore medio e si trova la seguente tensione magnetica:

$$M_z = \frac{H_0 + 4 H_m + H_h}{6} h. \qquad (8\text{-}14)$$

Nel circuito magnetico delle macchine rotanti la caduta di tensione nei denti statorici e nei denti rotorici deve essere computata due volte e quindi la caduta di tensione totale nei denti sarà:

$$2 M_z = 2 M_{z_1} + 2 M_{z_2}. \qquad (8\text{-}15)$$

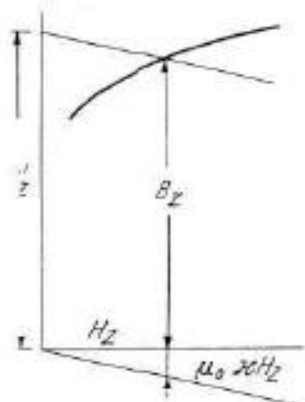


Fig. 8-2. - Determinazione dell'induzione effettiva B_z nei denti in base alla induzione apparente B_z'.

Il procedimento ora descritto è necessario per un'induzione apparente superiore ai 1,7 Wb/m²; per un'induzione più bassa si può porre l'induzione apparente uguale a quella effettiva.

La curva parziale di magnetizzazione per i denti si discosta assai dalla retta (fig. 8-25) ed ha andamento analogo a quello della curva di magnetizzazione di un materiale ferromagnetico; infatti, per piccoli valori di campo è molto ripida, mentre per grandi valori del campo assume la pendenza della retta $M_z = h B_z/\mu_0$.

Il procedimento descritto presuppone una distribuzione uniforme dell'induzione su tutta la larghezza della cava, il che si verifica solo nel caso di cave strette e profonde. Nelle cave di ampiezza normale la induzione

è maggiore in vicinanza dei denti che sulla mezzeria della cava; la tensione magnetica che risulta dal calcolo precedente è quindi minore della reale. In pratica tale differenza è minima.

8.4. Tensione magnetica nel giogo

Il valore massimo dell'induzione B_j nel giogo dipende dalla grandezza del flusso totale — quindi anche dei campi armonici.

Per la determinazione dell'induzione nel giogo dell'induttore si deve tener conto, oltre che dei campi armonici, anche del flusso di dispersione dell'avvolgimento di eccitazione. Per le macchine a corrente continua tale giogo è quello statorico, per le macchine sincrone (con poli interni) quello rotorico e per le macchine asincrone infine (alimentate dallo statore), il giogo statorico.

Poichè il flusso magnetico nel giogo si divide in due parti uguali, si avrà:

$$\Phi_j = (\Phi + \Phi_\sigma)/2 \tag{8-16}$$

e:

$$B_j = \Phi_j/h_j\, l\, k_{Fe}. \tag{8-17}$$

Nel giogo che porta le espansioni polari l'induzione è distribuita uniformente per tutta la lunghezza $l_j \approx \pi\, D_j/2\, p - b_K$ (D_j = diametro medio del giogo, b_K = larghezza del nucleo polare). La tensione magnetica del giogo è allora espressa dalla:

$$M_j = H_j\, l_j, \tag{8-18}$$

dove H_j è *l'intensità del campo nel giogo*. Nelle macchine citate un circuito magnetico ha due gioghi, la tensione magnetica per uno dei quali si può calcolare mediante la (8-18). Il campo nel giogo di indotto è distribuito in modo non uniforme; la tensione magnetica corrispondente è calcolata nei paragrafi 8.4.1. e 8.5.2.

Nel giogo delle macchine grandi, costituito da più segmenti, vi sono alcuni traferri, che però vengono trascurati; infatti essi influiscono solo su alcuni circuiti magnetici, restando completamente inattivi per altri. Questi traferri non possono tuttavia essere trascurati negli statori e nei rotori composti di più segmenti corti. In questo caso il numero dei giunti è assai elevato ed è distribuito uniformemente su tutti i circuiti magnetici. Il traferro addizionale determinato da tali giunti nel giogo, sarà calcolato nel paragrafo 8.6. La tensione magnetica nel giogo è espressa generalmente dalla:

$$M_j = H_j\, l_j + n\, \delta_j\, B_j/\mu_0 \tag{8-19}$$

in cui δ_j rappresenta il traferro addizionale nel giogo [vedi la (8-92)] ed n il numero dei giunti per passo polare.

8.4.1. Andamento del campo in un lamierino anulare indipendentemente dal flusso nell'albero

L'induzione nei diversi punti dell'anello lungo la periferia dell'indotto è diversa. Se il campo al traferro è distribuito sinusoidalmente — e quindi si considera solo l'armonica fondamentale — anche l'induzione lungo la periferia dell'indotto e quindi la sua componente tangenziale sono distribuite sinusoidalmente. Rispetto al valore massimo dell'induzione al traferro il valore massimo della componente tangenziale è spostato di mezzo passo polare. Nel caso di permeabilità costante la distribuzione dell'induzione non è uniforme neppure in direzione radiale, però tale disuniformità viene annullata in gran parte dalla saturazione del ferro, così che in pratica si considera l'induzione distribuita uniformemente. Il suo valore massimo è dato dalla (8-17), in cui h_j rappresenta l'altezza del giogo, k_{Fe} il fattore di stipamento della lamiera (circa 0,9) ed l la lunghezza del ferro. Per una distribuzione sinusoidale dell'induzione è:

$$B_j = \frac{\tau}{\pi\, k_{Fe}\, h_j}\, B_1. \tag{8-20}$$

Nel giogo, però, l'induzione varia nella direzione tangenziale per cui sulla lunghezza τ' in questa direzione bisognerebbe determinare l'induzione e l'intensità del campo per vari punti, calcolando poi mediante integrazione la tensione magnetica totale. Per evitare questa lunga operazione, si può tener conto del fatto che l'induzione non è uniformemente distribuita, introducendo il fattore K_j che dipende non solo dalla saturazione, ma anche dal numero di poli $2\,p$, dal rapporto h_j/τ' e dal tipo di indotto (interno o esterno). I valori di tale fattore, calcolati da Richter [2.3], sono dati in fig. 8-3; nel paragrafo 8.5.2. si vedrà poi come è possibile calcolare K_j approssimativamente. Per macchine con $p > 1$ i suoi valori sono compresi ovviamente tra quelli relativi a $p = 1$ e $p = \infty$. La tensione magnetica totale per un giogo è espressa dalla:

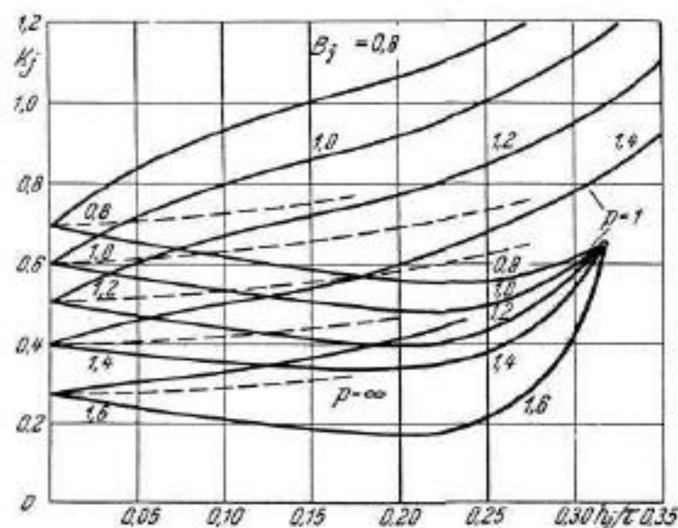


Fig. 8-3. - Fattore di correzione k_j per giogo statorico e rotorico, in funzione del rapporto h_j/τ (vedi Richter [2.3]). Le curve valgono per campo al traferro sinusoidale.

$$M_j = K_j\, H_j\, \tau', \tag{8-21}$$

in cui è:

$$\tau' = \tau_1 = \frac{\pi\,(D_1 + 2\,h_1)}{2\,p} \tag{8-22}$$

per l'indotto esterno (statore) e:

$$\tau' = \tau_2 = \frac{\pi (D_2 - 2\, h_2)}{2\, p} \tag{8-23}$$

per l'indotto interno (rotore) (cfr. fig. 8-4).

La presenza dei denti determina una diminuzione del valore dell'induzione sia nel giogo di statore quanto in quello di rotore. In fig. 8-5 è

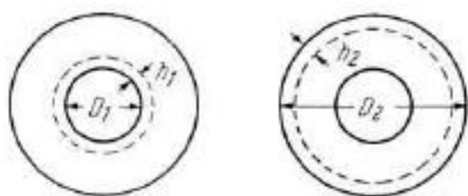


Fig. 8-4. - Determinazione del passo polare τ' per giogo statorico e rotorico.

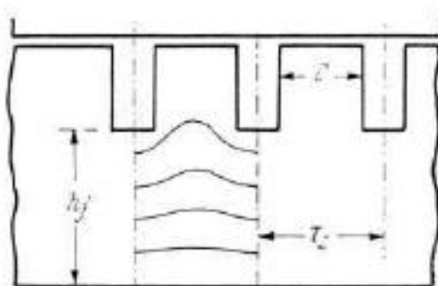


Fig. 8-5. - Andamento del flusso nel giogo in corrispondenza della base dei denti.

illustrata la deviazione delle linee di flusso in corrispondenza dei denti. Tale deviazione è favorita dal fatto che proprio nella zona in cui l'induzione tangenziale è massima i denti non sono sede di flusso longitudinale. È possibile calcolare la distribuzione del campo solo supponendo costante la permeabilità ($\mu = \infty$). Si riconduce questo caso a quello della distribuzione del campo al traferro in corrispondenza di una cava aperta, tenendo però presente che le linee di flusso e quelle equipotenziali sono scambiate. Si calcola dapprima la distribuzione del campo in direzione radiale e si trova che la permeanza diminuisce di k volte a causa della presenza dei denti; per flusso costante ciò significa che la tensione magnetica aumenta di k volte. Scambiando ora tra di loro le linee equipotenziali e quelle di flusso, le linee di flusso in direzione tangenziale sono rappresentate dalle linee equipotenziali in direzione radiale. Nel caso di tensione magnetica costante in direzione tangenziale il flusso in questa direzione aumenta a sua volta di k volte. A causa della presenza dei denti si ottiene allora una diminuzione della tensione magnetica pari a $K_t = 1/k$ volte. k è il fattore di Carter [vedi fig. 8-3 e la (4-45)]:

$$k = \frac{\tau_z}{\tau_z - \gamma\, h_j} \tag{8-24}$$

Dato il piccolo valore del rapporto c/τ_z, per γ vale la seguente relazione:

$$\gamma \approx \frac{2}{\pi} \left(\frac{c}{2\, h_j} \right)^2 . \tag{8-25}$$

Il fattore K_t diventa:

$$K_t = \frac{1}{k} = 1 - \frac{c}{\pi\, \tau_z} \, \frac{c}{2\, h_j} . \tag{8-26}$$

Eseguendo i calcoli si trova che il fattore K_t varia da 0,99 a 0,98 per lo statore della macchina bipolare e da 0,97 a 0,95 per il rotore. Nel caso di permeabilità costante il fattore K_t è elevato. Bisogna però tener presente che per valori di induzione superiori a 0,8 Wb/m² per i quali μ_r diminuisce, il fattore K_t è sensibilmente maggiore (da due a quattro volte). Tuttavia non è possibile calcolare K_t considerando la permeabilità μ_r variabile. Tutt'al più si può calcolare approssimativamente l'influenza esercitata dalla saturazione.

Come si vede da fig. 8-13, il pacco di lamierini rotorici è spesso attraversato da canali di ventilazione; nel calcolo della tensione magnetica nel giogo si tien conto della loro presenza mediante il fattore K_V, il quale si riferisce ad un intero passo polare (vedi paragrafo 8.5.2).

La tensione magnetica nel giogo rotorico è espressa dalla:

$$M_j = \tau\, H_j\, K_j\, K_t\, K_V. \qquad (8\text{-}27)$$

Calcolando K_j per lamierini con canali di ventilazione bisogna considerare un valore medio dell'induzione, compreso tra il valore massimo in corrispondenza della strozzatura e il valore minimo nella parte sprovvista di canali.

8.4.2. Flusso attraverso l'albero

I pacchi di lamierini rotorici sono montati sempre su un sostegno di ferro massiccio che viene attraversato da una parte del flusso; nel giogo si ha pertanto una diminuzione del flusso. Tale fenomeno è particolarmente rilevante nelle macchine bipolari nelle quali i lamierini rotorici sono calettati direttamente sull'albero. Per ragioni meccaniche, il giogo di queste macchine ha dimensioni radiali limitate e quindi viene sollecitato fortemente dal punto di vista magnetico. La derivazione di una parte del flusso nell'albero ha quindi un'importanza fondamentale. L'entità di questo flusso dipende strettamente dalla frequenza del campo rotorico così che ha una importanza particolare nelle macchine asincrone. Per funzionamento a vuoto tale frequenza è molto bassa ($f_2 \simeq 0{,}001\, f_1$) e l'addensamento (o skin effect) nell'albero è trascurabile. Nel caso di funzionamento nominale, invece, ($f_2 \simeq 0{,}03\, f_1$) la frequenza è sufficientemente elevata per determinare un forte skin effect.

Poichè per funzionamento a vuoto della macchina asincrona è possibile trascurare la reazione delle correnti parassite nell'albero, si può supporre la distribuzione del campo simile a quella che si ha per corrente continua. L'esperienza conferma questa ipotesi. Le macchine dotate di un albero avente un numero pari di scanalature di ventilazione tendono ad assumere, durante il funzionamento a vuoto, la velocità sincrona; ciò è possibile solo se il flusso nell'albero raggiunge una grandezza considerevole. Inoltre si suppone la permeabilità costante nel pacco di lamierini rotorici (μ_r = costante). Naturalmente queste ipotesi non sono esattamente verificate in pratica, ma hanno il vantaggio di permettere un calcolo semplice.

I risultati di tale ricerca permettono di determinare in linea di massima la distribuzione del campo e l'influenza delle singole grandezze.

In fig. 4-31 è rappresentato il pacco di lamierini rotorici di una macchina bipolare. L'induzione nel punto considerato, di coordinate R e φ, è data dalla somma della componente tangenziale B_t e di quella radiale B_r. Il campo solenoidale soddisfa l'equazione di Laplace e per le (4-112) e (4-113) le componenti dell'induzione sono [2.3]:

$$B_r = (K_1 - K_2/R^2)\cos\varphi \tag{8-28}$$

$$B_t = -(K_1 + K_2/R^2)\,\mathrm{sen}\,\varphi, \tag{8-29}$$

in cui K_1 e K_2 sono costanti determinate dalle condizioni ai limiti. Il caso più generale è quello di fig. 8-6c, caratterizzato dalla presenza di un traferro tra il pacco dei lamierini e l'albero. Per ragioni tecniche l'alesatura del pacco è sempre maggiore del diametro dell'albero. Poichè è possibile fissare il pacco sull'albero con diversi mezzi, la presenza del traferro da un punto di vista meccanico non ha alcuna importanza, mentre ne ha invece dal punto di vista elettrico; come si è visto per i trasformatori, si può quindi considerare un traferro fittizio δ_j dell'ordine di grandezza compreso tra 0,15 e 0,05 mm. Tale traferro fa diminuire il flusso dell'albero rispetto a quello di fig. 8-4. Poichè la sezione trasversale dell'albero è sensibilmente maggiore di quella del pacco di lamierini nella direzione assiale, si deduce che l'induzione nell'albero è notevolmente minore di quella esistente nel pacco di lamierini. Per alti valori dell'induzione ciò significa che la permeabilità dell'albero (μ_{rw}) è sensibilmente maggiore di quella del pacco (μ_r). Sia per l'albero che per il pacco rotorico valgono le (8-28) e (8-29).

La componente tangenziale dell'induzione nel pacco di lamierini, che è quella che maggiormente interessa, è [8.2]:

$$B_t = -\frac{R_1^2(R_2+\delta_j\mu_r+R^2\mu_r/\mu_{rw}) - \dfrac{R_1^2\,R_2^2}{R^2}(R_2-\delta_j\mu_r-R_2\mu_r/\mu_{rw})}{R_1^2(R_2+\delta_j\mu_r+R_2\mu_r/\mu_{rw}) + R_2^2(R_2-\delta_j\mu_r-R_2\mu_r/\mu_{rw})}\,B_L\,\mathrm{sen}\,\varphi. \tag{8-30}$$

L'induzione nel punto di coordinate polari $\varphi = \pi/2$ ed $R = R_1$ è determinante per il calcolo della tensione magnetica nel giogo; per la (8-30) essa è:

$$B_{j1} = -\frac{1+\delta_j\mu_r/R_2+\mu_r/\mu_{rw} - (1-\delta_j\mu_r/R_2-\mu_r/\mu_{rw})\,(R_2/R_1)^2}{1+\delta_j\mu_r/R_2+\mu_r/\mu_{rw} + (1-\delta_j\mu_r/R_2-\mu_r/\mu_{rw})\,(R_2/R_1)^2}\,B_L. \tag{8-31}$$

nello stesso punto il flusso nel giogo è:

$$\Phi_j = -\frac{B_L R_1(R_1/R_2-1)[(1+\delta_j\mu_r/R_2+\mu_r/\mu_{rw})(R_1/R_2)-(1-\delta_j\mu_r/R_2-\mu_r/\mu_{rw})]}{1-\delta_j\mu_r/R_2-\mu_r/\mu_{rw}+(1+\delta_j\mu_r/R_2+\mu_r/\mu_{rw})(R_1/R_2)^2}. \tag{8-32}$$

Da questo caso generale se ne possono dedurre alcuni particolari. Per il caso di fig. 8-6*a* si deve porre $\delta_j = 0$ e $\mu_r = \mu_{rw}$ e per il caso di fig. 8-6*b* $\mu_{rw} = 0$ o $\delta_j = \infty$. La fig. 8-6*d* presenta il caso in cui è $\mu_{rw} \gtrless \mu_r$ e $\delta_j = 0$. Spesso, quando rotore ed albero stanno nelle posizioni reciproche indicate in fig. 8-6*c* e d, se il rapporto μ_{rw}/μ_r è maggiore di 3, si può porre $\mu_{rw} = \infty$.

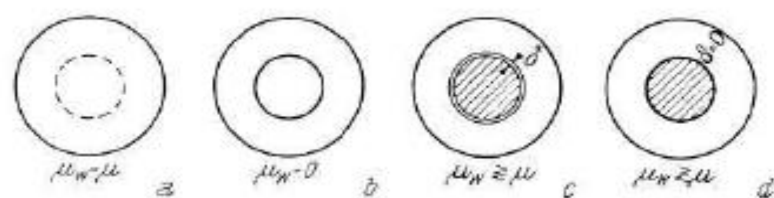


Fig. 8-6. - Diversi stati magnetici del giogo rotorico e dell'albero.

Per facilitare il confronto tra i diversi casi esposti in fig. 8-6 facciamo un esempio numerico, ponendo $R_1/R_2 = 2$, $R_2 = 0{,}1$ m, $\mu_r = 1.000$ e $\delta_j = 0{,}0001$ m. Con tali dati è possibile calcolare il rapporto tra il flusso nel pacco di lamierini e il flusso totale ($2\,\Phi_j/\Phi$) e il rapporto tra l'induzione B_{j1} e l'induzione al traferro B_L. Le induzioni medie B_{j1} nel punto $\varphi = \pi/2$ ed $R = R_1$ del giogo variano con la stessa legge con cui variano i flussi nel giogo. Il caso **4** di tab. **8.1** è quello che più si avvicina allo stato che si riscontra in pratica. I rapporti $2\,\Phi_j/\Phi$ e B_{j1}/B_L differiscono solo di poco dai valori dei casi **5** o **1**, e maggiormente da quelli del caso 2.

A carico nominale lo skin effect nell'albero ha una tale importanza che la distribuzione del campo non è più quella calcolata precedentemente. In tal caso si deve considerare una profondità di penetrazione del flusso pari a [vedi la (4-134)]:

$$t_B = \frac{1}{2\,\pi}\sqrt{\frac{\varrho \cdot 10^7}{2\mu_{rw} f}}\ \text{m}, \tag{8-33}$$

in cui $\varrho = 0{,}12 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m rappresenta la resistività del ferro, f, in sec^{-1}, la frequenza delle correnti di rotore e μ_{rw} la permeabilità dell'albero. Le prove condotte per $f = 1{,}4$ Hz. e per saturazione variabile hanno dato un valore di profondità di penetrazione compreso tra 0,4 e 0,7 cm. La permeabilità μ_{rw} che figura nella (8-33) è una grandezza variabile che non è possibile dedurre dalle curve di magnetizzazione. Essa è in un rapporto di complessa dipendenza dal tempo e dal punto e poichè non è determinabile a priori, si è ricavato empiricamente il suo valore in base alla distri-

TAB. 8.1. - Flusso e induzione nel giogo.

			$2\,\Phi_j/\Phi$	B_{j1}/B_L
1	$\mu_{rw} = \mu_r$	$\delta_j = 0$	0,500	1,000
2	0	∞	1,000	1,667
3	μ_r	$\delta_j\,\mu_r/R_2 = 1$	0,636	1,180
4	$2\,\mu_r$	$\delta_j\,\mu_r/R_2 = 1$	0,580	1,105
5	∞	$\mu_j\,\delta_r/R_2 = 1$	0,500	1,000
6	∞	$\delta_j = 0$	0,200	0,600

buzione del campo. In fig. 8-7 il valore μ_{rw} è dato come grandezza fittizia in funzione dell'induzione nel pacco dei lamierini (B_{j1}); in questo modo è possibile applicare la (8-33). In pratica il flusso nell'albero è spostato di fase di 45° rispetto a quello nel pacco rotorico e quindi si può considerare che l'altezza del giogo aumenti di uno spessore pari allo 0,7 ($\cos 45° = 0,7$) della profondità di penetrazione.

Nel calcolo della tensione magnetica per il giogo si determinano in primo luogo il flusso nell'albero e l'induzione B_{j1}. Per il funzionamento a vuoto è valida la distribuzione del campo illustrata in fig. 8-6 *a* e *c*. Al carico nominale il flusso nell'albero è minore e si ritiene che l'aumento dell'altezza del giogo sia dato da $\Delta h_j = 0,7\, t_B$, in cui t_B si ottiene dalla (4-33). A parità di altre condizioni, la tensione magnetica e la corrente di magnetizzazione sono minori per funzionamento a vuoto che per funzionamento a carico nominale. Questo aumento della corrente di magnetizzazione a carico nominale viene tuttavia annullato in parte dall'aumento della caduta di tensione nell'avvolgimento statorico. In fig. 8-8 sono riportati i valori misurati della corrente di magnetizzazione. Le curve si riferiscono ad un motore bipolare (30 kW) con un rotore di tipo simile a quello di fig. 8-6*c*. Durante la prova l'avvolgimento rotorico è rimasto aperto e l motore è stato avviato con un mezzo ausiliario. Il primo aumento della corrente si determina per effetto della formazione di correnti parassite nell'albero e della diminuzione della sezione di giogo attiva; il secondo aumento è probabilmente dovuto alla formazione di correnti parassite nelle piastre pressanti. La loro sezione è tanto piccola che in esse si hanno correnti parassite solo per un valore dello scorrimento più elevato di quello

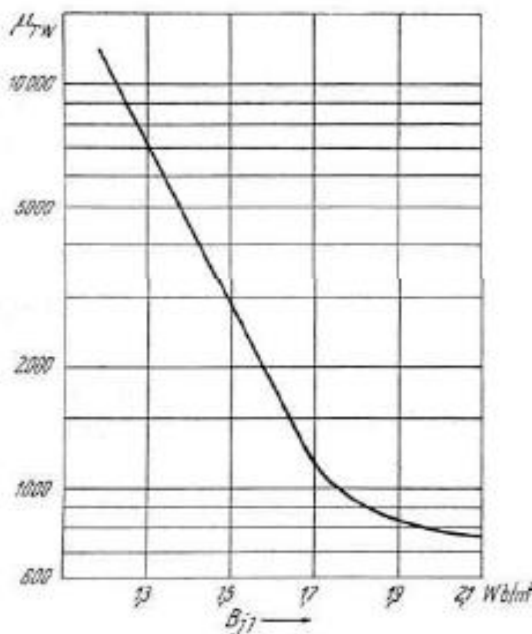


Fig. 8-7. - Permeabilità fittizia (relativa) dell'albero, μ_{wr}, per il calcolo della profondità di penetrazione t del flusso (8-32), in funzione dell'induzione nel pacco di lamierini.

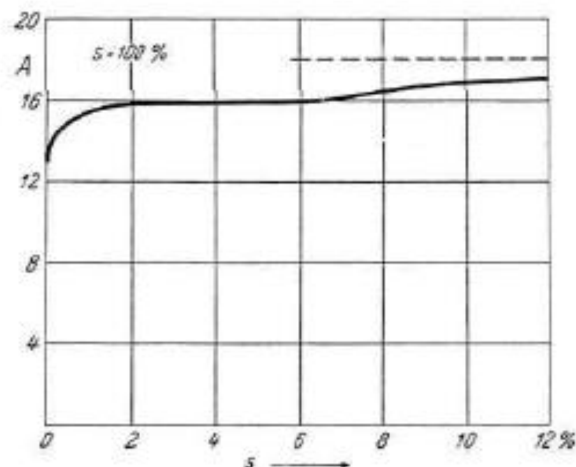


Fig. 8-8. - Corrente di magnetizzazione di una macchina asincrona bipolare, in funzione dello scorrimento.

per il quale si determinano correnti parassite nell'albero. La differenza della corrente di magnetizzazione tra funzionamento a vuoto ed esercizio a pieno carico ($s = 3\%$) è di circa il 10%.

8.5. Calcolo della tensione magnetica nel giogo e nei denti con l'adozione di una curva esponenziale in sostituzione della curva di magnetizzazione effettiva

In generale, i metodi descritti sono poco approssimati e laboriosi, qualora si intenda determinare un largo tratto della curva di magnetizzazione della macchina. Per tale ragione in pratica si adotta il semplice procedimento analitico che verrà descritto nel presente paragrafo. Si vedrà come sia possibile calcolare la tensione magnetica per le parti di circuito magnetico aventi induzione non uniformemente distribuita, sostituendo la curva di magnetizzazione con una curva esponenziale in corrispondenza di bassi valori di induzione e con una retta per induzioni elevate. Il metodo consiste nel determinare la tensione magnetica del giogo statorico, di quello rotorico e dei denti, e nel correggerla poi in base al valore massimo dell'induzione nelle varie parti, servendosi di fattori facilmente calcolabili a seconda dei diversi casi [8.3, 8.4].

8.5.1. Curva di magnetizzazione e sua sostituzione

La curva di magnetizzazione del ferro, e precisamente il rapporto tra l'induzione (Wb/m²) e l'intensità di campo (A/m), è una curva abbastanza complessa. Per semplificare il calcolo si è cercato spesso di esprimerla analiticamente con una funzione semplice; a questo scopo è assai indicata appunto una funzione esponenziale. Se si considera un valore di induzione B poco diverso da un determinato valore B_0, la relativa intensità di campo è:

$$H = H_0\,(B/B_0)^m\,, \tag{8-34}$$

in cui l'esponente m è compreso tra 1 e 11. Allo scopo di determinare appunto questo esponente per i diversi tipi di lamierino, si considerano due valori dell'intensità di campo — h_1 e $h_2 = n\,h_1$ — sulla curva di magnetizzazione, cui corrispondono valori di induzione B_0 e $B = k\,B_0$. In base alla (8-34) si può allora scrivere:

$$h_1 = \text{cost}\cdot B_0{}^m\,,$$

$$n\,h_1 = \text{cost}\cdot k^m\,B_0{}^m\,,$$

da cui si ricava $n = k^m$ e

$$m = \frac{\ln n}{\ln k} \tag{8-35}$$

Tale valore di m è valido per i valori compresi tra B_0 e $k\,B_0$. Ripetendo

questo calcolo per diversi valori dell'induzione, si constata che la grandezza m varia entro ampi limiti. In fig. 8-9 sono tracciate le curve di m per lamierino in lega media (curva 2) e in lega forte (curva 1), di produzione svedese. Quindi è possibile sostituire la curva di magnetizzazione con la curva data dalla (8-34) solo entro piccoli intervalli di H. Per tale ragione si sceglie generalmente come base il valore di m corrispondente all'induzione più alta; in tal modo l'errore che si commette per valori di induzione più bassi è piccolo, essendo piccola anche l'intensità del campo. La sostituzione è generalmente possibile fino a un valore di circa 2 Wb/m².

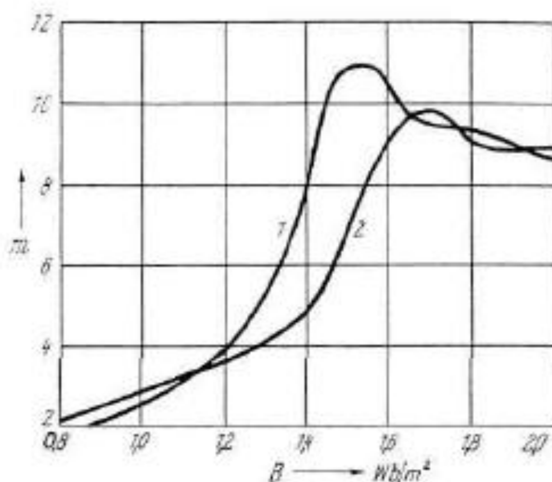


Fig. 8-9. - Esponente (m), in funzione dell'induzione (B).

Se l'induzione supera tale valore, la curva di magnetizzazione si può praticamente sostituire con la retta:

$$B = B_0 + \mu_0 H, \tag{8-36}$$

in cui $B_0 \approx 2$ Wb/m². Quest'ultimo valore è pressochè indipendente dal tipo di lamierino impiegato.

8.5.2. Tensione magnetica nel giogo rotorico e in quello statorico

La componente tangenziale dell'induzione nel giogo varia approssimativamente secondo la legge del seno. Se con B_j si indica il valore massimo dell'induzione e con H_j l'intensità di campo relativa, la tensione magnetica di un passo polare — per un giogo di altezza h_j molto ridotta — è:

$$M_j = H_j \int_0^{\tau} (B/B_j)^m \, dx = \frac{\tau H_j}{\pi} \int_0^{\pi} \operatorname{sen}^m \alpha \, d\alpha = \tau H_j k_j \tag{8-37}$$

con

$$k_j = \pi \frac{1 \cdot 3 \ldots (m-1)}{2 \cdot 4 \ldots m} \tag{8-38}$$

per valori pari di m. In fig. 8-10 è dato il fattore k_j in funzione dell'esponente m, mentre in fig. 8-11 esso è riferito all'induzione e precisamente per i tipi di lamierino in lega media e forte (cfr. fig. 8-9). Come è possibile constatare dall'esame della fig. 8-11, k_j diminuisce dapprima all'aumentare dell'induzione e, in particolare, per lamierino in lega forte più rapidamente che per lamierino in lega media. Per $B_j \approx 1{,}6$ Wb/m², k_j assume *il valore minimo e comincia quindi ad aumentare lentamente per valori*

dell'induzione ancora più elevati. Le curve di figg. 8-10 e 8-11 sono valide solo per un giogo infinitamente basso, statorico o rotorico indifferentemente. Come Richter ha dimostrato, però, l'influenza dell'altezza del giogo è determinante e quindi non può essere trascurata.

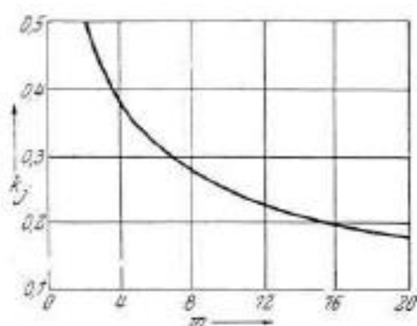


Fig. 8-10. - Fattore di correzione k_j in funzione dell'esponente m per una altezza del giogo $h_j = 0$.

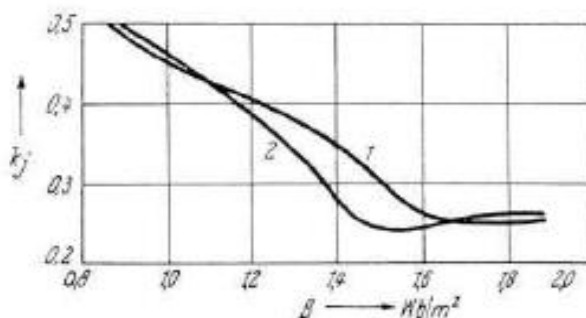


Fig. 8-11. - Fattore di correzione k_j in funzione dell'induzione B. Curva 1 per lamierino svedese in lega forte, curva 2 per lamierino svedese in lega debole.

La tensione magnetica calcolata per un passo polare sulla superficie esterna dello statore (M_{ja}) ha naturalmente lo stesso valore di quella calcolata sul corrispondente passo polare della superficie interna (M_{ji}). La tensione magnetica per un passo polare della superficie interna è data, in base al valore massimo B_{ji} (fig. 8-12), dalla:

$$M_{ji} = H_j \, k_j \, \tau \, (B_{ji}/B_j)^m. \tag{8-39}$$

La caduta di tensione sulla superficie esterna può essere scomposta in una componente tangenziale e in una radiale. La prima è:

$$H_j \, k_j \, (\tau + \pi \, h_j/p) \, (B_{ja}/B_j)^m, \tag{8-40}$$

in cui B_{ja} rappresenta il valore massimo dell'induzione sulla superficie esterna. Il valore massimo della induzione radiale si ha sulla superficie interna ed è uguale all'induzione al traferro ($B_L = B_j \, \pi \, h_j/\tau$), diminuisce lungo la direzione radiale secondo la legge del coseno ed è nulla sulla superficie esterna. In base all'intensità di campo tangenziale H_j si può calcolare l'intensità di campo relativa al valore massimo B_L; essa sarà espressa dalla:

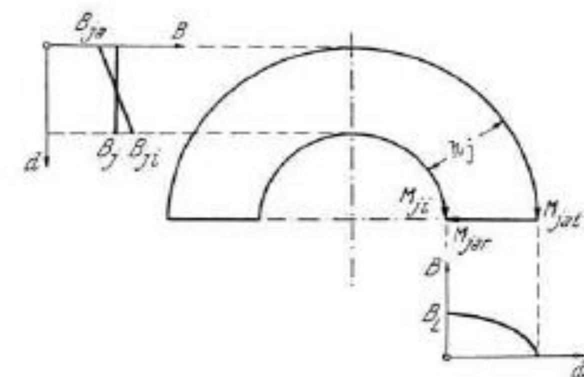


Fig. 8-12. - Induzioni e tensioni magnetiche nel giogo per un'altezza di giogo $h_j > 0$.

$$H_L \approx H_j \, (B_L/B_j)^{m'}, \tag{8-41}$$

in cui l'esponente si ricava dalla curva di fig. 8-9 e non per il valore di induzione B_j, ma per un valore medio compreso tra B_j e B_L. In pratica m' ha valori compresi tra 3 e 4. Il valore dell'induzione radiale è generalmente piccolo e quindi si può determinare con

sufficiente esattezza la tensione magnetica radiale, il cui valore è espresso dalla:

$$H_L\, h_j\, 2/\pi \approx H_j\, (\pi\, h_j/\tau)^{m'} \cdot 2\, h_j/\pi \tag{8-42}$$

La tensione magnetica totale per un passo polare lungo la superficie esterna è:

$$M_{ja} = H_j\, (B_{ja}/B_j)^m\, (\tau + \pi\, h_j/p)\, k_j + 2\,\frac{2\, h_j}{\pi}\, H_j \left(\frac{\pi\, h_j}{\tau}\right)^{m'}. \tag{8-43}$$

Facciamo ora un'ipotesi che è soddisfatta con buona approssimazione nel caso di induzioni elevate ($B_j > 1{,}6$ Wb/m²): ammettiamo che l'induzione sulla superficie esterna diminuisca, rispetto all'induzione media, dello stesso valore $\Delta\, B_j$ di cui aumenta l'induzione sulla superficie interna; sia cioè:

$$B_{ja} = B_j - \Delta\, B_j \quad \text{e} \quad B_{ji} = B_j + \Delta\, B_j. \qquad \text{(8-44) e (8-45)}$$

Introducendo questi valori di B_{ja} e B_{ji} rispettivamente nella (4-39) e nella (8-43) e risolvendole in funzione di $\Delta\, B_j$, si ottiene:

$$\frac{\Delta\, B_j}{B_j} = \frac{\pi\, h_j/p}{m\, (2\,\tau + \pi\, h_j/p)} + \frac{4\, h_j\, (\pi\, h_j/\tau)^{m'}}{\pi\, m\, k_j\, (2\,\tau + \pi\, h_j/p)}. \tag{8-46}$$

L'intensità massima del campo sulla superficie interna è allora:

$$H_{ji} = H_j\, (B_{ji}/B_j)^m = H_j\, (1 + \Delta\, B_j)^m \approx H_j\, (1 + m\, \Delta\, B_j/B_j) \tag{8-47}$$

e la tensione magnetica:

$$M_j = M_{ji} = M_{ja} = H_j\, \tau\, K_j \tag{8-48}$$

con:

$$K_j = k_j \left(1 + \frac{\pi\, h_j/p\, \tau}{2 + \pi\, h_j/p\, \tau}\right) + \frac{4\, h_j\, (\pi\, h_j/\tau)^{m'}}{\pi\, \tau\, (2 + \pi h_j/p\, \tau)}. \tag{8-49}$$

Per $m = 8$, $m' = 3$, $p = 1$ e $h_j/\tau = 0{,}2$ si ottiene $K_j = 0{,}338 + 0{,}024 = 0{,}362$ e $k_j = 0{,}273$. Considerando che il giogo abbia una altezza finita h_j, nel caso di macchina bipolare, si ha un aumento del 33% della tensione magnetica. Per una macchina multipolare ($p \to \infty$) la superficie interna e quella esterna tendono ad essere praticamente uguali e il fattore K_j è espresso allora dalla:

$$K_j = k_j + \frac{4\, h_j\, (\pi\, h_j/\tau)^{m'}}{2\, \pi\, \tau}. \tag{8-50}$$

Per i valori di m, m', h_j/τ, sopra riportati, nel caso di $p = \infty$, è $K_j = 0{,}273 + 0{,}032 = 0{,}305$ e si ha un aumento del 12% rispetto a k_j.

Le (8-49) e (8-50) danno risultati eccellenti per induzioni elevate, mentre per induzioni basse danno valori meno approssimati; infatti la ipotesi fatta per la distribuzione dell'induzione nel giogo, espressa dalle (8-44) e (8-45) non è più soddisfatta. Per valori bassi dell'induzione, l'indu-

zione in corrispondenza della superficie interna aumenterà molto di più di quel che non diminuisca in corrispondenza della superficie esterna. Consideriamo un altro caso limite, facendo l'ipotesi che l'induzione sulla superficie esterna non diminuisca ed aumenti sulla superficie interna. Il fattore K_j è allora:

$$K_j = k_j\left(1 + \frac{\pi h_j}{p \tau}\right) + \frac{4 h_j}{\pi \tau}\left(\frac{\pi h_j}{\tau}\right)^{m'}. \qquad (8\text{-}51)$$

Per l'esempio numerico con $m = 8$, $m' = 3$, $p = 1$ e $h_j/\tau = 0{,}2$ è allora $K_j = 0{,}51$ e si ha un aumento dell'80% rispetto a $k_j = 0{,}273$. Per induzioni basse, in effetti l'esatto valore di K_j è compreso tra quello dato dalla (8-49) e quello dato dalla (8-51). Mentre per induzioni elevate i valori di k_j e K_j coincidono con quelli calcolati dal Richter [2.3], i valori di K_j dati da questo studioso per induzioni basse sono sensibilmente più elevati di quelli che si ottengono con la (8-51). La differenza resta purtroppo inspiegabile.

Analogamente, per il giogo rotorico il fattore K_j per induzioni elevate è dato dalla:

$$K_j = k_j\left(1 - \frac{\pi h_j/p\,\tau}{2 - \pi h_j/p\,\tau}\right) + \frac{4 h_j (\pi h_j/\tau)^{m'}}{\pi \tau (2 - \pi h_j/p\,\tau)} \qquad (8\text{-}52)$$

e per induzioni basse, come caso limite [vedi la (8-51)] dalla:

$$K_j = k_j\left(1 - \frac{\pi h_j}{p \tau}\right) + \frac{4 h_j}{\pi \tau}\left(\frac{\pi h_j}{\tau}\right)^{m'}. \qquad (8\text{-}53)$$

Nell'esempio numerico con $m = 8$, $m' = 3$, $h_j/\tau = 0{,}2$ e $p = 1$ è $K_j = 0{,}184$ [vedi la (8-52)].

8.5.3. Influenza dei canali assiali a sezione circolare sulla tensione magnetica del giogo

Allo scopo di favorire il raffreddamento, il giogo rotorico e quello statorico sono spesso attraversati da canali assiali (vedi fig. 8-13), i quali diminuiscono naturalmente la sezione del giogo, provocando un aumento locale dell'induzione e quindi anche della tensione magnetica. Ci si pro-

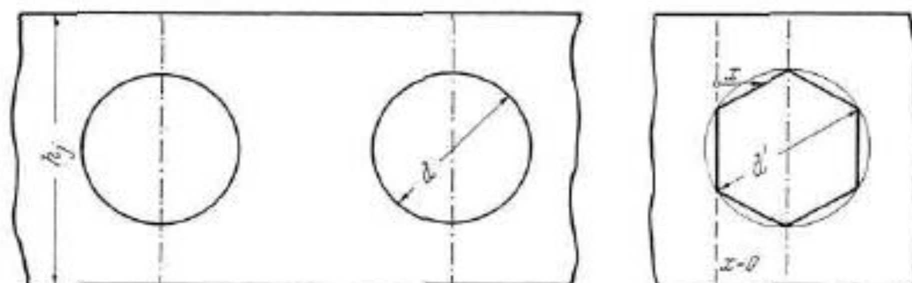


Fig. 8-13. - Canale assiale nel giogo. *a*) canale e sue dimensioni; *b*) sezione ausiliaria e sue dimensioni.

pone appunto di calcolare tale aumento sul tratto di giogo provvisto di canali, e precisamente sul tratto di d di fig. 8-13. Per rendere più semplice il calcolo matematico si sostituisce la sezione circolare del canale con una sezione esagonale, i cui lati siano uguali al valore medio dei lati dell'esagono inscritto e circoscritto, e precisamente:

$$S = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) d = d\,\frac{2+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}. \tag{8-54}$$

In corrispondenza dell'ascissa x l'altezza del giogo è:

$$h_j(x) = h_j - S - 2\frac{x}{\sqrt{3}}$$

il fattore $\varkappa(x)$, relativo ai percorsi secondari in aria è espresso dalla:

$$\varkappa(x) = \frac{h_j}{(h_j - S - 2\,x/\sqrt{3})\,k_{Fe}} - 1. \tag{8-55}$$

Date le dimensioni del giogo, il fattore $\varkappa$ è piccolo e può essere trascurato. Poichè i valori delle induzioni nel giogo sono per lo più inferiori ai 2 Wb/m², si può sostituire la curva di magnetizzazione con la curva data dalla (8-34). Si deduce allora l'intensità del campo $H(x)$ in x dall'intensità H_j del campo nella sezione del giogo priva di canali di ventilazione:

$$H(x) = H_j\,[h_j/h_t(x)]^m. \tag{8-56}$$

Integrando la (8-56) tra i limiti $x = 0$ e $x = S\sqrt{3}/2$, si ottiene la tensione magnetica per l'intero tratto di:

$$M = 2\int_0^{S\sqrt{3}/2} H(x)\,dx = H_j\,d\,k_V, \tag{8-57}$$

in cui è:

$$k_V = \frac{h_j}{d}\,\frac{\sqrt{3}}{m-1}\left[\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{h_j}\,\frac{2+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\right)^{m-1}} - \frac{1}{\left(1 - \frac{d}{h_j}\,\frac{2+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)^{m-1}}\right] \tag{8-58}$$

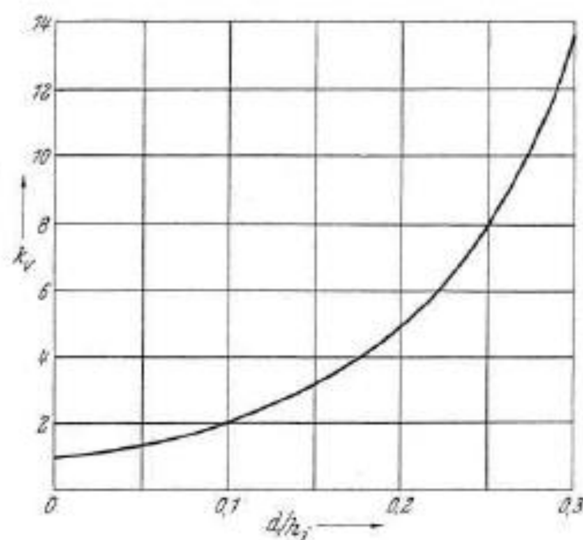


Fig. 8-14. - Fattore di correzione k_V per un canale circolare, in funzione del rapporto d/h_j.

Il fattore k_V è funzione dell'esponente m e del rapporto d/h_t ed è dato in fig. 8-14 per $m = 9$ ($B_j \geqq 1{,}6$ Wb/m² circa). Se i canali sono disposti ad una distanza reciproca t in direzione

tangenziale, l'aumento della tensione magnetica dovuto ai canali per tutto il giogo è espresso dalla:

$$K_V = \frac{k_V\, d + t - d}{t} = 1 + \frac{d}{t}\,(k_V - 1). \tag{8-59}$$

Per $d/t = d/h_j = 0{,}2$ si ottiene $K_V = 1{,}8$.

8.5.4. Tensione magnetica nei denti

Si consideri dapprima il caso in cui l'induzione nel dente — le cui dimensioni sono date in fig. 8-1 — non superi il valore di 2 Wb/m²; è possibile sostituire allora la curva di magnetizzazione del ferro con la curva data dalla (8-34). L'induzione relativa a x si deduce dal valore dall'induzione apparente (B_z') e dall'intensità di campo (H_z) nella cava ed è:

$$B_z(x) = B_z'(x) - \mu_0\, \varkappa(x)\, H_z(x), \tag{8-60}$$

in cui è:

$$\varkappa(x) = \frac{a + c\,(x)}{k_{Fe}\, c\,(x)} - 1 \tag{8-61}$$

Dalla fig. 8-1 si ricava:

$$c(x) = \tau_z(x) - a = \tau_z\,(1 - 2\,x/D) - a, \tag{8-62}$$

da cui:

$$B_z'(x) = B_z'\,\frac{\tau_z - a}{\tau_z\,(1 + 2x/D) - a} \tag{8-63}$$

e:

$$\varkappa(x) = \frac{\tau_z\,(1 + 2x/D)}{k_{Fe}[\tau_z(1 + 2x/D) - a]} - 1 \tag{8-64}$$

Consideriamo dapprima $\varkappa(x) = 0$, cioè $B_z(x) = B_z'(x)$. La tensione magnetica per l'intero dente con intensità di campo H_z nella cava è:

$$M_z = \int_0^h H_z(x)\, dx = H_z \int_0^h [B_z(x)/B_z]^m\, dx$$

o, con $B_z'(x)$ applicando la (8-63):

$$M_z = H_z \int_0^h \frac{(\tau_z - a)^m\, dx}{[\tau_z\,(1 + 2x/D) - a]^m} = \tag{8-65}$$

$$= H_z\,\frac{(\tau_z - a)\,D}{2\,\tau_z\,(m - 1)}\left[1 - \left(\frac{\tau_z - a}{\tau_z - a + 2\,h\,\tau_z/D}\right)^{m-1}\right] = H_z\, h\, K_z.$$

ponendo $\lambda = 2\,h\,\tau_z/D\,(\tau_z - a)$ si ottiene:

$$K_z = f(\lambda) = \frac{1}{\lambda\,(m-1)}\left[1 - \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{m-1}\right]. \tag{8-66}$$

Il fattore K_z per $m = 9$ è dato in fig. 8-15 in funzione di λ e per valori di induzione $B_z > 1{,}7$ Wb/m². I valori dell'induzione in altri punti del dente sono inferiori a B_z e ad essi compete un esponente m minore. Poichè però l'intensità di campo in questi punti è piccola, l'errore non è rilevante. Risultati particolarmente attendibili si ottengono per induzioni Bz comprese tra 1,7 e 2 Wb/m²; entro questi limiti, infatti, l'esponente m varia solo di poco. Quanto più grande è il diametro della macchina, tanto maggiore è il fattore K_z. La (8-66) vale anche per i denti rotorici, se il diametro è calcolato sul fondo della cava $(D - 2\,h)$ e se per H_z si introduce l'intensità massima del campo che si ha appunto sul fondo della cava.

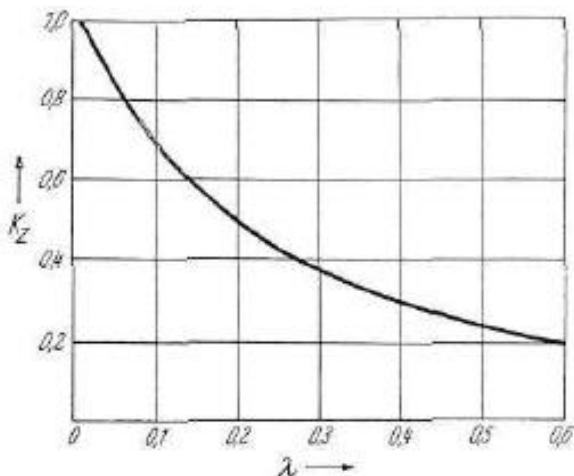


Fig. 8-15. - Fattore di correzione K_z per la tensione magnetica nei denti, in funzione del rapporto $\lambda = 2h\tau_z/D(\tau_z - a)$.

Sino ad ora si sono trascurati i flussi che attraversano i percorsi in aria ($\varkappa = 0$). Per induzioni elevate, tuttavia, ciò non è più possibile. Tali percorsi in aria hanno grande importanza in corrispondenza della sezione minore del dente, dove appunto si ha l'induzione più alta. In altre sezioni i percorsi in aria hanno importanza minore. Per tale ragione si considera la diminuzione dell'induzione dovuta ai percorsi in aria come un fattore costante per l'intero dente.

Il rapporto esistente tra l'induzione effettiva B_z, l'induzione apparente B_z' e l'intensità di campo è espresso dalla (8-60). Inoltre, se si indica con H_z' l'intensità di campo relativa all'induzione apparente B_z', l'effettiva intensità di campo è data dalla:

$$H_z = H_z'\,(B_z/B_z')^m. \tag{8-67}$$

Introducendo nella (8-60) il valore di B_z risultante dalla (8-67) si ottiene:

$$H_z = \frac{H_z'}{1 + \mu_0\,m\,\varkappa\,H_z'/B_z} = H_z'\,K_N. \tag{8-68}$$

Nelle figg. 8-16 e 8-17 è dato il fattore K_N per lamierini in lega media e forte, in funzione dell'induzione apparente B_z'. La tensione magnetica calcolata in base al valore dell'induzione apparente nella sezione minima del dente è:

$$M_z = H_z'\,h\,K_N\,K_1. \tag{8-69}$$

Il calcolo della tensione nei denti per mezzo della (8-68) è indicato per induzioni effettive (B_z) fino a circa 2 $\mathrm{Wb/m^2}$, corrispondenti a induzioni apparenti (B_z') fino a circa 2,1 $\mathrm{Wb/m^2}$. È il caso delle macchine asincrone e sincrone a poli sporgenti.

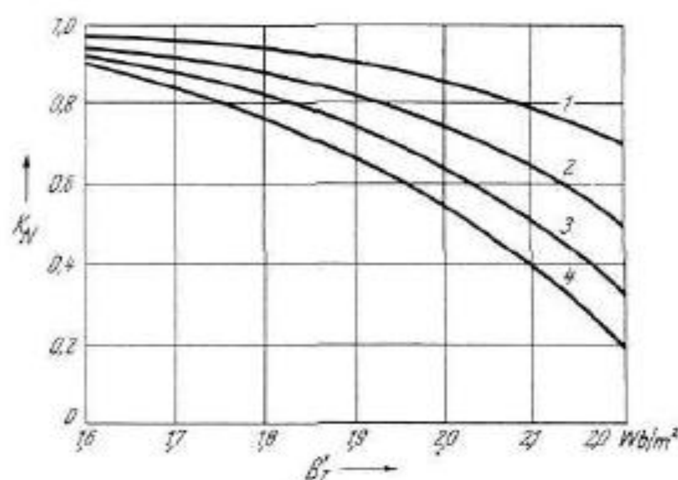


Fig. 8-16. - Fattore di correzione K_N per la tensione magnetica nei denti per lamierini in lega debole, in funzione del valore massimo dell'induzione apparente B_z'. Parametro $\varkappa = 0{,}5$ (curva 1), 1,0 (curva 2), 1,5 (curva 3) e 2,0 (curva 4).

Le induzioni nei denti dei turbogeneratori superano spesso di molto i limiti sopra citati e non è raro riscontrare in queste macchine valori compresi tra 2,2 e 2,3 $\mathrm{Wb/m^2}$. La sostituzione della curva di magnetizzazione con la curva esponenziale della (4-34) non è più possibile e bisogna quindi sostituirla con la retta della (4-36):

$$B_z'(x) = B_0 + \mu_0 H_z(x) \quad (8\text{-}70)$$

La relazione tra l'induzione apparente $B_z'(x)$ e l'intensità del campo $H_z(x)$, considerando i percorsi secondari nell'aria, è espresso dalla:

$$B_z'(x) = B_0 + \mu_0 H_z(x)\,[1 + \varkappa(x)]. \qquad (8\text{-}71)$$

Introducendo in questa espressione i valori di $B_z'(x)$ e di $\varkappa(x)$ risultanti dalle (8-63) e (8-64), si ottiene la seguente intensità di campo relativa a x, nella parte più sottile del dente:

$$H_z(x) = \frac{(B_z' - B_0)\,k_{Fe}}{\mu_0}\left[1 - \frac{a}{\tau_z\,(1 + 2\,x/D)}\right]. \qquad (8\text{-}72)$$

La (8-72), tuttavia, è valida solo per una parte del dente e precisamente per quella in cui l'induzione supera il valore B_0.

Ci si propone ora di fissare questo limite che si indicherà con x_0. Per x_0 è $H_z(x) = 0$ e dalla (8-72) si ottiene:

$$x_0 = \frac{(\tau_z - a)\,(B_z'/B_0 - 1)\,D}{2\,\tau_z}. \qquad (8\text{-}73)$$

Integrando la (8-63) tra i limiti 0 e x_0 si ottiene la tensione magnetica necessaria per la parte satura dei denti:

$$M_z' = \int_0^{x_0} H_z(x)\,dx =$$
$$= \frac{k_{Fe}}{\mu_0}\left[\frac{D}{2}\left(B_z'\,\frac{\tau_z - a}{\tau_z} + B_0\,\frac{a}{\tau_z}\right)\ln\left(1 + \frac{2\,x_0}{D}\right) - B_0\,x_0\right]. \qquad (8\text{-}74)$$

Per la parte meno satura, di lunghezza $h - x_0$ (con induzione minore di B_0) la tensione magnetica M_z'' si calcola invece per mezzo della (8-69). La tensione magnetica totale del dente è quindi $M_z = M_z' + M_z''$.

Calcoliamo ora la tensione magnetica del dente rotorico di un turbogeneratore, il cui rotore abbia diametro $D = 0,5$ m al piede dei denti, altezza del dente $h = 0,11$ m, larghezza di cava $a = 0,025$ m e passo di cava $\tau_Z = 0,0435$ m. L'induzione apparente è $B_Z' = 2,6$ Wb/m² e $B_0 = 2,1$ Wb/m². Applicando la (8-73) si ottiene:

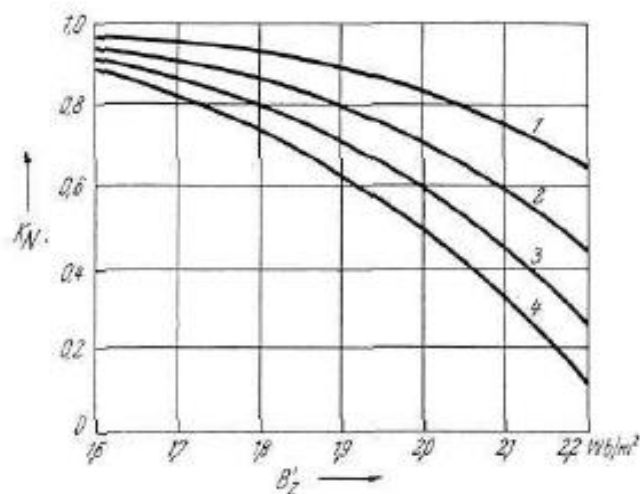


Fig. 8-17. - Come la fig. 8-16, ma per lamierino in lega forte.

$$x_0 = \frac{0,0185 \cdot 0,24 \cdot 0,5}{2 \cdot 0,0435} = 0,0255 \text{ m}$$

e

$$M_z' = \frac{10^6}{0,4\,\pi} \,[0,25 \ln 1,102\; (2,6 \cdot 0,0185/0,0435 + 2,1 \cdot 0,025/0,0435) - \\ - 2,1 \cdot 0,0255] = 2400 \text{ A}.$$

In corrispondenza della sezione di ascissa $x = 0,0255$ m si ha $D' = 0,55$ m, $h' = 0,0845$ m, $\tau_z' = 0,048$ m, $\tau_z' - a = 0,023$ m. Si calcola dapprima

$$\lambda = \frac{2 \cdot 0,0845 \cdot 0,048}{0,55 \cdot 0,023} = 0,64$$

e si deduce quindi dal grafico di fig. 8-15 per il fattore K_z il valore 0,19. Inoltre, si ha $\varkappa = 4,8/2,3 = 2,1$ e per $B_z' = 2,1$ Wb/m² dal grafico di fig. 8-16 si ricava $K_N = 0,69$. Per $H_z' = 60.000$ A/m la tensione magnetica della parte di dente poco satura è:

$$M_z'' = 60.000 \cdot 0,0845 \cdot 0,19 \cdot 0,69 = 660 \text{ A}.$$

La tensione magnetica totale è quindi:

$$M_z = 2400 + 660 = 3060 \text{ A}.$$

L'induzione effettiva nella sezione più piccola del dente è:

$$B_z = B_0 + (B_z' - B_0)\,\frac{\tau_z - a}{\tau_z} = 2,1 + 0,5 \cdot 0,0185/0,0435 = 2,313 \text{ Wb/m}^2$$

Consideriamo ora il caso delle cave rotoriche a sezione circolare

(fig. 8-18). Trascurando la scanalatura nella parte superiore, si può calcolare la tensione magnetica del dente per saturazione media ($B > 2$ Wb/m²) servendosi ancora del fattore K_F [vedi la (8-58)]. Un particolare interesse

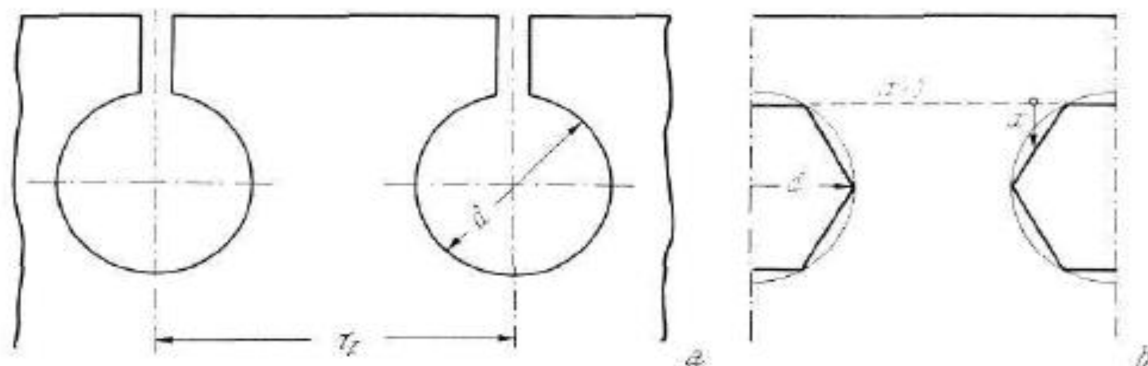


Fig. 8-18. - Cave di sezione circolare con dente fortemente saturo; *a*) cave e loro dimensioni; *b*) sezione ausiliaria e sue dimensioni.

ha il caso in cui l'induzione nel dente superi il valore di 2 Wb/m². Si sostituisce allora la sezione circolare della cava con una sezione ausiliaria esagonale regolare, come si è già fatto precedentemente. Si indichi con τ_z il passo di cava — corrispondente ad h_f nelle (8-54), (8-55), (8-56), (8-57) e (8-58) — e con $S = d\,(2 + \sqrt{3})/4\sqrt{3}$ il lato dell'esagono. Stabilito il sistema di riferimento indicato in fig. 8-18*b*, la larghezza del dente nella sezione individuata dalla coordinata x è:

$$c(x) = \tau_z - S - x\,2/\sqrt{3} \tag{8-75}$$

ed il fattore $\varkappa$, non più trascurabile, è espresso dalla:

$$\varkappa(x) = \frac{\tau_z}{(\tau_z - S - x\,2/\sqrt{3})\,k_{Fe}} - 1, \tag{8-76}$$

L'induzione apparente è [cfr. la (8-71)]:

$$B_z'(x) = B_0 + \mu_0\,[1 + \varkappa(x)]\,H_z(x) = B_z'\,\tau_z/c(x), \tag{8-77}$$

n cui B_z' rappresenta l'induzione apparente nella sezione maggiore del dente. Dalla (8-77), introducendo i valori di $c(x)$ e $\varkappa(x)$ risultanti rispettivamente dalla (8-75) e dalla (8-76), si ottiene:

$$H_z(x) = \frac{k_{Fe}\,B_z'}{\mu_0} - \frac{B_0\,(\tau_z - S - x\,2/\sqrt{3})\,k_{Fe}}{\mu_0\,\tau_z}. \tag{8-78}$$

È necessario però fissare il limite di validità di questo metodo. Per $x = 0$ la (8-76) deve dare come risultato un numero positivo; in caso contrario, infatti, il risultato stesso non avrebbe significato fisico. Si ottiene così la condizione:

$$B_z' \geqq B_0\,(1 - S/\tau_z). \tag{8-79}$$

La tensione magnetica per tutto il dente è:

$$M_z = 2 \int_0^{S\sqrt{3}/2} H_z(x)\, dx = S \frac{k_{Fe}\sqrt{3}}{\mu_0} \left[B_z' - B_0 \left(1 - \frac{3\,S}{2\,\tau_z} \right) \right]. \qquad (8\text{-}80)$$

Introducendo al posto di S il suo valore $d\,(2 + \sqrt{3})/4\sqrt{3}$, si ottiene:

$$M_z = \frac{0{,}93}{\mu_0} k_{Fe}\, d\, [B_z' - B_0\,(1 - 0{,}81\; d/\tau_z)]. \qquad (8\text{-}81)$$

Per $B_z' = 1{,}5$ Wb/m², $B_0 = 2$ Wb/m², $k_{Fe} = 0{,}9$ e $d/\tau_z = 0{,}5$ è $M_z = 0.21\, d \cdot 10^6$ A. Il valore minimo dell'induzione per il quale si può applicare la (8-80) è [secondo la (8-79)] $B_z' = 2\,(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}54) = 1{,}46$ Wb/m². Per tale valore dell'induzione la tensione magnetica nel dente è $M_z = 1.800$ A.

8.6. Giunti intercalati nei circuiti magnetici

Per ragioni di ordine tecnico ed economico il circuito magnetico non può esser costruito in un sol pezzo, ma in più parti che poi vengono montate intercalando le lamiere o per semplice accostamento. In quest'ultimo caso tra le due parti accostate resta un traferro, la cui ampiezza dipende dalla lavorazione delle superfici in contatto (o dall'isolamento) e il cui valore è compreso in media tra 0,05 e 0,25 mm. Se invece le parti vengono costruite con giunti intercalati, in prossimità del giunto tra due lamiere le linee di flusso hanno un andamento indicato schematicamente in fig. 8-19. Il montaggio per sovrapposizione è usato nei trasformatori, nei grandi statori con lamiere a segmenti, ecc. La presenza di un traferro nel giunto si traduce in un aumento della riluttanza magnetica rispetto a quella esistente nel circuito privo di giunti e nella comparsa di perdite addizionali [8.6, 8.7, 8.8].

In fig. 8-19 è indicato lo schema del giunto ottenuto sovrapponendo lamierini di spessore b; δ è l'ampiezza del traferro nei singoli giunti ed ε la distanza tra i lamierini. Quest'ultima si determina in base all'isolamento esistente tra i lamierini e alla inevitabile irregolarità della loro superficie. Il valore medio della induzione nella direzione longitudinale è B_m. Il flusso che attraversa un lamierino, per unità di profondità del pacco, è:

$$\Phi = b\, B_m = b\, B_1 + 2b\, B_2, \qquad (8\text{-}82)$$

in cui $b\, B_1$ rappresenta la parte di flusso che attraversa il traferro del giunto e $2\, b\, B_2$ la parte che

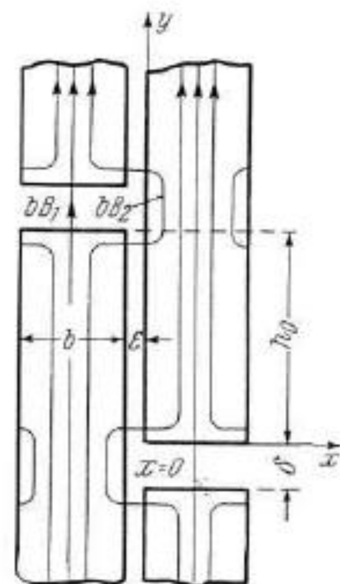


Fig. 8-19. - Giunti intercalati.

passa sui lamierini vicini. Il valore medio dell'induzione trasversale è espresso da:

$$B_{qm} = \frac{2\,b}{h_0}\,B_2. \tag{8-83}$$

Generalmente tale induzione trasversale non è distribuita uniformemente sul tratto h_0; più precisamente, essa dipende dalla saturazione del ferro nel caso di corrente continua e dalle correnti parassite nel caso di corrente alternata. Infatti, per corrente alternata l'influenza esercitata dalla saturazione del ferro è scarsa, poichè la maggior parte del flusso entra ed esce rispettivamente dall'estremo iniziale e terminale del tratto h_0 e la lunghezza della parte saturata è piccola (cfr. fig. 8-19). Per tale ragione è possibile trascurare la saturazione del ferro e ottenere per il calcolo della distribuzione dell'induzione trasversale espressioni semplici e già note. Se si introduce nel calcolo la lunghezza ridotta

$$\xi = \alpha\,h_0, \tag{8-84}$$

in cui α ha l'espressione data dalla (4-129), nella quale si introduce la permeabilità μ_{rq} nella direzione trasversale, l'induzione trasversale agli estremi di h_0 è data dalla [cfr. la (4-132)]:

$$B_{qS} = B_{qm}\sqrt{\frac{\xi^2}{2}\,\frac{\cosh\xi + \cos\xi}{\cosh\xi - \cos\xi}}\,. \tag{8-85}$$

L'ordine di grandezza di α è variabile tra 130 a 250 m^{-1} e ξ è di regola maggiore di 4.

Per la determinazione di α occorre procedere ad una stima della permeabilità μ_{rq} per il flusso trasversale, il cui valore tuttavia non è stato fino ad ora determinato con precisione. Essa varia, grosso modo, da 50 a 100. Nella (8-85) le funzioni circolari hanno valore molto minore di quello delle funzioni iperboliche, per cui la (8-85) diventa:

$$B_{qS} \approx B_{qm}\,\alpha\,h_0/\sqrt{2} = \sqrt{2}\,\alpha\,b\,B_2. \tag{8-86}$$

Mentre B_{qm} è spostato di fase rispetto a B_{qS} e B_2, le due ultime grandezze sono in fase. Seguendo entrambe le vie segnate in fig. 8-19 si trova la tensione magnetica:

$$H_1\,\delta = H_2'\,\delta + 2\,\varepsilon\,H_{qS}, \tag{8-87}$$

in cui la tensione magnetica nella lamiera presso i pacchi è data da

$$H_2' = \frac{B_1 + 4\,B_2}{\mu_0\,\mu_r} \tag{8-88}$$

e da

$$H_{qS} = \frac{B_{qS}}{\mu_0} = \frac{\sqrt{2}\,\alpha\,b\,B_0}{\mu_0} \tag{8-89}$$

Poichè le induzioni B_1, B_2, B_{qS} hanno contemporaneamente la stessa fase, le corrispondenti intensità di campo nella (8-87) possono essere sommate aritmeticamente. Il tratto in ferro adiacente all'intraferro δ è di massima fortemente saturo, per cui non si può trascurare l'intensità di campo H_2'. Poichè l'induzione in questo tratto $B_2' = B_1 + 4\,B_2$ per lo più supera 2,2 Wb/m², si può scrivere per l'intensità di campo

$$H_2' \approx \frac{4\,B_2 + B_1 - B_0}{\mu_0} \tag{8-90}$$

ove è $B_0 = 2{,}0$ Wb/m². Sostituendo H_2' nella (8-87) ed eliminando B_2 a mezzo della (8-82) si ottiene in generale

$$B_1 = \frac{2\,\delta/\mu_r + \sqrt{2}\,\varepsilon\,a\,b}{\delta + \delta/\mu_r + \sqrt{2}\,\varepsilon\,a\,b}\,B_m\,. \tag{8-91}$$

Per la maggior parte dei casi ricorrenti, quando l'induzione in gola è $B_2' > 2{,}2$ Wb/m² si può usare la (8-90),

$$B_1 \approx B_m - \frac{B_0}{2 + \sqrt{2}\,\varepsilon\,a\,b/\delta} = \frac{1 + \varepsilon\,a\,b/\sqrt{2}\,\delta - B_0/2\,B_m}{1 + \varepsilon\,a\,b/\sqrt{2}\,\delta}\,B_m\,. \tag{8-92}$$

Al contrario, nel caso in cui fosse molto bassa l'induzione B_m, per cui si può porre $H_2' = 0$ (cioè $\mu_r = \infty$), è:

$$B_1 \approx \frac{\sqrt{2}\,\varepsilon\,a\,b/\delta}{1 + \sqrt{2}\,\varepsilon\,a\,b/\delta}\,B_m\,. \tag{8-93}$$

Nel caso di campo magnetico stazionario si procede alla determinazione dell'induzione B_1 nel modo sopra descritto.

Inoltre è $B_{qS} = B_{qm} = 2\,B_2\,b/h_0$ e si ottiene in generale

$$B_1 = \frac{2\,\delta/\mu_r + 2\,\varepsilon\,b/h_0}{\delta + \delta/\mu_r + 2\,\varepsilon\,b/h_0}\,B_m\,. \tag{8-94}$$

Con più alte induzioni in gola si ottiene, utilizzando la (8-92)

$$B_1 \approx B_m - \frac{B_0}{2 + 2\,\varepsilon\,b/\delta\,h_0} = \frac{1 + \varepsilon\,b/\delta\,h_0 - B_0/2\,B_m}{1 + \varepsilon\,b/\delta\,h_0}\,B_m \tag{8-95}$$

e per induzioni molto basse ($\mu_r = \infty$)

$$B_1 \approx \frac{2\,\varepsilon\,b/\delta\,h_0}{1 + 2\,\varepsilon\,b/\delta\,h_0}\,B_m\,. \tag{8-96}$$

La (8-95) non considera la saturazione variabile nel senso longitudinale della lamiera.

Allo scopo di giustificare le differenze tra i casi trattati sono stati

tracciati in fig. 8-20 l'andamento dell'induzione trasversale e quello dell'induzione longitudinale per le condizioni di saturazione (curve in grassetto) e di non saturazione (curve tratteggiate). Per effetto della saturazione del ferro l'induzione longitudinale che si ha a metà del tratto h_0 subisce una piccola variazione rispetto a quella che si ha nello stato di non saturazione. All'estremità del tratto h_0 l'induzione longitudinale aumenta rapidamente. Anche l'induzione trasversale è minima al centro ed aumenta poi rapidamente verso le estremità del tratto stesso. L'effetto prodotto dalla saturazione del ferro è sostanzialmente uguale a quello determinato dalle correnti parassite, pur con intensità un poco minore.

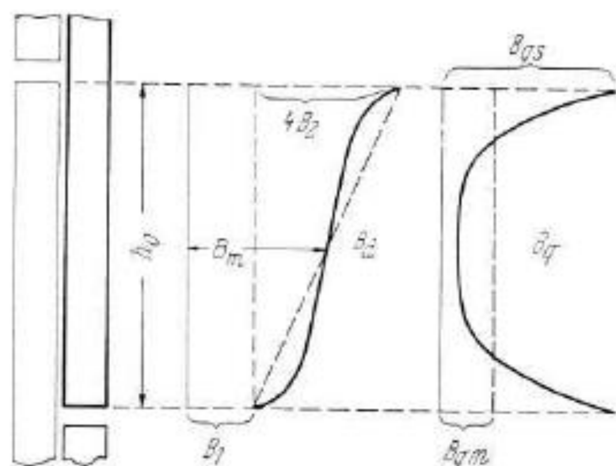


Fig. 8-20. - Andamento dell'induzione trasversale e longitudinale per lamierini saturi (curve in grassetto) e per lamierini non saturi (curve tratteggiate) nei giunti intercalati.

Dal punto di vista magnetico si può prendere in considerazione la presenza di un giunto intercalato, sostituendo al giunto stesso un traferro fittizio di ampiezza:

$$\delta' = b\, B_1/B_m \tag{8-97}$$

in cui i valori di B_1 sono calcolabili mediante le (8-92) fino a (8-96) (¹). Poichè i lamierini vicini interagiscono gli uni sugli altri in dipendenza dalla saturazione, l'influenza esercitata sulla riluttanza magnetica dall'induzione longitudinale B_d (cfr. fig. 8-20) è relativamente scarsa. I valori più alti si riscontrano infatti ad un estremo del tratto h_0'. Lo studio compiuto, basato sulla distribuzione del campo di fig. 8-19, vale solo per il caso in cui si formino dei pacchetti al massimo di due lamierini ciascuno, cioè qualora l'ampiezza b sia costituita appunto al massimo dallo spessore di due lamierini. Per un numero di lamierini maggiore la distribuzione del campo si discosta da quella precedentemente esaminata e le espressioni ottenute per B_1 e δ' danno risultati meno esatti.

Mediante alcuni esempi si vedrà ora il valore che può assumere il traferro fittizio in caso di giunti intercalati. Lo statore di una macchina a corrente alternata trifase sia costituito da lamierini di lunghezza $h_0 = 0{,}25$ m e il traferro nei giunti sia $\delta = 0{,}001$ m. Poichè nella composizione del pacco i lamierini sono montati a due a due, è

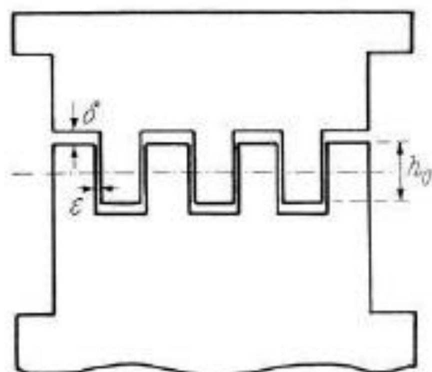


Fig. 8-21. - Fissaggio a pettine dei poli e traferri che ne risultano.

(¹) Il valore di μ_r che esprime l'induzione B'_x deve essere trovato mediante prove.

$b = 0,001$ m. Il traferro tra i lamierini sia $\varepsilon = 0,05\, b = 5 \cdot 10^{-4}$ m. Con $\mu_{rq} = 50$ e $\varrho = 0,5 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m si ottiene $a = 140$ m^{-1}. Applicando la (8-92) il valore del traferro fittizio per $B_m = 1,5$ Wb/m² sarà:

$$\delta' = \delta \frac{1 + 0,005 - 0,667}{1 + 0,005} = 0,338\ \delta.$$

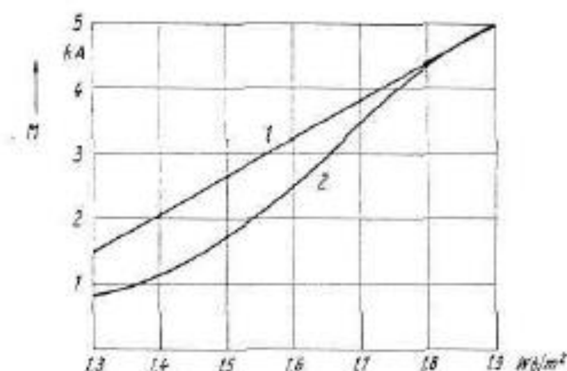


Fig. 8-22. - Confronto tra valori calcolati e valori misurati della magnetizzazione addizio- nale per giunti sovrapposti.

Per induzione più bassa ($B_m < 0,8$ Wb/m²) tale traferro sarà [cfr. la (8-93)]:

$$\delta' = \delta \frac{0,01}{1 + 0,01} = 0,01\ \delta\,.$$

Esempi di giunti intercalati nei circuiti magnetici per campi magnetici stazionari sono rappresentati dai giunti dei rotori a catena e dal fissaggio a pettine dei poli. Quest'ultimo è illustrato in fig. 8-21 per $\alpha = 200$ m^{-1}, $\delta = 0,002$ m, $\varepsilon = 10^{-4}$ m, $h_0 = 0,1$ m e $b = 0,05$ m; per un'induzione $B_m = 1,5$ Wb/m² si ha:

$$\delta' = \delta \frac{1 + 0,025 - 0,667}{1 + 0,025} = 0,36\ \delta.$$

Per induzione più bassa ($B_m < 0,8$ Wb/m²) il traferro fittizio è:

$$\delta' = \delta \frac{0,05}{1 + 0,05} = 0,048\ \delta.$$

Non è difficile comprendere che in quest'ultimo caso il traferro fittizio è praticamente indipendente dal traferro reale (δ) ed è dato esclusivamente dalle tre grandezze ε, b ed h_0.

Per verificare le (8-92), (8-93), (8-91), (8-96), (8-95) e (8-94) è stato costruito un modello di statore con lamiere anulari di 250 mm di diametro esterno e 170 mm di diametro interno. Si è quindi rilevata la curva di magnetizzazione per valori di induzione fino a 2 Wb/m². Poi si è diviso l'anello in 12 segmenti (24 giunti) e si è rilevata nuovamente la curva di magnetizzazione; la differenza tra le due curve è detta magnetizzazione addizionale per 24 giunti. I diversi valori sono riportati in fig. 8-22. Inoltre sono dati anche i valori calcolati secondo la (8-92). Il calcolo vale per $b = 0,5 \cdot 10^{-3}$ m, $\varepsilon = 0,05 \cdot 10^{-3}$ m, $\delta = 0,4 \cdot 10^{-4}$ m e $\alpha = 140$ m^{-1}. La corrispondenza è da accettarsi per buona, perchè i valori assunti per b, ε e δ non possono essere valutati con precisione. Con $B_m = 1,5$ Wb/m² si ottiene $B_1 = 0,46$ Wb/m², $B_2 = 0,52$ Wb/m², $B_2' = 2,53$ Wb/m², $B_{qS} = 0,055$ Wb/m² e $M = 2,650$ A.

Brechna [8.9] ha pubblicato uno studio sperimentale sull'influenza della disposizione dei lamierini e del tipo di giunto nei trasformatori.

8.7. Tensione magnetica nei nuclei polari

Poichè di norma sui poli è montato l'avvolgimento di eccitazione, il flusso magnetico nel nucleo polare risulta formato dal flusso principale e da quello di dispersione dei poli. Quest'ultimo non è distribuito uniformemente nel nucleo polare, ma in modo tale che la maggior parte di esso attraversa le estremità delle espansioni polari. Per tutta la lunghezza l_K (cfr. fig. 8-23) nel nucleo polare il flusso è:

$$\Phi_K \approx \Phi + \Phi_{\sigma p} \tag{8-98}$$

e l'induzione:

$$B_K = \Phi_K / b_K \, l_p \tag{8-99}$$

Il flusso principale risulta formato a sua volta dal flusso utile e dall'insieme dei campi superiori. Nel caso delle macchine a corrente continua questa distinzione è inutile, mentre è necessaria per le macchine a corrente alternata, il cui funzionamento è basato esclusivamente sul campo fondamentale.

Nelle macchine piccole l'induzione in tutto il polo è uniforme e diminuisce solo nelle espansioni, che non vengono quindi computate nel calcolo. Nelle macchine grandi si applicano diversi sistemi di fissaggio per i poli (cfr. fig. 8-21 e 8-24), che alterano spesso la distribuzione del campo. Nel caso di fissaggio a pettine (fig. 8-21) si determina un ulteriore traferro; come si è visto nel paragrafo 6, il suo valore è calcolabile mediante la (8-97). Nel sistema a coda di rondine una parte del flusso attraversa il traferro tra nucleo e giogo e l'altra parte attraversa la coda stessa. Se si indica con b_S (fig. 8-24) l'ampiezza della coda in corrispondenza del traferro e si ammette che in essa il ferro sia completamente saturo, come accade quasi sempre, l'induzione nel traferro è espressa dalla:

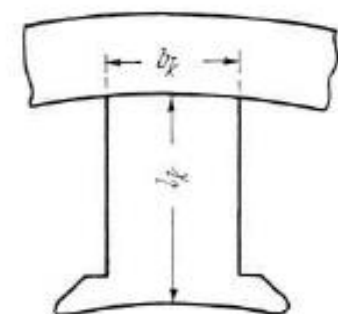


Fig. 8-23. - Ampiezza e lunghezza del polo.

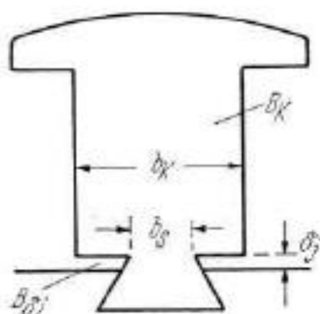


Fig. 8-24. - Sistema di fissaggio del polo a coda di rondine.

$$B_{\delta j} \approx B_K - B_0 \, b_S / b_K \approx B_K - 2 \, b_S / b_K \ \mathrm{Wb/m^2}, \tag{8-100}$$

in cui il valore di B_K risulta dalla (8-99). La (8-100) è valida anche per macchine a corrente continua, nelle quali i poli siano fissati al giogo per mezzo di chiavette. In queste ultime macchine bisogna fare attenzione soprattutto al traferro tra i poli e il giogo, poichè esso è spesso grande al fine di regolare la velocità. Per flusso magnetico debole (sottoeccitazione) o per code di rondine o cunei di fissaggio di grandi dimensioni tali parti non vengono saturate. In questo caso le induzioni e la tensione ma-

gnetica possono essere determinate con metodo analogo a quello impiegato per i denti, considerando cioè i cammini secondari nell'aria (cfr. fig. 7-5). Per induzioni molto piccole si può trascurare il flusso nel traferro δ_j.

La tensione magnetica necessaria per un polo è espressa da:

$$M_K = l_K H_K + B_{\delta j}\, \delta_j / \mu_0. \qquad (8\text{-}101)$$

in cui H_K rappresenta l'intensità del campo nel nucleo. In un circuito magnetico si hanno generalmente due nuclei polari.

8.8. Caratteristica di magnetizzazione risultante

Nei paragrafi precedenti è stato trattato diffusamente il calcolo delle caratteristiche di magnetizzazione parziali, cioè della tensione magnetica nelle diverse parti di una macchina. Le curve che danno il flusso in funzione della tensione magnetica sono state riportate in fig. 8-25. Non è necessario tracciare tutte le curve parziali, ma è sufficiente riportarne due, di cui la prima rappresenta la somma delle tensioni magnetiche nel traferro tra statore e rotore, nei denti e nel giogo di indotto e precisamente:

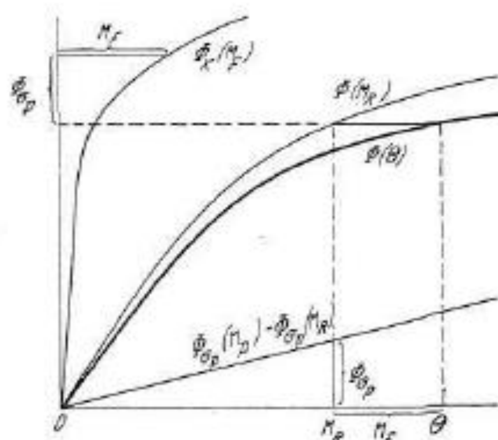


Fig. 8-25. - Determinazione della caratteristica di magnetizzazione risultante dalle caratteristiche parziali.

$$M_R = M_{j_1} + 2\,(M_L + Mz_1 + Mz_2). \qquad (8\text{-}102)$$

La seconda rappresenta la somma delle tensioni magnetiche nel nucleo polare e nel giogo che porta l'avvolgimento di eccitazione; essa è data precisamente dalla:

$$M_F = 2\, M_K + M_{j_2}. \qquad (8\text{-}103)$$

Nelle macchine a corrente continua si indicano con l'indice **1** le grandezze relative al giogo d'indotto e con 2 quelle di statore; nelle macchine sincrone a poli interni il giogo 1 è quello statorico e il giogo 2 quello rotorico. Nelle macchine asincrone e in quelle a collettore i nuclei polari mancano. Nelle macchine asincrone con alimentazione statorica il giogo 1 è quello di statore. Per le macchine a collettore, per le quali i circuiti di eccitazione possono essere sul rotore o sullo statore, l'applicazione di indici non è significativa. In queste ultime macchine il flusso di dispersione che ora si vuole studiare è scarso. Per tale ragione lo si trascura e si considera che la tensione magnetica per un circuito magnetico sia data dalla:

$$\Theta = \Sigma M = M_{j_1} + M_{j_2} + 2\,(M_L + Mz_1 + Mz_2). \qquad (8\text{-}104)$$

Prendiamo in considerazione nuovamente le macchine a corrente continua e sincrone, per le quali una tale semplificazione non è possibile.

Le curve parziali di magnetizzazione già citate $\Phi(M_R)$ e $\Phi(M_F)$ sono tracciate in fig. 8-25. Il flusso di dispersione tra i poli Φ_{σ_p} è proporzionale alla differenza di tensione magnetica tra le espansioni polari vicine, cioè a M_R, ed è quindi:

$$\Phi_{\sigma p} = \Lambda_{\sigma p} M_R, \tag{8-105}$$

in cui Λ_{σ_p} rappresenta la permeanza del circuito tra le espansioni polari il cui valore è determinabile in base alla forma dei campi oppure mediante modelli elettrici (cfr. capitolo 4.2.1). Poichè le linee del campo attraversano per la maggior parte l'aria, tale permeanza è praticamente indipendente dallo stato magnetico dei poli e può essere considerata costante. La caratteristica di magnetizzazione parziale del campo di dispersione $\Phi_{\sigma p}(M_R)$ è quindi una retta passante per l'origine (anche per essa vedi fig. 8-25). Prendendo a base del presente studio il flusso principale che entra nell'indotto, mediante la curva $\Phi(M_R)$ si determina la corrispondente tensione magnetica M_R tra le espansioni polari. Con questo valore di M_R si ricava poi dalla retta $\Phi_{\sigma_p}(M_R)$ il flusso di dispersione Φ_{σ_p} che viene sommato a quello principale; in tal modo si ottiene il flusso nel nucleo polare e nel giogo ($\Phi_K \approx \Phi_j$). Per mezzo della curva $\Phi(M_F)$ si ottiene poi la tensione magnetica M_F per nucleo polare e giogo; in tal modo è possibile calcolare la tensione magnetica totale $\Theta = M_F + M_R$. Ripetendo questo procedimento per diversi valori del flusso principale Φ, si ottiene la caratteristica di magnetizzazione risultante $\Phi(\Theta)$.

Per il comportamento delle macchine a corrente alternata non è determinante il flusso principale Φ, ma piuttosto la sua armonica fondamentale Φ_1. La relazione esistente fra Φ e Φ_1 o tra B_1 e B_L è espressa dalla curva di campo nel traferro. Il rapporto $\beta = B_L/B_1$ può essere determinato tracciando e analizzando la curva di campo (cfr. paragrafo 4.2.1) oppure, nelle macchine sincrone, considerando le curve di fig. 4-10. In funzione della stessa f.m.m. Θ conviene allora esprimere non il flusso Φ, ma il flusso $\Phi_1 = \Phi/\varphi$. Le ordinate della curva $\Phi(\Theta)$ sono ridotte semplicemente di φ volte. In generale β non è una grandezza costante ma dipende dallo stato magnetico. Nelle macchine sincrone, di traferro relativamente ampio, si può considerare β praticamente costante. Le sue variazioni non possono essere invece trascurate per le macchine a traferro piccolo (macchine asincrone e macchine a collettore). Tuttavia, nel capitolo 4.4. si è visto come si possa determinare la curva $B_1(\Theta)$ mediante la curva $B_L(\Theta)$. Poichè B_1 e Φ_1 sono legati da una stretta relazione [cfr. la (8-2)], da B_1 si può calcolare l'armonica fondamentale del flusso Φ_1. In fig. 4-29 e 4-30 è stata scelta come ordinata l'induzione al traferro B_L in luogo del flusso principale, che non è necessario considerare.

La caratteristica di magnetizzazione dà l'eccitazione richiesta per il funzionamento a vuoto della macchina, mentre per funzionamento a carico non si può suggerire un procedimento generale per il calcolo della f.m.m., in quanto il funzionamento a carico avviene con modalità diverse per le diverse macchine.

Poichè il calcolo della caratteristica di magnetizzazione richiede spesso molto tempo, in pratica si cerca di semplificarlo il più possibile, calcolando esattamente solo un punto che corrisponda al funzionamento nominale e limitandosi a valutare approssimativamente gli altri. Per un altro punto qualsiasi la f.m.m. Θ di magnetizzazione totale viene considerata come somma della f.m.m. $2\,M_L$ per il traferro e della f.m.m. $2\,M_{Fe}$ per tutte le parti in ferro del circuito magnetico. A parità di curva di campo, la prima è proporzionale al flusso o alla tensione ed è rappresentata graficamente dalla retta $2\,M_L = (2\,M_L)_n\,\Phi/\Phi_n$. L'indice n distingue le grandezze corrispondenti al punto di funzionamento nominale. Per la seconda f.m.m. si fa l'ipotesi che varii secondo la potenza m del rapporto dei flussi, cioè che sia $2\,M_{Fe} = (2\,M_{Fe})_n\,(\Phi/\Phi_n)^m$. Poichè il circuito magnetico non ha induzione costante in ogni sezione, bisogna fissare un valore medio. Le parti in ferro ad alta saturazione sono generalmente quelle che richiedono il contributo maggiore di f.m.m. $2\,M_{Fe}$, così che per m si possono assumere i valori corrispondenti ad una induzione superiore a 1,5 Wb/m². Proprio entro questi limiti m varia assai poco (cfr. fig. 8-9) e ciò porta ad una maggiore approssimazione del calcolo. Per lamiera in lega leggera o forte si può assumere un valore medio $m \approx 9$. Tale procedimento può essere applicato solo per punti che si discostino di poco dal punto di funzionamento nominale ($\Phi/\Phi_n \approx 1{,}3$).

8.9. Corrente di magnetizzazione

La corrente di magnetizzazione per funzionamento a vuoto si ricava dalla f.m.m. a vuoto Θ_0 necessaria per stabilire l'induzione B_1 (o il flusso Φ_1) al traferro, ovvero l'induzione B_L (o il flusso Φ) per le macchine a corrente continua. Se su ogni nucleo polare si ha un numero w di spire collegate in serie, la corrente di magnetizzazione per funzionamento a vuoto è data dalla seguente espressione:

$$I_\mu = \Theta/2\,w. \tag{8-106}$$

Per collegamento delle matasse in parallelo la corrente di eccitazione totale è quadrupla e per c gruppi di matasse di w spire in parallelo c^2 volte maggiore.

La corrente di magnetizzazione per motori asincroni o motori a collettore trifasi può contenere un numero maggiore o minore di armoniche superiori a seconda del tipo di collegamento dell'avvolgimento primario. Nel collegamento a stella senza neutro la corrente è praticamente sinusoidale. La relazione esistente tra Φ_1 e I_1 si calcola nel modo già indicato. Nel collegamento a triangolo, nelle fasi dell'avvolgimento compaiono armoniche di terzo ordine e di ordine superiore, di notevole entità. Tali correnti non circolano però nel circuito esterno ma soltanto nel circuito chiuso costituito dal collegamento a triangolo. I campi eccitati da tali correnti sono di tipo alternativo e non sono analiticamente determinabili,

mentre si possono invece valutare le perdite da essi provocate. In pratica ha importanza soltanto l'armonica fondamentale della corrente di magnetizzazione I_μ. Tra la f.m.m. Θ di un circuito magnetico e la corrente di magnetizzazione esiste la seguente relazione: una fase dell'avvolgimento produce una f.m.m. il cui valore massimo è $\sqrt{2}\, I_\mu\, w/2\, p$. L'armonica fondamentale di tale f.m.m. è $4\, \xi_1 \sqrt{2}\, I_\mu\, w/2\, \pi\, p$ e l'armonica fondamentale della f.m.m. di eccitazione dovuta a tutte le fasi è $m/2$ volte maggiore della armonica fondamentale di quella dovuta ad una fase, così che è:

$$\frac{\Theta}{2} = \frac{4}{\pi}\, \xi_1 \frac{\sqrt{2}\, I_\mu\, w}{2\, p}\, \frac{m}{2}. \tag{8-107}$$

donde deriva:

$$I_\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{2}\, m}\, \frac{p\, \Theta}{\xi_1\, w}. \tag{8-108}$$

Per il normale avvolgimento trifase ($m = 3$, $\xi_1 = 3/\pi$) è:

$$I_\mu = 0{,}387\, \frac{p\, \Theta}{w}, \tag{8-109}$$

e per l'avvolgimento monofase con 2/3 di cave avvolte ($m = 1$, $\xi_1 = 3\sqrt{3}/2\, \pi$) è:

$$I_\mu = 1{,}35\, \frac{p\, \Theta}{w}. \tag{8-110}$$

La (8-110) è valida per il calcolo della corrente di magnetizzazione del motore con avvolgimento rotorico chiuso in corto circuito. Se si apre l'avvolgimento rotorico di un motore monofase, la corrente di magnetizzazione assorbita diminuisce della metà perchè il campo rotante in senso inverso non viene più attenuato.

Di norma, nelle macchine asincrone e in quelle trifasi a collettore il ferro non è molto saturo e quindi, calcolando la caratteristica di magnetizzazione, non è affatto necessario tener conto delle armoniche superiori della corrente e del flusso.

8.10. Curva di magnetizzazione del motore monofase in serie

Precedentemente si è esaminato il metodo in base al quale si può calcolare la caratteristica di magnetizzazione per macchine a corrente alternata trifasi. Per tali macchine e, in particolare, per i motori monofasi adottati nelle ferrovie, si sceglie un valore di induzione tale da saturare il ferro. Le armoniche superiori nella corrente e nel flusso hanno notevole importanza.

Il calcolo della caratteristica magnetica che esprime la relazione tra i valori istantanei del flusso φ e della corrente i, avviene secondo lo stesso

procedimento che si applica per le macchine a corrente continua. Tale caratteristica è la curva *a* tracciata in fig. 8-26. Il calcolo delle altre caratteristiche della stessa fig. 8-26 dipende dall'andamento, sinusoidale o meno, del flusso o della corrente nel tempo. Nella realtà nessuna di queste due grandezze è sinusoidale. Se si trascura la tensione di dispersione del motore, per tensione di rete sinusoidale il flusso è sinusoidale, ma la curva della corrente è più appuntita di una curva sinusoidale. Le reattanze di dispersione e le resistenze utili, al contrario, fanno sì che la forma d'onda della corrente si approssimi maggiormente a quella sinusoidale. mentre la forma d'onda del flusso — in funzione del tempo — si appiattisce rispetto a quella sinusoidale. Reattanze di dispersione e resistenze hanno maggiore importanza nel funzionamento in corto circuito (indotto fermo) che per indotto rotante.

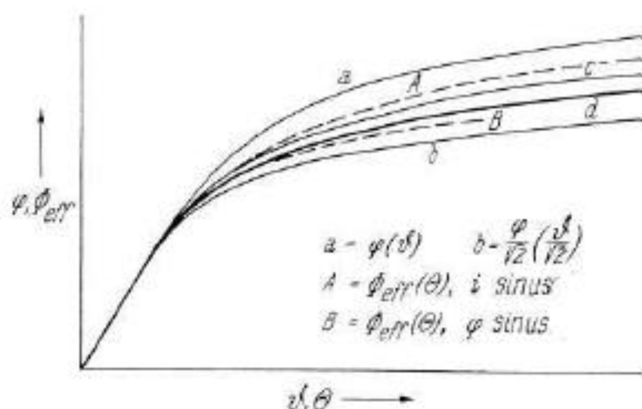


Fig. 8-26. - Caratteristica di magnetizzazione: *a*) per macchine a corrente continua, *b*) per macchine a corrente alternata.

Se il flusso è sinusoidale nel tempo, si ha $\Phi_{eff} = \Phi_1/\sqrt{2}$ e si deve ricavare graficamente il valore efficace della f.m.m. (vedi paragrafo 4.4). Analogamente per il calcolo del flusso nel caso che sia data la f.m.m. sinusoidale nel tempo. Nei due casi si ottengono rispettivamente le curve A e B tracciate in fig. 8-26, che vengono dette caratteristiche per corrente alternata. Ammettendo che entrambe le grandezze flusso e f.m.m. abbiano andamento sinusoidale, si possono dividere ordinate ed ascisse della curva a per $\sqrt{2}$, per ottenere la curva b che esprime la relazione tra i valori efficaci. Poichè le ipotesi poste non sono mai esattamente soddisfatte e poichè d'altra parte il tracciamento delle curve di flusso e di corrente richiede parecchio tempo e infine ogni condizione di carico è caratterizzata da una curva particolare [2.3], si assume spesso come base del calcolo una caratteristica media in corrente alternata, tenendo conto della forma sinusoidale della corrente e del flusso. Tale curva media è compresa tra la A e la B. Il valore medio normale è dato dalla curva $c = (a + b)/2$. Da rilievi sperimentali è però emerso che la curva $d = (a + 2\,b)/3$ è più approssimata.

8.11. Particolarità delle macchine eccitate mediante magneti permanenti

Nelle macchine eccitate mediante magneti permanenti, in luogo della f.m.m. bisogna calcolare le dimensioni dei magneti. Dapprima si determina la tensione magnetica per tutte le parti del circuito ad eccezione di quelle formate dai magneti, che costituiscono generalmente i nuclei polari o parte di essi. Nel secondo quadrante della curva di magnetizzazione

si riporta la somma delle tensioni magnetiche sopra citate $M = 2\,M_L + M_z + M_{j1} + M_{j2}$ in funzione del flusso Φ al traferro. Poichè nel ferro le induzioni sono basse, tale curva è praticamente una retta, indicata con I in fig. 8-27. Nei nuclei polari costituiti da magneti permanenti, oltre al flusso al traferro si deve tener conto del flusso di dispersione $\Phi_{\sigma p}$ tra le espansioni polari; esso è proporzionale alla tensione magnetica $2\,M_L + M_z + M_{j1}$. Se si trascura l'influenza, in verità assai piccola, della tensione del giogo M_{j2}, la legge di dipendenza del flusso di dispersione dalla tensione magnetica M è rappresentata da una retta (II). Aggiungendo al flusso al traferro quello di dispersione, si ottiene il flusso nel nucleo polare Φ_K. La retta III di fig. 8-27 rappresenta la relazione esistente tra quest'ultimo flusso e la tensione magnetica M. La curva indicata con IV rappresenta invece la curva di smagnetizzazione del nucleo polare costituito dai magneti permanenti. Questa curva può essere determinata in base alle dimensioni del nucleo e mediante la curva di smagnetizzazione del materiale scelto; in tal modo si ha $\Phi_K = B\,Q_K$ e $M = 2\,H\,l_K$, in cui Q_K ed l_K rappresentano rispettivamente la sezione e la lunghezza del nucleo polare. Il punto di funzionamento è quello d'intersezione (1) delle curve III e IV. Nel presente studio supporremo costante il volume del magnete permanente $V_K = Q_K l_K$ e variabile il rapporto l_K/Q_K. Raddoppiando la lunghezza del nucleo magnetico raddoppia pure la tensione magnetica, mentre il flusso diventa due volte più piccolo. La curva di smagnetizzazione che si ottiene è più appuntita (V) di quella del primo caso, mentre il punto di funzionamento si sposta nella posizione 2. Per un nucleo di lunghezza metà e sezione doppia si ottiene una curva di smagnetizzazione più appiattita (VI) con punto di funzionamento in 3. Si può constatare quindi che il rapporto tra lunghezza e sezione del nucleo polare influisce sulla posizione del punto di funzionamento. Il rapporto ottimo è quello per cui il flusso è massimo; nel caso esaminato questa condizione si verifica nel punto 1. Non è difficile constatare inoltre che questo punto è quello per cui l'energia accumulata nei nuclei polari è massima, cioè il punto $(\Phi_K M)_{\max}$. Per volume del nucleo V_K costante esso coincide con il punto $(B\,H)_{\max}$ del materiale impiegato. In tale ipotesi è possibile stabilire il volume minimo dei due nuclei polari mediante la seguente espressione:

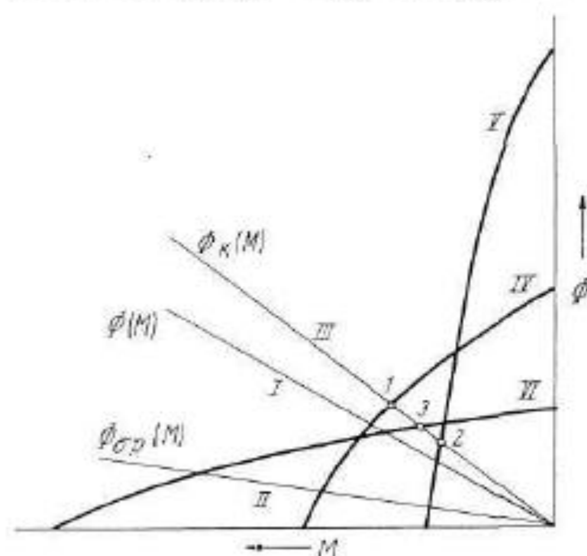


Fig. 8-27. - Determinazione del punto di funzionamento per dimensioni diverse del magnete permanente, ma per volume costante del nucleo.

$$V_K = \frac{\Phi_K\,M}{(H\,B)_{\max}} \tag{8-111}$$

Φ_K e M sono dati dalle dimensioni e dal flusso di traferro necessario, mentre i valori di $(H\,B)_{\max}$ risultano da tab. 6.3 (paragrafo 6.3). In pratica però si deve tener presente che per diverse ragioni (ad esempio dimensioni prestabilite) il punto di funzionamento più favorevole non può essere realizzato, per cui per i magneti permanenti è consigliabile scegliere un volume maggiorato del 20-50%. Un'esatta determinazione delle dimensioni del nucleo è infine quella grafica, riportata in fig. 8-27. Tale determinazione è ottenibile anche per via analitica, una volta che sia nota una delle due dimensioni, ad esempio la lunghezza del nucleo; si ha allora:

$$l_K = \frac{M}{H} \tag{8-112}$$

Per l'intensità di campo H si sceglie un valore in prossimità del punto $(H\,B)_{\max}$. La sezione del nucleo è quindi espressa dalla:

$$Q_K = \frac{\Phi_K}{B}, \tag{8-113}$$

in cui l'induzione B del materiale impiegato è determinata dall'intensità di campo assunta nella (8-112).

Il flusso magnetico principale della macchina viene spesso contrastato da un flusso di reazione (flusso d'indotto ad esempio) o da una perturbazione nel circuito magnetico, come ad esempio l'estrazione del rotore. Quando la perturbazione è scomparsa, il flusso non riacquista più il suo valore primitivo. Fino a che la perturbazione non supera un dato valore, si hanno due punti di funzionamento stabile. In fig. 8-28 sono tracciate la curva di smagnetizzazione del nucleo polare (I) e la curva parziale di magnetizzazione $\Phi_K(M)$ della macchina (II). Il punto 1 è quello di funzionamento normale. Si supponga ad esempio che la perturbazione sia costituita dall'insorgere — o dallo stabilirsi — di una f.m.m. di smagnetizzazione M_g, ad esempio la f.em.m. di indotto $\Theta_a = M_g$. Per mezzo delle curve B- (H-) del materiale usato (figg. 6-8, 6-9, 6-10, 6-11 al paragrafo 6.3) si calcola la curva di smagnetizzazione (III) di tale f.m.m. Allo stabilirsi della perturbazione (smagnetizzazione M_g) il punto di funzionamento si sposta nella posizione 2. Al cessare della perturbazione il punto di funzionamento si trova nel punto (3) di intersezione tra la curva (III) di smagnetizzazione del nucleo polare e la curva parziale di magnetizzazione della macchina (II). I punti 2 e 3 sono ora i nuovi punti di funzionamento stabile con campi smagnetizzanti M_g.

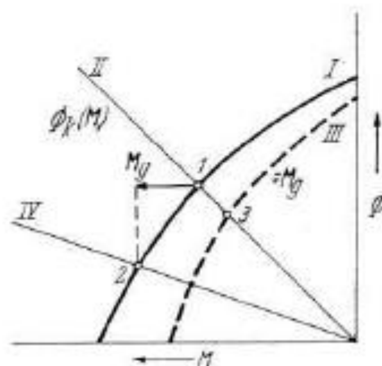


Fig. 8-28. - Determinazione del flusso per campi smagnetizzanti.

Come si è già detto, si può diminuire il flusso anche estraendo il rotore dalla macchina. In tal caso il flusso del nucleo polare è dato dalla

somma del flusso di dispersione e del flusso Φ_B che attraversa il ferro rotorico, cioè è:

$$\Phi_K = \Phi_{\sigma p} + \Phi_B. \tag{8-114}$$

Entrambi i flussi sono determinati dalla permeanza dei rispettivi circuiti magnetici (vedi ai paragrafi 13.5 e 13.7) e dall'eccitazione; quest'ultima è praticamente uguale alla tensione magnetica M, essendo la caduta di tensione nel ferro molto piccola. Si calcola poi la legge di dipendenza $\Phi_K(M)$ rappresentata dalla retta IV (fig. 8-28). Si determina così una smagnetizzazione M_g e i punti di funzionamento stabile sono il punto 2 e il punto 3. Per rendere più semplice la figura, si è condotta la retta IV per il punto 2 in modo da ottenere una smagnetizzazione uguale a quella del primo caso. In generale il punto di intersezione ha un'altra posizione. Di conseguenza la smagnetizzazione avrà un'altro valore e perciò si dovrà ripetere il calcolo della curva III.

8.12. Curva di magnetizzazione delle macchine ad alta frequenza omopolari

In tutti i tipi di macchine esaminati fino ad ora la f.e.m. nell'avvolgimento secondario è indotta da un campo alternativo. Nelle macchine omopolari il flusso non oscilla tra un valore positivo e uno negativo di uguale grandezza, ma è pulsante unidirezionale. Per tale ragione il calcolo della caratteristica di magnetizzazione di queste macchine si deve effettuare con un procedimento diverso da quello che si applica agli altri tipi di macchine. Per caratteristica di magnetizzazione si intende la relazione esistente tra il flusso utile che induce la f.e.m. voluta e le amperspire magnetizzanti. Nel caso ora considerato il flusso utile non è l'intero flusso concatenato con l'avvolgimento di indotto, ma solo la sua componente alternativa o, più precisamente, solo l'armonica fondamentale di tale componente.

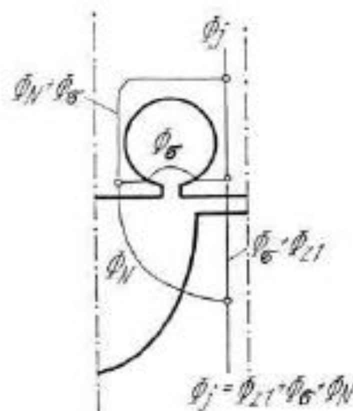


Fig. 8-29. - Dente statorico e dente rotorico di una macchina omopolare e flussi corrispondenti.

Per studiare l'andamento dei flussi magnetici si considera un tratto di macchina di lunghezza pari ad un passo di cava statorica (vedi fig. 8-29). Al traferro si hanno i seguenti flussi: Φ_{z_1} nel dente statorico a carico, Φ_N nella cava di rotore e $\Phi_\sigma/2$ in direzione trasversale rispetto alla cava statorica. Il flusso massimo nel dente statorico è quindi Φz_1 e il minimo è $\Phi_N + \Phi_\sigma$. La componente alternativa del flusso nel dente statorico è espressa da:

$$\Phi = \frac{\Phi_{z_1} - \Phi_N - \Phi_\sigma}{2}. \tag{8-115}$$

I flussi qui introdotti possono essere espressi in funzione della tensione magnetica e della riluttanza magnetica o della permeanza magnetica (Λ).

Con Λ_L si indica la permeanza del traferro compreso tra dente statorico e dente rotorico quando essi siano esattamente l'uno di fronte all'altro (a destra in fig. 8-29); Λ_N rappresenta il valore della permeanza del traferro compreso tra dente statorico e cava rotorica (a sinistra in fig. 8-29). Infine con Λ_σ si indica il doppio del valore della permeanza trasversale rispetto alla cava statorica. Questi tre valori non dipendono dalla saturazione del ferro e si possono calcolare in diversi modi; la soluzione più semplice si ottiene trascurando la saturazione del ferro ($\mu = \infty$). Si possono poi usare il metodo di tracciamento dei campi o ancora i modelli elettrici. Λ_L risulta dal massimo flusso che attraversa il dente statorico e da quello minimo (cfr. paragrafo 4.2.1). Il valore di Λ_N e Λ_σ può anche essere determinato analiticamente. Indicando con l_i la lunghezza ideale di indotto e con $b_{zi} \approx (b_{z1} + b_{z2})/2$ la larghezza ideale del dente, si ottiene:

$$\Lambda_L = \mu_0\, b_{zi}\, l_i/\delta \text{ Henry} = \text{Ohm} \cdot \text{sec} \tag{8-116}$$

e

$$\Lambda_\sigma = 2\, \mu_0\, l\, \lambda_N, \tag{8-117}$$

in cui è $\mu_0 = 0{,}4\, \pi \cdot 10^{-6}$ H/m; l rappresenta la lunghezza del ferro di indotto e λ_N la permeanza della cava statorica in assenza di corrente. Quest'ultimo valore è costituito principalmente dalla conduttanza di cava. Per semplicità si trascura la piccola dispersione alla testa del dente. Per il calcolo di Λ_N non si conosce invece nessuna formula semplice. Questa conduttanza può essere tutt'al più valutata approssimativamente applicando la seguente formula empirica [130]:

$$\Phi \approx \Phi_{\max}\, (0{,}5 - \delta/b_{z2}), \tag{8-118}$$

che pone in relazione il flusso alternato Φ con il valore massimo $\Phi_{\max}$ del flusso del dente statorico. Tenendo presente che è $\Phi_{\max} = M\, \Lambda_L$ e $\Phi_{\min} = M\, \Lambda_N$, si ottiene:

$$\Lambda_N \approx 2\, \mu_0\, l_i\, b_{zi}/b_{z2}. \tag{8-119}$$

Mentre si può trascurare la tensione magnetica del dente statorico a vuoto e generalmente anche del dente rotorico, non è possibile fare questa semplificazione per il dente statorico a carico. Per tener conto appunto di questa tensione, si considera che:

$$\Phi_\sigma = M_{z1}\, \Lambda_S \tag{8-120}$$

e che la tensione magnetica per le linee mediane di fig. 8-29 è la stessa, e precisamente espressa da:

$$\tfrac{1}{2}\, M_V = \Phi_N/\Lambda_N = (\Phi + \Phi_\sigma)/\Lambda_L + M_{z1}, \tag{8-121}$$

Il flusso alternato che attraversa il dente statorico è espresso dalla [cfr. la (8-115)]:

$$\Phi = \Phi_{z1}\, (1 - \Lambda_N/\Lambda_L) - (\Lambda_\sigma + \Lambda_N + \Lambda_N\, \Lambda_S/\Lambda_L)\, M_{z1}. \tag{8-122}$$

Nel caso di ferro non saturo il valore del flusso alternato dipende non solo dall'eccitazione Φ_{z1}, ma anche dal rapporto Λ_N/Λ_L; precisamente, più questo rapporto è piccolo, tanto maggiore è il flusso alternativo. Per rendere minore questo rapporto bisogna diminuire in primo luogo l'ampiezza del traferro δ; per tale ragione le macchine omopolari hanno un traferro assai piccolo (da 0,3 a 0,5 mm). Entro certi limiti si può ottenere una variazione del rapporto Λ_N/Λ_L, variando l'ampiezza del dente b_{z2}.

Se si aumenta l'eccitazione, il flusso Φ_{z1} aumenta, mentre il flusso alternato utile varia, rispetto all'eccitazione, secondo una legge assai complessa. Se tutte le conduttanze della (8-122) sono costanti, come accade generalmente, il flusso alternativo aumenta dapprima proporzionalmente con Φ_{z1}, come risulta dal primo termine della (8-122). In seguito all'aumento della saturazione del dente statorico, il secondo termine della (8-122) aumenta tanto rapidamente, che per un certo valore dell'eccitazione l'aumento del primo termine diventa minore di quello del secondo e quindi, non ostante l'ulteriore aumento dell'eccitazione, il campo alternato diminuisce. Questa legge può essere rappresentata anche graficamente. A tale scopo conviene scrivere la (8-122) in un'altra forma e cioè:

$$\frac{\Phi}{\Lambda_\sigma + \Lambda_N + \Lambda_\sigma \Lambda_N/\Lambda_L} = \frac{\Phi_{z1}(1 - \Lambda_N/\Lambda_L)}{\Lambda_\sigma + \Lambda_N + \Lambda_\sigma \Lambda_N/\Lambda_L} - V_{z1}, \qquad (8\text{-}123)$$

$$\varkappa_1 \Phi = \varkappa_2 \Phi_{z1} - V_{z1}.$$

Si disegna in fig. 8-30 tanto la curva $\Phi_{z1}(M_{z1})$ quanto la retta $\Phi_{z1}(\varkappa_2 \Phi_{z1})$. La differenza delle ascisse intercetta fra le due linee darà la grandezza $\varkappa_1 \Phi$, proporzionale al flusso alternato. Il valore massimo di tale flusso è poi rappresentato dal punto in cui la tangente parallela alla retta $\Phi_{z1}(\varkappa_2 \Phi_{z1})$ tocca la curva $\Phi_{z1}(M_{z1})$.

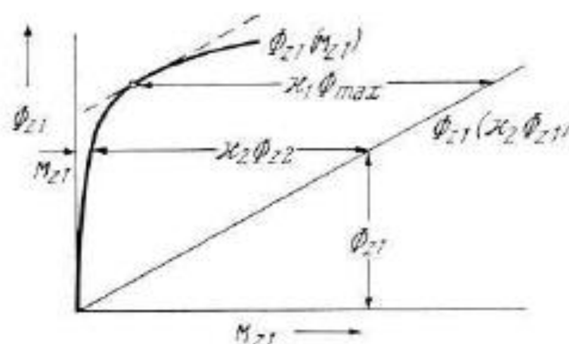


Fig. 8-30. - Determinazione della caratteristica di magnetizzazione risultante nella macchina omopolare.

Nel procedimento di determinazione della caratteristica di magnetizzazione si calcola in primo luogo la curva parziale di magnetizzazione $\Phi_{z1}(M_{z1})$ per i denti statorici. Per determinati valori di Φ_{z1} e M_{z1} si può ricavare il flusso alternato Φ applicando la (8-122) o un procedimento grafico analogo a quello di fig. 8-30. A questo flusso corrisponde la seguente tensione magnetica per il traferro e i denti statorici:

$$M_R = 2\,[(\Phi_{z1} + \Phi_\sigma)/\Lambda_L + M_{z1}]. \qquad (8\text{-}124)$$

Generalmente si può trascurare la tensione magnetica del dente rotorico; ciò non ostante essa può essere calcolata conoscendo il flusso $\Phi_{z2} \approx \Phi_{z1} + \Phi_\sigma$ e la sezione del dente. In tal modo si determina una riduzione della permeanza Λ_L che a sua volta comporta una ulteriore diminuzione del

flusso alternato [vedi la (8-122)]. Il flusso nei due gioghi è espresso dalla:

$$\Phi_j = \Phi_{z_1} + \Phi_N + \Phi_\sigma, \tag{8-125}$$

donde, con il solito sistema, si può ricavare la tensione magnetica relativa.

Il flusso utile, di importanza determinante ai fini della f.e.m. voluta, viene calcolato in base all'analisi della curva di campo descritta al paragrafo 4.2.2. Nella pratica il rapporto tra l'armonica fondamentale e il flusso alternato totale non dipende che scarsamente dalla saturazione del ferro ed è quindi sufficiente determinarlo per un solo caso. Il suo ordine di grandezza è compreso tra 0,8 e 0,9. La caratteristica di magnetizzazione della macchina omopolare è tracciata in fig. 8-31; essa si differenzia sensibilmente da quella dei soliti tipi di macchine.

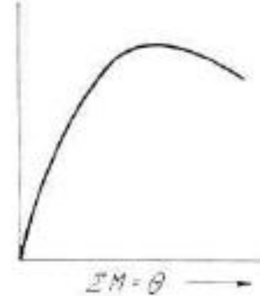


Fig. 8-31. - Caratteristica di magnetizzazione della macchina omopolare.

9. RESISTENZA DEGLI AVVOLGIMENTI

9.1. Materiali

9.1.1. Rame

Per gli avvolgimenti si usa prevalentemente rame elettrolitico. Poichè le impurità hanno un'influenza notevole sulla conduttività elettrica, il rame deve avere un alto grado di purezza; tuttavia in alcuni casi — di cui si parlerà in seguito — è utile l'aggiunta di altri metalli.

Il rame catodico è prodotto mediante raffinazione elettrolitica del rame. Esso ha un alto grado di purezza e serve come materia prima per i lingotti necessari per la fabbricazione di conduttori e di rame fuso ad alta conduttività. Per ottenere fusioni immuni da difetti, in particolare quando si tratti di forme complesse, sono necessari alcuni accorgimenti. Per evitare ossidazioni durante la fase di fusione, si ricopre il bagno con carbone di legna o altri elementi riducenti (berillio, stagno, ecc.).

Sottoponendo a rifusione e ad ulteriore lavorazione il rame catodico, si ottiene rame elettrolitico ad alta conduttività in forma di fili, barre, tubi, ecc. In esso è presente il protossido di rame (percentuale compresa tra lo 0,02 e lo 0,04%) che ha scarsissima influenza sulla conduttività; altri elementi sono presenti solo in quantità molto limitate. La qualità del rame elettrolitico si giudica in base alla conduttività elettrica, secondo le „ Norme per l'elettrotecnica " DIN 57201.

Secondo le norme „ International Annealed Copper Standard " la resistenza specifica del rame puro ricotto, a 20° C, è $\varrho_{20} = 0{,}017241 \cdot 10^{-6}$ Ωm = 100 I.A.C.S.. La conduttività di un campione di rame è espressa come percentuale di questo valore. Il rame ad alta conduttività, usato

attualmente, in stato di bassa ricottura ha una conduttività pari al 101-102% I.A.C.S.. Trafilando il rame a freddo la conduttività diminuisce fino a circa il 97% I.A.C.S.. Nei nostri calcoli assumeremo $\varrho_{20} = 0{,}0175 \cdot 10^{-6}$ Ωm = 57 Siemens. La resistenza specifica del rame aumenta con la temperatura, secondo la legge:

$$\varrho_t = \varrho_{20}\,[1 + \beta\,(t - 20)]. \tag{9-1}$$

valida per temperature comprese tra 0 e 100° C. Il coefficiente di temperatura è $\beta = 0{,}00393°\ C^{-1}$ [9.1].

A causa dell'alta conducibilità termica ed elettrica, per la saldatura ad arco voltaico del rame sono necessarie correnti elettriche forti. La saldatura autogena e la saldatura forte, invece, si eseguono in modo relativamente semplice e quindi questi procedimenti sono quelli maggiormente applicati nella pratica. Per tali lavori è più indicato il rame disossidato rispetto ai tipi di rame tenace. L'idrogeno, presente nell'arco di saldatura, passa nel rame ricotto. Per il rame disossidato ciò non ha importanza, mentre nel rame tenace idrogeno e protossido di rame formano nell'interno vapore d'acqua che, a temperatura sufficientemente alta, può dar luogo a fenditure, indebolimenti e fragilità nei punti di saldatura. Questo fenomeno, noto con il nome di „ malattia dell'idrogeno " del rame, compare sempre quando il rame tenace viene riscaldato in atmosfera riducente a temperature superiori a 500 °C circa. Nelle macchine elettriche si notano spesso fessurazioni negli avvolgimenti a gabbia e nei collettori, dovute appunto a questo fenomeno.

Rame privo di ossigeno e ad alta conduttività (O.F.H.C. = Oxygen Free High Conductivity Copper) attualmente è prodotto su scala industriale solo negli U.S.A.. Per questa produzione sono necessari impianti di una certa importanza. Per scopi determinati, in Inghilterra e in Germania si produce rame con una percentuale d'ossigeno molto bassa, mediante un procedimento particolare (ad es. riduzione a mezzo di litio). Il rame privo d'ossigeno è immune dalla malattia dell'idrogeno ed è particolarmente indicato per saldatura autogena e per saldatura forte.

La resistenza meccanica dipende dal trattamento al quale il rame viene sottoposto. Il rame trafilato ha un limite di duttilità di 35 kg/mm² e più; il rame ricotto ha un limite di duttilità di 5 kg/mm² e un limite di elasticità di soli 1,5 kg/mm². La sua temperatura di ricristallizzazione è di 200 °C circa e quindi la temperatura massima ammessa dalle norme per i corti circuiti è fissata in 150 °C. Nella saldatura dolce la temperatura del rame non supera normalmente i 200 °C. Se però si vogliono eseguire saldature forti, è necessario aumentare la temperatura di ricristallizzazione del rame mediante aggiunta di argento o cadmio.

Una percentuale d'argento inferiore allo 0,1% è sufficiente per alzare la temperatura di ricristallizzazione fino a 300-350 °C. Il rame argentato (con una percentuale d'argento dello 0,08%) viene impiegato spesso per le lamelle dei collettori e per i collegamenti tra avvolgimento e collettore.

Gli isolamenti a base di siliconi consentono temperature di avvolgimento più alte e richiedono pertanto una saldatura a temperatura di fusione più alta. Per questi avvolgimenti è quindi più adatto il rame argentato che in avvenire verrà senza dubbio applicato in misura sempre crescente. La sua conduttività elettrica è praticamente uguale a quella del rame puro.

Aggiungendo al rame una percentuale di cadmio, si ottengono effetti analoghi. La lega rame-cadmio tecnico ha un contenuto di cadmio variabile da 0,5 a 1%; la sua conduttività in stato di debole ricottura è 95% I.A.C.S. e dopo la trafilatura a freddo 82% I.A.C.S.. Il rame-cadmio non contiene praticamente ossido e non è quindi soggetto alla " malattia dell'idrogeno ".

Per scopi particolari, ad esempio per aumentare la capacità termica, per gli avvolgimenti a gabbia si usa ottone, non del tipo Ms 60, ma lega di similoro Ms 90, composta per il 90% di rame e per il 10% di zinco. La conduttività elettrica è pari al 43% I.A.C.S., la temperatura di ricristallizzazione 500 °C, il limite di elasticità del metallo lavorato a freddo e ricotto è 4 kg/mm² e il limite di rottura 27 kp/mm². La conduttività termica diminuisce più o meno nella stessa proporzione della conduttività elettrica. L'ottone forgiato Ms 60 ha una conduttività elettrica pari al 29% I.A.C.S..

9.1.2. Alluminio

Per gli avvolgimenti delle macchine elettriche si usa, oltre il rame, anche l'alluminio. Attualmente quest'ultimo viene impiegato in scarsa misura (ad es. avvolgimenti a gabbia fusi), ma già si nota la tendenza ad applicarlo più diffusamente. Benchè l'alluminio abbia una resistenza specifica più elevata, a causa del suo basso peso specifico esso presenta determinati vantaggi per le parti ruotanti. Così, recentemente, sono stati costruiti dei turbogeneratori molto grandi con avvolgimenti rotorici di alluminio. L'alluminio è pure indicato per avvolgimenti di costa e precisamente per macchine a corrente continua e macchine sincrone. Se i conduttori hanno grande sezione, i collegamenti sono per lo più a vite; a volte si eseguono anche collegamenti saldati, ma i pareri sulla bontà di quest'ultimo tipo di collegamento sono ancora discordi.

Secondo le norme, la massima temperatura di esercizio per l'alluminio è compresa entro i 200 °C, la temperatura di ricristallizzazione dell'alluminio puro è compresa tra i 400 e i 450 °C; altri dati sono raccolti in tab. 9.1. L'alluminio tecnicamente puro, indicato con Al 99,5 (DIN 1712, 1725) in Germania e con AD 1 S, 1050 in America, ha una resistenza meccanica abbastanza piccola. Aggiungendo ad esso una piccola quantità di manganese e silicio (Al Mg Si) si ottiene una lega di resistenza specifica maggiore, $\varrho_{20} = 0{,}0303 \cdot 10^{-6}\ \Omega m$, ma con proprietà meccaniche notevolmente migliori. Il limite di duttilità per trattamento a caldo è 8 kp/mm² e il limite di rottura è 15 kp/mm².

Negli avvolgimenti a gabbia ottenuti per fusione l'alluminio è reso

TAB. 9.1. - Alcuni dati relativi al rame e all'alluminio tecnicamente puri (a 20°C).

		Rame E-Cu	Alluminio Al99,5
Densità	kg/m^3	8900	2710
Resistenza elettrica specifica	Ωm	$0{,}0173 \cdot 10^{-6}$	$0{,}0283 \cdot 10^{-6}$
Coefficiente di temperatura	1/°C	$3{,}93 \cdot 10^{-3}$	$3{,}70 \cdot 10^{-3}$
Coefficiente di dilatazione	1/°C	$16{,}7 \cdot 10^{-6}$	$25 \cdot 10^{-6}$
Conducibilità termica	W/m °C	380	220
Calore specifico	Ws/kg °C	385	925
Limite di rottura, ricotto	kp/mm^2	22	7
Limite di rottura, trafilato	kp/mm^2	35	13
Limite di duttilità, ricotto	kp/mm^2	5	2
Limite di duttilità, trafilato	kp/mm^2	14	5
Modulo di elasticità	kp/mm^2	11250	6500

impuro da piccole quantità di ferro fuso e la sua resistenza specifica sale a $0{,}03\text{-}0{,}032 \cdot 10^{-6}\ \Omega m$.

9.2. Avvolgimenti normali

Dalle dimensioni di un avvolgimento è possibile calcolare la sua resistenza come segue:

$$R = \frac{2\,\varrho\,(l_a + l_S)\,w}{q}. \tag{9-2}$$

A 20 °C la resistenza specifica ϱ del rame è $0{,}0175 \cdot 10^{-6}\ \Omega m$ e $0{,}031 \cdot 10^{-6}\ \Omega m$ per l'alluminio. Il numero di spire per fase è espresso dalla:

$$w = \frac{z\,N}{2\,m\,c}, \tag{9-3}$$

in cui N rappresenta il numero delle cave, z il numero di conduttori per cava, c il numero dei gruppi in parallelo ed m il numero delle fasi; q è la sezione del conduttore, in m^2, l_a la lunghezza di indotto comprensiva anche dei canali di ventilazione, in metri, ed l_S la lunghezza dei collegamenti frontali, in metri. Di queste grandezze, l_S può essere solo valutata con approssimazione, dato che in sede di calcolo difficilmente si dispone del disegno dell'avvolgimento. Pertanto, per una valutazione della lunghezza dei collegamenti frontali, ogni ditta si serve di una propria formula più o meno complessa; in pratica però non c'è necessità di dare una formula complessa che serva solo per un determinato tipo di avvolgimento. Del resto la differenza tra le diverse formule non è tanto grande da giustificare l'introduzione di espressioni complesse. In tab. 9.2 sono riportate le lunghezze dei collegamenti frontali in funzione del passo polare. Si deve poi tener presente che per le macchine grandi e veloci valgono i valori più piccoli, mentre per le macchine più piccole e lente e per le macchine ad alta tensione valgono i valori maggiori.

TAB. 9.2. - Lunghezza dei collegamenti frontali per diversi tipi di avvolgimento.

	Statore	Rotore
Avvolgimento a due piani	$(2 \;-2{,}4)\,\tau$	$(1{,}1 - 1{,}5)\,\tau$
Avvolgimento a tre piani	$(1{,}8 - 2{,}0)\,\tau$	$(1{,}2 - 1{,}5)\,\tau$
Avvolgimento a due strati (non raccorciato) .	$(1{,}6 - 1{,}9)\,\tau$	$(1{,}3 - 1{,}6)\,\tau$
Avvolgimento monofase	$(1{,}0 - 1{,}3)\,\tau$	—

Per riportare la resistenza del rotore allo statore, si applica il fattore di riduzione:

$$[\varrho] = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{w_1\,\xi_1}{w_2\,\xi_2}\right)^2 \approx \frac{m_1\,w_1^2}{m_2\,w_2^2}. \tag{9-4}$$

Per gli avvolgimenti a corrente continua si effettua spesso il calcolo mettendo in conto tutti i conduttori di indotto z, ciascuno di lunghezza $l = l_a + l_S$. La resistenza dell'avvolgimento di indotto è espressa allora dalla:

$$R = \frac{\varrho\,l\,z}{(2\,a)^2\,q}. \tag{9-5}$$

9.3. Avvolgimenti a gabbia

L'avvolgimento a gabbia è formato da barre situate in cave e collegate tra loro sui lati frontali del rotore mediante anelli di corto circuito. Si può considerare l'avvolgimento in corto circuito come un avvolgimento polifase avente un numero di fasi uguale a quello delle cave N_2 e una sola barra (metà spira). L'avvolgimento a gabbia è equivalente ad un avvolgimento ad anello nel quale si siano riunite le barre interne per formarne una sola. Poichè la somma delle correnti in questa barra interna è zero, si può fare a meno di essa e riunire i conduttori esterni mediante anelli (vedi fig. 3-29).

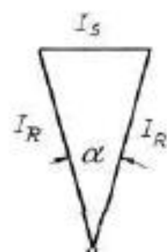


Fig. 9-1. - Relazione esistente fra la corrente nelle barre (I_S) e quella nell'anello (I_R) in un avvolgimento a gabbia.

Per ragioni di simmetria le correnti nelle singole barre sono uguali, ma sfasate le une rispetto alle altre di un angolo α. Questo vale anche per le correnti nei tratti di anello compresi tra due barre. Inoltre è chiaro che la corrente delle barre è uguale alla differenza tra due correnti di anello vicine (vedi fig. 9-1), per cui si ha:

$$I_R = \frac{I_S}{2\,\mathrm{sen}\,(\alpha/2)} \tag{9-6}$$

con

$$\alpha = 2\,\pi\,p/N_2. \tag{9-7}$$

La resistenza della gabbia risulta dalla resistenza delle barre e da quella degli anelli. Poichè il calcolo con due correnti, una di barra e una di anello, è complesso, conviene riferirsi solo alla corrente di barra, aggiungendo alla resistenza delle barre quella R_R delle parti di anello comprese tra due barre vicine. Applicando l'espressione della potenza $I_S^2\,R_S + I_R^2\,2\,R_R = I_S^2\,R_2$ e la (9-6) si ottiene:

$$R_2 = R_S + \frac{R_R}{2\,\mathrm{sen}^2\,(\pi\,p/N_2)} \approx R_S + \frac{N_2^2}{2\,\pi^2\,p^2}\,R_R. \tag{9-8}$$

Se D_R rappresenta il diametro medio dell'anello, è $R_R = \varrho\,\pi\,D_R/N_2\,q_R$ e la resistenza rotorica sarà:

$$R_2 \approx \varrho\left[\frac{l_S}{q_S} + \frac{N_2\,D_R}{2\,\pi\,q_R\,p^2}\right]\Omega. \tag{9-9}$$

in cui l_S è la lunghezza delle barre, q_S la loro sezione e q_R la sezione dell'anello. Il fattore di riduzione, con $m_2 = N_2$, $w_2 = 1/2$ e $\xi_2 = 1$ è:

$$[\varrho] = \frac{4\,m_1}{N_2}\left(\frac{w_1\,\xi_1}{\chi_1}\right)^2. \tag{9-10}$$

Nel caso di macchine a poli salienti si usa una gabbia non completa in cui le barre sono disposte solo sotto l'arco polare e non nell'intervallo tra i poli. La mancanza di barre in questa sede causa una deformazione nella distribuzione della corrente della gabbia [2.13]. Le barre collocate in prossimità dell'intervallo tra i poli, soprattutto le più esterne, sono percorse da correnti più intense delle altre. Questa distribuzione di corrente dà luogo a valori minori dell'armonica fondamentale, il che è espresso dai fattori di armonica (ζ). A base del presente studio si pone una gabbia completa e si suppone che l'intervallo tra i poli modifichi non il numero di barre ma il fattore di avvolgimento. Se α rappresenta il rapporto tra l'arco polare e il passo, il numero di cave di questa gabbia fittizia è l/α volte quello della gabbia effettiva, incompleta. Per questa gabbia fittizia (completa) si calcolano la resistenza R_2 e la reattanza di dispersione alle cave $x_{\sigma N}$, riferite al primario. A causa dell'asimmetria bisogna fare il calcolo secondo i due assi di simmetria, sui quali si ottengono, di norma, valori diversi per le resistenze e le reattanze. Per il sistema rotante nel senso diretto, sempre maggiore di quello rotante in senso inverso, è possibile ottenere la resistenza e la reattanza equivalenti applicando la (2-173).

Tra il fattore di armonica ζ e quello di avvolgimento ξ esiste la seguente relazione $\xi^2 = \zeta$. Mentre nella gabbia completa il fattore di avvol-

gimento è uguale ad 1, nella gabbia incompleta esso è minore di 1 e inoltre disuguale per i due assi di simmetria. Il calcolo dei fattori di armonica è assai complesso e solo in casi particolari, precisamente quando la frequenza della corrente è elevata ($f > 5$ Hz) o molto piccola ($f < 2$ Hz), si possono applicare espressioni semplici [2.13]. La grandezza di tali fattori dipende dalla frequenza e dall'estensione dell'arco polare. Per macchine sincrone aventi estensione dell'arco polare $\alpha = 0{,}7$ i fattori di armonica sono rispettivamente $\zeta_d \approx 0{,}9$ e $\zeta_q \approx 0{,}95$ per frequenza più elevata e $\zeta_d \approx 0{,}45$ e $\zeta_q \approx 0{,}55$ per frequenza più bassa. Per piccole macchine a reazione con $\alpha = 0{,}5$ si ottiene rispettivamente $\zeta_d \approx 0{,}75$ e $\zeta_q \approx 0{,}9$ nel primo caso e $\zeta_d \approx 0{,}2$ e $\zeta_q \approx 0{,}4$ nel secondo. La legge di dipendenza dei fattori di armonica e quindi delle resistenze e delle reattanze dalla frequenza ha una certa analogia con quella relativa all'addensamento di corrente. Di essa conviene tener conto quando si applichi il circuito ausiliare della gabbia incompleta a fenomeni a frequenza assai variabile.

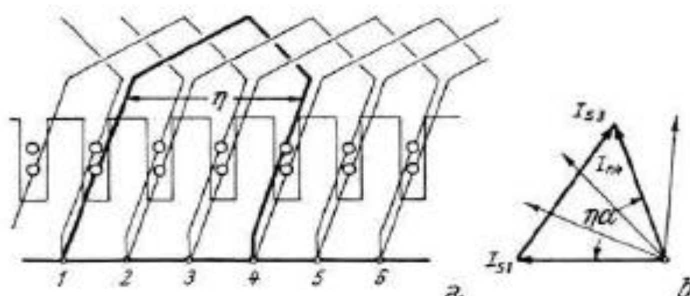


Fig. 9-2. - a) Avvolgimento in corto circuito con due barre per fase e cava; b) Diagramma delle correnti.

Per casi particolari, ad esempio per elevare la resistenza o per limitare un'armonica superiore, si costruisce l'avvolgimento con due o più barre per fase, come si vede in fig. 9-2. La corrente di cava I_N non è uguale a quella delle barre I_S, ma la differenza geometrica di due correnti di barra spostate di η cave:

$$I_N = 2\, I_S \operatorname{sen} (\eta\, \alpha/2). \tag{9-11}$$

La corrente di anello è:

$$I_R = \frac{I_N}{2 \operatorname{sen} (\alpha/2)} = \frac{I_S \operatorname{sen} (\eta\, \alpha/2)}{\operatorname{sen} (\alpha/2)}. \tag{9-12}$$

Dall'espressione della potenza $I_S^2\, R_S + I_R^2\, R_R = I_S^2\, R_2$ si ottiene la seguente resistenza rotorica, riferita alla corrente di barra I_S:

$$R_2 = R_S + R_R \frac{\operatorname{sen}^2 (\eta\, \alpha/2)}{\operatorname{sen}^2 (\alpha/2)}, \tag{9-13}$$

in cui R_S rappresenta la resistenza della fase tra i punti di derivazione ed R_R la resistenza della parte di anello tra due punti di derivazione vicini.

Riducendo la resistenza a primario si deve tener conto delle seguenti relazioni:

$$m_2 = N_2,\ w_2 = 1 \quad e \quad \xi_2 = \operatorname{sen} (\pi\, p\, \eta/N_2) = \operatorname{sen} (\eta\, \alpha/2).$$

9.4. Avvolgimenti di indotto dei motori a collettore a corrente alternata

È possibile calcolare la resistenza equivalente di un avvolgimento a collettore per un solo sistema di spazzole in posizione diametrale (vedi fig. 3-1a) in una macchina a corrente continua o in un motore monofase in serie, noti il numero dei conduttori z, quello dei rami in parallelo $2a = c$ e le dimensioni dei conduttori l_L e q_L:

$$R_D = \frac{\varrho\, l_L\, z}{(2\,a)^2\, q_L}. \tag{9-14}$$

Questa resistenza, detta resistenza in corrente continua o diametrale, serve anche come punto di partenza per calcolare la resistenza di indotto nelle macchine a collettore per corrente alternata trifase. La resistenza diametrale non dipende nè dal passo raccorciato dell'avvolgimento, nè dal numero di sistemi di spazzole, se nell'avvolgimento embricato tutte le lame del collettore portano collegamenti equipotenziali. Se lo spazio a disposizione lo impone, si può usare un numero inferiore di sistemi di spazzole ($p' < p$) senza aumentare per questo la resistenza di indotto.

Se per modificare il numero dei conduttori di indotto attivi la macchina è provvista di un doppio sistema di spazzole (fig. 3-36*c*), la zona $2\,\alpha$ sulla periferia di indotto rimane priva di corrente. La resistenza dell'avvolgimento è espressa dalla:

$$R_L = R_D\,(1 - 2\,\alpha/\pi). \tag{9-15}$$

Questa resistenza vale per la corrente totale, cioè per la somma delle correnti nelle spazzole.

Nelle macchine a collettore a corrente trifase si distingue il collegamento a tre e a sei spazzole (cfr. fig. 3-1*b* e *c*). Nel caso di collegamento a tre spazzole l'avvolgimento rotorico è collegato a triangolo e la resistenza tra le spazzole (resistenza di fase) è $4/3\ R_D$. Per avvolgimento equivalente si intende un avvolgimento collegato a stella, alimentato con la corrente delle spazzole. La sua resistenza è quindi 1/3 di quella della fase dell'avvolgimento collegato a triangolo, e precisamente:

$$R_L = R_D\, 4/9. \tag{9-16}$$

Nel collegamento a sei spazzole in posizione diametrale il valore efficace della corrente in un conduttore dell'avvolgimento diametrale è il doppio di quello che si ha per alimentazione monofase con la stessa corrente delle spazzole e la perdita totale nell'avvolgimento è quadrupla. Su una fase dell'avvolgimento equivalente si ha 1/3 di questa perdita e la resistenza è espressa dalla:

$$R_L = R_D\, 4/3. \tag{9-17}$$

La (9-16) e la (9-17) si possono ottenere anche in altro modo. Il numero di spire dell'avvolgimento ausiliario per collegamento con tre spaz-

zole è $w = z/12\,c$, la lunghezza $l_W = 2\,l_L$ e la sezione $q = 2\,c\,q_L$. Inoltre, per effetto dello spostamento di fase (60°) tra le correnti dello strato inferiore e quelle dello strato superiore, la resistenza aumenta di $(2/\sqrt{3})^2 = 4/3$. Queste considerazioni ci consentono di determinare la resistenza dell'avvolgimento equivalente; essa è:

$$R_L = \frac{\varrho\, w\, l_W}{q}\,\frac{4}{3} = \frac{\varrho\, z \cdot 2\,l_L \cdot 4}{12\,c \cdot 2\,c\,q_L \cdot 3} = R_D\,\frac{4}{9}\,. \tag{9-18}$$

Analogamente, per il collegamento con sei spazzole, è $w = z/6\,c$, $l_W = 2\,l_L$ e $q = c\,q_L$. In questo caso le correnti di strato hanno ugual fase e quindi la resistenza dell'avvolgimento ausiliario è espressa dalla:

$$R_L = \frac{\varrho\, z \cdot 2\,l_L}{6\,c \cdot c\,q_L} = R_D\,\frac{4}{3}\,. \tag{9-19}$$

Per spazzole a passo raccorciato la resistenza resta invariata per α variabile da zero a 30°, e uguale a quella risultante dalla (9-17). Solo per un angolo di spostamento $\alpha > 30°$ (fig. 3-39) la resistenza è minore e precisamente:

$$R_L = \frac{90° - \alpha°}{60°}\,\frac{4}{3}\,R_D = (2 - 2\,\alpha/\pi)\,R_D. \tag{9-20}$$

La (9-20) può essere ottenuta anche in base alla perdita Joule nell'avvolgimento. La distribuzione della corrente nell'avvolgimento polifase a collettore alimentato è stata trattata da Richter [2.3]. La (9-16) e la (9-17) danno la resistenza del motore a collettore trifase alimentato dallo statore e le (9-17) e (9-20) quella dello stesso motore alimentato attraverso il rotore.

9.5. Avvolgimento di indotto della commutatrice ad armatura unica

Per calcolare le perdite e la caduta di tensione è necessario conoscere la resistenza dell'avvolgimento di indotto. Nel caso della commutatrice la sovrapposizione della corrente continua e di quella alternata fa sì che le resistenze da considerare per i due calcoli siano diverse. In primo luogo ci proponiamo di determinare il valore della resistenza di indotto, che è di importanza fondamentale per il calcolo delle perdite. A questo scopo è necessario determinare il rapporto esistente tra f.e.m. continua e f.e.m. alternata per funzionamento a vuoto. Ammettendo che il campo sotto i poli sia distribuito secondo una sinusoide, dal diagramma di tensione, con m' prese per corrente alternata, si ottiene il seguente rapporto tra le f.e.m.:

$$\ddot{u}_E = E_G/E_W = \frac{\sqrt{2}}{\operatorname{sen}\,(\pi/m')}\,. \tag{9-21}$$

m' è generalmente uguale al numero di fasi m. Per corrente monofase è

$m' = 2$ e per corrente bifase $m' = 4$. Analogamente, dalla relazione della potenza fornita e assorbita, si ottiene il rapporto esistente tra corrente continua e alternata. Per le correnti nei conduttori dell'indotto esso è espresso da:

$$\ddot{u}_i = I_{Gi}/I_{Wi} = \frac{m'}{\sqrt{2}}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{m'}\cos\psi \qquad (9\text{-}22)$$

e per quelle di linea (agli anelli di contatto):

$$\ddot{u}_F = I_G/I_W = \frac{m\cos\psi}{2\sqrt{2}}. \qquad (9\text{-}23)$$

ψ rappresenta l'angolo di fase tra la f.e.m. e la tensione alternata. Senza commettere errori rilevanti si può porre $\psi = \varphi$, in cui φ rappresenta l'angolo di fase tra la tensione e la corrente, alternate. I valori di $\ddot{u}_E$, $\ddot{u}_i$ e $\ddot{u}_F$ per diverso numero di fasi m sono raccolti in tab. 9.3.

In ogni conduttore dell'indotto la corrente alternata sinusoidale e la corrente continua si sovrappongono; quest'ultima va considerata come una corrente alternata rettangolare (vedi fig. 9-3). La posizione reciproca di fase delle due correnti dipende dalla posizione della matassa nella fase a

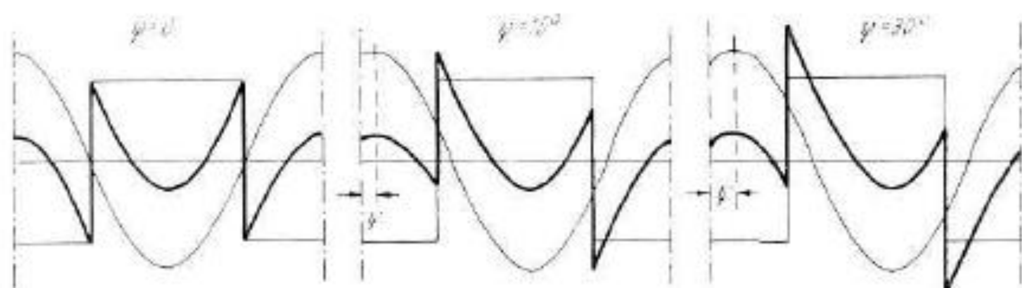


Fig. 9-3. - Corrente continua, corrente alternata e corrente risultante in un conduttore dell'indotto in funzione di ωt per $\psi = 0°$, $15°$ e $30°$ in una convertitrice a sei fasi. ($\alpha = 0$).

corrente alternata (α) e dell'angolo di fase della corrente alternata (ψ). Se la matassa è al centro della fase ($\alpha = 0$) e se la corrente alternata è in fase con la f.e.m. ($\psi = 0$), gli assi di simmetria delle due curve coincidono, come si può constatare da fig. 9-3a. Se α e ψ non sono nulli, si ottengono curve analoghe a quelle tracciate in fig. 9-3 per $\psi = 15°$ e $\psi = 30°$. L'andamento della corrente in un conduttore dell'indotto per ωt compreso tra 0 e π è dato dall'espressione:

$$i = I_{Gi} - \sqrt{2}\,I_{Wi}\,\text{sen}\,(\omega t - \psi - \alpha) \qquad (9\text{-}24)$$

Per la (9-23) è allora:

$$i = I_{Gi}\left[1 - \frac{4\,\text{sen}\,(\omega t - \psi - \alpha)}{m'\,\text{sen}\,\pi/m' \cdot \cos\psi}\right]. \qquad (9\text{-}25)$$

Calcoliamo le perdite per effetto Joule nel conduttore durante un semi-

periodo (π) e riferiamole alle perdite determinate dalla sola corrente continua. Se si indica il rapporto con v, si ottiene [2.3]:

$$v = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (i/I_{G i})^2 \, d\omega t = 1 + \frac{8}{m'^2 \operatorname{sen}^2(\pi/m') \cos^2 \psi} - \frac{16 \cos(\psi + \alpha)}{\pi \, m' \operatorname{sen}(\pi/m') \cos \psi} . \tag{9-26}$$

Nella (9-26) l'angolo α sta ad indicare che le perdite nelle singole matasse hanno grandezze diverse. La distribuzione delle perdite sulle singole matasse della fase è riportata in fig. 9-4 per $m = m' = 3$ e per diversi valori dell'angolo. Le perdite massime (v_{max}) si verificano nelle matasse estreme, vale a dire nei punti in cui esistono le prese alternate ($\alpha = \pm \pi/m'$). Le perdite medie nell'avvolgimento, riferite alle sole perdite dovute alla corrente continua sono:

$$v_m = \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi/m'}^{+\pi/m'} v \, dx = \left[1 + \frac{8}{m'^2 \operatorname{sen}^2(\pi/m') \cos \psi} - \frac{16}{\pi^2} \right]. \tag{9-27}$$

I valori delle perdite relative massime e medie per diversi valori di m' e ψ sono riportati in tab. 9.3. Il valore v_{max} ha importanza per il massimo riscaldamento dell'avvolgimento, il valore medio v_m per il rendimento della macchina. Come si può constatare da tab. 9.3, le perdite diminuiscono rapidamente all'aumentare del numero di fasi m.

Volendo determinare la caduta di tensione che si verifica nella commutatrice per funzionamento a carico, bisogna tener presente che tale caduta ha un'origine assai complessa, alla quale concorrono in modo determinante numerose grandezze [2.3]. Poichè questo tipo di macchina ha perduto importanza, non si approfondirà ulteriormente il suo studio e ci si limiterà a dare alcuni risultati atti a fornire una rappresentazione semplice ma sufficientemente precisa ai fini dell'applicazione pratica. Per commutatrice alimentata da tensione alternata U_W, se il circuito fosse attraversato dalla sola corrente alternata si determinerebbe una caduta di tensione. La f.e.m. interna della macchina è espressa dalla:

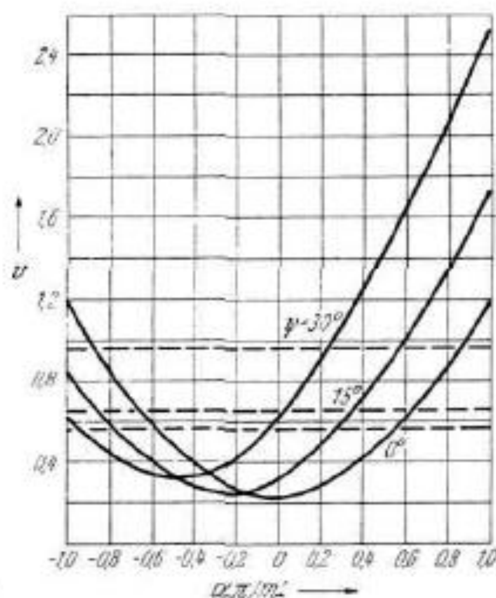


Fig. 9-4. - Rapporto v (–) e suo valore medio v_m (— —) per diversi ψ ($m = m' = 3$) relativo all'effetto Joule in una matassa.

$$\dot{E}_W = \dot{U}_W - \dot{I}_W (R_V + j X_\sigma). \tag{9-28}$$

TAB. 9.3. - Rapporto delle f.e.m., delle correnti e delle perdite in una commutatrice.

m' =	2			3			6			12			24		
ψ =	0°	15°	30°	0°	15°	30°	0°	15°	30°	0°	15°	30°	0°	15°	30°
v_{max}	3,00	3,83	5,14	1,21	1,75	2,58	0,42	0,71	1,21	0,25	0,42	0,77	0,19	0,25	0,46
v_m	1,38	1,52	2,05	0,56	0,65	0,96	0,27	0,33	0,56	0,21	0,27	0,48	0,19	0,25	0,46
$\ddot{u}_E$		1,414			1,633			2,828			5,465			∞	
$\ddot{u}_I$		0,707			0,919			1,061			1,098			1,111	
$\ddot{u}_P$		0,707			1,061			2,122			4,243			∞	

R_V è la resistenza equivalente del circuito e comprende anche la resistenza del trasformatore e quella di contatto delle spazzole. La resistenza dell'indotto entra in considerazione per il lato corrente continua; Xr rappresenta la reattanza del trasformatore e la reattanza di dispersione dell'avvolgimento di indotto. La f.e.m. alternata si sostituisce con quella continua utilizzando il rapporto $\ddot{u}_E$ già determinato. Per il circuito a corrente continua si ha una caduta di tensione sotto le spazzole e nell'avvolgimento di indotto ($I_G R_G \sqrt{v_m}$) e inoltre una caduta addizionale, causata dalla reattanza di dispersione. Per le convertitrici quest'ultima è circa $1/4\, m'\, X_\sigma\, I_G\, tg\, \psi$.

Tra la resistenza di indotto misurata sul lato corrente continua (R_G) e la resistenza misurata tra gli anelli di contatto (R_W) esiste la seguente relazione:

$$R_W = 4\, R_G/m'. \tag{9-29}$$

Però, se per convertire la corrente alternata in corrente alternata di frequenza diversa si usa la commutatrice, nei conduttori non si raggiunge una distribuzione fissa della corrente. In ogni matassa si hanno in questo caso uguali perdite che si possono calcolare in base alla somma delle perdite relative alle due correnti, per cui è:

$$v_m = v_{max} \approx 2.$$

9.6. Aumento della resistenza in seguito ad una repentina variazione della sezione

A causa di variazione brusca della sezione non si ottiene una distribuzione uniforme della corrente e quindi si ha un aumento della resistenza. Se ad esempio si intaglia un conduttore rettangolare avente altezza h in modo che nel punto di intaglio l'altezza del conduttore si riduca ad h_0, la resistenza aumenta di un certo valore che attribuiremo ad un aumento della lunghezza del conduttore:

$$\Delta l = \beta\, h. \tag{9-30}$$

Il fattore β dipende dalla profondità dell'intaglio, cioè dal rapporto h_0/h, che può essere calcolato; nel presente studio, tuttavia, esso è stato rica-

vato sperimentalmente mediante un modello (vedi fig. 9-5). Per mezzo della (9-30) è possibile determinare l'aumento della resistenza per intagli di lame.

Se il conduttore consiste di due lame collegate in serie di altezza rispettivamente h_1 ed h_2, nel punto di collegamento si determina un aumento della resistenza tale che la resistenza risultante è di poco maggiore

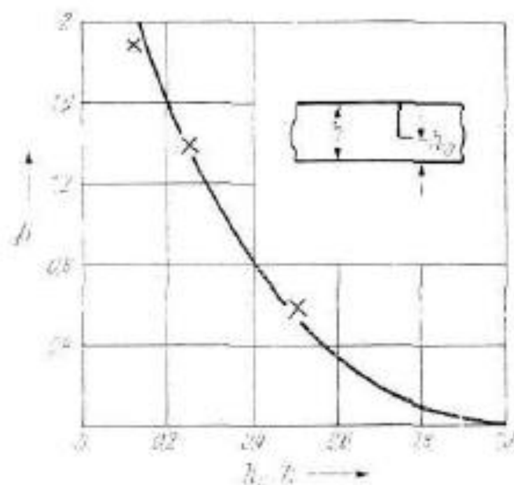


Fig. 9-5. - Aumento fittizio della lunghezza di una lama in cui si sia praticato un intaglio, in funzione di h_0/h (corrente continua).

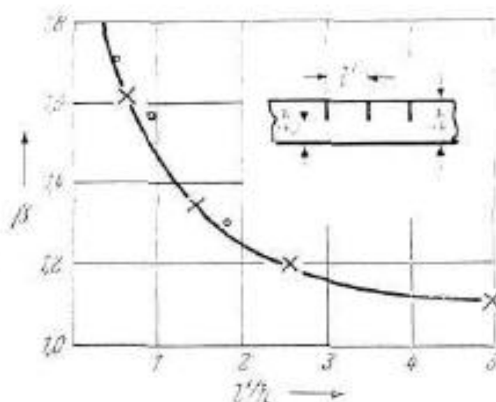


Fig. 9-6. - Aumento fittizio della lunghezza di una barra in cui si siano praticati più intagli per $h_0/h = 0{,}5$ (corrente continua).

della somma delle singole resistenze Se le lame hanno larghezza uguale, si può calcolare l'aumento della resistenza mediante la curva tracciata in fig. 9-5. Alla lunghezza della lama più alta h_2 si deve aggiungere il valore $0{,}5\,\beta\,h_2$. Nella maggior parte dei casi che si verificano in pratica l'aumento della resistenza è tanto piccolo che lo si può trascurare. Bisogna tuttavia tener presente che l'effetto Joule conseguente alla resistenza addizionale si sviluppa in un tratto di lunghezza molto ridotto. Per un rapporto h_0/h piccolo può quindi determinarsi un riscaldamento locale.

Può essere opportuno praticare degli intagli nelle lame per scopi particolari, ad esempio per facilitare il raffreddamento o per aumentarne la resistenza. In fig. 9-6 è rappresentato l'aumento della resistenza in corrente continua per $h_0/h = 0{,}5$ in funzione della distanza l' tra due intagli successivi. Le crocette indicano i valori misurati sul modello e i cerchi quelli rilevati su una lama di rame.

10. ADDENSAMENTO DI CORRENTE

10.1. Generalità

L'addensamento di corrente (o skin effect) vale a dire la distribuzione non uniforme della corrente nei conduttori, si verifica tanto nell'avvolgimento statorico che in quello rotorico e poichè tale fenomeno com-

porta un aumento delle perdite, nell'avvolgimento statorico si cerca di limitarlo al massimo. Nell'avvolgimento rotorico, invece, un aumento della resistenza è utile all'avviamento, perchè migliora l'avviamento stesso del motore asincrono, provocando un aumento di coppia.

All'addensamento sono stati dedicati numerosi studi. Per cave a sezione rettangolare ed avvolgimento a barre pure rettangolari come per rotori a doppia gabbia valgono formule semplici, mentre per barre aventi sezioni diverse si richiedono calcoli molto complessi. Per sezioni di forma qualsiasi è possibile determinare l'addensamento di corrente graficamente [10.7].

L'addensamento di corrente causa un aumento fittizio della resistenza e una diminuzione dell'induttanza. Se con R_G si indica la resistenza nel caso che non si verifichi l'addensamento, cioè per corrente continua, e con R_W la resistenza per corrente alternata, cioè tenuto conto dell'addensamento, il rapporto:

$$K_W = R_W/R_G, \tag{10-1}$$

detto fattore di resistenza, dà l'aumento della resistenza in seguito all'addensamento di corrente. Analogamente, per l'induttanza si ottiene il fattore d'induttanza:

$$K_B = L_W/L_G = \lambda_W/\lambda_G, \tag{10-2}$$

in cui L rappresenta l'induttanza di tutta la barra e λ la permeanza magnetica relativa al circuito di dispersione nelle cave.

10.2. Cave a fianchi paralleli e conduttori rettangolari

Poichè questi casi più semplici ma importantissimi nella pratica sono già stati esaminati a fondo da molti studiosi [10.2, 10.3], in questa sede ci si limiterà a dare principalmente i risultati a cui essi sono pervenuti.

Il caso più semplice è costituito da una barra rettangolare massiccia di dimensioni b ed h, collocata in una cava di ampiezza b_N. Se con S si indicano i valori locali della densità della corrente e con H quelli dell'intensità del campo, valgono le seguenti relazioni:

$$b\,S = b_N \frac{\partial H}{\partial x} \quad \text{e} \quad \varrho \frac{\partial S}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}, \qquad \text{(10-3) e (10-4)}$$

che si possono riunire in una unica:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\mu_0\, b}{\varrho\, b_N} \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{10-5}$$

La soluzione è molto semplice se tutte le grandezze sono variabili sinusoidalmente nel tempo. Se la pulsazione è $\omega = 2\,\pi f$, sarà $\partial H/\partial t = j\,\omega\,H$ e dalla (10-5) si ricaverà una equazione differenziale del secondo ordine a

coefficienti costanti:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = k^2 H, \tag{10-6}$$

in cui è:

$$k = \sqrt{\frac{j\,\omega\,\mu_0\,b}{\varrho\,b_N}}. \tag{10-7}$$

La soluzione della (10-6) è costituita da funzioni iperboliche e le costanti sono determinabili in base alle condizioni ai limiti, per cui per $x = 0$ è $H = 0$ e per $x = h$ è $H = \sqrt{2}\,I/b_N$ in cui I rappresenta il valore efficace della corrente nei conduttori. Per il campo e la densità di corrente si hanno allora le seguenti espressioni:

$$H = \frac{\sqrt{2}\,I \operatorname{senh} k\,x}{b_N \operatorname{senh} k\,h} \tag{10-8}$$

$$S = \frac{\sqrt{2}\,k\,I \cosh k\,x}{b \operatorname{senh} k\,h}. \tag{10-9}$$

Introducendo nella (10-8) e nella (10-9) la grandezza ausiliaria a, si evitano gli argomenti complessi:

$$k = (1 + j)\,a \quad \text{e} \quad a = \sqrt{\frac{\omega\,\mu_0\,b}{2\,\varrho\,b_N}}\,m^{-1}, \tag{10-10}$$

Per conduttori di rame ($\varrho \approx 0{,}02\cdot 10^{-6}$ Ωm), $f = 50$ Hz e $b/b_N \approx 1$ è $a \approx 100$ m^{-1}. Introducendo poi le semplici relazioni tra funzioni circolari e iperboliche, per l'ampiezza del campo in funzione di x si ottiene:

$$H = \frac{\sqrt{2}\,I}{b_N}\sqrt{\frac{\cosh 2\,a\,x - \cos 2\,a\,x}{\cosh 2\,a\,h - \cos 2\,a\,h}} \tag{10-11}$$

e per il valore efficace della densità di corrente:

$$S = \sqrt{2}\,a\,h\,S_G\sqrt{\frac{\cosh 2\,a\,x - \cos 2\,a\,x}{\cosh 2\,a\,h - \cos 2\,a\,h}}, \tag{10-12}$$

in cui $S_G = I/bh$ è il valore efficace della densità di corrente che si avrebbe per distribuzione uniforme della densità di corrente. In fig. 10-1 è tracciata la curva della distribuzione della densità di corrente secondo l'altezza della barra per corrente alternata ($f = 50$ Hz) e per un'altezza della barra $h = 3$ cm.

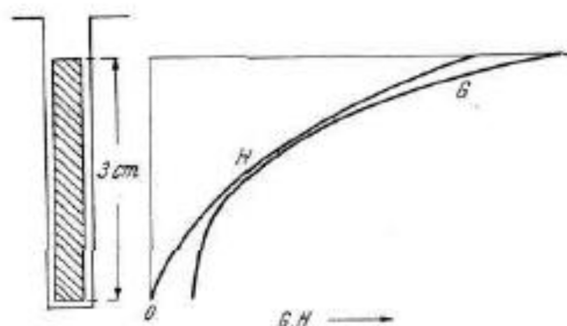


Fig. 10-1. - Andamento del campo H e della densità di corrente S nella cava.

Il fattore di resistenza K_W e il

fattore di induttanza K_B servono per il calcolo dell'energia dissipata in effetto Joule e dell'energia magnetica accumulata nello spazio interno della cava. Trascurando i calcoli intermedi, risulta:

$$K_W = \xi \frac{\operatorname{senh} 2\,\xi + \operatorname{sen} 2\,\xi}{\cosh 2\,\xi - \cos 2\,\xi} = \varphi(\xi) \tag{10-13}$$

$$K_B = \frac{3}{2\,\xi}\,\frac{\operatorname{senh} 2\,\xi - \operatorname{sen} 2\,\xi}{\cosh 2\,\xi - \cos 2\,\xi} = \varphi'(\xi), \tag{10-14}$$

in cui è:

$$\xi = \alpha\, h \tag{10-15}$$

l'altezza " ridotta " adimensionale del conduttore. Per conduttore di rame e frequenza $f = 50$ Hz, tale altezza è circa uguale a quella del conduttore h. La forma della funzione $\varphi(\xi)$ e $\varphi'(\xi)$ è data in fig. 10-2. Per $\xi > 2$ è $\varphi(\xi) \approx \xi$ e $\varphi'(\xi) \approx 3/2\,\xi$ e per $\xi < 1$ è:

$$\varphi(\xi) \approx 1 + \frac{4}{45}\,\xi^4 \quad \text{e} \quad \varphi'(\xi) \approx 1 - \frac{8}{315}\,\xi^4. \qquad \text{(10-16) e (10-17)}$$

Se però nella cava sono collocati più conduttori (vedi fig. 10-4), l'addensamento in un conduttore non dipende solo dalle sue dimen-

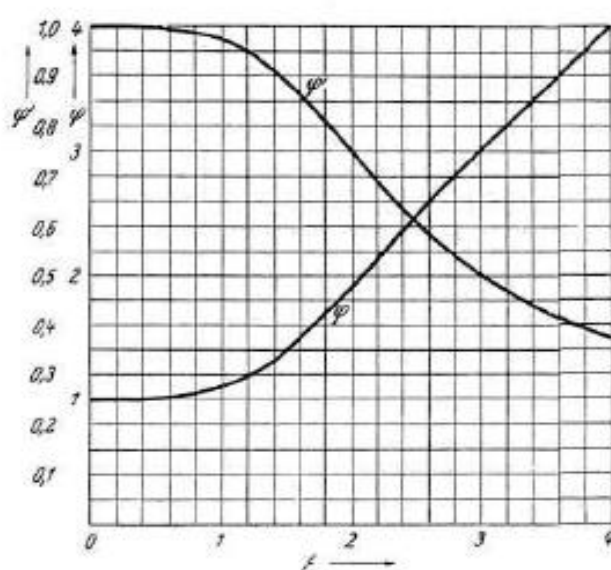


Fig. 10-2. - Funzioni $\varphi(\xi)$ e $\varphi'(\xi)$.

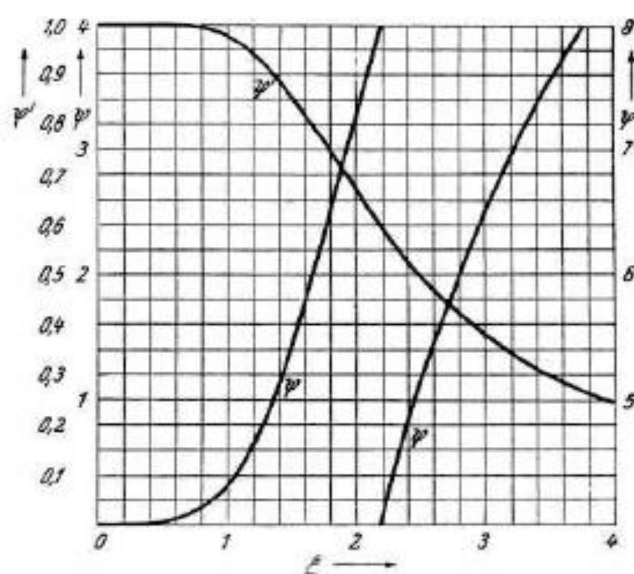


Fig. 10-3. - Funzioni $\psi(\xi)$ e $\psi'(\xi)$.

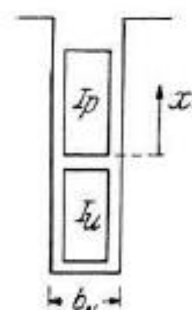


Fig. 10-4.

sioni, ma anche dalla corrente totale I_u circolante nei conduttori collocati al di sotto di esso. La corrente circolante nei condutori collocati sopra quello considerato non influisce affatto sull'addensamento. Se la corrente I_p nel conduttore considerato è spostata di un angolo di fase γ rispetto ad I_u, il fattore di resistenza è espresso dalla:

$$K_W = \varphi(\xi) + \left[\left(\frac{I_u}{I_p}\right)^2 + \frac{I_u}{I_p}\cos\gamma\right]\psi(\xi) \tag{10-18}$$

e il fattore di induttanza è:

$$K_B = \frac{\varphi'(\xi) + 3\left[\left(\frac{I_u}{I_p}\right)^2 + \frac{I_u}{I_p}\cos\gamma\right]\psi'(\xi)}{1 + 3\left[\left(\frac{I_u}{I_p}\right)^2 + \frac{I_u}{I_p}\cos\gamma\right]}. \qquad (10\text{-}19)$$

In fig. 10-3 sono riportate le funzioni:

$$\psi(\xi) = 2\,\xi\,\frac{\operatorname{senh}\xi - \operatorname{sen}\xi}{\cosh\xi + \cos\xi} \quad \text{e} \quad \psi'(\xi) = \frac{1}{\xi}\,\frac{\operatorname{senh}\xi + \operatorname{sen}\xi}{\cosh\xi + \cos\xi} \qquad (10\text{-}20)\text{ e }(10\text{-}21)$$

Per $\xi > 1$ valgono approssimativamente le seguenti relazioni:

$$\psi(\xi) \approx 2\,\xi \quad \text{e} \quad \psi'(\xi) \approx 1/\xi, \qquad (10\text{-}22)\text{ e }(10\text{-}23)$$

mentre per $\xi < 1$ è:

$$\psi(\xi) \approx \xi^4/3 \quad \text{e} \quad \psi'(\xi) \approx 1 - \xi^4/30 \qquad (10\text{-}24)\text{ e }(10\text{-}25)$$

10.3. Avvolgimento statorico

Generalmente, nelle cave statoriche sono disposti più conduttori, come risulta dallo schema di fig. 10-5. Per ogni strato di conduttori si hanno valori diversi del fattore di resistenza e di quello di induttanza. Se tutti i conduttori sono percorsi dalla stessa corrente, come accade nel collegamento in serie, tali fattori, per uno strato p qualsiasi, sono espressi da:

$$k_W = \varphi(\xi) + (p^2 - p)\,\psi(\xi) \qquad (10\text{-}26)$$

$$k_B = \frac{\varphi'(\xi) + 3\,(p^2 - p)\,\psi'(\xi)}{1 + 3\,(p^2 - p)} \qquad (10\text{-}27)$$

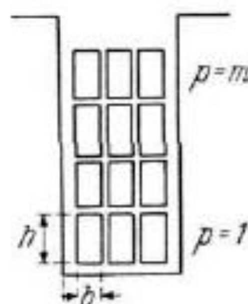


Fig. 10-5.

con $\xi = \alpha\,h$, in cui h è l'altezza di un conduttore ed α è dato dalla:

$$\alpha = \sqrt{\frac{n\,b}{b_N}\,\frac{\omega\mu_0}{2\varrho}}\ \text{m}^{-1}. \qquad (10\text{-}28)$$

Per il calcolo delle perdite addizionali nelle parti di avvolgimento collocate nelle cave è sufficiente conoscere il valore del fattore di resistenza medio tra i valori relativi a tutti gli strati occupati dai conduttori. Tale valore medio è dato da:

$$K_W = \varphi(\xi) + \frac{m^2 - 1}{3}\,\psi(\xi)\,, \qquad (10\text{-}29)$$

in cui m rappresenta il numero degli strati di conduttori. Non è possibile

calcolare un valore medio dei fattori d'induttanza relativi a tutti gli strati, dato che ognuno di essi è concatenato con un diverso flusso di dispersione. Il coefficiente della permeanza parziale relativa ad uno strato è espressa dalla:

$$\lambda_p = b_N \int H_p^2 \, dx = b_N \int_{h(p-1)}^{hp} \frac{x^2 \, dx}{b_N^2 m^2 h^2} = \frac{h}{m^2 b_N} \left(p^2 - p + \frac{1}{3} \right). \qquad (10\text{-}30)$$

Moltiplicando λ_p per il relativo valore di K_B e dividendo il prodotto ottenuto per $\Sigma \lambda_p = \lambda_G = m\, h/3\, b_N$, si ottiene il fattore risultante dalla permeanza della cava; esso è:

$$K_B = \frac{\varphi'(\xi) + (m^2 - 1)\, \psi'(\xi)}{m^2}. \qquad (10\text{-}31)$$

Per un avvolgimento composto di due soli conduttori ($m = 2$) — avvolgimento a due strati — si ottiene:

$$K_W = \varphi(\xi) + \psi(\xi) \quad \text{e} \quad K_B = \frac{1}{4}\varphi'(\xi) + \frac{3}{4}\psi'(\xi). \qquad (10\text{-}32) \text{ e } (10\text{-}33)$$

In pratica si cerca di mantenere le perdite addizionali quanto più possibile basse. L'altezza del conduttore supera solo raramente la misura di 1 cm, per cui si possono applicare le espressioni approssimate (10-16) e (10-17) e (10-32) e (10-33). Per $\xi < 1$ si ottiene dunque:

$$K_W \approx 1 + \frac{m^2 - 0{,}2}{9}\xi^4 \quad \text{e} \quad K_B \approx 1 - \frac{\xi^4}{30}. \qquad (10\text{-}34) \text{ e } (10\text{-}35)$$

Mentre il fattore di resistenza K_W dipende strettamente dal numero degli strati, il fattore di induttanza ne è del tutto indipendente.

Se si vogliono diminuire le perdite nell'avvolgimento aumentando l'altezza dei conduttori, bisogna tener presente che esiste una determinata altezza, chiamata altezza critica del conduttore, per la quale la resistenza in corrente alternata è minima. Se si supera tale altezza, le perdite nell'avvolgimento aumentano anche se la sezione del conduttore aumenta. La resistenza in corrente continua è inversamente proporzionale all'altezza del conduttore, cioè è $R_G \sim 1/\xi$, mentre per la resistenza in corrente alternata è $R_W \sim \frac{1}{\xi} + \frac{m^2 - 0{,}2}{9}\xi^3$. Per:

$$\xi_0 = \sqrt[4]{\frac{3}{m^2 - 0{,}2}} \approx \frac{1{,}32}{\sqrt{m}} \qquad (10\text{-}36)$$

si ha il valore massimo:

$$K_{W_0} \approx 1{,}33. \qquad (10\text{-}37)$$

Negli avvolgimenti ben progettati le perdite addizionali non devono superare il 33% delle perdite che si avrebbero nei conduttori in corrente continua. Dalla (10-36) si ricava l'altezza critica del conduttore, tenendo presente tuttavia che per $m = 1$ non si applica il valore $\xi_0 = 1{,}32$, ma $\xi_0 = 1{,}5$; in questo caso infatti si è fuori dai limiti di validità dell'espressione approssimata (10-34). In tab. 10.1 sono indicati i valori delle altezze critiche per $\varrho \approx 0{,}02 \cdot 10^{-6}\,\Omega$m e $n\,b/b_N \approx 0{,}8$.

Oltre alle parti collocate nel ferro, l'avvolgimento ne ha altre disposte esternamente rispetto alle cave, là dove l'addensamento è tanto piccolo da poter essere trascurato in pratica. Tali parti sono i collegamenti frontali e i tratti disposti nei canali di ventilazione. Se si indica con:

$$\lambda = l_S/l \tag{10-38}$$

il rapporto fra la lunghezza d'avvolgimento l_S fuori dalle cave e la lunghezza del ferro l, supponendo che la sezione del conduttore sia costante, il fattore di resistenza dell'intero avvolgimento è:

$$K_W = 1 - \frac{m^2 - 0{,}2}{9\,(1 + \lambda)}\,\xi^4. \tag{10-39}$$

L'altezza critica del conduttore è espressa dalla:

$$h_0 = \frac{\xi}{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\sqrt[4]{\frac{3\,(1 + \lambda)}{m^2 - 0{,}2}} \tag{10-40}$$

e il fattore di resistenza ad essa relativo è $K_{W_0} = 1{,}33$. Il rapporto λ è compreso tra 0,5 e 1,0 e l'altezza critica aumenta dell'11 ÷ 19% circa rispetto a quella data in tab. 10.1.

Se la sezione del conduttore è circolare, il fattore di resistenza è minore di quello che si ha per conduttori a sezione rettangolare. Se nel calcolo di α si pone $h = b = d$ (d = diametro del filo), a parità di resistenza la perdita addizionale per la sezione circolare è pari circa a $12\,\pi^2/2^8 = 0{,}46$ volte la perdita addizionale relativa alla sezione quadrata [2.13], poichè nel caso della sezione circolare lo spazio per l'avvolgimento viene sfruttato male. Si ottiene dunque:

TAB. 10.1. - Altezze critiche dei conduttori.

$m = 1$	2	3	4	5
$h = 1{,}7$	1,05	0,85	0,74	0,66 cm

$$K_W = 1 + \frac{m^2 - 0{,}2}{19{,}4}\,\xi^4. \tag{10-41}$$

Il diametro critico è $1/\sqrt{0{,}46} = 1{,}21$ volte maggiore rispetto all'altezza critica del conduttore [vedi la (10-36)].

Quando l'altezza del conduttore supera il valore critico, si possono diminuire notevolmente le perdite addizionali realizzando dei paralleli. Se con m e h si indicano rispettivamente il numero di strati e l'altezza dei conduttori per collegamento in serie degli stessi, per c rami in parallelo si avrà un numero di strati cm e un'altezza dei conduttori h/c. Per conduttori aventi tutti uguale sezione, trascurando il termine 0,2 rispetto a m^2, dalla (10-34) risulta:

$$K_{W} \approx 1 + \frac{(c\,m)^2}{9}\left(\frac{\xi}{c}\right)^4 = 1 + \frac{\text{cost}}{c^2}. \qquad (10\text{-}42)$$

Le perdite addizionali diminuiscono quindi con il quadrato del numero di rami in parallelo. Il massimo di tale numero è dato dall'altezza minima realizzabile per il conduttore singolo, altezza che diminuisce all'aumentare del numero di rami. Una suddivisione in larghezza degli strati, cioè un aumento del numero n, non determina alcuna diminuzione delle perdite addizionali, poichè su di esse influisce solo l'altezza del conduttore (altezza dello strato). Si deve inoltre tener presente che la (10-34) e la (10-42) valgono solo per $\xi < 1$, cioè praticamente per $m \geq 4$. I conduttori appartenenti a rami diversi in parallelo non sono disposti nelle stesse cave.

Nel caso di macchine grandi e veloci non è possibile diminuire sufficientemente le perdite addizionali soltanto realizzando il numero massimo di rami in parallelo. Infatti, il numero dei conduttori disposti in ogni cava è così piccolo, che persino realizzando il maggior numero possibile di rami in parallelo l'altezza del conduttore supera ugualmente il valore critico. In questi casi bisogna cercare di trasporre i singoli condut-

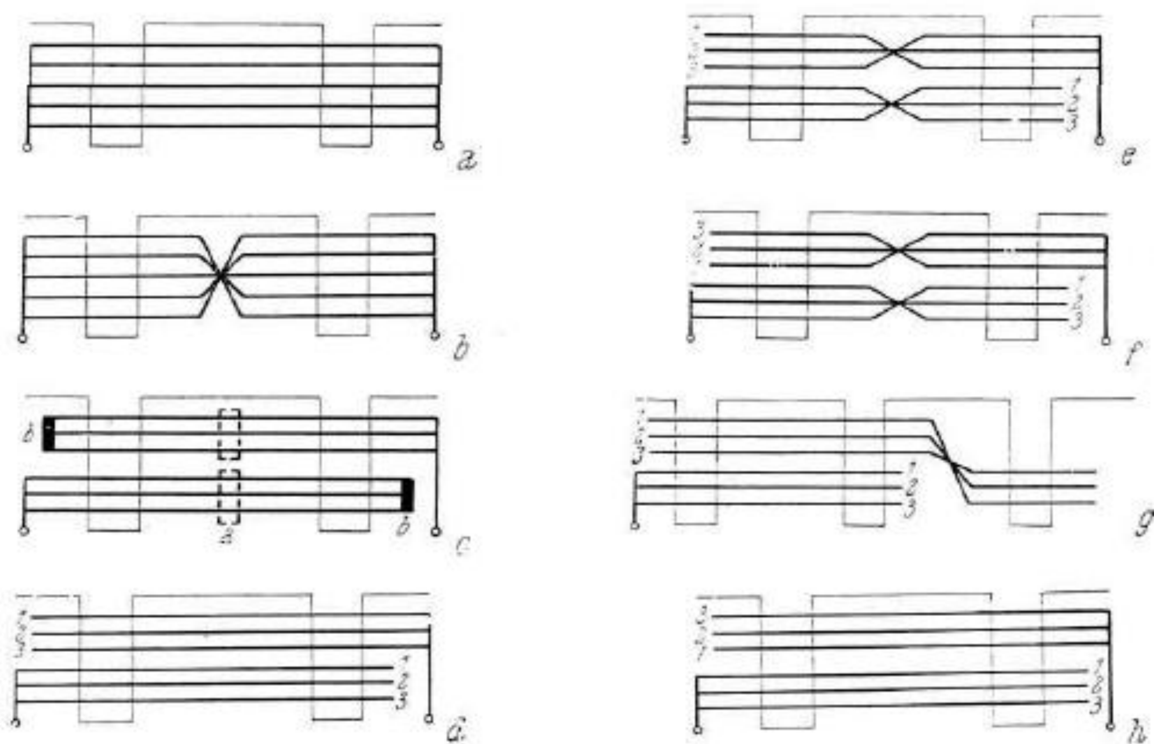


Fig. 10-6. - Diversi modi di trasposizione dei conduttori in un avvolgimento a semplice strato.

tori; a tal fine si possono adottare diversi metodi. Il Richter [10.3] ha condotto appunto uno studio particolareggiato sui metodi più importanti per attuare tale trasposizione.

Si immagini un conduttore formato da un numero infinito (praticamente molto grande) di conduttori isolati tra di loro e collegati elettricamente agli estremi di un ramo di avvolgimento che può essere costituito di un numero qualsiasi di strati di conduttori collegati in serie. Per l'ipotesi posta, l'altezza dei singoli conduttori deve essere limitata affinchè in essi siano piccole le perdite addizionali determinate dalle correnti parassite locali, cioè da quelle correnti che non si chiudono attraverso i collegamenti terminali. Tali perdite (che chiameremo perdite addizionali di secondo tipo) sono determinate nel singolo conduttore dalle correnti che circolano nei conduttori posti al di sotto di esso ed hanno sede solo in quella parte di conduttore che è collocata nel ferro. La loro grandezza può essere calcolata con sufficiente precisione solo per il conduttore in posizione più elevata nella cava, mediante la (10-26), intendendo per p il numero totale dei conduttori nella cava. Se ad esempio è $p = 10$ e $h = 0{,}002$ m ($a = 100$), sarà $\xi = 0{,}2$ e $K_W'' = 1 + 10 \cdot 9 \cdot 0{,}2^4/3 = 1{,}05$. Il valore medio può essere determinato con la (10-29) solo se le correnti nei conduttori non differiscono molto tra di loro.

Si consideri dapprima l'avvolgimento a semplice strato. Se nella cava è disposto un solo conduttore di altezza h, il fattore di resistenza è dato dalla seguente espressione:

$$K_W = \frac{\varphi(\xi) + \lambda}{1 + \lambda} \tag{10-43}$$

in cui λ e ξ sono determinabili per mezzo delle (10-38), (10-15) e (10-10). Se il conduttore è suddiviso in un numero molto elevato di conduttori isolati gli uni dagli altri e collegati direttamente all'uscita dal ferro, vale ancora la (10-43). Se invece questi conduttori vengono collegati in corrispondenza del centro della matassa, come si fa in pratica, l'effetto della resistenza dei collegamenti frontali si traduce in un aumento fittizio $(1 + \lambda)$ volte della resistenza specifica ϱ. Analogo è l'effetto dello strato isolante di spessore i posto tra i conduttori di altezza h in direzione verticale. In questo caso si ottiene:

$$\xi' = \xi \sqrt{\frac{h - i}{h\,(1 + \lambda)}} \tag{10-44}$$

e il fattore di resistenza è espresso dalla:

$$K'_W = \varphi(\xi'). \tag{10-45}$$

Se però il conduttore così suddiviso è costruito con una trasposizione nel collegamento trasversale (vedi fig. 10-6b), è:

$$K'_W = \varphi(\xi'/2). \tag{10-46}$$

Se l'avvolgimento consiste di m strati di conduttori (si veda fig. 10-6c per $m = 2$) e se i singoli conduttori sono collegati elettricamente agli estremi di ogni spira o di ogni conduttore, cioè al centro dei collegamenti trasversali (punti a e b), si ricade nel caso normale di due conduttori di altezza h con ξ' determinato dalla (10-44). Sarà dunque:

$$K'_W = \varphi(\xi') + \frac{m^2 - 1}{3} \psi(\xi'), \qquad (10\text{-}47)$$

mentre per due conduttori massicci è:

$$K_W = \frac{\varphi(\xi) + \frac{m^2 - 1}{3} \psi(\xi) + \lambda}{1 + \lambda}. \qquad (10\text{-}48)$$

Se i conduttori non vengono collegati al centro dei collegamenti trasversali anteriori (punto b) e la successione delle spire è secondo la numerazione di fig. 10-6d, si ha:

$$K'_W = \varphi(\xi') + \frac{m^2 - 1}{4} \psi(\xi'). \qquad (10\text{-}49)$$

Se si traspongono i conduttori in tutti i collegamenti trasversali (fig. 10-6e) o solo in quelli posteriori (fig. 10-6f), il fattore di resistenza è dato dalla (10-46).

Lo stesso valore si ottiene se ogni matassa di m spire viene avvolta senza trasposizione o se si esegue una trasposizione solo nel collegamento di due matasse (o di due parti d'avvolgimento con ugual numero di matasse) (fig. 10-6g). Quantunque in tal caso si debbano isolare i conduttori su un tratto più lungo, per la sua semplicità (solo una trasposizione), questa disposizione viene adottata assai spesso. Se si traspongono i conduttori solo nei collegamenti trasversali anteriori (fig. 10-6h) K_W è dato dalla (10-45). Le perdite addizionali per disposizioni del tipo di quelle illustrate in fig. 10-6 sono indipendenti dal numero di spire nella cava (m) ed è soltanto l'altezza dei conduttori che determina tali perdite.

In un avvolgimento a due strati e con conduttori massicci il fattore di resistenza è dato dalla (10-48) in cui si sceglie generalmente per m il valore 2 o, più raramente, 4 o 6. Se i conduttori vengono suddivisi e chiusi in corto circuito agli estremi, cioè sui collegamenti trasversali anteriori e posteriori, il fattore di resistenza è dato dalla (10-47). Se però mancano i collegamenti in corto circuito sui collegamenti trasversali posteriori e se i conduttori non sono trasposti (fig. 10-7a), si deve applicare la (10-49). Il più delle volte, però, le matasse hanno una trasposizione, come da fig. 10-7b. Per questa disposizione vale la (10-45). È possibile inoltre realizzare trasposizioni per tutti i collegamenti trasversali, anteriori e posteriori, come risulta da fig. 10-7c. In questo caso però non si guadagna nulla e il fattore di resistenza è dato ancora dalla (10-45). Più

vantaggiosa è la disposizione illustrata in fig. 10-7*d*, in cui la trasposizione è realizzata solo sui collegamenti trasversali posteriori. In tal caso vale la (10-44).

Per permettere il confronto fra i diversi tipi di trasposizione che si possono adottare, nella tab. 10.2 sono dati i fattori di resistenza relativi alle disposizioni illustrate nelle figg. (10-1), (10-6) e (10-7). Si suppone che sia $m\,h = 6$ cm, $\alpha = 0{,}9$ e $\lambda = 0$ e 1,0 rispettivamente. Per le sezioni date forniscono buoni risultati solo l'avvolgimento a due strati (n° 13) e quello a semplice strato con due conduttori (n° 7). I valori riportati nella tabella valgono per il caso teorico di un numero infinito di conduttori in parallelo; poichè in pratica tale numero è finito, bisogna considerare anche una perdita addizionale (K_W''), della quale si è già trattato e di cui è possibile valutare la grandezza solo per distribuzione quasi uniforme della corrente nei diversi conduttori in parallelo. Se si considera ad esempio il caso n° 13 e

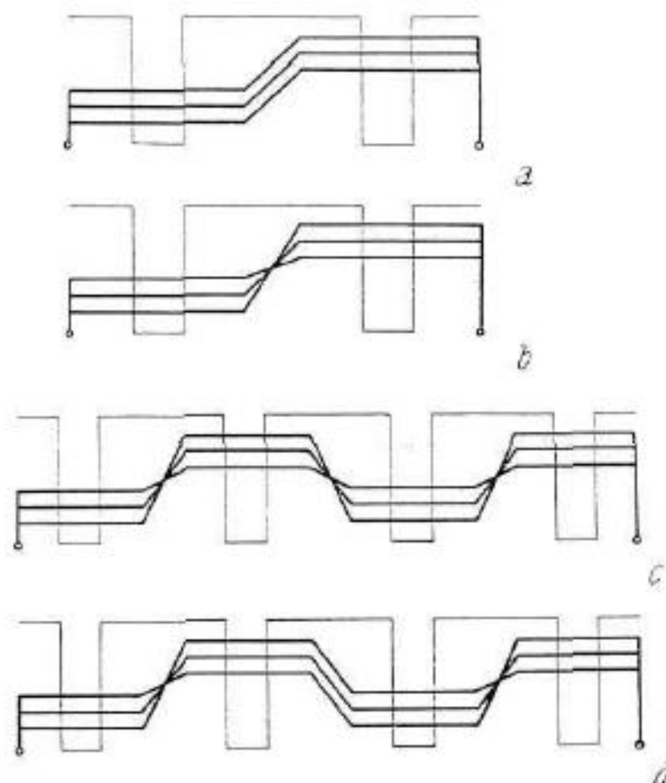


Fig. 10-7. - Diversi modi di trasposizione di un avvolgimento a due strati.

TAB. 10.2.

Nr.	Numero di posizione m	Avvolgimento	Conduttore	Figura	Equazione	K_W'	
						$\lambda = 0$	$\lambda = 1$
1	1	Uno strato	Massiccio	10-1	(10-43)	5,40	3,20
2	1	» »	Suddiviso non trasposto	10-6 *a*	(10-45)	5,40	3,82
3	1	» »	Suddiviso trasposto	10-6 *b*	(10-46)	2,70	1,79
4	2	» »	Massiccio	—	(10-48)	8,44	4,72
5	2	» »	Suddiviso non trasposto	10-6 *c*	(10-47)	8,44	4,69
6	2	» »	Suddiviso non trasposto	10-6 *d*	(10-49)	7,00	3,96
7	2	» »	Suddiviso trasposto	10-6 *efg*	(10-46)	1,262	1,071
8	2	» »	Suddiviso trasporsto	10-6 *h*	(10-45)	2,70	1,79
9	2	Due strati	Massiccio	—	(10-48)	8,44	4,72
10	2	» »	Suddiviso non trasposto	—	(10-47)	8,44	4,69
11	2	» »	Suddiviso trasposto	10-7 *a*	(10-47)	7,00	3,96
12	2	» »	Suddiviso trasposto	10-7 *bc*	(10-45)	2,70	1,79
13	2	» »	Suddiviso trasposto	10-7 *d*	(10-46)	1,262	1,071

si suddivide ogni conduttore in 10 conduttori parziali di 0,3 cm di altezza, per $m = 20$ e $\xi = 0{,}3 \cdot 0{,}9 = 0{,}27$, si avrà $K_W'' = 1{,}237$ [vedi la (10-29)]. Il fattore di resistenza risultante è espresso dalla [vedi la (10-43)]:

$$K_W \approx \frac{K''_W + \lambda}{1 + \lambda} K'_W. \qquad (10\text{-}50)$$

Per $\lambda = 0$ è $K_W = 1{,}56$ e per $\lambda = 1$ è $K_W = 1{,}20$. Per mantenere basse le perdite addizionali di secondo tipo si deve suddividere il conduttore in molti conduttori in parallelo, il che incide sfavorevolmente sui costi di costruzione dell'avvolgimento stesso. Anche la trasposizione dei conduttori rende l'avvolgimento più costoso, per cui si cerca di adottare i tipi più semplici, come ad esempio quello di fig. 10-6*g* e 10-7*d* che danno anche i migliori risultati. L'avvolgimento di fig. 10-6*g* consiste di due parti aventi ugual numero di spire e una sola trasposizione. In fig. 10-7*d* la trasposizione è realizzata automaticamente con il piegamento del conduttore nell'avvolgimento a due strati.

Fino ad ora si è posta come condizione la concordanza di fase fra le correnti dei due strati; nel caso di avvolgimenti con passo raccorciato ciò non si verifica per tutte le cave, dato che in alcune di esse sono disposte matasse che appartengono a fasi diverse. Nella (10-17) si è tenuto appunto conto di questa particolarità. Nei raccorciamenti di passo applicati in pratica l'influenza dello spostamento di fase è però tanto piccola da poter essere trascurata.

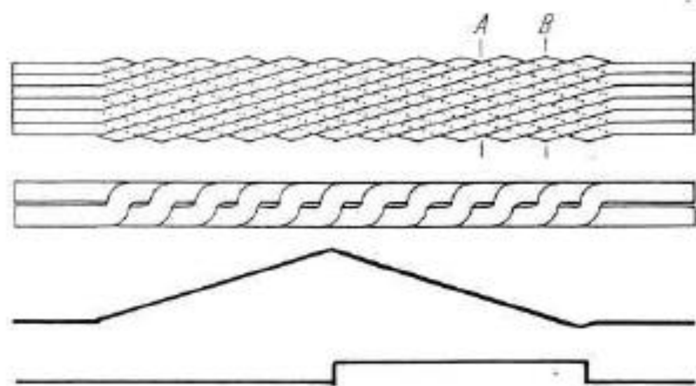


Fig. 10-8. - Barra di tipo Roebel.

È possibile eliminare completamente le perdite addizionali di primo tipo a condizione che ogni conduttore sia concatenato esattamente con lo stesso flusso trasversale, il che si ottiene facendo in modo che ogni conduttore attraversi diverse zone della cava. Particolarmente diffusa è la barra Roebel (fig. 10-8) in cui il passaggio da una posizione all'altra nella cava avviene gradualmente, mediante trasposizione dei singoli conduttori. La barra è suddivisa in un numero pari di conduttori disposti in due gruppi verticali. Ogni conduttore passa due volte da un gruppo verticale all'altro e alle estremità della barra resta nello stesso gruppo. Contemporaneamente varia gradualmente la sua posizione lungo l'altezza della cava mentre ogni posizione della cava viene attraversata due volte, sempre in senso verticale. Le perdite addizionali sono costituite solo da perdite di secondo tipo e possono essere calcolate mediante la (10-26). È possibile inoltre diminuirle a piacere suddividendo la barra in un numero di conduttori m, adeguato. Il fattore di resistenza di

tutto l'avvolgimento risulta dalla (10-29) e dalla (10-39), rispettivamente.

I conduttori alle due estremità della barra Roebel appartengono al medesimo gruppo verticale. Per tale ragione il campo radiale esterno al pacco di lamierini induce una f.e.m. nei singoli conduttori chiusi in corto circuito alle due estremità, causando quindi anche delle perdite addizionali. Attualmente si cerca perciò di costruire un tipo di barra nel quale siano eliminate anche queste ultime perdite.

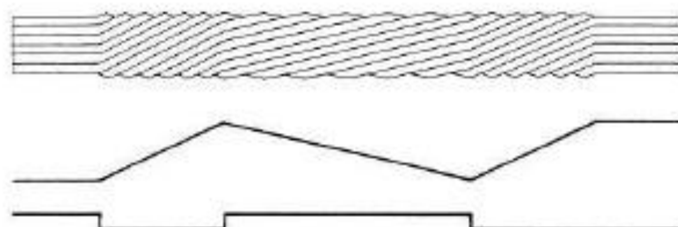


Fig. 10-9. - Trasposizione dei conduttori elementari di 540° (secondo Allis Chalmers).

Nella barra Roebel anche il campo tangenziale nell'alloggiamento della testa di matassa a connessione frontale determina perdite addizionali, in quanto i singoli conduttori nella testa di matassa non sono incrociati. Per contenere tali perdite i singoli conduttori non vengono cortocircuitati nel legare le bobine, ma ulteriormente incrociati.

Una completa soppressione delle perdite addizionali si ottiene con la barra detta « a triplice inversione » (fig. 10-9). Essa si distingue dalla usuale barra Roebel (fig. 10-8) in quanto ogni elemento cambia la sua posizione non due ma tre volte.

L'inizio e la fine di ogni singolo conduttore giacciono in vari gruppi verticali (contenimento dell'azione del campo radiale) e, inoltre, in varie posizioni radiali (contenimento dell'azione del campo tangenziale). I singoli conduttori possono perciò essere cortocircuitati ai terminali.

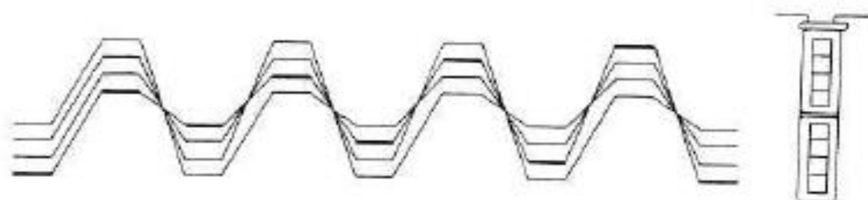


Fig. 10.10. - Riunione in gruppi dei conduttori elementari e loro trasposizione nella testa di matassa.

Per il contenimento del campo delle cave trasversali è tuttavia necessario l'uso di due zone con diversi angoli d'inclinazione dei singoli conduttori.

Un'altro metodo per la diminuzione delle perdite addizionali dovute al campo tangenziale nell'alloggiamento della testa di matassa a connessione frontale, consiste nel riunire i conduttori elementari nella testa di matassa in alcuni fasci di conduttori elementari.

Questi fasci di conduttori elementari vengono isolati l'uno dall'altro e nel passaggio dallo strato superiore all'inferiore sono scambiati in maniera che tutti passino in diverse posizioni dell'altezza della barra lungo l'intero avvolgimento (fig. 10-10). Per cui le tensioni indotte nel fascio dal campo di dispersione tangenziale vengono più o meno equilibrate.

10.4. Barre suddivise, ma non trasposte

L'alto costo delle barre altamente suddivise e a conduttori trasposti induce a ricercare se sia possibile ottenere una diminuzione delle perdite addizionali senza ricorrere alla trasposizione e adottando una suddivisione molto semplice, di due sole barre ad esempio. Lo studio teorico porta ad espressioni abbastanza complesse, per cui in questa sede si riportano solo le curve risultanti per il fattore di resistenza. In fig. 10-11 è illustrato tale fattore in dipendenza dall'altezza ridotta del conduttore per

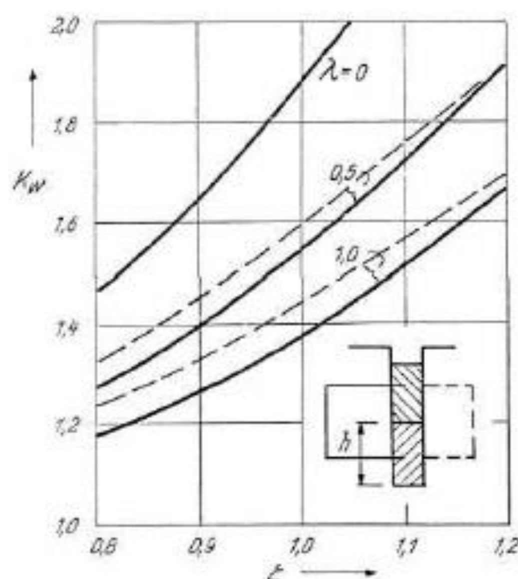


Fig. 10-11. - Fattore di resistenza di una barra divisa in due parti e chiusa in corto circuito nel centro della matassa, in funzione di ξ per diversi valori di $\lambda = l_s/l$.

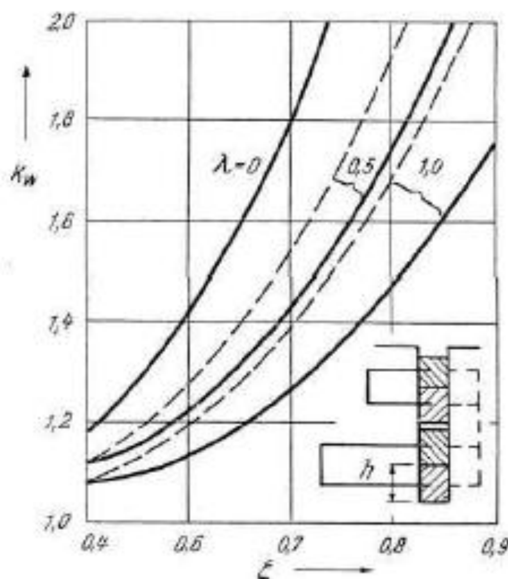


Fig. 10-12. - Come nella 10-11 per avvolgimento a due strati, con 4 barre per ogni cava.

avvolgimento a semplice strato con un conduttore per cava. Il conduttore è suddiviso in due conduttori parziali, isolati tra loro su tutta la lunghezza e chiusi in corto circuito da un punto di saldatura al centro del collegamento della matassa [per λ vedi la (10-38)]. La fig. 10-12 si riferisce ad una uguale suddivisione dell'avvolgimento a due strati con due conduttori sovrapposti. Le curve tratteggiate valgono per le barre massicce. Come è possibile constatare confrontando le curve, la diminuzione delle perdite addizionali è poco rilevante e le disposizioni non hanno alcuna importanza pratica.

La barra di fig. 10-11 può essere usata anche per avvolgimenti rotorici chiusi in corto circuito, per i quali la suddivisione può portare determinati vantaggi per quel che riguarda una diminuzione dell'energia dissipata sotto forma di calore e delle tensioni meccaniche che derivano dal riscaldamento. In fig. 10-13 sono riportati i valori del fattore di resistenza per valori elevati di ξ. È interessante osservare che la barra suddivisa dà valori di K_W maggiori di quelli forniti dalla barra non suddivisa. Se

ne conclude che la barra suddivisa ha comportamento diverso a seconda della sua altezza. Approssimativamente, per una altezza di barra ridotta $\xi > 5$, vale la:

$$K_W \approx \frac{(2\,\lambda + \xi)\,[(\lambda + \xi)^2 + \lambda\,\xi]}{(1 + \lambda)\,[(\lambda + \xi)^2 + \lambda^2]}. \quad (10\text{-}51)$$

La dissipazione di energia per effetto Joule ha luogo principalmente nella barra superiore, mentre in quella inferiore è molto scarsa. Per $\lambda = 1$ e $\xi = 4$ l'energia dissipata nella barra inferiore è anzi solo lo 0,0056 del calore Joule totale. Infatti è:

$$\frac{V_u}{V} \approx \frac{\lambda^2}{2\,[(\lambda + \xi)^2 + \lambda\,\xi]}. \quad (10\text{-}52)$$

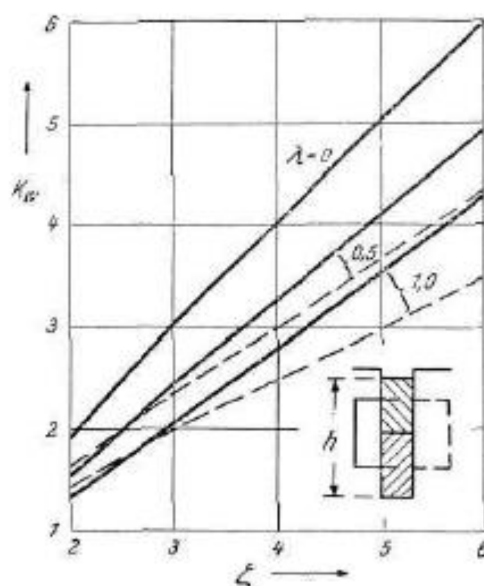


Fig. 10-13. - Come nella 10-11 per valori elevati di ξ.

10.5. Conduttori nello spazio frontale

Nei tratti di conduttore alle testate l'addensamento di corrente è irrilevante. Il fattore di resistenza dei collegamenti frontali di avvolgimenti statorici usati in pratica è circa uguale all'unità e non vi è alcuna ragione di calcolarlo con precisione. Solo nel caso di anelli di corto circuito

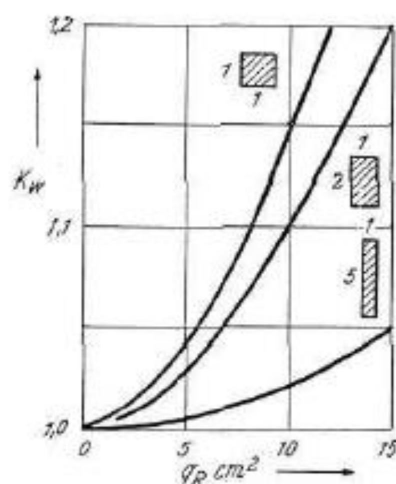


Fig. 10-14. - Fattore di resistenza per conduttori fuori cava.

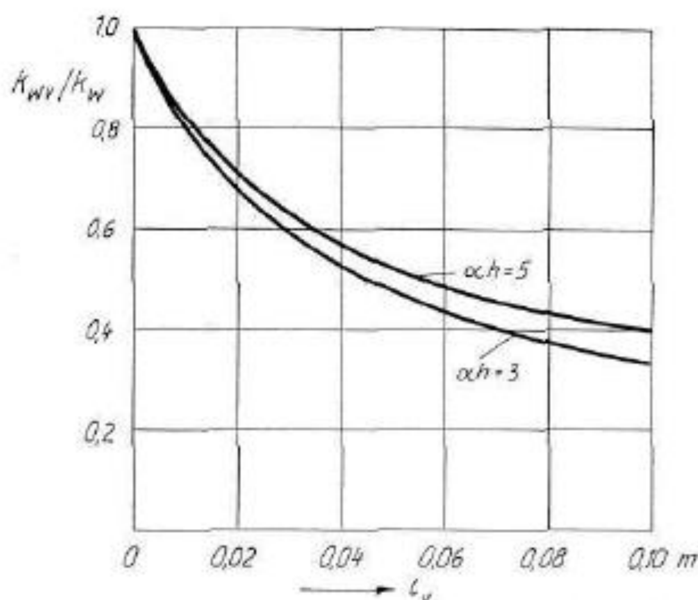


Fig. 10-15. - Rapporto K_{WV}/K_V in funzione della lunghezza l_V delle parti libere (larghezza dei canali).

grandi, di sezione compresa tra 1.000 e 1.500 mm², tale fattore può raggiungere il valore di 1,1. Secondo Press [2.3] le curve tracciate in fig. 10-14 forniscono un valore indicativo per fattori di resistenza di conduttori di rame aventi sezioni di forma diversa, a 50 Hz.

Nel caso di barra alta il forte addensamento di corrente influisce sulla distribuzione della corrente nelle parti della barra libere, situate vicino alla cava. Perciò le parti della barra alta, poste nei canali radiali di ventilazione del pacchetto di lamierini, mostrano anche un addensamento di corrente.

Indicato con K_{WV} il fattore di resistenza delle parti libere, accanto alla cava, il rapporto K_{WV}/K_W vien dato in fig. 10-15 in funzione della lunghezza l_V delle parti libere (larghezza dei canali). Ad esempio per una larghezza del canale $l_V = 1$ cm, si rileva dalla fig. 10-15 che è $K_{WV} = 0{,}85\, K_W$.

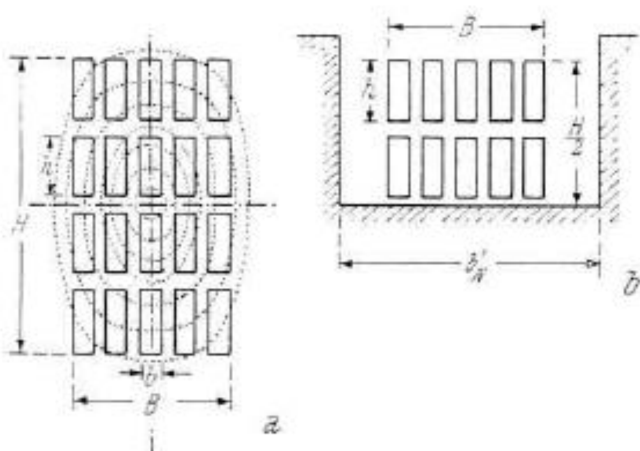


Fig. 10-16. - *a*) Fascio di conduttori fuori cava ($m = 4$); *b*) Disposizione equivalente con metà conduttori in cava.

Anche se nei tratti di conduttore fuori cava le perdite addizionali sono assai piccole, a volte — ad esempio nel caso di frequenza elevata — può presentarsi la necessità di valutare il fattore di resistenza. Si tratta di una determinazione approssimata, per la quale si seguirà il calcolo di Pohl, riportato da Richter [2.3]. Il caso di un fascio fuori cava di conduttori a sezione rettangolare è ricondotto al caso di un fascio entro cava con un numero metà di strati (vedi fig. 10-16). Per tener conto della differenza che si determina in tal modo nella forma del campo, si introduce una ampiezza fittizia di cava b'_N; secondo gli studi di Pohl è:

$$b'_N \approx B + 1{,}2\, H \tag{10-53}$$

in cui B ed H rappresentano le dimensioni del fascio. La grandezza $\xi = \alpha\, h$ viene calcolata mediante la (10-10) in cui b_N' è dato dalla (10-53). Considerando che il numero degli strati è $m/2$, nel caso che tutti i conduttori conducano la stessa corrente il fattore di resistenza è [vedi la (10-34)]:

$$K_W \approx 1 + \frac{m^2 - 0{,}8}{36}\, \xi^4. \tag{10-54}$$

La (10-54) vale per $\xi \leq 2$ e, approssimativamente, anche per $m = 1$.

Per conduttori di sezione circolare e costituenti un fascio a sezione circolare, Richter [2.3] ha calcolato nel modo seguente il fattore di resistenza (conduttori di rame):

$$K_W \approx 1 + 256\, z\, d^4 f^2 \left(\frac{d}{d'}\right)^2, \tag{10-55}$$

in cui z è il numero dei conduttori, d il loro diametro e d' la distanza tra gli assi dei conduttori in direzione radiale. Per $d'/d \approx 1{,}2$ è:

$$K_W \approx 1 + 180\, z\, d^4 f^2. \tag{10-56}$$

Il fattore di resistenza complessivo risulta formato da quello relativo alla parte di avvolgimento collocata in cava (K_{WN}) e da quello relativo alla parte fuori cava (K_{WS}); esso è:

$$K_W = \frac{K_{WN} + \lambda K_{WS}}{1 + \lambda}. \tag{10-57}$$

10.6. Barre circolari

I fattori di resistenza e di induttanza della barra circolare collocata in una cava a sezione circolare sono uguali, secondo Richter, ai fattori della barra rettangolare con altezza uguale al diametro della barra circolare. Secondo le misure rilevate da Rothert, il fattore di induttanza della barra circolare è indipendente dal suo diametro e dall'ampiezza della cava e può essere espresso dalla seguente relazione:

$$K_B = \frac{1 + \frac{3,8}{9}\left(\frac{f}{50}\right)^2}{1 + \frac{7}{9}\left(\frac{f}{50}\right)^2} \tag{10-58}$$

in cui f è la frequenza della corrente; per $f = 50$ Hz si ottiene $K_B \approx 0,8$. Per il fattore di resistenza non esistono invece dati sperimentali.

Valuteremo ora i due fattori come segue. Il coefficiente della permeanza per unità di lunghezza della cava a sezione circolare per un valore medio di $d/s \approx 4,5$ è $\lambda_N \approx 0,77$ secondo Rothert (cfr. paragrafo 13.2). La reattanza per una lunghezza di indotto di un metro è $X_G = \omega\mu_0\lambda_N$ e la resistenza in corrente continua è $R_G = 4\varrho/\pi d^2$ (d è il diametro della barra espresso in m, mentre ϱ è espresso in Ωm). Il rapporto tra reattanza e resistenza in corrente continua è:

$$\frac{X_G}{R_G} = \frac{2\,\pi f\,\mu_0\,\lambda_N\,\pi\,d^2}{4\,\varrho} = \frac{6,2\,f\,d^2\,\lambda_N}{\varrho}\,10^{-6}. \tag{10-59}$$

Per cava completamente piena, con conduttori di rame ($\varrho \approx 0,02 \cdot 10^{-6}\,\Omega$m) e $f = 50$ Hz è $X_G/R_G \approx 1,2\,d^2 \cdot 10^4$. Per barra rettangolare si ottiene con procedimento analogo la (10-64), per cui il rapporto diventa $2/3\,h^2$. Si consideri una barra circolare di diametro d e si determini in primo luogo il rapporto X_G/R_G. Per mezzo di tale rapporto si trovano l'altezza della barra ausiliaria e i fattori K_W e K_B. Si nota così che l'addensamento per barre di qualsiasi forma dipende strettamente dal rapporto X_G/R_G. Quanto più tale rapporto è elevato, tanto più notevole è l'addensamento. Confrontando però tutte le diverse forme di barra, risulta che determinate forme danno luogo ad un addensamento maggiore e quindi a valori del fattore di resistenza più elevati. Tali barre, aventi sezione disposta il più delle volte

con la dimensione maggiore in senso tangenziale, sono meglio «sfruttate». Supponendo che le barre circolari siano meno sfruttate, dal confronto con la barra alta del sistema equivalente è possibile ricavare la resistenza efficace e il fattore di induttanza. In tab. 10.3 è riportato il calcolo per tre diametri diversi; come è possibile constatare, l'ipotesi di Richter risulta soddisfatta abbastanza bene.

TAB. 10.3. - Fattori K_W e K_B per tre diametri diversi.

d cm	$\frac{X_G}{R_G}$	h [cm] Altezza della barra alta equivalente	Barra alta		Barra rotonda	
			K_W	K_B	ca K_W	ca K_B
0,5	0,3	0,67	1,03	0,99	1	1
1,0	1,2	1,34	1,25	0,93	1,15	0,95
1,5	2,7	2,01	1,90	0,75	1,50	0,8

10.7. La barra alta e i suoi tipi

Si è già studiato l'addensamento di corrente nelle barre rettangolari. Tali barre, di altezza superiore ai 3 cm, sono impiegate assai spesso per l'avvolgimento chiuso in corto circuito, noto come avvolgimento a barre alte o a cave profonde. I fattori di resistenza e di induttanza sono dati rispettivamente dalle funzioni $\varphi(\alpha h)$ e $\varphi'(\alpha h)$. Per barre di rame a temperatura prossima a 75° e frequenza $f = 50$ Hz, per motore fermo è $\alpha \approx 1$. Se l'altezza h della barra è maggiore di 2 cm, per i fattori K_W e K_B si possono applicare le seguenti espressioni approssimate:

$$K_W \approx \alpha h \qquad (10\text{-}60)$$

$$K_B \approx 3/2\, \alpha h\,. \qquad (10\text{-}61)$$

Esse valgono anche per frequenza $f < 50$ Hz purchè sia $\xi = \alpha h > 2$. Nel caso di cave strette bisogna tener conto del fatto che, in seguito allo spostamento dei singoli lamierini, l'ampiezza di cava da considerare in questi calcoli è minore di quella di cava dei singoli lamierini. Tale diminuzione è pari a circa 0,25 mm. Se inoltre si considera che la resistenza e la reattanza della barra sono:

$$R_G = \varrho\, l/b\, h \ \text{ e } \ X_G = \omega\, \mu_0\, l\, h/3\, b_N \qquad (10\text{-}62) \text{ e } (10\text{-}63)$$

per corrente continua si ottiene:

$$\frac{X_G}{R_G} = \frac{\omega\, \mu_0\, h^2\, b}{3\, \varrho\, b_N} = \frac{2}{3}(\alpha h)^2, \qquad (10\text{-}64)$$

in cui si devono introdurre b e b_N in m e ϱ in Ωm. Se da questa ultima espressione si ricava α e si introduce poi nelle (10-60) e (10-61), si ha:

$$K_W \approx \sqrt{\frac{3\,X_G}{2\,R_G}} \tag{10-65}$$

$$K_B \approx \sqrt{\frac{3\,R_G}{2\,X_G}} \tag{10-66}$$

oppure:

$$R_W = R_G K_W \approx X_W = X_G K_B \approx \sqrt{\frac{3}{2}\,R_G X_G}\,. \tag{10-67}$$

Secondo la (10-65) il fattore di resistenza K_W aumenta all'aumentare di X_G/R_G.

Per i motori asincroni si usano diverse forme di barra in cui l'addensamento di corrente è più elevato rispetto alla barra alta. Tutti questi tipi di barra sono stati descritti particolareggiatamente dall'autore nel libro " Macchine a induzione " [2.13].

10.8. Avvolgimenti delle macchine a corrente continua

Benchè alle spazzole di una macchina a corrente continua si prelevi una corrente continua, nei singoli conduttori dell'avvolgimento circola corrente alternata (fig. 10-17). L'andamento di tale corrente nel tempo ha forma di trapezio di basi t_1 e $t_1 - t_K$, in cui $t_1 = T/2 = 1/n\,p$ rappresenta il semiperiodo e t_K la durata della commutazione; per un numero n di conduttori affiancati in una cava è $t_K = [b_B + (n-1)\,\tau_K]/v_K$, in cui b_B e τ_K sono rispettivamente la dimensione periferica delle spazzole e quella delle lame. Se si introduce il passo polare τ' ridotto al diametro del collettore, si ottiene il rapporto:

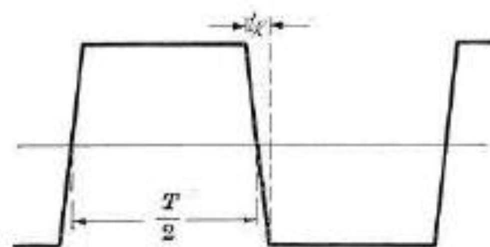


Fig. 10-17. - Corrente in un conduttore della macchina a corrente continua.

$$\frac{t_K}{t_1} = \frac{b_B + (n-1)\,\tau_K}{\tau'}\,. \tag{10-68}$$

È possibile scomporre la curva della corrente tracciata in fig. 10-16 in armoniche, delle quali la fondamentale ha frequenza:

$$f_1 = p\,n\,. \tag{10-69}$$

Il fattore di resistenza viene calcolato per ogni armonica ($K_{W\nu}$) e l'ener-

gia totale dissipata per le correnti parassite è espressa da:

$$V_W = R \sum_{\nu=1}^{\infty} (K_{W\nu} - 1)\, I_\nu^2, \tag{10-70}$$

in cui R rappresenta la resistenza dei conduttori e I_ν il valore efficace dell'armonica di corrente di ordine ν. Il fattore di resistenza è:

$$K_W = 1 + V_W/R\,I^2 = 1 + \sum (K_{W\nu} - 1)\,(I_\nu/I)^2. \tag{10-71}$$

La (10-71) vale esattamente solo per l'avvolgimento diametrale, nel quale le correnti nei due strati hanno ugual fase. Essa è valida approssimativamente anche per l'avvolgimento a passo raccorciato, dato che l'angolo di sfasamento tra le armoniche fondamentali della corrente nei due strati è piccolo. Per armoniche d'ordine superiore non è più possibile trascurare tale angolo e da ciò si deduce che il contributo di tali armoniche al fattore di resistenza è scarso.

Se si trascura il tempo di commutazione ($t_K = 0$), si ottiene il valore massimo del fattore di resistenza. Secondo gli studi di Dreyfus [**11.3**] il fattore di resistenza di una parte dell'avvolgimento collocata nella cava, con m strati di conduttori, è:

$$K'_W = 1 + 4\,m^2\,\xi^2/3\,\pi \tag{10-72}$$

e il fattore di resistenza di tutto l'avvolgimento è:

$$K'_W = 1 + \frac{4}{3\,\pi}\,\frac{m^2\,\xi^2}{1 + \lambda}. \tag{10-73}$$

In questo caso limite ($t_K = 0$), per una stessa altezza del conduttore ($m\,h = m\,\xi/\alpha = \text{cost.}$) il fattore di resistenza non dipende dal numero m di strati.

Al fine di tener conto della durata della commutazione si introduce il fattore di correzione F [11.4], per cui il fattore di resistenza sarà espresso dalla:

$$K_W = 1 + \frac{4\,F}{3\,\pi}\,\frac{m^2\,\xi^2}{1 + \lambda}. \tag{10-74}$$

Il fattore di correzione per l'avvolgimento diametrale con $m \geqq 2$ e per commutazione lineare è:

$$F = \frac{0{,}116}{0{,}13 + \sigma} \tag{10-75}$$

con

$$\sigma = t_K/t_1\,\xi^2. \tag{10-76}$$

Normalmente σ è compreso tra 0,065 e 0,25. In questo intervallo si ottiene

allora [11.4]:

$$F \approx 0{,}165/\sqrt{\sigma} \tag{10-77}$$

e il fattore di resistenza è:

$$K_W \approx 1 + \frac{0{,}07\, m^2\, \xi^2}{1+\lambda} \sqrt[3]{\frac{\tau'}{b_B + (n-1)\,\tau_K}}. \tag{10-78}$$

In tal modo quest'ultimo dipende dal numero degli strati dei conduttori.

Come nel caso degli avvolgimenti a corrente alternata, anche in questo caso esiste per il conduttore un'altezza critica h_0, oltre la quale le perdite totali per effetto Joule riprendono ad aumentare. Derivando il fattore K_W rispetto a ξ ed eguagliando a zero, si ottiene la seguente altezza critica:

$$h_0 \approx \frac{1{,}9\, \sqrt[3]{1+\lambda}}{a\, m^{2/3}} \sqrt[6]{\frac{b_B + (n-1)\,\tau_K}{\tau'}}. \tag{10-79}$$

Di conseguenza il fattore di resistenza di tutto l'avvolgimento è:

$$K_{W_0} \approx \mathbf{1{,}50}. \tag{10-80}$$

10.9. Avvolgimenti per trasformatori

Il calcolo del fattore di resistenza degli avvolgimenti per trasformatori è analogo a quello per l'avvolgimento collocato in una cava [2.3].

Negli avvolgimenti a disco il flusso di dispersione attraversa lo spazio compreso tra due matasse nella direzione radiale rispetto all'asse della colonna. Il campo in corrispondenza del piano medio di ciascuna matassa è nullo ed aumenta quasi linearmente fino a raggiungere valori massimi di segno opposto, in corrispondenza dei piani che limitano la matassa nella direzione assiale. In base alle considerazioni fatte, si può introdurre uno schema equivalente (fig. 10-18) in cui ciascuna bobina dell'avvolgimento del trasformatore è rappresentata da un avvolgimento collocato entro cava. Il piano medio di ciascuna matassa coincide con il fondo della cava dello schema equivalente e il numero di strati è $m/2$ (m è l'effettivo numero di strati della matassa contati nel senso assiale); l'altezza totale

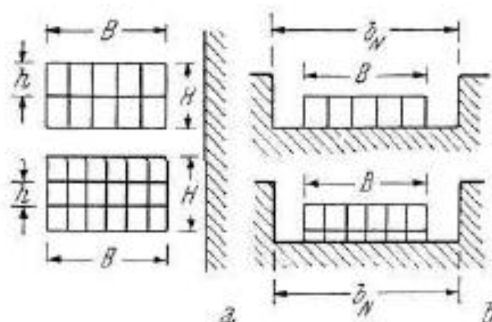


Fig. 10-18. - a) sezione di una coppia di matasse dell'avvolgimento a disco b) schema equivalente per il calcolo del fattore di resistenza.

dei conduttori è quindi $H/2$ e l'ampiezza della cava:

$$b_N \approx B + 0{,}6\,H, \tag{10-81}$$

poichè in realtà la componente radiale del campo di dispersione è minore del campo della cava equivalente. Infatti, alle estremità delle matasse il campo non ha solo una componente radiale ma anche una assiale. Quest'ultima aumenta all'aumentare della distanza rispetto al centro della matassa, indebolendo così sensibilmente la componente radiale. Per la (10-34) il fattore di resistenza per conduttori a sezione rettangolare è espresso dalla:

$$K_W \approx 1 + \frac{m^2 - 0{,}8}{36}\,\xi^4. \tag{10-82}$$

Questa espressione è valida per $\xi \leq 1$ ed $m \geqq 2$ o per $\xi \leq 2$ ed $m = 1$. Analogamente, per conduttori a sezione circolare è:

$$K_W \approx 1 + \frac{m^2 - 0{,}8}{78}\,\xi^4, \tag{10-83}$$

dovendosi porre $h = b = d$.

Nell'avvolgimento cilindrico il campo di dispersione ha andamento per lo più assiale. Sulle superfici esterne di ogni matassa in senso radiale il campo è nullo; anche in questo caso si può ricorrere ad uno schema equivalente (fig. 10-19) in cui il numero di strati dell'avvolgimento entro cava è m, uguale cioè al numero di strati della matassa in direzione radiale. Considerando l'indebolimento della componente assiale del campo agli estremi della matassa, l'ampiezza della cava nel collegamento equivalente è espressa da:

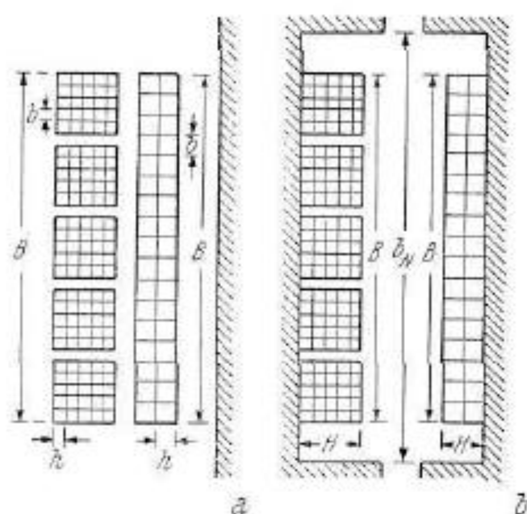


Fig. 10-19. - a) sezione di un avvolgimento cilindrico; b) schema equivalente per il calcolo del fattore di resistenza.

$$b_N \approx B + 2\,H. \tag{10-84}$$

Il fattore di resistenza per conduttori a sezione rettangolare è:

$$K_W \approx 1 - \frac{m^2 - 0{,}2}{9}\,\xi^4 \tag{10-85}$$

per $\xi \leq 1$. Analogamente, il fattore di resistenza di conduttori a sezione circolare sarà espresso dalla:

$$K_W \approx 1 - \frac{m^2 - 0{,}2}{19{,}45}\,\xi^4. \tag{10-86}$$

Per l'avvolgimento a doppio cilindro valgono le espressioni ricavate per l'avvolgimento a disco, naturalmente con i simboli di fig. 10-19.

11. PERDITE ADDIZIONALI

11.1. Generalità

Per perdite addizionali intendiamo generalmente quelle perdite che non sono valutabili con calcolo semplice. Esse possono suddividersi in due gruppi; al primo appartengono le perdite dipendenti dalla tensione e quindi le perdite superficiali e di pulsazione, le perdite determinate da un imperfetto isolamento dei lamierini, dalla formazione di bave e le perdite nei giunti. Tutti questi tipi di perdite addizionali sono già stati trattati nel capitolo 7. Di esse si può tener conto mediante opportuni fattori di correzione relativi alle perdite principali. Poichè le perdite addizionali dipendenti dalla tensione si possono determinare abbastanza semplicemente con misure effettuate nel funzionamento a vuoto, anche i fattori di correzione sono facilmente controllabili o determinabili.

Le perdite addizionali dipendenti dalla corrente possono essere determinate sperimentalmente in pochi casi (ad esempio nelle macchine sincrone), mentre in generale si possono determinare solo indirettamente, ad esempio in base al riscaldamento. Le perdite addizionali possono aver sede tanto nel ferro o nel rame attivo, quando nelle parti costruttive. Solo alcune di esse — come le perdite per addensamento di corrente nel rame, le perdite superficiali e di pulsazione nei denti, causate dalla f.m.m. sono calcolabili entro certi limiti. Poichè è possibile valutare le perdite addizionali dipendenti dalla tensione eseguendo misure sulle macchine in funzionamento a vuoto, in pratica si chiamano perdite addizionali solo le perdite dipendenti dalla corrente, difficilmente determinabili a mezzo di misure.

Delle perdite addizionali dipendenti dalla tensione nel ferro attivo si è già trattato nel capitolo 7. Nel presente capitolo si considereranno pertanto le perdite addizionali dipendenti dalla tensione nell'avvolgimento e nelle parti costruttive, oltre alle perdite addizionali dipendenti dalla corrente in tutte le parti della macchina.

11.2. Perdite addizionali negli avvolgimenti

11.2.1. Perdite dipendenti dalla corrente

11.2.1.1. *Perdite dovute al campo trasversale nelle cave*

Per perdite addizionali negli avvolgimenti si intendono quelle perdite che non è possibile calcolare come prodotto del valore della resistenza (misurato in corrente continua) dell'avvolgimento e del quadrato del valore efficace della corrente. Le perdite addizionali negli avvolgimenti sono per lo più perdite per correnti parassite e sono causate dal fatto che i conduttori dell'avvolgimento sono collocati in uno spazio che è sede di campi

magnetici variabili. Soltanto le perdite addizionali negli avvolgimenti a gabbia hanno un'altra origine. Ciascun conduttore è soggetto all'effetto del proprio campo e a quello degli altri conduttori. Abbiamo già considerato l'azione del campo proprio trattando i fenomeni di addensamento che danno luogo a perdite addizionali espresse dalla:

$$V_{Cu,z} = R_G I^2 (K_W - 1). \qquad (11\text{-}1)$$

In un avvolgimento a due strati costituito con barre di tipo Roebel si nota che le perdite addizionali sono sensibilmente più elevate nei conduttori della barra superiore che in quelli corrispondenti della barra inferiore. Le perdite addizionali nella barra inferiore sono valutabili a mezzo del fattore:

$$K_{Wu} = \varphi(\xi_u) + \frac{m_u^2 - 1}{3} \psi(\xi_u) \qquad (11\text{-}2)$$

e nella barra superiore a mezzo del fattore:

$$K_{Wo} = \varphi(\xi_o) + \left[m_o \sum_{k=0}^{k=m_0} (1 + k/m_o)^2 + \sum_{k=0}^{k=m_0} (1 + k/m_o) \right] \psi(\xi_o) =$$
$$= \varphi(\xi_o) - \left(\frac{7\, m_o^2 - 1}{3} \right) \psi(\xi_o) \qquad (11\text{-}3)$$

in cui m_o rappresenta il numero dei conduttori della barra superiore e ξ_o la loro altezza ridotta; m_u è il numero di conduttori della barra inferiore e ξ_u la loro altezza ridotta. Per ugual numero ($m_o = m_u = m$) e uguale altezza ($\xi_o = \xi_u = \xi$) dei conduttori delle due barre il rapporto tra le perdite addizionali nelle due barre per $\varphi(\xi)$ e $\psi(\xi)$, date rispettivamente dalle (10-17) e (10-24), è:

$$\frac{K_{Wo}}{K_{Wu}} \approx 1 + \frac{2\, m^2}{3} \xi^4. \qquad (11\text{-}4)$$

Per $m = 10$ e $\xi = 0{,}3$ si ottiene $K_{Wu} = 1{,}10$ e $K_{Wo} = 1{,}64$, cioè $K_{Wo}/K_{Wu} = 1{,}50$, dalla (11-4) si ricava per questo rapporto 1,54.

Per diminuire le perdite addizionali e il costo dell'avvolgimento si può suddividere la barra inferiore in un numero di parti minore rispetto a quello della barra superiore. Se nelle due barre si suppongono perdite addizionali uguali, se si pone cioè $K_{Wo} = K_{Wu}$, dalla (11-2) e dalla (11-3) deriva:

$$m_u \approx \frac{m_o^2}{\sqrt{7\, m_o^2 - 1}} \approx \frac{m_o}{\sqrt{7}}. \qquad (11\text{-}5)$$

Per $m_o = 14$ è sufficiente un numero $m_u = 5$ di conduttori nella barra inferiore.

Quando l'avvolgimento si riscalda, le perdite in corrente continua aumentano in corrispondenza dell'aumento della resistenza; il comportamento delle perdite addizionali al variare della temperatura invece non è così semplice [11.5]. Al variare della temperatura varia pure l'altezza ridotta del conduttore ξ. Se si calcola l'aumento della resistenza in corrente continua mediante il fattore β e se si indica con ξ_K l'altezza ridotta del conduttore a freddo, per il conduttore a caldo è $\xi_W = \xi_k/\sqrt{\beta}$. Il rapporto tra le perdite addizionali a caldo e quelle a freddo è espresso dalla:

$$\frac{V_{zw}}{V_{zk}} = \frac{\beta\,[\varphi\,(\xi_w) + (m^2 - 1)\,\psi\,(\xi_w)/3 - 1]}{\varphi\,(\xi_k) + (m^2 - 1)\,\psi\,(\xi_k)/3 - 1}. \tag{11-6}$$

Per un'altezza ridotta poco elevata si ottiene:

$$\frac{V_{zw}}{V_{zk}} \approx \frac{1}{\beta}, \tag{11-7}$$

cioè le perdite addizionali diminuiscono all'aumentare della resistenza. Per un'altezza elevata del conduttore è:

$$\frac{V_{zw}}{V_{zk}} \approx \sqrt{\beta}, \tag{11-8}$$

cioè le perdite addizionali aumentano all'aumentare della resistenza, ma meno che proporzionalmente.

Le perdite addizionali dovute alla corrente nelle altre parti della macchina sono date dalla (11-6), in cui si ponga $m = 2$ (cfr. pag. 256). In questo caso ξ diventa una grandezza fittizia, non calcolabile praticamente. Il rapporto di dipendenza di queste perdite dalla temperatura è ancora dato dalle (11-7) e (11-8).

In pratica, per la parte di avvolgimento collocata nella cava è $\xi < 1$ e quindi a caldo le perdite addizionali diminuiscono in accordo con la (11-7). Per le perdite addizionali esterne all'avvolgimento, invece, la grandezza fittizia è $\xi > 2$ e a caldo le perdite aumentano in accordo con la (11-8).

11.2.1.2. *Perdite nei collegamenti frontali della barra di tipo Roebel, dovute al flusso di dispersione radiale*

Per calcolare queste perdite è necessario conoscere l'andamento del campo nello spazio frontale; poichè tale andamento è complesso, eseguiremo alcune semplificazioni. Supponiamo che il campo abbia andamento fisso e ruoti nello spazio frontale con velocità sincrona. Indichiamo con B il valore massimo della induzione, valore che si ha in prossimità del pacco di lamierini e supponiamo che nella direzione assiale il campo diminuisca con legge lineare al crescere della distanza dal pacco, in modo che l'induzione in corrispondenza degli estremi dei collegamenti frontali sia nulla.

Nella direzione assiale vale la:

$$B(x) = B(A - x)/A, \tag{11-9}$$

in cui A rappresenta la lunghezza assiale dei collegamenti frontali. In direzione tangenziale, cioè lungo la periferia interna dello statore, l'andamento del campo è rappresentato da una legge cosinusoidale con valore massimo $B(x)$:

$$B(y) = B(x) \cos \pi y/\tau. \tag{11-10}$$

Tenendo conto della relazione $y = \tau (A - x)/2A$, si ottiene il flusso attraverso una superficie elementare a distanza x; esso è:

$$d\Phi = B(x) \frac{2\tau}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi (A - x)}{2A} dx. \tag{11-11}$$

Il flusso di dispersione totale, concatenato con una spira, è espresso dalla:

$$\Phi_S = 2 \int_0^A d\Phi = \frac{16}{\pi^3} B \tau A. \tag{11-12}$$

La (11-12) presuppone che l'avvolgimento non sia di tipo raccorciato. Se si considera il flusso di dispersione come campo rotante, è possibile tener conto del raccorciamento delle matasse e della presenza di più spire per fase mediante il fattore d'avvolgimento (ξ). Questo procedimento non è ortodosso, ma in questo caso non causa errori gravi.

D'altra parte si può ricavare il flusso di dispersione dal valore dell'induttanza di dispersione:

$$L_S = 2 w^2 \mu_0 l_S \lambda_S/p \tag{11-13}$$

come segue:

$$\Phi_S = \sqrt{2} I L_S/w = 2\sqrt{2} \mu_0 w l_S \lambda_S I/p. \tag{11-14}$$

Dalle (11-12) e (11-14) risulta:

$$B = \frac{\sqrt{2} w \pi^3 \mu_0}{8 p \tau A} I l_S \lambda_S. \tag{11-15}$$

I due conduttori parziali di una barra di tipo Roebel, a distanza Δ (presa tra gli assi), formano una spira in corto circuito nei confronti del campo radiale. Il flusso concatenato con questa spira è espresso dalla:

$$\Phi_k = 2\Delta \int_{l_S/2} \frac{Bx}{l_S/2} \operatorname{sen} \frac{\pi}{l_S} x\, dx = \frac{4 \Delta l_S B}{\pi^2}. \tag{11-16}$$

Introducendo in essa il valore dell'induzione derivante dalla (11-13), si ha:

$$\Phi_k = \frac{\mu_0 \pi w}{\sqrt{2} p \tau A} \Delta l^2_S \lambda_S I. \tag{11-17}$$

Se si considera che è $\Delta = \frac{1}{2} l_S \cos\beta$ (β = angolo formato dal conduttore con la superficie del pacco), il valore efficace della f.e.m. indotta è espresso dalla:

$$E = \frac{4\,\pi}{2\sqrt{2}} f\,\Phi_k = \frac{2\pi^2\,\mu_0\,w}{p\,\tau\,\cos\beta}\,\Delta\,l_S\,\lambda_S\,f\,I. \qquad (11\text{-}18)$$

Se si indica con q la sezione di un conduttore, la resistenza della spira in corto circuito è espressa da:

$$R_k = 2\,\varrho\,(l_S + l_i)/q. \qquad (11\text{-}19)$$

in cui l_S, è la lunghezza dei collegamenti frontali ed l_i la lunghezza dell'indotto. La corrente di lavoro nei due conduttori è:

$$I_p = I/m\,c, \qquad (11\text{-}20)$$

in cui m rappresenta il numero dei conduttori sovrapposti e c il numero dei rami in parallelo. La resistenza dei due conduttori è espressa da:

$$R_p = \varrho\,(l_S + l_i)/2\,q. \qquad (11\text{-}21)$$

Le perdite dovute alla corrente principale sono:

$$V = I^2{}_p\,R_p \qquad (11\text{-}22)$$

e le perdite addizionali:

$$V'_z = E^2/R_k. \qquad (11\text{-}23)$$

Ponendo $\lambda = l_S/l_i$ e riferendo le perdite addizionali alle perdite nei collegamenti frontali causate dalla corrente principale si ha:

$$k' = \frac{V'_z\,(1 + 1/\lambda)}{V} = \frac{1}{1 + 1/\lambda}\left[\frac{2\pi^2\mu_0\,w\,\Delta\,\lambda_S\,f\,q\,c\,m}{\varrho\,p\,\tau\,\cos\beta}\right]^2. \qquad (11\text{-}24)$$

Oltre a queste, si determinano anche perdite addizionali dovute alle correnti parassite che compaiono in ogni conduttore parziale, solo però nella parte frontale. Mediante la (6-17) è possibile calcolare le perdite per ogni m^3 del conduttore.

Poichè l'induzione nello spazio frontale non è costante, ma variabile, le perdite totali sono espresse dalla:

$$V''_z = \frac{4\cdot 2\,q}{3\,\varrho}\left(b\,f\,\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)^2 \int_{l_S} B^2\,(x, y)\,^2\,dl, \qquad (11\text{-}25)$$

in cui b rappresenta la larghezza del conduttore parziale. In primo luogo si determina l'integrale della (11-25), introducendo il valore di $B\,(x, y)$; esso è [cfr. la (11-16)]:

$$\int_{l_S} B^2\,(x, y)\,dl = 2\int_{l_S/2}\left[\frac{2\,B\,x}{l_S}\ \mathrm{sen}\,\pi\,x/l_S\right]^2 dx =$$

$$= B^2\,l_S\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{2\,\pi} + \frac{1}{\pi^3}\right) = 0{,}14\,l_S\,B^2. \qquad (11\text{-}26)$$

Con il valore di B derivante dalla (11-15) si ottengono le perdite addizionali di una coppia di conduttori; esse sono espresse dalla:

$$V''_z = 56 \frac{q\, l_S}{\varrho} \left(\frac{\mu_0 f\, b\, I\, \lambda_S\, w}{p\, \tau \cos\beta} \right)^2 \mathrm{W}, \tag{11-27}$$

in cui tutte le lunghezze sono introdotte in m e ϱ in Ωm. Riferendo tali perdite a quelle causate dalla corrente principale si ottiene:

$$k'' = \frac{V''_z}{V} = 112 \left[\frac{\mu_0\, w\, \lambda_S\, f\, q\, m\, c\, b}{\varrho\, p\, \tau \cos\beta} \right]^2. \tag{11-28}$$

Le perdite totali determinate dal campo radiale di dispersione e riferite alle perdite nei collegamenti frontali — causate dalla corrente principale — sono espresse dalla [cfr. la (11-25) e la (11-28)]:

$$k = \left(112\, b^2 + \frac{4\, \pi^4\, \Delta^2}{1 + 1/\lambda} \right) \left[\frac{\mu_0\, w\, \lambda_S\, f\, q\, m\, c}{\varrho\, p\, \tau \cos\beta} \right]^2. \tag{11-29}$$

Le perdite determinabili mediante la (11-28) compaiono solo nei collegamenti frontali, mentre quelle ricavate mediante la (11-25) sono distribuite su tutto l'avvolgimento.

Come esempio numerico si consideri un turbogeneratore di 165 MVA, avente le seguenti caratteristiche:

$b = 0{,}63 \cdot 10^{-2}$ m	$w = 9$	$c = 2$
$\Delta = 0{,}80 \cdot 10^{-2}$ m	$q = 0{,}113 \cdot 10^{-4}$ m^2	$f = 50$ Hz
$\tau = 180 \cdot 10^{-2}$ m	$\cos\beta = 0{,}6$	$1 + 1/\lambda = 2{,}5$
$p = 1$	$\lambda_S = 0{,}25$	
$\varrho = 0{,}0225 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m	$m = 40$	

Le perdite addizionali riferite alle perdite principali nei collegamenti frontali sono:

$$k = 112 \cdot 0{,}63^2 \cdot 10^{-4} + 4\, \pi^4 \cdot 0{,}8^2 \cdot 10^{-4}/2{,}5) \left(\frac{0{,}4\, \pi \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 0{,}25 \cdot 50 \cdot 0{,}113 \cdot 10^{-4} \cdot 40 \cdot 2}{0{,}0225 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 180 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}6} \right)^2 = 0{,}39.$$

Nella barra con piegamento a 540° (fig. 10-9) le perdite V'_z sono limitate.

Tale limitazione può essere anche ottenuta con una adeguata inversione dei conduttori elementari nella testa di matassa, ove i conduttori elementari debbono essere isolati uno dall'altro.

Le perdite addizionali V''_z sono sempre presenti e non possono essere ridotte a mezzo dei detti accorgimenti.

11.2.1.3. *Perdite nelle connessioni frontali dovute al campo di dispersione tangenziale*

Le perdite dovute al campo di dispersione tangenziale, analoghe alle V_2' dovute al campo radiale, possono essere calcolate. Si debbono però fare ipotesi sulla distribuzione del campo radiale. Di solito non viene effettuato il calcolo di queste perdite sia perchè le ipotesi sulla distribuzione del campo sono grossolane, sia perchè le perdite sono limitate per barre a 540° (fig. 10-9).

Esse possono essere considerevolmente diminuite anche riunendo in un fascio i conduttori elementari nella testa di matassa.

Questi fasci di conduttori elementari vengono isolati l'uno dall'altro e nel passaggio dallo strato superiore all'inferiore, disposti in modo che descrivendo l'intero avvolgimento passino da diverse posizioni nell'altezza della barra (fig. 10-10). Per cui le tensioni indotte nel fascio dal campo di dispersione tangenziale vengono più o meno equilibrate.

11.2.2. Somma delle perdite

I conduttori dell'avvolgimento sono soggetti non solo all'azione del proprio campo, ma anche all'azione del campo principale, che, quantunque di valore non molto grande nelle cave, dove sono collocati i conduttori, causa tuttavia determinate perdite per correnti parassite. Tali perdite saranno esaminate più a fondo nei paragrafi 11.3.1. e 11.3.2. Generalmente, per ragioni di comodità di calcolo e di chiarezza, si considera ogni tipo di perdita separatamente, sommando poi tutte le perdite in un secondo tempo; in realtà però per la totalità delle perdite il fattore determinante è costituito dal campo risultante. Ora vogliamo renderci conto se tale somma sia giustificata o meno. Distinguiamo a questo proposito tre casi semplici.

Nel primo si sovrappongono due correnti di uguale direzione, aventi l'una densità di corrente S_1 uniformemente distribuita e l'altra densità di corrente S_2 variabile nello spazio, ma simmetrica rispetto al piano centrale del conduttore. Se si considerano due elementi di volume a uguale distanza dal piano centrale, ma da parte opposta, le perdite che in essi si verificano sono rispettivamente:

$$v' = \varrho\,(S_1^2 + S_2^2 + 2\,S_1\,S_2\cos\gamma) \qquad (11\text{-}30)$$

$$v'' = \varrho\,(S_1^2 + S_2^2 - 2\,S_1\,S_2\cos\gamma), \qquad (11\text{-}31)$$

in cui γ rappresenta l'angolo di fase tra le due intensità di corrente. Il valore medio delle perdite risultanti è:

$$v = \frac{v' + v''}{2} = v_1 + v_2\,, \qquad (11\text{-}32)$$

in cui $v_1 = \varrho\,S_1^2$ e $v_2 = \varrho\,S_2^2$ sono le perdite per unità di volume dovute

separatamente alle intensità di corrente S_1 ed S_2. Poichè la distribuzione dell'intensità di corrente è simmetrica, la (11-32) vale per tutto il conduttore.

Come secondo caso si considerano due correnti simmetriche sovrapposte, perpendicolari fra loro. I due piani mediani suddividono il conduttore in quattro quadranti. In due quadranti disposti diametralmente le perdite sono uguali, essendo date ancora dalle (11-30) e (11-31); in questo caso anche le perdite risultanti sono date dalla somma aritmetica [cfr. la (11-32)].

Il terzo caso è rappresentato da due correnti sovrapposte S_1 ed S_2 aventi uguale direzione e simmetriche rispetto allo stesso piano mediano. Le perdite risultanti sono:

$$v = \varrho\,(S_1^2 + S_2^2 + 2\,S_1\,S_2\cos\gamma) = v_1 + v_2 + 2\cos\gamma\,\sqrt{v_1\,v_2}\,. \qquad (11\text{-}33)$$

In questo caso le perdite risultanti dipendono dall'angolo γ di fase tra le due densità di corrente. Solo per $\gamma = 90°$ le perdite sono date dalla somma aritmetica secondo la (11-32).

11.2.3. Perdite addizionali dell'avvolgimento statorico, dipendenti dalla tensione

11.2.3.1. *Perdite determinate dal campo longitudinale nelle cave*

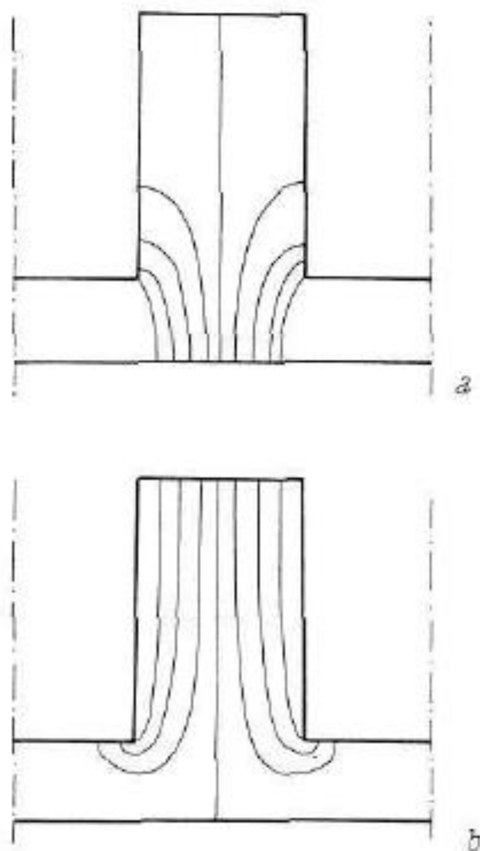


Fig. 11-1. - Campo longitudinale nella cava determinato *a*) dalla apertura di cava; *b*) dalla saturazione nei denti.

Le cave delle macchine elettriche non sono mai esenti da campi. Oltre al campo trasversale determinato dalla corrente che attraversa i conduttori, esiste anche un campo longitudinale indipendente da tale corrente e già presente anche nel funzionamento a vuoto. Questo campo è dovuto a due cause: in primo luogo il campo principale penetra attraverso l'apertura di cava e quanto più quest'ultima è ampia, tanto più intenso risulta il campo. Nel caso di cave semichiuse, invece, esso praticamente scompare. Il campo ha valore massimo sull'apertura di cava e diminuisce rapidamente verso l'interno di essa. Inoltre, anche la saturazione del ferro nei denti determina un campo longitudinale. Per induzioni dei denti elevate, tra la testa del dente e il fondo della cava si determina una notevole tensione magnetica, che causa appunto il campo longitudinale. I due campi sono tracciati in fig. 11-1*a* e *b*. Prescindendo dalla parte prossima all'apertura di cava, il secondo campo è distribuito uniformemente sulla sezione

della cava. Ciò comporta una maggiore facilità di calcolo. L'induzione di questo campo risulta dalla tensione magnetica nel dente ed è espressa da $B_N(x, t) = \mu_0 H_z(x, t)$.

Il campo determinato dall'apertura di cava e indipendente dalla saturazione nel ferro è già stato trattato, introducendo anche rappresentazioni conformi [4.6]. Se si applicano i simboli di fig. 11-2, l'induzione al centro della cava a distanza y dalla superficie del rotore (per una cava statorica) è espressa dalla:

$$B_y \approx \frac{B_{\min}}{\cosh (\pi y - 2\delta a)/b_N}, \qquad (11\text{-}34)$$

in cui $B_{\min}$ rappresenta l'induzione sulla superficie del rotore ($y = 0$) sul piano mediano della cava. La (11-34) è una uguaglianza approssimata che non risulta rigorosamente soddisfatta per $y < \delta$. Inoltre si ha:

$$B_{\min} = B_L k_c / \sqrt{1 + (b_N/2\delta)^2} \qquad (11\text{-}35)$$

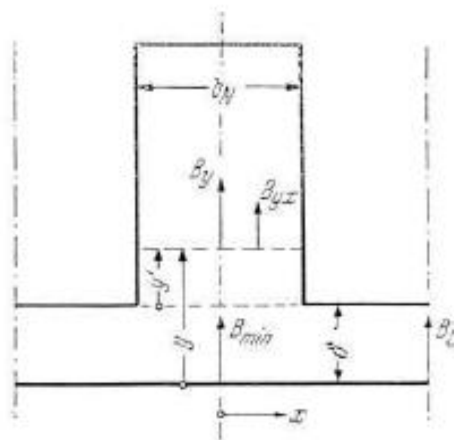


Fig. 11-2. - Sistema di riferimento per la (11-34) e (11-35).

e:

$$a = \text{arc tg } 2\delta/b_N. \qquad (11\text{-}36)$$

Alla distanza x dal piano assiale del conduttore l'induzione è:

$$B_y(x) \approx B_y \cos \pi x/b_N. \qquad (11\text{-}37)$$

Supponendo che il conduttore abbia ampiezza $b = 0{,}7\, b_N$, il valore medio dell'induzione su tutta l'ampiezza del conduttore è:

$$B_{ym} \approx \frac{\text{sen } 0{,}7\, \pi/2}{0{,}7} B_y = 0{,}81\, B_y. \qquad (11\text{-}38)$$

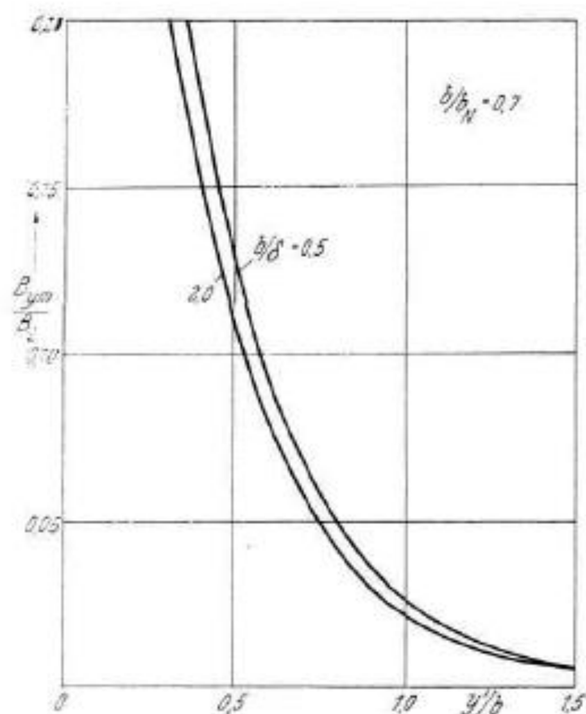


Fig. 11-3. - Valore medio dell'induzione longitudinale dovuta all'apertura di cava, in dipendenza dalla profondità della cava.

La curva di questo valore medio è tracciata in fig. 11-3 in dipendenza dalla distanza y' dalla testa del dente per diversi valori b/δ. Il campo di fig. 11-1*a* può essere riprodotto mediante un modello elettrico. Misure pratiche hanno confermato la validità delle curve di fig. 11-3.

La distribuzione dell'induzione secondo l'asse x non segue la legge del coseno secondo la (11-37) e perciò è possibile utilizzare le curve di fig. 11-3

solo per $y' > 0{,}25\, b_N$. In pratica il primo conduttore è sempre ad una distanza $y' > 0{,}5\, b_N$, così che si possono applicare le curve di fig. 11-3. Il campo determinato dall'apertura di cava è in fase con il campo principale e segue le sue variazioni.

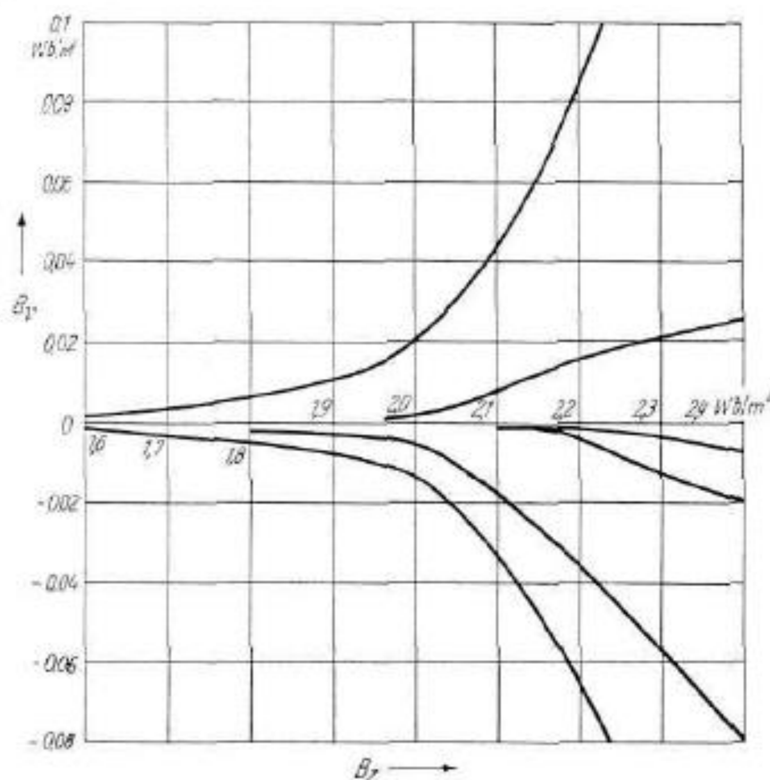


Fig. 11-4. - Analisi del campo longitudinale determinato dalla saturazione del ferro.

Il campo dovuto alla saturazione del ferro non ha una relazione semplice con il campo principale. Per ciascun valore dell'induzione al traferro bisogna determinare in primo luogo l'induzione nei denti e poi quella nelle cave. Quest'ultima non segue la variazione sinusoidale nel tempo del campo principale, ma è una funzione irregolare del tempo, che si può suddividere in una serie di armoniche di ordine diverso ($\nu = 1, 3, 5$). In fig. 11-4 è visibile appunto l'analisi di una tale curva.

È possibile calcolare il campo di cava risultante per una determinata induzione nella cava $B_L = \beta B_1$ e induzione dei denti B_z sommando $B_{N\nu}$ (fig. 11-4) e B_{ym} (fig. 11-3). Poichè B_{N1} e B_{ym} hanno uguale fase, è possibile sommarle aritmeticamente; in tal caso è valida la (11-33) con $\gamma = 0$. L'induzione di cava è rappresentata dalla serie:

$$B_N = (B_{ym} + B_{N1}) \cos \omega t + B_{N3} \cos 3\omega t + B_{N5} \cos 5\omega t + \ldots \quad (11\text{-}39)$$

Tuttavia l'effetto delle correnti parassite è tale da far diminuire tale induzione secondo il fattore $k_{S\nu}$. La perdita in un elemento di volume si può calcolare per mezzo della (11-26), ma in genere viene espressa come perdita per effetto Joule. La densità di corrente relativa nel conduttore di rame alla temperatura di 75°C circa ($\varrho = 2 \cdot 10^{-8}\Omega\,\mathrm{m}$) deriva dalla relazione $V_w = \varrho\, S_0^2$, ed è:

$$S_0 \approx 0{,}64 \cdot 10^8 \cdot b \sqrt{\Sigma k_{S\nu} f_\nu^2 B_\nu^2} \quad (11\text{-}40)$$

in cui si esprimono rispettivamente b in m, f_ν in sec^{-1} e B_ν in Wb/m². Il fattore di riduzione $k_{S\nu}$ è dato dalla (4-134), per cui è:

$$\xi_\nu \approx b \sqrt{\pi \mu_0 f_\nu / \varrho} \quad (11\text{-}41)$$

per induzione di cava distribuita uniformemente lungo tutta la cava e per

altezza totale di conduttore elevata rispetto all'ampiezza della cava. In pratica si calcola approssimativamente:

$$\xi_\nu = 0{,}9b\sqrt{\pi\mu_0 f_\nu/\varrho}\,. \tag{11-42}$$

Tale fattore è stato calcolato per rame a 75°C circa e larghezze di conduttore diverse, applicando le (4-134) e (11-42). I risultati sono raccolti in tab. 11-1.

TAB. 11-1. - Fattore di riduzione $k_{S\nu}$.

	$b = 0{,}5$ cm	1,0	1,5
$\nu = 1$	1,000	0,975	0,900
3	0,985	0,810	0,500
5	0,960	0,610	0,250
7	0,930	0,540	0,150
9	0,900	0,370	0,100
11	0,860	0,260	0,070

Per un dato tipo di lamierino e per un dato materiale dei conduttori le perdite dipendono dall'induzione nei denti, dall'induzione (nella cava) e dalla larghezza dei conduttori. Nelle figg. 11-5, 11-6 e 11-7 sono tracciate le curve delle densità di corrente corrispondenti alle perdite addizionali [cfr. la (11-40)], in funzione di queste tre grandezze. Se il campo determinato dall'apertura di cava è trascurabile e se esiste solo il campo dovuto alla saturazione del ferro, queste curve danno, sull'asse delle ordinate, la densità della corrente di perdita. Un altro caso limite, nel quale si ha un campo determinato dall'apertura di cava, è rappresentato dalla retta inferiore passante per l'origine. Poichè nelle cave l'induzione non è uniforme, si deve determinare separatamente la perdita per ogni conduttore. Per un conduttore di larghezza $b = 1{,}5$ cm, a una distanza $0{,}75\, b_N$ dalla testa del dente, per $B_1 = B_L = 0{,}90$ Wb/m², $k_c = 1{,}05$, $b_N/\delta = 1$ mediante le curve di fig. 11-3 si ottiene:

$$B_{ym} = 1{,}05 \cdot 0{,}055 \cdot 0{,}9 = 0{,}052 \text{ Wb/m}^2.$$

Con questo valore di B_{ym} e con un'induzione nei denti $B_Z = 1{,}90$ Wb/m² si ottiene $S_0 = 3{,}0 \cdot 10^{-6}$ A/m² (cfr. fig. 11-7).

Se il campo dovuto all'apertura di cava è piccolo, le perdite dipendono unicamente dall'induzione nei denti e dalla larghezza del conduttore. In fig. 11-8 esse sono espresse appunto in funzione della larghezza del conduttore e raggiungono *il loro valore massimo*

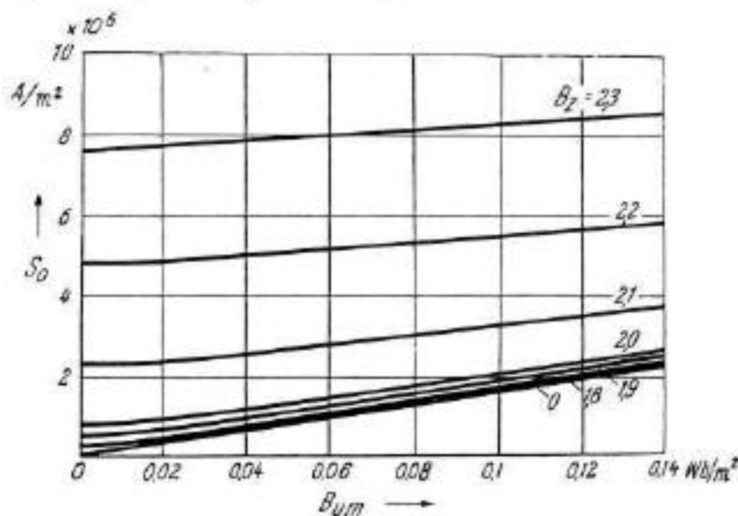


Fig. 11-5. - Densità della corrente di perdita determinata dal campo 11-5 di cava per un conduttore di larghezza $b = 0{,}5$ cm, in funzione del campo di apertura di cava per diversi valori dell'induzione nei denti.

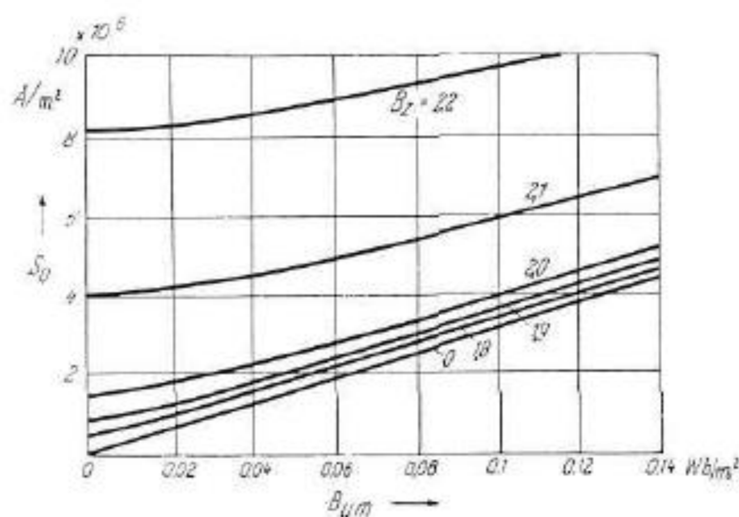


Fig. 11-6. - Come la 11-5, per conduttore di larghezza $b = 1,0$ cm.

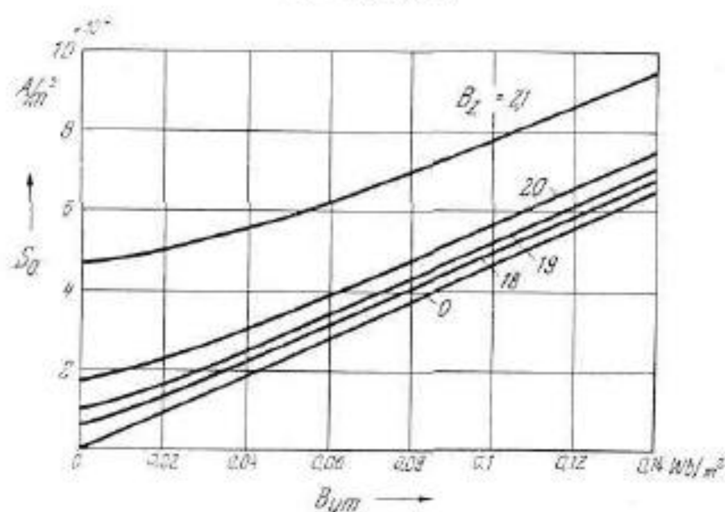


Fig. 11-7. - Come la 11-5, per conduttore di larghezza $b = 1,5$ cm.

per una larghezza di 1,5 cm. Di conseguenza, per diminuire le perdite basta suddividere e trasporre i conduttori. Questo è il procedimento che si adotta per le barre di tipo Roebel per il flusso trasversale e per quello longitudinale, contemporaneamente.

Se il ferro non è saturo e se si ha solo il campo determinato dalla apertura di cava, per la densità della corrente di perdita è possibile utilizzare una espressione semplice. Poichè il rapporto b_N/δ non ha un valore determinante (cfr. le curve di fig. 11-3), lo si pone uguale all'unità. Per un tale valore della larghezza del conduttore il fattore di reazione per l'armonica fondamentale è praticamente uguale all'unità. Per le (11-34) e (11-39) il valore medio dell'induzione ($B_L = B_1$) è allora espresso dalla:

$$B_{ym} \approx \frac{0,81\, k_c B_1}{1,12 \cosh(\pi + \pi y/b_N - 2,22)} \approx 0,576 \frac{k_c B_1}{\varepsilon^{\pi y}} \qquad (11\text{-}43)$$

e la densità della corrente di perdita:

$$S_{0y} = 37 \cdot f \cdot B_1 \frac{k_c b}{\varepsilon^{\pi y/b_N}} \cdot 10^6\,\text{A/m}^2 . \qquad (11\text{-}44)$$

Integrando rispetto ad y da y_0 a ∞ si ottiene la densità della corrente di perdita relativa alle perdite in tutto il conduttore di altezza H:

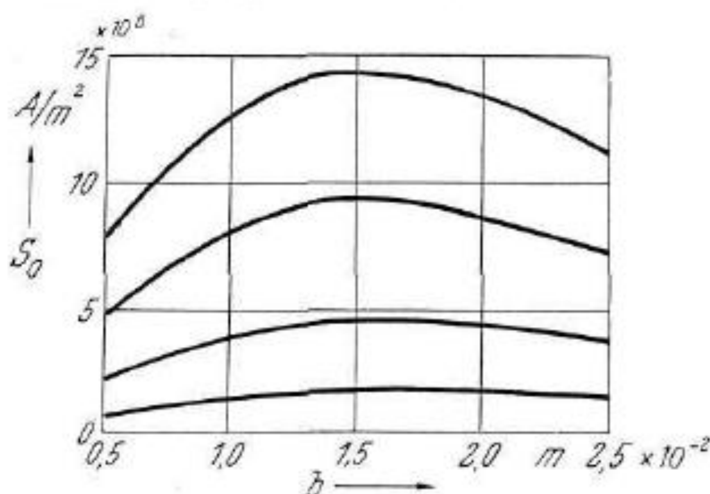


Fig. 11-8. - Densità della corrente di perdita in funzione dell'induzione nei denti (il campo di apertura di cava è nullo).

$$S_{0m} \approx \sqrt{\frac{1}{H}\int_{y_0}^{\infty} S^2_{0y} \cdot dy} = 14{,}8 \cdot k_c f \cdot B_1 \frac{b}{\varepsilon^{\pi y_0/b_N}} \cdot \sqrt{\frac{b_N}{H}} \cdot 10^6 \text{ A/m}^2. \quad (11\text{-}45)$$

Assumendo ad esempio $y_0 = 0{,}75\, b_N$, $b = 0{,}01$ m, $k_c = 1{,}05$, $B_1 = 0{,}90$ Wb/m², $f = 50$ Hz e $b_N/H = 1{,}8$, per $y = y_0$ la densità della corrente di perdita nel conduttore superiore è data da

$$S_{0y} = 37 \cdot 50 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}01 \cdot 10^6/10{,}5 = 1{,}66 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$$

e la densità media della corrente stessa è:

$$S_{0m} = 14{,}8 \cdot 1{,}05 \cdot 50 \cdot 0{,}9 \cdot \frac{\sqrt{1/8}}{10{,}5} \cdot 10^6 = 0{,}235 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2 .$$

11.2.3.2. *Perdite nella barra di tipo Roebel determinate dal campo radiale nello spazio frontale*

Una piccola parte del flusso principale attraversa il conduttore nello spazio frontale causandovi perdite addizionali, che possiamo suddividere nel modo seguente: perdite (V'_{0z}) causate dalle correnti parassite che attraversano tutto il conduttore nella sua lunghezza, chiudendosi attraverso i collegamenti della barra (tra strato superiore e strato inferiore); perdite (V''_{0z}) determinate dalle correnti parassite all'interno di un conduttore parziale. Nel calcolo delle perdite addizionali per funzionamento a vuoto, la maggiore difficoltà è costituita dalla determinazione del campo concatenato con il conduttore. Assumiamo come punto di partenza la curva di induzione tracciata in fig. 4-24, che rappresenta appunto l'andamento dell'induzione in corrispondenza del piano passante per la mezzeria del traferro. Nella determinazione del flusso, si deve anche considerare che l'induzione in direzione tangenziale diminuisce al diminuire di $\cos \pi\, x/l_S$. Integrando le grandezze ausiliarie si ottiene:

$$\int_{l_S} B dl = 2\int_{l_S/2} B_x \cos \pi x/l_S dx \approx 1{,}2\delta B_L \quad (11\text{-}46)$$

e

$$\int_{l_S} B^2 dl = 2\int_{l_S/2} (B_x \cos \pi x/l_S)^2 dx \approx 0{,}22\delta B^2_L \quad (11\text{-}47)$$

in cui B_x si ricava dalla fig. 4-24 e B_L rappresenta il valore massimo dell'induzione al traferro. Le (11-46) e (11-47) valgono per x compreso tra 15 e 25 δ. Del resto il limite di integrazione non è molto importante, dato che l'induzione alle estremità del collegamento frontale ha un valore assai basso. In realtà le matasse non si trovano sul piano di prolungamento del traferro, ma su un piano sensibilmente più alto, così che l'induzione sul piano delle matasse è minore di quella data dalla curva di fig. 4-24. Inoltre essa diminuisce ancora in seguito alla reazione delle correnti parassite nel ferro. Al contrario, un pacco di statore più lungo del polo e la pre-

senza dell'albero (che nei turbogeneratori risulta abbastanza vicino all'avvolgimento statorico) fanno aumentare notevolmente l'induzione. Poichè è molto difficile calcolare con precisione gli effetti di questi fattori, si suppone che si compensino esattamente.

Applicando la formula E^2/R, in cui è $E = \Phi f \cdot 4\pi/2\sqrt{2}$, $\Phi = \Delta \int B\, dl = 1{,}2\Delta\delta B_L$ ed $R = 2\varrho\,(l_a + l_S)/q_E$ si ottengono le perdite di primo tipo:

$$V'_{0Z} = 2mNq_E \frac{(1{,}2 \cdot B_L \Delta\delta f 2\pi/\sqrt{2})^2}{2(l_a + l_S)\varrho} = \frac{28{,}5 \cdot m \cdot N \cdot q_E(\Delta\delta f B_L)^2}{\varrho(l_a + l_S)} \qquad (11\text{-}48)$$

in cui m rappresenta il numero dei conduttori sovrapposti in una barra dell'avvolgimento a due strati, Δ la distanza in direzione tangenziale tra i conduttori affiancati, q_E la sezione del conduttore ed N il numero di cave dello statore.

Applicando la (6-20) con $B^2v = 2mNq_E \int B^2 dl$ si ottengono le perdite di secondo tipo:

$$V''_{0Z} = \frac{4}{3\varrho} \cdot \left(bf \cdot \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)^2 q_E \cdot 0{,}22\delta B_L \cdot 2mN = 0{,}72 mN \frac{\delta q_E}{\varrho}(bfB_L)^2 \quad (11\text{-}49)$$

in cui b rappresenta l'ampiezza di un conduttore in direzione tangenziale. Tutte le misure sono date in m, l'induzione in Wb/m² e ϱ in Ωm.

Per un turbogeneratore di tipo normale le perdite addizionali qui esaminate sono basse e possono essere trascurate.

11.3. Perdite addizionali nel ferro attivo dipendenti dalla corrente

Le perdite superficiali e di pulsazione nei denti dipendono dalla tensione e dalla corrente. Delle perdite legate alla tensione si è già trattato nel capitolo **7** considerando il riscaldamento del ferro; le perdite superficiali e di pulsazione nei denti dipendenti dalla corrente sono causate dalla f.m.m. nelle cave della parte di macchina affacciata.

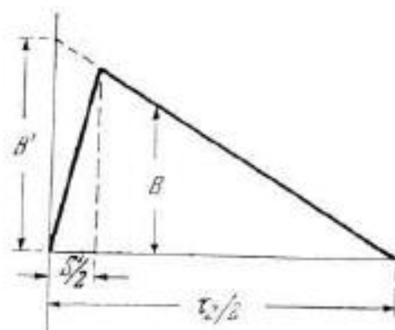


Fig. 11-9. - Campo addizionale determinato dalla f.m.m. delle cave.

Le perdite superficiali si possono calcolare mediante la (7-20) e la (7-24), introducendo per l'induzione il valore corrispondente. La forma del campo addizionale determinato dalla f.m.m. di cava è a dente di sega (fig. 11-9). Per un'apertura di cava infinitamente piccola il valore massimo dell'induzione addizionale è:

$$B' = \frac{\mu_0 \sqrt{2}\Theta_N}{2\delta} \qquad (11\text{-}50)$$

in cui Θ_N rappresenta la f.m.m. di cava. L'apertura di cava determina una variazione nella curva di campo, che per semplicità si suppone lineare

(curva tracciata in grassetto in fig. 11-9). L'armonica fondamentale di tale curva [cfr. la (4-181)] è espressa dalla:

$$B_{\nu(1)} = B' \frac{2}{\pi} \frac{\operatorname{sen} \pi S'/\tau_z}{\pi S'/\tau_z} = \frac{2}{\pi} \zeta_{N_1} B'. \tag{11-51}$$

Rispetto al campo principale, tuttavia, questa è un'armonica superiore d'ordine $\nu = N/p$ in cui N è il numero totale di cave e p il numero di paia di poli. Inoltre si deve tener presente che la componente normale dell'induzione, lungo il traferro, diminuisce secondo il fattore k_δ, poichè una parte del flusso viene deviato. La componente normale dell'induzione sulla parte massiccia è espressa dalla:

$$B_u = \frac{2}{\pi} \zeta_{N_1} k_{\delta\nu} B' = \frac{\mu_0 \sqrt{2}\,\Theta_N}{\pi\delta} \cdot \frac{\operatorname{sen} \pi S'/\tau_z}{\pi S'/\tau_z} \cdot \frac{\pi\nu\delta/\tau}{\operatorname{senh} \pi\nu\delta/\tau}. \tag{11-52}$$

Le armoniche superiori della curva a dente di sega contribuiscono molto poco alle perdite, perchè la loro ampiezza diminuisce assai rapidamente al diminuire del loro numero d'ordine. È possibile determinare le perdite anche scomponendo la curva su un intero passo polare. Si ottengono allora due armoniche d'ordine $\nu = N/p \pm 1$, con ampiezza circa metà del valore risultante dalla (11-51). Il valore medio delle perdite è circa la metà di quello risultante dalla (7-20), e coincide quindi con il valore medio introdotto nella (7-24).

L'induzione del campo superiore determinato dalla f.m.m. nelle cave è $B_u = \dfrac{\mu_0\sqrt{2} \cdot 1400}{\pi \cdot 0{,}01} \cdot 0{,}39 \cdot 0{,}68 = 0{,}021\ \mathrm{Wb/m^2}$, per $\delta/\tau = 0{,}02$, $S' = 1{,}6 \cdot 1{,}5\delta = 2{,}4 \cdot \delta = 0{,}01$ m, $\nu n = 144 \cdot 8{,}33 = 1200$, $\Theta_N = 1400\ A$, $k_\delta = 0{,}68$ e $\zeta_N = 0{,}39$ [cfr. la (11-52)]. Le perdite sono espresse da:

$$v_0 = 10{,}8 \cdot 10^3 \cdot (1200)^{1,5}\,(0{,}035 \cdot 0{,}021)^2 = 244\ \mathrm{W/m^2}.$$

Analogamente, la pulsazione di induzione nei denti è determinata non solo dall'apertura di cava, ma anche dalla f.m.m. delle cave della parte di macchina posta di fronte. Si è già visto che la f.m.m. delle cave, ad esempio dello statore, determina un campo con un numero $p = N_1$ di paia di poli, frequenza nN_1 Hz e ampiezza $B_{\nu(1)}$ [cfr. la (11-51)]. Del flusso di questo campo la parte espressa dalla:

$$\Phi_{\nu z_2} = 2\int_0^{(\tau_{z2}-S_2)/2} B_{\nu(1)} \cdot k_{\delta\nu} \cdot \cos 2\pi x/\tau_{z1}\, dx = \frac{\tau_{z1}\, k_{\delta\nu}}{\pi} B_{\nu(1)} \frac{\operatorname{sen} \pi\,(\tau_{z2} - S_2)}{\tau_{z1}} \tag{11-53}$$

attraversa il dente rotorico. Per un'ampiezza media del dente b_{Z_2} si ha un'induzione il cui valore massimo nel tempo è:

$$B_{p2} = \Phi_{\nu z_2}/b_{z2} = \frac{\mu_0\sqrt{2}\,\Theta_{N1}\tau_{z1}}{\pi^2\delta b_{z2}} \cdot \zeta_{N_1} \cdot k_{\delta\nu} \operatorname{sen} \pi \frac{(\tau_{z2} - S_2)}{\tau_{z1}} \tag{11-54}$$

Dalla (7-27) risultano le perdite per pulsazione nei denti, alle quali va aggiunta una percentuale del 50% per la variazione dell'induzione nel tempo con legge non sinusoidale e per tener conto del valore medio quadratico lungo il passo polare:

$$v_{p_2} = \frac{1,5}{2} \cdot \sigma \left(\frac{n N_1 B_{p_2}}{50} \right)^2 \text{ W/kg.} \qquad (11\text{-}55)$$

Sostituendo nell'equazione precedente e nella (11-54) l'indice 2 con l'indice 1 e viceversa, si ottengono le perdite per pulsazione di flusso nei denti statorici.

11.4. Riduzione delle perdite addizionali nello spazio frontale a mezzo di piastre di smorzamento

Poichè nello spazio frontale dei grandi turbogeneratori le perdite addizionali assumono valori considerevoli, si cerca di ridurle con mezzi diversi. Dato che parte delle perdite ha sede nelle piastre di serraggio massicce, alcune ditte costruttrici introducono tra avvolgimento e pacco dei lamierini delle piastre di smorzamento in rame (fig. 11-10). Le correnti parassite circolanti in esse creano un campo di reazione al campo di dispersione e quindi riducono le perdite dovute alle correnti parassite nelle piastre di serraggio. Come si vedrà in seguito, per ottenere una diminuzione delle perdite, è necessario dimensionare le piastre di smorzamento in modo che siano di spessore sufficiente.

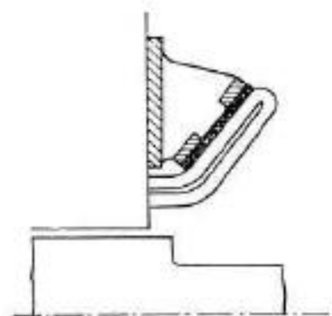


Fig. 11-10. - Piastra di smorzamento impiegata per diminuire le perdite addizionali nello spazio frontale.

Per rendere possibile il calcolo è necessario semplificare l'andamento del campo di dispersione. Si suppone che il campo concatenato con la piastra diminuisca linearmente in direzione assiale, in modo che all'estremità dell'avvolgimento — che coincide con l'estremo della piastra — esso sia nullo. Se si considerano i due strati dell'avvolgimento come una piastra esente da addensamento di corrente e avente altezza h — uguale a quella della piastra di smorzamento — si può ricondurre il caso del campo nello spazio frontale al caso del campo entro una cava (fig. 11-11). In tale cava fittizia sono collocate due barre, delle quali una rappresenta la piastra di smorzamento (2) e l'altra l'avvolgimento (1). Mentre l'altezza delle due piastre (h) e lo spessore della piastra di smorzamento (b) sono grandezze reali, lo spessore della piastra equivalente all'avvolgimento (b_w) e l'ampiezza della cava (b_N) sono grandezze fittizie. Come si vedrà alla fine del paragrafo, esse si possono calcolare dal valore delle perdite nell'avvolgimento e dell'induttanza di dispersione. In realtà il campo di dispersione non è concatenato interamente con le due piastre. Di ciò si tien

conto nella cava ausiliaria, disponendo le piastre in modo che la loro altezza sia inferiore a quella della cava. Il flusso al di sopra delle piastre non influisce in alcun modo sulle correnti parassite che in esse si determinano. La distribuzione delle correnti parassite nella piastra di smorzamento 2 sarà uguale a quella che si ha per la barra di ampiezza b e altezza h; lo stesso dicasi per la distribuzione della intensità di campo (fig. 11-11). La diminuzione dell'induttanza di dispersione dovuta alla presenza della piastra di smorzamento si valuta mediante il fattore K_B, determinato dalla (10-14). Analogamente, per il calcolo delle perdite addizionali nella piastra di smorzamento ci si può servire del fattore K_W, dato dalla (10-13), tenendo conto tuttavia del fatto che la piastra 2 è sede di correnti parassite che cambiano direzione da punto a punto della piastra stessa. La somma dei valori istantanei delle correnti parassite tracciate in fig. 11-11 deve essere uguale a zero. Se R_d è la resistenza elettrica della piastra 2 e I la corrente totale della piastra 1, le perdite addizionali nella piastra di smorzamento 2 sono espresse dalla:

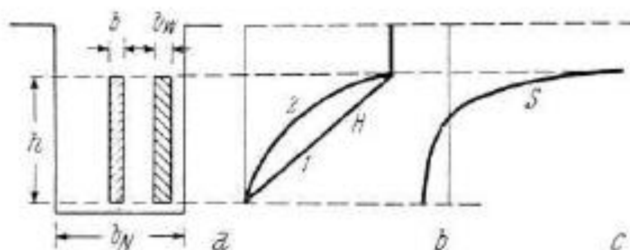


Fig. 11-11. - Schema equivalente per avvolgimento e piastra di smorzamento.

$$V_d = R_d I^2 (K_W - 1) \tag{11-56}$$

oppure — riferite alle perdite $V_S = R_S I^2$ nella testata dell'avvolgimento — dalla:

$$V_d = V_S (ah - 1) b_W/b. \tag{11-57}$$

All'aumentare dello spessore b della piastra il fattore K_B diminuisce; il comportamento delle perdite, tuttavia, è più complesso. Per valori piccoli dello spessore della piastra le perdite addizionali sono espresse da:

$$V_d \approx \text{cost}\,(b/b_N)\,, \tag{11-58}$$

cioè aumentano all'aumentare dello spessore, mentre per valori elevati di questo le perdite addizionali sono espressa da:

$$V_d \approx \text{cost}\,\sqrt{b_N/b}\,, \tag{11-59}$$

cioè diminuiscono. Tale legge di dipendenza delle perdite dallo spessore della piastra è illustrata in fig. 11-12. Se si vogliono diminuire le perdite addizionali nelle piastre e nelle altre parti massicce servendosi della piastra di smorzamento, si deve scegliere uno spessore sufficientemente ampio di piastra. Le perdite che hanno luogo nelle parti massicce equivalgono a quelle che si hanno in una piastra fittizia di spessore determinato b'. Lo spessore della piastra di smorzamento deve essere poi tanto elevato che le perdite nella piastra di spessore $(b' + b)$ siano minori di quelle che si avrebbero nella piastra di spessore b'. Se lo spessore b non è sufficien-

tementе elevato, le perdite addizionali non diminuiscono, ma aumentano rispetto a quelle che si avrebbero senza la piastra di smorzamento.

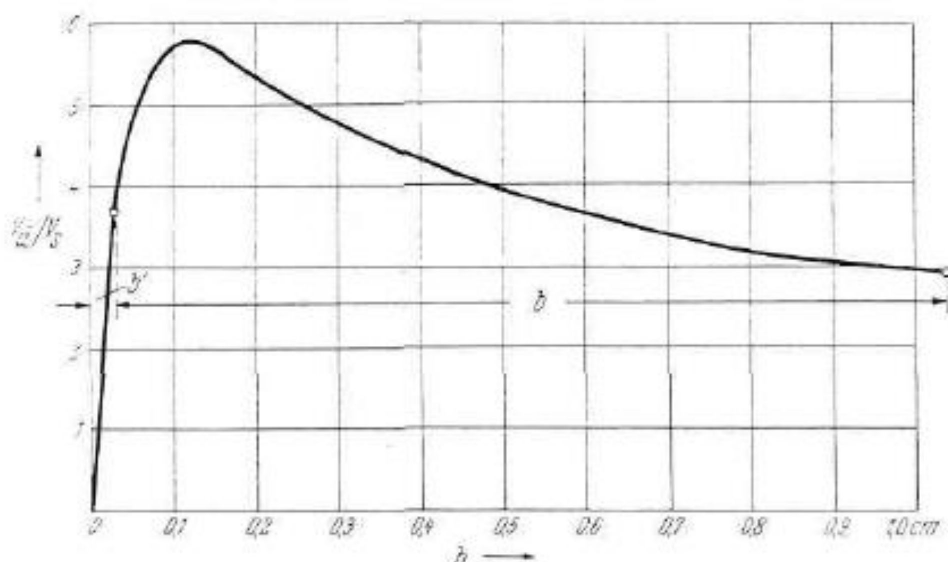


Fig. 11-12. - Perdite addizionali nello spazio frontale, in funzione dello spessore della piastra di smorzamento.

L'ampiezza di cava fittizia b_N si determina in base alla f.e.m. di dispersione. Per la tensione di dispersione frontale vale la [cfr. la (13-39)]:

$$E_S = \frac{4\pi f w^2}{p} l_S \mu_0 \lambda_S I. \tag{11-60}$$

Nella disposizione equivalente illustrata il campo di dispersione è sostenuto dalla f.m.m. $\frac{1}{2}\Theta_a = \sqrt{2}\, mw\xi I/\pi p$, distribuita con legge sinusoidale in direzione tangenziale. Il flusso di dispersione sotto un passo polare è espresso dalla:

$$\Phi_S = 2\mu_0 \cdot \frac{2}{\pi}\, \tau \lambda_N \frac{\Theta_a}{2} = 0{,}8\, \tau \lambda_N \cdot \Theta_a \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Wb}\,, \tag{11-61}$$

e la f.e.m. di dispersione dalla:

$$E_S = \frac{4\pi}{2\sqrt{2}} \cdot w\xi f \cdot \Phi_S\,. \tag{11-62}$$

Dalle (11-60), (11-61) e (11-62) deriva:

$$\lambda_N = \lambda_S \frac{l_S}{\tau} \frac{\pi^2}{2m\xi^2} \tag{11-63}$$

in cui l_S rappresenta la lunghezza dei collegamenti frontali. Se si suppone che solo la k-esima parte di questa conduttanza sia dovuta alla piastra di smorzamento, l'ampiezza di cava fittizia è espressa dalla:

$$b_N = \frac{h}{3k\lambda_N} \tag{11-64}$$

L'ampiezza di barra fittizia b_W deriva dalle perdite d'avvolgimento effettive $mI^2 2l_S \varrho w/q_W$ e da quella nella piastra ausiliaria $2 \cdot 2p\tau\varrho(\Theta_a/2)^2 b_W h$. m è il numero di fasi e q_W la sezione del rame. Dall'uguaglianza delle due espressioni si ricava:

$$b_W = \frac{\tau}{l_S}\,\frac{q_W}{h}\,\frac{2mw\xi^2}{\pi^2 p}. \tag{11-65}$$

Infine alcune osservazioni sulle ipotesi fatte. La prima, riguardante l'andamento lineare del campo di dispersione dell'avvolgimento, non determina errori notevoli, mentre l'ipotesi che il campo abbia direzione normale all'avvolgimento e alla piastra di smorzamento può dare luogo a riserve. Infatti, le correnti parassite nella piastra di smorzamento reagiscono tendendo ad annullare il campo concatenato con essa. Quanto maggiore è la distanza tra avvolgimento e piastra, tanto più questo fenomeno risulta facilitato. In conseguenza di ciò nella piastra si formano correnti parassite di minore intensità, delle quali si può tener conto supponendo che il campo concatenato con la piastra sia di intensità minore. Si valuta che questa diminuzione sia compresa tra 1/3 e 2/3 del campo di dispersione totale.

Esempio numerico. L'altezza totale della matassa nella parte frontale sia 0,32 m, e l'altezza della piastra di smorzamento sia pure di 0,32 m. Con lunghezza dei collegamenti frontali $l_S = 2{,}21$ m, passo polare $\tau = 1{,}33$ m, sezione del rame $q_W = 15 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$, numero di spire $w = 8$, $\xi = 0{,}828$, numero di fasi $m = 3$ e numero di paia di poli $p = 2$, per la (11-65) si ottiene il seguente spessore fittizio:

$$b_W = \frac{1{,}33}{2{,}21} \cdot \frac{15 \cdot 10^{-4}}{0{,}32} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 0{,}828^2}{2\pi^2} = 0{,}0047\ \text{m}.$$

Il coefficiente della permeanza del sistema equivalente, per $\lambda_S = 0{,}28$ è [cfr. la (11-63)]:

$$\lambda_N = 0{,}28 \cdot \frac{2{,}21}{1{,}33} \cdot \frac{\pi^2}{6 \cdot 0{,}828^2} = 1{,}12\,.$$

Supponiamo che soltanto il 50% del campo di dispersione sia concatenato con la piastra di smorzamento ($k = 0{,}5$); per la (11-64) l'ampiezza di cava fittizia è:

$$b_N = \frac{0{,}32}{3 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}12} = 0{,}191\ \text{m}.$$

Se per la piastra di smorzamento, di rame, si sceglie uno spessore $b = 0{,}01$ m, per la (10-10) e la (10-61) si ottiene:

$$a = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 50 \cdot 10^{-7}}{0{,}191 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6}}} = 22{,}7\ \text{m}^{-1}, K_B = \frac{3}{2 \cdot 22{,}7 \cdot 0{,}32} = 0{,}207$$

La dispersione frontale diminuisce di $0,5 + 0,5 \cdot 0,227 = 0,613$ volte; considerando pure la dispersione diversa da quella frontale, che è circa il quadruplo di quest'ultima, la diminuzione è di:

$$\frac{0,613 + 4}{5} = 0,92 \text{ volte}.$$

In fig. 11-12 sono tracciate le perdite che si hanno nella piastra in funzione del suo spessore. Per $b = 0,01$ m tali perdite sono pari a circa 2,9 volte le perdite nella parte frontale dell'avvolgimento. Per una potenza di 33 MVA con $R_W = 0,0012\Omega$, $U = 5000$V e $I = 3800$A queste ultime sono:

$$V_S = 3 \cdot 3800^2 \cdot 0,0012 \cdot 1,2 \frac{2,21}{6,41} = 21.500 \text{ W}.$$

In tal modo le perdite nella piastra di smorzamento sono $21,5 \cdot 2,9 = 62,5$ kW. Le perdite addizionali nello spazio frontale della macchina in assenza di piastra di smorzamento rappresentano lo 0,5% circa della potenza apparente (33 MVA), cioè 165 kW. Supponendo che queste perdite siano ridotte solo della metà per effetto della piastra di smorzamento, si ottiene una perdita complessiva di $82,5 + 62,5 = 145$ kW.

11.5. Perdite prodotte in una piastra sottile dalle correnti parassite

Le perdite addizionali sono dovute spesso alla necessità di disporre in un campo alternativo una piastra conduttrice. Se tale piastra è tanto sottile che è possibile trascurare la reazione delle correnti parassite sul campo fondamentale, il calcolo delle perdite per correnti parassite è semplice. Se B è il valore massimo dell'induzione alternata sinusoidale, ϱ la resistività elettrica della piastra, per la densità di corrente vale la:

$$\varrho \partial S / \partial x = \partial B / \partial t = \omega B, \qquad (11\text{-}66)$$

da cui deriva:

$$S = \frac{\omega}{\varrho} \int B \, dx. \qquad (11\text{-}67)$$

Al fine di determinare la densità della corrente è necessario che sia nota la distribuzione locale della componente normale dell'induzione. Dalla condizione:

$$\int_{x_1}^{x_2} S \, dx = 0$$

si determina la costante di integrazione. Se con $b = x_1 - x_2$ si indica l'altezza della piastra, con Δ il suo spessore e con l la lunghezza, le perdite sono espresse dalla:

$$V = l \Delta \varrho \int_{x_1}^{x_2} S^2 dx = l b \Delta v_0 \varphi(x_1, x_2) \text{ W}. \qquad (11\text{-}68)$$

in cui $v_0 = b^2\omega^2B_0^2/\varrho \cdot \mathrm{W/m^3}$ sono le perdite specifiche per un'induzione B_0 e $\varphi(x_1, x_2)$ è una funzione dell'andamento locale dell'induzione. Ora si applicheranno la (11-67) e la (11-68) ad alcuni esempi pratici.

1) Se si assume una induzione costante in ogni punto $B = B_0 =$ $=$ cost. si ottiene:

$$S = \frac{\omega B_0}{\varrho}\left(x - \frac{b}{2}\right) \qquad \varphi(x_1, x_2) = {}^1/_{12} = 0{,}0833\,. \qquad \begin{matrix}(11\text{-}69)\\(11\text{-}70)\end{matrix}$$

2) Supponendo che l'induzione $B = B_0\, x/b$ aumenti con legge lineare con x si ha:

$$S = \frac{\omega B_0}{b\varrho}\left(\frac{x^2}{2} - \frac{b^2}{6}\right) \qquad \varphi(x_1, x_2) = {}^1/_{45} = 0{,}0222\,. \qquad \begin{matrix}(11\text{-}71),\\(11\text{-}72)\end{matrix}$$

3) Se infine l'andamento dell'induzione nella parte frontale è dato dalla (4-90):

$$B = B_L\delta/\pi x = B_0 x_1/x$$

si ottiene:

$$S = \frac{\omega B_0 x_1}{\varrho}\left[\ln x + 1 + \frac{x_2 \ln x_2 - x_1 \ln x_1}{x_2 - x_1}\right] \tag{11-73}$$

è

$$\varphi(x_1, x_2) = \left(\frac{x_1}{b}\right)^2\left[1 - \frac{x_1\, x_2}{b^2}\cdot\left(\ln\frac{x_2}{x_1}\right)^2\right]. \tag{11-74}$$

Per

$$\frac{x_2}{x_1} = 3$$

è

$$\varphi(x_1, x_2) = 0{,}0106.$$

Le (11-69), (11-70), (11-71), (11-72), (11-73) e (11-74) danno le perdite in Watt per una piastra di altezza b e di lunghezza l. Si suppone che l'induzione in direzione della lunghezza sia costante. Per larghezza maggiore la piastra può essere sottoposta al campo di più poli. L'induzione in questa direzione varierà allora sinusoidalmente e il valore medio delle perdite diminuirà fino a raggiungere un valore pari alla metà delle perdite massime che si hanno per un'induzione B.

Se l'induzione varia con legge cosinusoidale, se cioè è $B = B_0 \cos \nu x$, la densità di corrente è espressa dalla:

$$S = \frac{\omega B_0}{\nu\varrho}\left[\operatorname{sen} \nu x_2 + \frac{\cos \nu x_2 - \cos \nu x_1}{\nu(x_2 - x_1)}\right]. \tag{11-75}$$

Alcuni valori di x_1 e x_2 hanno particolare interesse. Se la piastra è molto larga, si può fare l'ipotesi che la larghezza sia pari ad un numero intero

di passi polari e si può quindi porre $\nu x_1 = 0$ e $\nu x_2 = 2\pi$. Si ottiene allora:

$$S = \frac{\omega B_0 b}{2\pi\varrho} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{b} \qquad \varphi(x_1, x_2) = \frac{1}{8\pi^2} = 0{,}0126\,. \qquad (11\text{-}76), (11\text{-}77)$$

Per il caso in cui l'induzione varia lungo x secondo 1/4 di periodo, cioè per $\nu x_1 = 0$ e $\nu x_2 = \pi/4$, si ha:

$$S = \frac{2\omega B_0 b}{\pi\varrho}\left(\operatorname{sen}\frac{\pi x}{2b} - \frac{2}{\pi}\right), \qquad \varphi(x_1, x_2) = \frac{2}{\pi^2}\left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right) = 0{,}038\,. \qquad (11\text{-}78), (11\text{-}79)$$

11.6. Perdite addizionali totali nelle macchine sincrone a poli salienti

Il calcolo delle perdite addizionali che si determinano nelle macchine sincrone ha una grande importanza pratica, perchè queste macchine generalmente si costruiscono per potenze elevate. Tali perdite vengono misurate mediante la prova in corto circuito e sono proporzionali al quadrato della corrente. Esse si determinano tanto nello statore quanto nel rotore e sono costituite per la massima parte da perdite superficiali e in parte minore da perdite per pulsazione. Tali perdite sono dovute nello statore, all'azione del campo principale sulle diverse parti massicce e, nel rotore, a quella dei campi superiori, poichè il campo principale rispetto al rotore è immobile.

Essendo assai difficile calcolare le perdite addizionali nello statore, si cerca di esprimere tali perdite mediante le leggi dalle quali esse dipendono, per confrontarle poi con le perdite misurate. La corrente nei collegamenti frontali è proporzionale al prodotto $A\tau$, le dimensioni della cappa dell'avvolgimento e delle vie in aria del flusso magnetico sono proporzionali al passo polare τ. Di conseguenza l'induzione nella parte frontale è circa $B \sim A\tau/\tau \sim A$, cioè proporzionale alla densità lineare di corrente. Le superfici del ferro sulle quali si determinano le perdite sono proporzionali al prodotto della lunghezza della cappa per il diametro al traferro, cioè $O \sim \pi D\tau \sim p\tau^2$. Se inoltre si considera che le perdite superficiali sono proporzionali alla frequenza elevata alla potenza 1,5, la perdita addizionale nello statore è espressa dalla:

$$V_1 = C_1 f^{1,5} A^2 \tau^2 p. \qquad (11\text{-}80)$$

in cui la costante C_1 è per ora indeterminata.

Le perdite superficiali nel rotore, determinate dai campi superiori statorici, vengono calcolate applicando la (4-151), tenuto conto della frequenza, del numero di poli e del passo polare dei campi superiori. Si ha quindi:

$$p_\nu = \nu p, \quad \tau_\nu = \tau/\nu, \qquad v_\nu \approx v_1 \quad \text{e} \quad f_\nu = f_1(\nu \pm 1) \approx \nu f_1.$$

Inoltre, per $\tau < 0{,}7$ m e $\nu > 5$, è possibile porre il fattore $\chi = 1$. L'ampiezza dell'armonica di induzione è espressa dalla:

$$B_\nu = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{\nu \pi \delta / \tau} \xi_\nu \zeta_{N\nu} k_{\delta\nu} A, \tag{11-81}$$

in cui $\zeta_{N\nu}$ è il fattore di apertura di cava [cfr. la (4-181)], $k_{\delta\nu}$ il fattore del traferro [cfr. la (4-85)] e ξ_ν il fattore di avvolgimento [cfr. la (4-189)]. Se si considera che le espansioni polari costituiscono circa i 2/3 della superficie interna rotorica, le perdite superficiali del rotore sono:

$$V_2 = 2{,}15 \cdot 10^{10} \cdot p\tau^3 l(\tau/\delta)^2 A^2 \frac{f^{1,5}}{\sqrt{\varrho_{Fe}\mu_r}} \sum_{\nu=5}^{\infty} \frac{\xi^2_\nu \zeta^2_{N\nu} k^2_{\delta\nu}}{\nu^{2,5}}. \tag{11-82}$$

La sommatoria dipende principalmente dal rapporto fra apertura di cava e passo dei denti (fattore $\zeta_{N\nu}$), dal numero di cave per polo e per fase (q) e anche, in parte, dal rapporto tra lunghezza del traferro e passo polare (fattore $k_{\delta\nu}$). Quest'ultima grandezza però ha un'importanza abbastanza secondaria, tanto che si può porre $\delta/\tau = 0{,}02$ cost. Analogamente, nella maggioranza dei casi è $S/\tau_z \approx 0{,}3$ e quindi la sommatoria diventa una funzione del numero di cave per polo e per fase (q). Se si confrontano i valori calcolati con quelli misurati — cosa che l'autore ha fatto su centinaia di macchine — si trova che le perdite rotoriche misurate sono circa il doppio di quelle calcolate. Tuttavia, la dipendenza delle perdite dal numero q ha uguale andamento in entrambi i casi. Nel rotore compaiono dunque anche altre perdite che, avendo lo stesso comportamento di quelle superficiali, vengono misurate assieme a queste. Le perdite rotoriche dipendono inoltre dal raccorciamento del passo dell'avvolgimento, di cui si può tener conto mediante il fattore $\varkappa$. Le perdite addizionali totali della macchina sono:

$$V_{add} = V_1 + V_2 = p\left(\frac{f}{50}\right)^{1,5}\left(\frac{\tau A}{100}\right)^2\left[K_1 + K_2\left(\frac{\tau}{100\delta}\right)^2 \tau l \varkappa \varphi(q)\right]. \tag{11-83}$$

Non si procederà in questa sede al calcolo delle costanti K_1, K_2 e delle funzioni $\varkappa(W/\tau)$ e $\varphi(q)$, ma si utilizzeranno i risultati di misure. L'espressione entro parentesi quadra comprende un termine indipendente dalla lunghezza della macchina e un termine proporzionale ad essa. È possibile quindi separare tali termini e determinare la costante K_1 e la funzione $K_2\,\psi\,(q,\, W/\tau)$. Benchè i dati risultanti dalle misure siano soggetti ad una elevata dispersione, sono stati tuttavia determinati dei valori medi. Il 75% delle macchine a poli massicci senza avvolgimento smorzatore e il 70% circa delle macchine a poli laminati con avvolgimento smorzatore hanno dato differenze del $\pm$ 20% dai valori medi. La cattiva concordanza per queste ultime macchine si spiega in base alle diversità di costruzione dell'avvolgimento smorzatore.

I dati risultanti dalle misurazioni sono i seguenti:

avvolgimenti a due piani	$K_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-2}\,\Omega\text{sec}^{1,5}$
avvolgimenti a due strati	$1{,}6 \cdot 10^{-2}\,\Omega\text{sec}^{1,5}$

poli massicci senza raccorciamento del passo ($\varkappa = 1$)		poli laminati con avvolgimento smorzatore e $W \approx 5/6\tau$
$q = 2$	$K_2\varphi(q) = 2{,}34\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$	$\varkappa K_2\varphi(q) = 0{,}60\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$
3	$1{,}14\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$	$0{,}42\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$
4	$0{,}82\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$	$0{,}34\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$
5	$0{,}68\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$	$0{,}28\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$
7	$0{,}62\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-3}$	$0{,}26\,\Omega\,\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$

Per ricavare questi dati si è supposto $\varrho_{Fe} = 0{,}1 \cdot 10^{-6}\,\Omega\text{m}$ e $\mu_r = 3000$. Benchè in teoria gli avvolgimenti a numero frazionario di fori debbano dare per la funzione $K_2\varphi(q)$ valori diversi da quelli forniti dagli avvolgimenti a numero intero di fori, i valori di $K_2\varphi(q)$ ottenuti per avvolgimenti a numero frazionario di fori erano compresi tra i valori più prossimi a quelli relativi agli avvolgimenti a numero intero di fori. Per tale ragione si possono utilizzare i valori sopra riportati per la interpolazione.

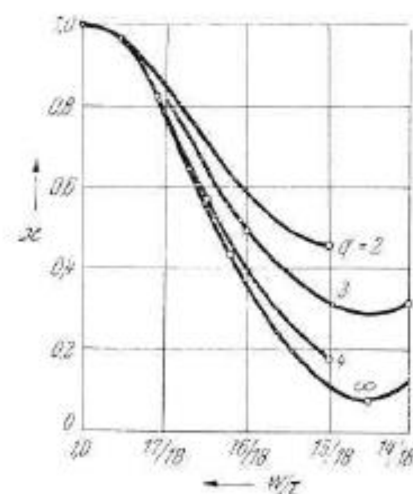


Fig. 11-13. - Influenza del raccorciamento del passo sulle perdite addizionali nel rotore di una macchina sincrona.

L'influenza esercitata dal raccorciamento del passo ($\varkappa$) è rappresentata in fig. 11-13 mediante curve tracciate utilizzando i valori calcolati, i quali coincidono con buona approssimazione con quelli misurati. Soltanto nel caso di passo d'avvolgimento $W = 5/6\tau$, in corrispondenza del quale assume quasi il suo valore minimo, si sono misurati valori di $\varkappa$ maggiori di quelli calcolati. È quindi consigliabile aumentare i valori calcolati minimi di $\varkappa$ dal 20% al 100%. L'aumento minimo vale per piccoli valori di q, il massimo per valori maggiori. La ragione di ciò è imputabile ai campi superiori dei quali il nostro calcolo non tien conto e che dipendono solo in misura ridotta dal raccorciamento del passo.

Nei turbogeneratori ($p = 1$), a causa della diversa posizione delle cappe rotoriche e statoriche, i valori misurati sono soggetti ad una dispersione ancora maggiore di quella che si ha per le macchine a poli salienti. In questa sede è possibile dare solo valori di orientamento e precisamente:

$$K_1 \approx 2 \div 4 \cdot 10^{-2}\Omega\text{sec}^{1,5} \quad \text{e} \quad xK_2 \approx 0{,}03 \div 0{,}008\Omega\text{sec}^{1,5}\,\text{m}^{-2}$$

11.7. Perdite addizionali nelle macchine asincrone

Circa 40 anni fa si era già notato che nelle macchine asincrone, oltre alle *perdite calcolabili e misurabili, si determinano altre perdite di origine*

sconosciuta. Tali perdite furono chiamate appunto addizionali. Sulla base di misure si trovò che la loro grandezza rappresentava circa lo 0,5% della potenza nominale e questo valore fu adottato anche dalle R.E.M. per la determinazione del rendimento. Poichè è impossibile determinare le perdite addizionali mediante le solite prove di funzionamento a vuoto e in corto circuito e poichè è necessario ricorrere a misure particolarmente accurate, nelle prove tecniche si rinunciò alla loro determinazione, assumendo per tutte le macchine il valore, già citato, dello 0,5%. Allora si pensava che le perdite risiedessero in diverse parti massicce, come piastre prementi, cappe, ecc.

Nel corso degli anni lo sfruttamento delle macchine è aumentato e con esso anche le perdite addizionali. Le misure compiute circa 15 anni fa fornivano valori compresi fra l'1 e il 5% della potenza nominale. La loro presenza era denunciata tanto dalla diminuzione del rendimento quanto dall'aumento del riscaldamento. Fu soprattutto il riscaldamento che determinò direttamente uno studio più approfondito delle perdite addizionali. Particolarmente sensibili ad esse sono i motori chiusi a raffreddamento esterno. Si trovò inoltre che i motori chiusi in corto circuito hanno perdite addizionali particolarmente alte. Mentre nei motori asincroni con rotore avvolto tali perdite ammontano in media allo 0,5%, per i motori chiusi in corto circuito esse sono comprese in media tra l'1% e il 2% e in casi particolarmente sfavorevoli possono raggiungere il 5% della potenza nominale. Mediante misure si constatò che la sede principale delle perdite addizionali è la gabbia di indotto e quindi si cominciò a studiare dettagliatamente i diversi fenomeni collaterali tipici di questo avvolgimento.

In base alle teorie più recenti le correnti addizionali sono imputabili ai campi superiori e alle correnti da essi indotte. Si riconobbe assai presto che le perdite addizionali sono proporzionali al quadrato della corrente. Riportandole in funzione del quadrato della corrente o in un diagramma semilogaritmico si ottiene una retta. Il valore zero delle perdite si ha in corrispondenza della corrente di magnetizzazione, poichè le perdite addizionali determinate dalla corrente di magnetizzazione sono già comprese nelle perdite in funzionamento a vuoto. Per tale ragione le rette che esprimono le perdite misurate per collegamento a stella o a triangolo sono parallele fra di loro e spostate di un segmento $(I_{\mu\Delta} - I_{\mu Y})$ misurato sull'asse delle ascisse. La loro dipendenza dalla tensione è invece irrilevante.

Da tutte le prove condotte sulle perdite addizionali risulta evidente che il riscaldamento dell'avvolgimento statorico dipende strettamente da esse. Un abbassamento di per sè lieve delle perdite addizionali ottenuto mediante una diminuzione del numero di cave o mediante l'isolamento delle barre dal pacco di lamierini fa diminuire sensibilmente il riscaldamento dell'avvolgimento. Tale fenomeno si può spiegare nel modo seguente: le perdite addizionali sono costituite da due termini, uno dei quali risente assai poco degli accorgimenti indicati, mentre l'altro dipende strettamente da essi. Il primo tipo di perdite ha sede nelle parti della macchina lontane dall'avvolgimento statorico, il secondo nelle immediate vicinanze

di esso. L'ipotesi che la gabbia stessa sia sede di questa parte delle perdite addizionali coincide con tali osservazioni.

La possibilità di diminuire le perdite addizionali isolando le barre e quindi di abbassare il riscaldamento dell'avvolgimento ha indotto molti costruttori di macchine a costruire i loro motori con barre isolate. In tal modo il motore asincrono con indotto in corto circuito viene a perdere i suoi principali vantaggi.

Altre fabbriche costruiscono i motori asincroni con indotto in corto circuito senza isolamento. Le perdite addizionali vengono più o meno ridotte adottando un numero inferiore di cave, di una sede fissa delle barre nelle cave o una densità lineare di corrente più bassa. Per diminuire il riscaldamento dell'avvolgimento statorico dovuto alle perdite addizionali, si aumentano le dimensioni della macchina, si rende più efficiente il raffreddamento e si allontana ulteriormente l'avvolgimento a gabbia da quello statorico, spostando cioè la gabbia verso l'interno del rotore.

La maggior parte dei motori costruiti fino ad ora, pur non essendo provvista di isolamento delle barre, ha dato buoni risultati. Motori con perdite addizionali elevate o con coppie addizionali, che ostacolano l'avviamento, sono rari. Oggi non è ancora possibile dire se l'isolamento rappresenti veramente un notevole miglioramento.

A V. Rossmaier è dovuto uno studio di fondamentale importanza sulla comparsa di correnti addizionali tra le barre sul pacco di lamierini o, come diremo nel seguito, sulla comparsa di correnti trasversali. Tuttavia, i risultati ai quali egli è pervenuto, ad esempio in relazione agli effetti del raccorciamento del passo dell'avvolgimento statorico, non coincidono con quelli derivanti da osservazioni pratiche. Inoltre è interessante il fatto che più tardi tale autore ha mutato [10.7] la sua prima opinione riguardo all'isolamento delle barre e che per macchine grandi e veloci consigliò l'isolamento a mezzo di ossido di alluminio. Nel suo ultimo studio tuttavia mancano i dati numerici, che sono invece assai importanti per i grandi motori.

Soprattutto nel caso di tali motori la misura delle correnti e delle perdite addizionali è veramente difficile. Fino ad oggi si è utilizzato l'unico procedimento della rotazione del motore in senso inverso al campo.

Si indichi con $I_{S\nu}$ la corrente di barra (A) e con $I_{q\nu}$ la corrente trasversale (A/m) tra due barre vicine, indotta dal campo statorico di ordine ν. Si indichi inoltre con:

$$Z_{l\nu} = R_{S\nu} + j\,(X_{2\sigma\nu} + X_{2h\nu})\, f_\nu/f_1 \tag{11-84}$$

l'impedenza longitudinale della barra, con:

$$Z_{q\nu} = \frac{Z_q}{(2 \operatorname{sen} \nu\, \alpha/2)^2} \tag{11-85}$$

l'impedenza trasversale (Z_q impedenza fra due barre vicine) e con:

$$R_{R\nu} = \frac{R_R}{(2 \operatorname{sen} \nu\, \alpha/2)^2} \tag{11-86}$$

la resistenza dell'anello [cfr. la (9-9)]. La corrente di barra e la corrente trasversale variano lungo l'asse della macchina, assumendo valori simmetrici rispetto al punto medio di ogni barra. Questo punto viene indicato con $x = 0$.

Nel caso di barra non inclinata, applicando la formula abbreviata $\varkappa = Z_{1\nu}/Z_{q\nu}$, per le due correnti nel punto generico x si ottiene:

$$I_{S\nu} = \frac{I'_{1\nu} \cdot X_{2h\nu} \cdot f_\nu/f_1}{Z_{l\nu}} \left[1 - \frac{R_{R\nu} \cosh \sqrt{\varkappa}\, x/l}{Z_{q\nu} \sqrt{\varkappa} \operatorname{senh} \sqrt{\varkappa}/2 + R_{R\nu} \cosh \sqrt{\varkappa}/2}\right] \tag{11-87}$$

e

$$I_{q\nu} = \frac{I'_{1\nu} \cdot X_{2h\nu} f_\nu/f_1}{2l Z_{l\nu} \operatorname{sen} \nu\, \alpha/2} \; \frac{R_{R\nu} \sqrt{\varkappa} \operatorname{senh} \sqrt{\varkappa}\, x/l}{Z_{q\nu} \sqrt{\varkappa} \operatorname{senh} \sqrt{\varkappa}/2 + R_{R\nu} \cosh \sqrt{\varkappa}/2}, \tag{11-88}$$

in cui $I'_{1\nu}$ è la corrente statorica ridotta al rotore [vedi la (5-23)]. Mentre la corrente di barra diminuisce all'aumentare della distanza dal centro del pacco di lamierini, la corrente trasversale aumenta. La corrente di barra risultante dalla (11-87) può essere espressa come somma di due componenti, una indipendente dalla distanza x, l'altra crescente all'aumentare di x. Chiameremo quest'ultima corrente addizionale, poichè essa esiste solo in mancanza di isolamento delle barre. Per $R_{R\nu} = 0$ e per $Z_{q\nu} = \infty$ la corrente addizionale nelle barre e la corrente trasversale scompaiono. A questo proposito è bene tener presente che il caso $Z_{q\nu} = \infty$ non si ha solo quando le barre sono isolate, ma anche in corrispondenza di determinate armoniche superiori (per $\nu = N_2/p$ o un suo multiplo). Per queste armoniche superiori è poi $\xi_{1\nu} = 0$ e quindi $I_{S\nu} = I_{q\nu} = 0$.

La corrente trasversale al centro del pacco di lamierini ($x = 0$) è sempre uguale a zero e ha diversa direzione da parte opposta rispetto all'origine. In fig. 11-14 è rappresentata la corrente trasversale in funzione di x per $R_{R\nu} = 1$, $Z_{1\nu} = 10$ e $Z_{q\nu} = 0{,}1$, 1 e 10. All'estremità del pacco $x = \pm\, l/2$ la intensità della corrente è funzione dell'impedenza trasversale $Z_{q\nu}$. Per $Z_{q\nu} = \infty$ (avvolgimento isolato) la corrente trasversale è $I_{q\nu} = 0$, per $Z_{q\nu} = 0$ è $I_{q\nu} = \infty$. In questi due casi la corrente trasversale è rappresentata da due rette, delle quali l'una coincide con l'asse delle ascisse da $x = 0$ a $x = \pm l/2$ e l'altra, per $x = \pm l/2$ tende all'infinito ($I_{q\nu} = \infty$).

Per $Z_{q\nu} = \infty$ la corrente di barra lungo tutto il pacco resta immutata e cioè:

$$I_{S\nu} = -\frac{j X_{2h\nu} I'_{1\nu} f_\nu/f_1}{Z_{l\nu} + 2R_{R\nu}}. \tag{11-89}$$

Per semplicità, le curve tracciate in fig. 11-14 si riferiscono a valori reali di $Z_{l\nu}$ e $Z_{q\nu}$; esse mantengono tuttavia la loro forma anche per valori complessi dell'impedenza $Z_{l\nu}$ e $Z_{q\nu}$.

Mentre è relativamente semplice calcolare l'impedenza $Z_{l\nu}$, il valore delle impedenze trasversali $Z_{q\nu}$ è ignoto. A tutt'oggi mancano infatti misure dalle quali si possa dedurre tale valore. I dati pubblicati per misure in corrente continua e rotore ultimato danno naturalmente solo la resistenza, ma non la reattanza.

Fig. 11-14. - Corrente trasversale lungo il rotore per barre non inclinate e valori diversi dell'impedenza trasversale.

Per barra inclinata le espressioni generali sono assai complesse e confuse; per tale ragione in questa sede si considererà soltanto un caso limite, assai prossimo tuttavia alla maggioranza dei casi che si presentano nella pratica, e precisamente il caso di $R_{R\nu} = 0$. Se con $\beta = \operatorname{arc\,tg} b/l$ si indica l'angolo di inclinazione, si ottiene la seguente corrente nel centro del pacco di lamierini ($x = 0$):

$$I_{S\nu} = -\frac{jX_{2h\nu}I'_{1\nu}f_\nu/f_1}{Z_{l\nu} + (\beta l)^2 Z_{q\nu}} \cdot \left[1 - \frac{\nu\beta l \operatorname{sen} \nu\beta l/2}{\sqrt{x}\operatorname{senh}\sqrt{x}/2}\right] \qquad (11\text{-}90)$$

Isolando le barre ($Z_{q\nu} = \infty$), la corrente di barra è costante in ogni punto tra $-l/2$ e $+ l/2$ e uguale a quella che si ha per $x = 0$ precisamente:

$$I_{S\nu} = -\frac{jX_{2h\nu}I'_{1\nu}f_\nu/f_1}{Z_{l\nu}} \frac{2 \operatorname{sen} \nu\beta l/2}{\nu\beta l}. \qquad (11\text{-}91)$$

Per $Z_{q\nu} = 0$ la corrente di barra al centro del pacco di lamierini è:

$$I_{S\nu} = -\frac{jX_{2h\nu}I'_{1\nu}f_\nu/f_1}{Z_{l\nu}}. \qquad (11\text{-}92)$$

È possibile dimostrare molto facilmente che il valore assoluto della corrente di barra per $Z_{q\nu} = 0$ non dipende da x [11.6]. Solo la fase della corrente varia al variare della distanza dal centro del pacco.

Nel caso di cave isolate ($Z_{q\nu} = \infty$) la corrente trasversale è sempre uguale a zero. Anche per $Z_{q\nu} = 0$ la corrente trasversale in corrispondenza delle estremità del pacco di lamierini ($x = \pm l/2$) è uguale a zero, ma al centro del pacco è:

$$I_{q\nu} = \frac{jX_{2h\nu}I'_{1\nu}f_\nu/f_1}{Z_{l\nu} + (\beta l)^2 Z_{q\nu}} \frac{\nu\,\beta}{\operatorname{sen} \nu\,\beta/2} \qquad (11\text{-}93)$$

cioè direttamente proporzionale alla inclinazione delle cave. Inoltre il suo valore assoluto lungo tutto il pacco resta immutato, esattamente come

per la corrente di barra. Solo la fase della corrente trasversale varia con la distanza x dal centro del pacco. Alle estremità il valore della corrente cala rapidamente a zero. In fig. 11-15 sono tracciate le curve della corrente trasversale per valori dell'impedenza trasversale Z_{qv} diversi da 0 ed ∞ (cioè per diversi valori del rapporto $\varkappa$). Contrariamente a quanto avviene per le curve tracciate in fig. 11-14 ($\beta = 0$), in questo caso la corrente trasversale al centro del pacco di lamierini non è nulla, ma raggiunge quasi il suo valore massimo [11.6].

Nonostante la loro grande importanza pratica per barre inclinate e non isolate, non è possibile calcolare le perdite addizionali a causa dell'insufficiente conoscenza dell'impedenza trasversale. È vero che nel caso di gabbia isolata si possono calcolare teoricamente le perdite addizionali, ma i valori calcolati si discostano piuttosto sensibilmente da quelli misurati. Probabilmente le correnti addizionali I_{2v} calcolate sono troppo piccole. Esiste un valore della resistenza trasversale per il quale le perdite raggiungono il valore massimo, dato che esse variano con la resistenza in modo analogo alla potenza di una macchina asincrona [11.10]. La mancanza di dati relativi alla resistenza e alla reattanza trasversali non permette però di raggiungere alcuna conclusione pratica.

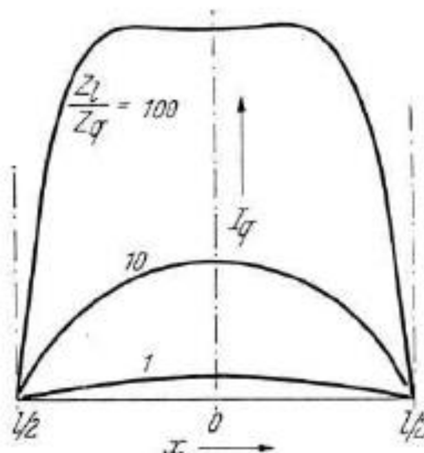


Fig. 11-15. - Corrente trasversale lungo il rotore per barre inclinate ($R_R/Z_1 = 0{,}1$).

Per diminuire le perdite addizionali causate dalle armoniche superiori di cava, è necessario che il numero di cave rotoriche sia il più possibile prossimo al numero di cave statoriche. Tuttavia, per evitare vibrazioni e diminuire i momenti sincroni, esse debbono differire di un certo numero. È meglio assumere per il rotore un numero minore di cave. Per cave inclinate è consigliabile abbassare la resistenza in direzione trasversale. Tale resistenza è costituita dalla resistenza di contatto tra barre e ferro e di quella derivante dalle perdite dovute alle correnti parassite nei lamierini. La prima può essere ridotta notevolmente dando alle barre una sede fissa. Un'altra possibilità di diminuire la corrente trasversale è costituita dall'aumento dell'impedenza longitudinale, ad esempio dallo spostamento delle barre verso l'interno del rotore (aumento della conduttanza λ_4).

11.8. Perdite addizionali nelle macchine a collettore

Le perdite addizionali nell'avvolgimento di indotto delle macchine a corrente continua sono determinate dall'addensamento di corrente e dalle correnti addizionali che si determinano durante la commutazione. Se quest'ultima non è lineare, nelle matasse in commutazione vengono in-

dotte f.e.m. e quindi circolano correnti addizionali che non hanno alcuna utilità e causano solo perdite. Perdite addizionali minori compaiono per effetto della deformazione e della pulsazione del campo in seguito alla reazione di armatura. Nelle macchine a corrente continua le perdite addizionali hanno un'importanza secondaria e vengono calcolate solo raramente. Le misure eseguite dall'autore su piccole macchine a corrente continua senza avvolgimento di compensazione hanno confermato che il valore dell'1% stabilito dalla potenza nominale dalle R.E.M. per queste perdite non viene superato. Per macchine fornite di avvolgimento di compensazione le R.E.M. danno solo un valore dello 0,5%.

Le perdite addizionali che si determinano nelle macchine con collettore a corrente alternata sono ancora meno note. Generalmente questo tipo di macchine non è molto sollecitato e, come l'autore stesso ha rilevato, le perdite addizionali che compaiono soprattutto nelle matasse di commutazione non superano l'1% della potenza nominale.

12. PERDITE, RENDIMENTO E FATTORE DI POTENZA

Il rendimento di una macchina indica quanta parte dell'energia fornita in un certo tempo può essere utilizzata. La rimanente parte si trasforma *in calore per effetto delle perdite. Il fattore di potenza di un motore* a corrente alternata dà una indicazione della potenza apparente di generatore di cui bisogna disporre per utilizzare una certa potenza attiva. Se si tratta di un generatore a corrente alternata il fattore di potenza indica quale parte della potenza apparente della macchina viene utilizzata nel circuito alimentato dal generatore. La potenza reattiva, la potenza cioè che non viene utilizzata, dà luogo ad una perdita per effetto della circolazione della corrispondente corrente.

Le perdite nel ferro, quelle negli avvolgimenti e le perdite addizionali sono state trattate diffusamente nei capitoli 7, 9, 10 e 11. Considereremo ora le perdite meccaniche e quelle nelle spazzole.

12.1. Perdite meccaniche

Per perdite meccaniche si intendono le perdite per attrito nei supporti, al contatto delle spazzole e per ventilazione. Per determinare le perdite per ventilazione (attrito con l'aria), che sono le più elevate, ci si serve generalmente di una formula sperimentale, alla quale si è giunti nel seguente modo. Le perdite per ventilazione sono proporzionali alla velocità del rotore (v_a m/sec) e alla superficie d'attrito. La superficie del rotore è πDl (m²), in cui D è il diametro rotorico, (m) ed l la lunghezza del ferro (m). Inoltre bisogna considerare pure i collegamenti frontali dell'avvolgimento. *La loro superficie è espressa da* $2\pi D_w l_w$ (m²), in cui D_w rappre-

senta il diametro ed l_w la lunghezza di tali collegamenti. Con $D_w \approx 0{,}8\, D$, $l_w \approx 0{,}6\, \tau$, $v_w \approx 0{,}8\, v_a$ e con il coefficiente di attrito C si ottiene la seguente espressione per le perdite per attrito con l'aria:

$$V_m \approx V_L \approx (\pi D l v_a + 2\pi D_w l_w v_w)\, C \approx C_0 D\,(l + 0{,}6\tau)\, v_a^2 \text{ W}. \quad (12\text{-}1)$$

L'esperienza dimostra che per macchine di piccola e media grandezza autoventilate è $C_0 \approx 10$ e per macchine a raffreddamento esterno è $C_0 \approx$ $\approx 15 \dfrac{\text{W}s^2}{\text{m}^4}$. Poichè le perdite per attrito nei supporti e nelle spazzole sono piccole in confronto a quelle che si hanno per attrito con l'aria, praticamente la (12-1) serve a determinare la somma di tutte le perdite meccaniche. La (12-1) vale solo, secondo l'esperienza, per normale funzionamento e non può essere utilizzata per il calcolo delle perdite per attrito con l'aria quando il numero di giri si discosta da quello nominale (ad es. per macchine con controllo della velocità). Le perdite per ventilazione sono infatti proporzionali al numero di giri elevato al cubo. Le perdite nei supporti sono difficili a determinarsi e non è quindi necessario indicarne il calcolo nel presente studio. Per macchine grandi è $C_0 \approx 8$ [2.11], per macchine a turbina con raffreddamento in aria è $C_0 \approx 5$, con raffreddamento in idrogeno è $C_0 < 3$. Per macchine molto grandi, tuttavia, ogni costruttore si serve di propri dati, tratti dall'esperienza. Il calcolo delle perdite per attrito al contatto delle spazzole è invece abbastanza semplice. Se si indica con F la superficie delle spazzole, con p la pressione sulla superficie di appoggio, con μ il coefficiente di attrito e con v_S la velocità periferica degli anelli di scorrimento, si ottiene la seguente espressione:

$$V_{BF} = \mu p F v_S \text{ W}. \quad (12\text{-}2)$$

Con $p = 17.600\ N/\text{m}^2$ e $\mu = 0{,}15$ si ha:

$$V_{BF} = 2650 F v_S. \quad (12\text{-}3)$$

Le macchine dotate di volano hanno perdite meccaniche superiori. Si tratta di decidere se tali perdite addizionali debbono essere considerate tra quelle della macchina o meno.

In pratica la coppia di attrito nei supporti e alle spazzole dipende solo scarsamente dalla velocità e quindi si può ammettere che per una velocità n le perdite meccaniche siano νV_m, in cui $\nu = n/n_N$ rappresenta il rapporto del numero di giri e V_m le perdite meccaniche per velocità nominale. La coppia di attrito con l'aria è proporzionale al quadrato della velocità; per una velocità n le perdite per attrito con l'aria saranno $\nu^3 V_L$. Le perdite meccaniche totali dipendono dal rapporto del numero di giri ν elevato ad una potenza compresa tra 2 e 3. Se la ventilazione avviene mediante un ventilatore separato e azionato da un motore ausiliario, tale condizione di dipendenza è molto meno stretta. In questo caso si hanno sempre perdite per attrito con l'aria, ma la soppressione del ventilatore incorporato le rende considerevolmente minori.

12.2. Perdite nelle spazzole

Le spazzole delle macchine elettriche hanno due scopi molto importanti: in primo luogo consentono il collegamento con gli avvolgimenti rotanti e, nelle macchine a collettore, la commutazione, per la quale le caratteristiche elettriche delle spazzole sono determinanti.

La caduta di tensione nelle spazzole è molto piccola e può quindi essere trascurata. La resistenza di contatto tra la spazzola e il collettore è invece elevata e dipende da diversi fattori, come ad esempio il materiale con cui sono costruite le spazzole, la densità di corrente, la natura e lo stato delle superfici in contatto, ecc. Per spazzola ferma rispetto al collettore, la resistenza di contatto è indipendente dalla corrente. La caduta di tensione al contatto aumenta linearmente con la densità di corrente, come risulta evidente dalla fig. 12-1 (retta 1). La resistenza varia al variare della temperatura e della pressione, e precisamente diminuisce all'aumentare di esse. Nel caso di densità di corrente molto elevate è possibile notare una diminuzione della resistenza di contatto, dovuta al riscaldamento della superficie di contatto. Tutti questi fenomeni si spiegano se si considera che il passaggio di corrente non ha luogo attraverso l'intera superficie di contatto ma solo in alcuni punti. Temperatura e pressione aumentano appunto il numero di tali punti di contatto.

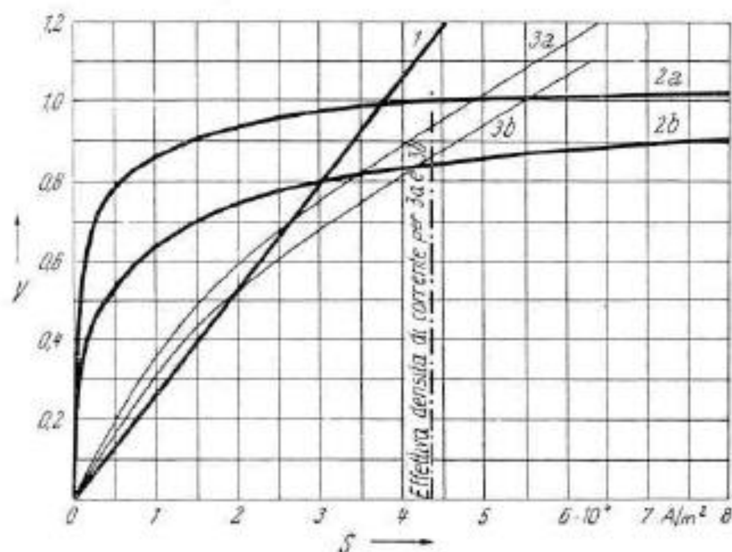


Fig. 12-1. - Caduta di tensione al contatto delle spazzole in funzione della densità di corrente. 1, stato di quiete, corrente costante; 2, movimento, corrente costante; 3, movimento, corrente alternata; *a*) senso della corrente metallo-carbone, *b*) carbone-metallo.

Il comportamento della resistenza di contatto muta radicalmente se tra le spazzole ed il collettore ha luogo un movimento reciproco; in tal caso la caduta di tensione al contatto per densità di corrente poco elevate diventa notevolmente maggiore di quella che si ha in condizioni statiche. Essa aumenta sempre meno all'aumentare della densità di corrente e, per valori elevati di questa, resta quasi costante. Inoltre, la caduta di tensione nel senso metallo-carbone (spazzola catodica) è un poco maggiore di quella che si ha nella direzione carbone-metallo (spazzola anodica), come risulta dalle curve $2a$ e $2b$ di fig. 12-1.

L'aumento della resistenza di contatto per motore in movimento e per densità di corrente poco elevate si spiega con la diminuzione del nu-

mero dei punti di contatto in confronto a quello che si ha in condizioni di motore fermo. Tuttavia il comportamento della resistenza di contatto dipende anche da altri fattori [12.2]. Il passaggio di corrente attraverso la superficie di contatto della spazzola avviene su numerosi, piccolissimi punti di contatto dello strato superficiale del collettore costituito principalmente da ossido di rame. La superficie di contatto effettiva costituisce solo una piccola parte dell'intera superficie di contatto della spazzola. L'ossido di rame ha un elevato coefficiente termico negativo, per cui si spiegano le ragioni dell'aumento non elevato della caduta di tensione di contatto con il carico. Inoltre lo strato superficiale di ossido e il rame sottostante costituiscono praticamente un raddrizzatore, così che la resistenza dipende dal senso della corrente. In tal modo si spiega perchè la caduta di tensione al contatto della spazzola catodica è maggiore di quella della spazzola anodica. Basandosi su tale teoria Schröter [12.5] riuscì a calcolare la tensione di contatto per ambedue i tipi di spazzola.

Infine la dipendenza della resistenza di contatto dalla densità di corrente è legata al riscaldamento. Per variazione repentina della corrente ci si può attendere quindi una dipendenza meno stretta. Le curve $3a$ e $3b$ tracciate in fig. 12-1 rappresentano i valori istantanei della caduta di tensione al contatto per corrente alternata di 30 Hz. Queste curve sono più vicine ad una retta che non le curve relative alla corrente continua. Per valori efficaci della densità di corrente uguali, i valori efficaci della caduta di tensione al contatto per corrente continua e per corrente alternata sono praticamente uguali.

Il materiale delle spazzole influisce in modo determinante sulla caduta di tensione al contatto. Si distinguono due tipi fondamentali di spazzole, tenere e dure. Le prime consistono di una mescolanza di bronzo-grafite o rame-grafite. Hanno un basso coefficiente di attrito ed una caduta di tensione al contatto poco elevata. Si usano soprattutto per anelli. Alle perdite meno elevate per queste spazzole, corrisponde un consumo più rapido. Le spazzole dure sono di carbone elettrografitico. Hanno un coefficiente di attrito più alto ed una caduta di tensione al contatto notevolmente più elevata delle spazzole tenere. Mentre per queste ultime la caduta di tensione al contatto per un paio di spazzole è compresa tra 0,5 e 1 V circa, per spazzole dure essa è compresa tra 2 e 3 V. Una caduta di tensione al contatto elevata agisce in modo assai favorevole sulla commutazione; per questo motivo si scelgono generalmente spazzole tanto più dure quanto più difficile risulta la commutazione. Le spazzole con caduta di tensione al contatto più elevata si trovano nelle macchine trifasi a collettore. Tuttavia una caduta di tensione elevata fa aumentare le perdite e il riscaldamento del collettore. Se invece diminuisce la densità di corrente per effetto dell'aumento del numero di spazzole, diminuiscono le perdite per effetto Joule, mentre aumentano le perdite per attrito. La scelta del tipo e del numero delle spazzole richiede una certa esperienza. Generalmente i costruttori di spazzole adottano per il carbone elettrografitico una densità di corrente fino a circa 10 A/cm². L'autore ha però con-

statato che tale valore può venire spesso largamente superato. Ad esempio, per collettori a corrente trifase, cioè per condizioni di commutazione relativamente difficili, si sono usate con successo spazzole di morganite EG 8565 con una densità di corrente fino a 20 A/cm². In questo caso la caduta di tensione al contatto aumenta a 3,5-4 V.

La diminuzione della resistenza di contatto all'aumentare del carico rende teoricamente impossibile il collegamento in parallelo di due spazzole. In pratica, tuttavia, questo collegamento è possibile, dato che vari fattori secondari stabilizzano la distribuzione della corrente. Ciò non ostante il collegamento in parallelo di più spazzole crea spesso delle difficoltà, soprattutto nelle macchine a corrente continua a tensione elevata. Per un buon funzionamento in parallelo delle spazzole è assolutamente necessario che esse abbiano una pressione di contatto buona ed uniforme. Distacco delle spazzole, collettore non cilindrico e fissaggio non stabile delle spazzole sul loro supporto sono assolutamente da evitarsi. Nel caso di macchine a corrente continua con molte spazzole su un perno, si è ottenuta una stabilizzazione della distribuzione della corrente con diminuzione contemporanea del riscaldamento del collettore, dotando il collettore stesso di cave. Le cave, o per meglio dire la cava, sono ricavate in forma di spirale sul collettore ed hanno dimensioni da 3×3 a 5×5 mm.

Nelle macchine a collettore a corrente alternata la f.e.m. trasformatorica nelle matasse chiuse in corto circuito dalle spazzole causa delle correnti trasversali nelle spazzole stesse. Per diminuirle si è proposto di adottare spazzole a strati [12.8], formate da più strati di carbone fissati assieme ma isolati gli uni dagli altri. Per impedire la circolazione attraverso l'armatura della spazzola, questa viene prevista con una resistenza elevata. Anche i supporti delle spazzole vanno isolati internamente. Non ostante i buoni risultati forniti, questo tipo di spazzole è ancora scarsamente impiegato.

Per i collegamenti alle spazzole ci si serve o di treccia di rame (le così dette spazzole ad armatura) oppure di molle. L'armatura garantisce un migliore contatto ed è adottata generalmente. Le spazzole senza armatura richiedono una pressione maggiore e si usano ancora nei casi in cui tale pressione è richiesta già per altre ragioni, ad esempio nel caso di vibrazioni (motori per ferrovie). Le spazzole senza armatura sono meno costose e di più facile sostituzione.

La forza tangenziale causata dal movimento del collettore spinge la spazzola contro il suo supporto, ostacolando il movimento radiale della spazzola stessa. Per eliminare questo inconveniente sono state proposte delle spazzole a reazione, cioè spazzole il cui asse longitudinale forma con la superficie del collettore un angolo acuto contro il senso di rotazione. In questo caso sulla spazzola si determina una forza di compressione tangenziale opposta alla direzione di rotazione, che equilibra la forza tangenziale causata dall'attrito con il collettore. È possibile eliminare completamente tale forza solo per una determinata velocità di rotazione. Le spazzole a reazione non sono indicate per funzionamento reversibile. La

esperienza ha dimostrato che i vantaggi sperati non sono completamente realizzabili in pratica. Per tale ragione le spazzole a reazione hanno trovato scarsa applicazione.

Il miglior funzionamento delle spazzole si ha quando esse sono aggiustate assai bene sul collettore. Lo spostamento delle spazzole, ad esempio per macchine trifasi a collettore, fa variare la loro posizione nei confronti del collettore. Per tale ragione in questi casi si ottiene una commutazione peggiore e un consumo più elevato. Allo scopo di ottenere un appoggio migliore delle spazzole, le fabbriche Ringsdorff hanno proposto la costruzione di spazzole gemelle; ogni spazzola consiste cioè di due parti (di ampiezza metà) che possono muoversi in senso opposto. In tal modo è favorito l'adattamento alle disuguaglianze del collettore e si risente meno una eventuale eccentricità del collettore.

TAB. 12.1. - Dati caratteristici e campo di applicazione di alcune spazzole.

	Tensione al contatto per una coppia di spazzole V	Densità di corrente A/cm²	Velocità lineare del collettore m/sec.	Pressione delle spazzole N/cm²	Coefficiente di attrito	Campo di applicazione
Spazzole di metalligrafite Ringsdorff-W EN 10	0,5	25	30	2,0	0,10	Macchine a bassa tensione, anelli
EN 12	1,0	18	40	2,0	0,10	
Spazzole di carbone elettro-grafitica Ringsdorff-W RE 1	3,0	10	60	1,8	0,15	Macchine a corrente continua, motori di trazione
RE 59	2,5	12	50	2,5	0,15	Motori a corrente continua, motori a corrente alternata a collettore
Morganite EG 85 65	2,7	9,5	30	—	0,13	
Carbone EG 99 B	2,6	10	50	1,75	0,18	

In tab. 12-1 sono raccolti alcuni dati relativi ai tipi di spazzole di Ringsdorff più usati, in morganite e carbone. Le perdite ohmiche nelle spazzole sono espresse dalla:

$$V_B = U_B I, \tag{12-4}$$

in cui U_B è la caduta di tensione al contatto per un paio di spazzole e I la corrente totale.

12.3. Rendimento

Per il calcolo del rendimento è necessaria la conoscenza delle perdite. Il loro comportamento in funzione del carico e della velocità è spesso tanto complesso che è necessario ricorrere ad alcune semplificazioni. Per rendimento si intende il rapporto tra potenza resa e potenza assorbita. Esso è espresso dalla:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma V}, \tag{12-5}$$

in cui ΣV rappresenta la somma di tutte le perdite comprendenti quindi anche quelle che si determinano negli ausiliari, come regolatori, macchine ausiliarie, volani, ecc. In conformità a questa espressione si può calcolare il rendimento o misurando la potenza fornita e quella assorbita o misurando le perdite. Il primo metodo è chiamato diretto, il secondo indiretto. Quello diretto è usato solo per macchine piccole o in casi speciali; il procedimento indiretto viene applicato sempre quando non sia detto esplicitamente il contrario. Le VDE considerano non consigliabile la misura diretta per motori aventi rendimento superiore all'85%, dato che in tal caso i probabili errori di misura sarebbero più gravi di quelli derivanti dal procedimento indiretto.

In tutti i motori con alimentazione in derivazione è possibile suddividere le perdite, per velocità e tensioni costanti, in due gruppi, cioè in perdite per funzionamento a vuoto ($V_0 = \text{cost.}$) e perdite a carico, approssimativamente proporzionali al quadrato della frazione del carico nominale ($V_b = b^2\, V_w$). Se con $\beta = V_w/V_0$ si indica il rapporto fra perdite a carico e perdite a vuoto e con $q = (1 - \eta_N)/\eta_N$ le perdite relative per funzionamento nominale (a pieno carico) il rendimento a carico parziale è:

$$\eta = \frac{b}{b + q\,\dfrac{1 + \beta^2 b^2}{1 + \beta}}. \tag{12-6}$$

Generalmente la grandezza q è nota (dal rendimento a pieno carico) e β dipende dalla grandezza e dal tipo di motore. Per motori asincroni a più poli con potenza compresa tra 100 e 500 kW, β è compreso tra 1,1 e 1,4 e, per motori bipolari, tra 0,8 e 1,1; per motori chiusi a raffreddamento esterno e potenza compresa tra 50 e 200 kW, β è compreso tra 0,6 e 0,8.

In fig. 12-2 sono tracciate le curve del rendimento per valori diversi di β. Le curve passano per l'origine, raggiungono un massimo e poi discendono nuovamente. La loro pendenza iniziale è data da $\operatorname{tg} \gamma = P_N/V_0$, cioè dipende dalle perdite nel funzionamento a vuoto ed è tanto maggiore quanto minori sono tali perdite, il cui valore è compreso tra il 5 e il 10%

(della potenza nominale). Di conseguenza l'angolo di inclinazione iniziale risulta compreso tra 84° e 87°, cioè è relativamente grande.

Il valore massimo del rendimento si ha per $\beta b^2 = 1$. Se è $\beta = 1$, il rendimento massimo si ha per $b = 1$, cioè a pieno carico. Se è $\beta < 1$, il rendimento massimo si ha per $b > 1$, cioè in corrispondenza di un sovraccarico. Se invece è $\beta > 1$, il rendimento massimo si ha a carico ridotto. Nei motori chiusi e veloci con raffreddamento esterno è $\beta < 1$ e si ha quindi il rendimento massimo per macchina sovraccarica. Per i motori lenti è $\beta > 1$ e il loro rendimento massimo si ha per carichi inferiori al carico nominale.

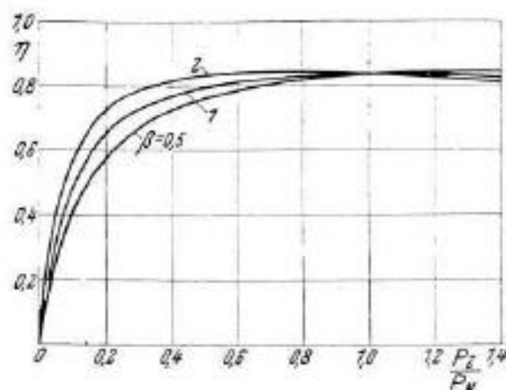


Fig. 12-2. - Curve del rendimento in funzione del carico b e di diversi valori di β.

Assai più difficile è controllare la dipendenza del rendimento nel caso di velocità regolabile. La legge di dipendenza delle singole perdite dalla velocità è molto diversa ed è influenzata dall'andamento della coppia di carico. Per maggiori chiarimenti si veda il libro « Elektromotoren » dell'autore.

12.4. Fattore di potenza

Il fattore di potenza (k) indica l'aumento della corrente assorbita rispetto alla corrente attiva per effetto della corrente reattiva. Per corrente e tensione sinusoidali esso è dato come coseno dell'angolo di sfasamento tra le due grandezze e spesso viene chiamato semplicemente $\cos \varphi$. Il fattore di potenza non è costante, ma varia al variare del carico del motore. Prescindendo dalla variazione del carico, si possono suddividere i motori come segue:

1. motori aventi fattore di potenza non regolabile, ad esempio tutti i motori asincroni con rotore avvolto o in corto circuito;

2. motori aventi fattore di potenza regolabile, come motori sincroni o a collettore.

Per tutti i motori il fattore di potenza è facilmente determinabile in base al diagramma di funzionamento (diagramma polare) per carichi diversi. Se però il tracciamento del diagramma della tensione non è richiesto o è difficile da rilevarsi, è possibile calcolare tale fattore anche dal valore della potenza reattiva. Per tale calcolo è necessario conoscere le singole correnti e le reattanze. La potenza reattiva è espressa dalla:

$$Q = \Sigma X I^2, \tag{12-7}$$

in cui le reattanze X sono riferite alla frequenza di rete f_1. Il fattore di potenza è quindi:

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \tag{12-8}$$

in cui P rappresenta la potenza attiva assorbita nella condizione di funzionamento considerata (potenza utile e perdite).

Il caso più semplice ai fini della determinazione del fattore di potenza è dato dal motore asincrono senza addensamento di corrente (motore asincrono con indotto in corto circuito o motore asincrono con rotore avvolto). Il punto corrispondente alla marcia a vuoto e quello relativo allo spunto si possono rilevare semplicemente per quasi tutti i motori. Si costruisce il diagramma circolare e si ricava da esso il fattore di potenza. Per determinare il punto di funzionamento non è necessario costruire l'asse dello scorrimento; esso risulterà a seconda della potenza assorbita in base alla valutazione approssimata del rendimento. Se si vuole evitare di tracciare il diagramma, si può calcolare il fattore di potenza mediante la seguente formula semplice [2.13]:

$$\cos\varphi = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{I_0}{I} + \frac{I}{I_{Ki}}\right) \qquad (12\text{-}9)$$

in cui I_0 è la corrente assorbita nel funzionamento a vuoto e I_{Ki} la corrente di corto circuito ideale (corrente di corto circuito su resistenza nulla). Nella maggioranza dei motori, ad eccezione di quelli molto piccoli di potenza inferiore a 0,5 kW, tale corrente ideale è praticamente uguale a quella misurata ($I_K \approx I_{Ki}$). La (12-9) fornisce in media risultati sufficientemente vicini ai valori misurati. Uno scarto sensibile si ha solo nel caso di motori piccoli o funzionanti a carico molto ridotto.

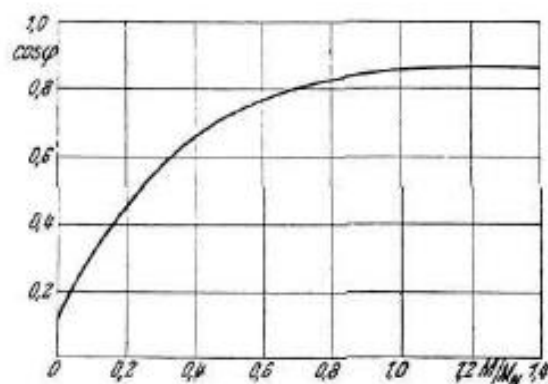


Fig. 12-3. - Fattore di potenza di un motore asincrono da 11 kW e 1500 giri/min., in funzione del carico.

In fig. 12-3 è tracciata la curva del fattore di potenza di un motore; essa ha una certa analogia con la curva del rendimento. Però in questo caso la curva non parte dall'origine degli assi, ma da un piccolo valore finito di $\cos\varphi$. Il valore massimo può essere ricavato applicando la (12-9). Per $I_0/I = I/I_{Ki}$ è:

$$\cos\varphi_{\max} = 1 - 2\,I_0/I_{Ki} \qquad (12\text{-}10)$$

o, considerando che è $I_{Ki} = I_K + I_0$:

$$\cos\varphi_{\max} = \frac{I_K - I_0}{I_K + I_0} \qquad (12\text{-}11)$$

Il comportamento del motore sincrono nei confronti del fattore di potenza è notevolmente diverso. In questo caso è possibile regolare entro ampi limiti il fattore di potenza, variando la corrente di eccitazione. In generale si cerca di ottenere naturalmente un fattore di potenza unitario

o addirittura un valore in anticipo, al fine di migliorare il fattore di potenza di tutto l'impianto. Il motore sincrono ha caratteristiche tali da consentire un traferro sensibilmente più ampio di quello che si adotta nel motore asincrono. Si spiegherà ora il motivo per cui nel motore sincrono il fattore di potenza è così facilmente regolabile.

Per avere un funzionamento normale del motore, è necessario avere un determinato flusso principale con gli inevitabili flussi di dispersione, i quali richiedono a loro volta una determinata energia magnetica accumulata principalmente nell'aria (traferro, cave, spazio frontale, ecc.). Tale energia corrisponde ad una potenza reattiva. Il valore della potenza reattiva dipende, oltre che da quello dell'energia magnetica, dalla frequenza della corrente di eccitazione. Se quindi al traferro di una macchina si deve accumulare una determinata energia magnetica (corrispondente all'energia del campo rotante) non è indifferente che l'induttore sia rappresentato dallo statore o dal rotore. In questo ultimo caso la energia magnetica immagazzinata è solo s volte (s = scorrimento) quella che si dovrebbe avere se l'eccitazione fosse sullo statore. Questa è la ragione per cui in tutti i motori compensati l'eccitazione è sul rotore. Nel motore sincrono è $s = 0$ e quindi non è necessaria nessuna potenza reattiva. Tuttavia è necessaria una piccola potenza attiva di eccitazione, ma essa è richiesta perchè il rame non ha condubicilità infinita. Essa è solo una parte (dal 3 al 10%) delle potenze reattive che sarebbero necessarie nel caso di eccitazione con frequenza normale. In tal modo l'avvolgimento di eccitazione e l'eccitatrice risultano di potenza ridotta. Queste proprietà della macchina sincrona consentono l'adozione di un traferro più grande, il che comporta fra l'altro perdite addizionali minori ed una serie di vantaggi meccanici.

Come si è detto, nel caso di motore sincrono è possibile regolare a piacere il fattore di potenza, variando l'eccitazione. Se il motore sincrono viene sottoeccitato mantenendo costante la tensione di rete, esso preleva dalla rete la potenza di eccitazione mancante ed assorbe quindi corrente in ritardo. Analogamente, nel caso di sovraeccitazione, viene prelevata dal motore una corrente in anticipo.

Il fattore di potenza dei motori a collettore a corrente trifase è regolato dalla tensione di compensazione. Per maggiori ragguagli si veda la bibliografia tecnica [2.3, 2.7].

13. FENOMENI DI DISPERSIONE

13.1. Generalità

Oltre al flusso magnetico concatenato con entrambi gli avvolgimenti e indicato come flusso principale o flusso utile, in ogni macchina esistono anche altri flussi, concatenati con uno solo dei due avvolgimenti, che chiameremo flussi di dispersione. La macchina compie lavoro — trasforma-

zione dell'energia elettrica in meccanica (o viceversa) — solo utilizzando il flusso principale; infatti il flusso di dispersione partecipa al processo in sè, ma non contribuisce in alcun modo alla trasformazione voluta, nel nostro caso alla formazione della coppia. A parità di condizioni, la coppia è tanto maggiore quanto minori sono i flussi di dispersione. Ciò non significa tuttavia che tali flussi siano sempre nocivi e come tali da evitarsi. Nei fenomeni transitori i flussi di dispersione limitano le correnti, come quella di inserzione (o di corto circuito) rendendo praticamente possibili i fenomeni stessi. Così ad esempio, in assenza di flussi di dispersione, l'elevata corrente di avviamento renderebbe impossibile l'inserzione diretta del motore asincrono con indotto in corto circuito.

La definizione di dispersione e di coefficiente di dispersione è già stata data nel capitolo 2.2. Negli schemi equivalenti l'effetto dei flussi di dispersione è tenuto in conto a mezzo di opportune reattanze di dispersione. Nelle macchine elettriche i concatenamenti del flusso avvengono in modo più complesso di quello illustrato in fig. 2-7. Ci sono dei flussi che sono concatenati solo parzialmente con gli avvolgimenti (dispersioni doppiamente concatenate) e flussi che, pur essendo concatenati con gli avvolgimenti, debbono essere considerati non utili (quindi dispersi) per altri motivi; questo è il caso dei campi armonici di ordine superiore, che danno luogo a coppie che non possono essere utilizzate.

La reattanza di dispersione dell'avvolgimento primario $X_{1\sigma}$ e quella dell'avvolgimento secondario $X_{2\sigma}$ constano di più reattanze di dispersione parziale e cioè: dispersione frontale X_S, alle cave X_N e dispersione delle armoniche superiori o dispersione al traferro X_O.

13.2. Dispersione alle cave

In fig. 13-38 è tracciato schematicamente l'andamento del flusso di dispersione alle cave per avvolgimento a semplice strato trifase. L'andamento del flusso è trasversale rispetto alle cave. Se si trascura la caduta di tensione magnetica lungo il ferro, il flusso di dispersione dipende solo dalla permeanza in direzione trasversale e dalla f.m.m. della cava considerata. La f.m.m. delle cave restanti non ha alcuna influenza su tale flusso. Ciò è facilmente constatabile se si osserva l'effettivo andamento del flusso di dispersione attorno ad una cava (v. fig. 13-1*a*). Se si segue la linea di flusso tracciata, si nota infatti che essa, dopo aver attraversato la cava, deve chiudersi attraverso i denti vicini, non essendo possibile altra via poichè per ipotesi la permeabilità del ferro è infinita.

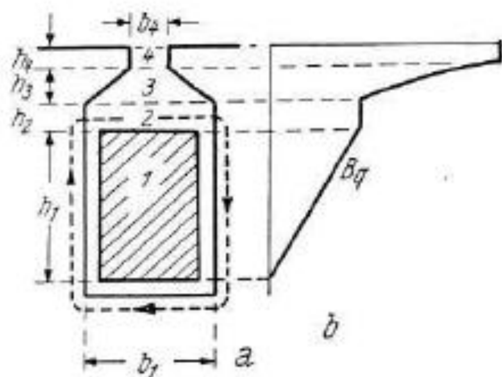


Fig. 13-1. - *a*) Dimensioni della cava; *b*) Andamento del campo trasversale.

Se con Λ_N si indica la permeanza in direzione trasversale di una cava, l'autoinduttanza di una matassa con z spire disposte in due cave è espressa dalla:

$$L_N' = 2\, z^2 \Lambda_N. \tag{13-1}$$

Un avvolgimento a semplice strato è costituito di $p \cdot q$ matasse, collegate generalmente fra loro a formare c gruppi in parallelo. L'autoinduttanza di dispersione in cava relativa a tutto l'avvolgimento è:

$$L_N = pqL_N'/c^2 \tag{13-2}$$

e la reattanza:

$$X_N = 2\pi f L_N = 4\pi f pq(z/c)^2 \Lambda_N. \tag{13-3}$$

In pratica il calcolo viene fatto per il numero effettivo w delle sole spire collegate in serie nell'avvolgimento considerato, [cfr. la (9-3)]. La reattanza dovuta alla dispersione alle cave è espressa quindi dalla:

$$X_N = 4\pi f w^2 \Lambda_N / pq \;\; \Omega. \tag{13-4}$$

La permeanza del campo di dispersione è:

$$\Lambda_N = \mu_0 l \lambda_N \tag{13-5}$$

in cui è $\mu_0 = 0{,}4\pi \cdot 10^{-6}$ H/m, l è la lunghezza del ferro (compreso l'isolamento dei lamierini) e λ_N un numero senza dimensione, il così detto coefficiente della permeanza. La reattanza di dispersione alle cave è allora espressa dalla:

$$X_N = 0{,}158 f \left(\frac{w}{100}\right)^2 \frac{l\lambda_N}{pq} \;\; \Omega. \tag{13-6}$$

Il coefficiente della permeanza λ_N si può determinare nel modo più semplice dall'espressione dell'energia magnetica dovuta a una f.m.m. di cava $zI = 1$. Precisamente è:

$$W = \frac{\mu_0\, l}{2} \int H_x^2 b_x dx = \frac{\mu_0}{2}\, l\lambda_N (zI)^2,$$

donde si ricava:

$$\lambda_N = \int_0^h H_x^2 b_x dx \tag{13-7}$$

H_x è l'intensità di campo magnetico che si ha in corrispondenza di x per $zI = 1$, b_x la larghezza della cava in questo punto e h l'altezza totale della cava. Per semplicità si suppone che le linee di flusso siano rettilinee e perpendicolari al piano mediano della cava.

Ogni cava può essere suddivisa nelle seguenti zone:

1. zona che contiene l'avvolgimento;

2. zona al di sopra dell'avvolgimento, con i lati di cava generalmente paralleli;

3. zona in cui viene applicata la chiavetta di chiusura, che può avere forme diverse;

4. zona costituita dalla strozzatura dell'apertura di cava a lati per lo più paralleli;

5. zona del traferro, dove ha sede la così detta dispersione alla testa del dente.

Nella cava di fig. 13-1a per andamento rettilineo delle linee di flusso si ha:

$$\lambda_N = b_1 \int_0^{h_1} \frac{x^2 dx}{b_1^2 h_1^2} + \frac{b_1 h_2}{b_1^2} + \int_0^{h_3} \frac{b_1 - (b_2 - b_4)\, x/h_3}{[b_1 - (b_1 - b_4)\, x/h_3]^2}\, dx + \frac{b_4 h_4}{b_4^2} =$$
$$= \frac{h_1}{3b_1} + \frac{h_2}{b_1} + \frac{h_3}{b_1 - b_4} \ln \frac{b_1}{b_4} + \frac{h_4}{b_4}. \qquad (13\text{-}8)$$

Per poter evitare il calcolo logaritmico, nella zona 3 si introduce spesso l'ampiezza di cava fittizia $b_3 \approx (b_1 + b_4)/2{,}3$. Tale semplificazione è possibile quando si ha il rapporto $b_1/b_4 = 4$.

Se i lati della cava nella zona 1 non sono paralleli e la cava ha forma trapezoidale (fig. 13-2), si ha [10.8]:

$$\lambda_1 = \int_0^{h_1} \frac{q_x^2}{q^2} \frac{dx}{b_x} \qquad b_x = \frac{b_2 h_1 - (b_2 - b_1)\, x}{h_1} \qquad q_x = \frac{(b_x + b_2)\, x}{2}$$

o, eseguendo l'integrazione:

$$\lambda_1 = \varkappa h_1 / 3b_2 \qquad (13\text{-}9)$$

con:

$$\varkappa = \frac{3b_2/b_1}{\left(1 + \dfrac{b_2}{b_1}\right)^2} \left[\frac{\ln b_1/b_2}{(1 - b_2/b_1)^3} - \frac{1}{(1 - b_2/b_1)^2} - \frac{1}{2\,(1 - b_2/b_1)} - \frac{1 - b_2/b_1}{4} + 1 \right]. \qquad (13\text{-}10)$$

La grandezza $\varkappa$ è rappresentata in fig. 13-3 in funzione del rapporto b_2/b_1. Poichè nelle cave statoriche e in quelle rotoriche tale rapporto è compreso tra 0,5 e 2,0 per calcoli approssimati si può porre $\varkappa \approx 1$. In sostanza il comportamento della zona è quello che si avrebbe per ampiezza di cava b_2. Nei motori ad addensamento di corrente è spesso $b_2/b_1 < 0{,}5$ e quindi è consigliabile dedurre il valore esatto di $\varkappa$ dalla fig. 13-3.

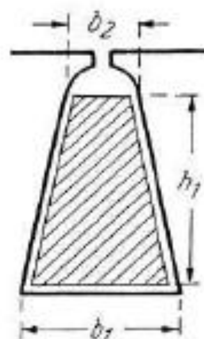


Fig. 13-2. - Cava trapezoidale.

Il coefficiente di permeanza per tutta la cava è dato dalla somma di tutti i coefficienti delle singole zone, indipendenti tra loro [v. la (13-8)] Poichè tale circostanza facilita il calcolo, la (13-8) viene applicata sovente anche nella pratica, tanto più che i suoi risultati sono sufficientemente approssimati; infatti, gli errori che si

commettono considerando le singole zone indipendenti tra loro si eliminano in parte a vicenda.

In realtà, però, le linee di flusso nella cava non sono parallele e quindi non si possono considerare le singole zone indipendenti le une dalle altre. Si possono calcolare i coefficienti della permeanza delle singole zone, ma i valori risultanti valgono solo per le zone vicine. Per tale ragione è meglio suddividere la cava non in corrispondenza del centro, ma lungo i lati. In tal modo però il calcolo del coefficiente della permeanza incontra notevoli difficoltà di ordine matematico, tanto che fino ad oggi non è stato ancora eseguito. Si conoscono solo le espressioni analitiche relative ad alcuni casi particolari che si indicheranno in seguito. Assai utile invece è la determinazione sperimentale dei singoli coefficienti della permeanza tenendo conto delle zone vicine.

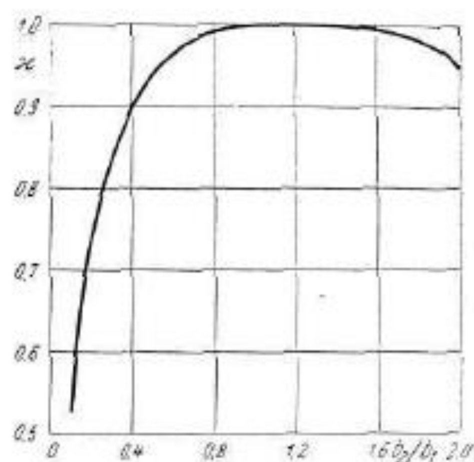


Fig. 13-3. - Grandezza ϰ per cava trapezoidale, in funzione del rapporto b_2/b_1.

I risultati delle prime ricerche sperimentali sulla dispersione alle cave sono stati pubblicati da Rothert [13.1]; tali esperimenti hanno confermato in sostanza la formula nota [v. la (13-8)], quantunque in alcuni casi, soprattutto per la zona 3, si siano notati degli scarti.

Per misurare il coefficiente della permeanza l'autore si è servito di un modello elettrico di cava [4.16], costituito da una sezione di cava di grandi dimensioni ritagliata da un foglio di alluminio. Si alimenta questo modello, in corrispondenza delle linee magnetiche equipotenziali, in corrente continua, misurando poi la caduta di tensione fra i limiti della zona considerata. Il valore di resistenza che si ricava è proporzionale al coefficiente della permeanza. La misura della caduta di tensione avviene sui

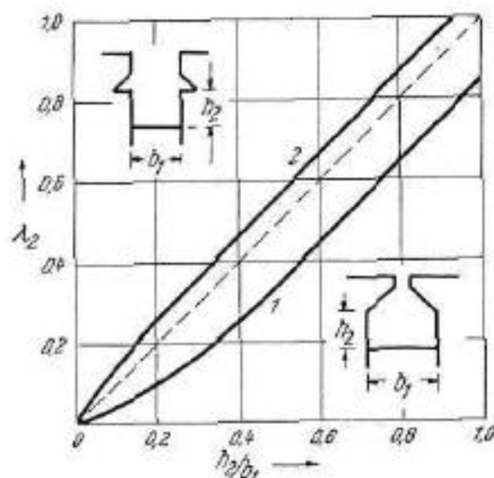


Fig. 13-4. - Valori del coefficiente della permeanza della zona 2, misurati su modello per cave semichiuse (1) e aperte (2), in funzione al rapporto h_2/b_1.

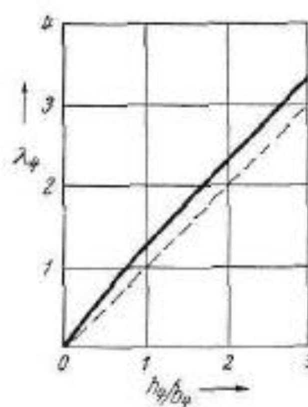


Fig. 13-5. - Valori del coefficiente della permeanza della zona 4, misurati su modello per cave semichiuse e aperte, in funzione del rapporto h_4/b_4.

lati della cava, poichè qui la separazione delle zone è chiara. I dati relativi al centro della cava presentano spesso uno scarto rispetto ai primi. I risultati delle ricerche sono riportati nelle figg. 13-4, 13-5, 13-6, 13-7, 13-8, 13-9 e 13-10, nelle quali sono rappresentate anche le dimensioni e la forma delle cave. Per alcune forme di cava sono noti i risultati speri-

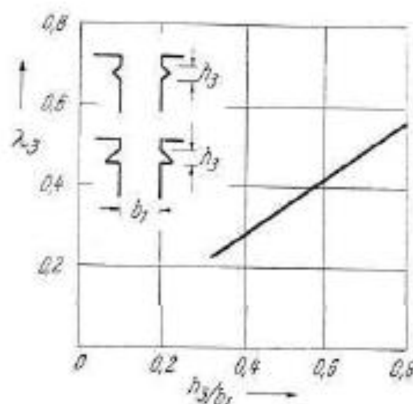


Fig. 13-6. - Valori del coefficiente della permeanza della zona 3, misurati su modello per cave aperte, in funzione del rapporto h_3/b_1.

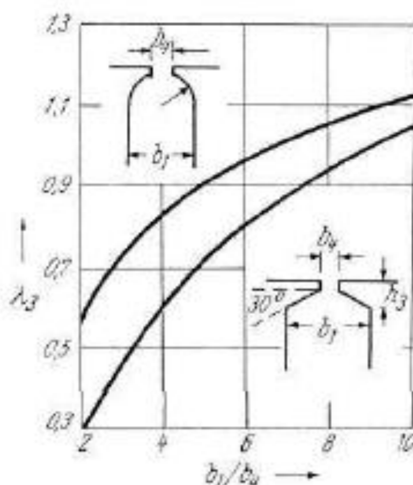


Fig. 13-7. - Valori del coefficiente della permeanza della zona 3, misurati su modello per cave semichiuse, in funzione del rapporto h_2/b_1.

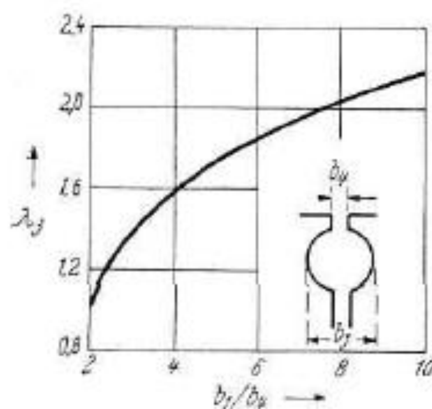


Fig. 13-8. - Valori del coefficiente della permeanza della zona 3, nel caso che questa non sia attraversata da nessuna corrente.

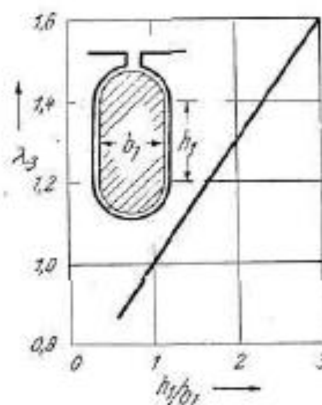


Fig. 13-9. - Valori del coefficiente della permeanza della zona 3, misurati da Rothert [13.1], nel caso di conduttore della stessa forma.

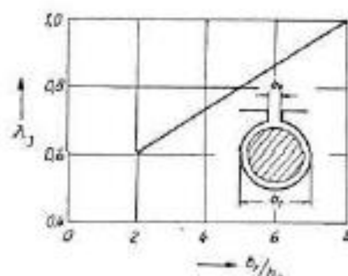


Fig. 13-10. - Valori calcolati e misurati del coefficiente della conduttanza λ_3 (secondo Rothert) per cava a sezione rotonda con conduttore della stessa forma.

mentali e teorici [13.2, 13.3], riportati anche essi nelle figure. La zona 1 non può essere studiata con l'ausilio del modello, dato che è sede di un campo rotazionale.

In fig. 13-4 sono riportati i coefficienti della permeanza propri della zona 2. La curva 1 vale per cave semichiuse, la curva 2 per cave aperte in funzione del rapporto h_2/b_1. Confrontando le due curve, si nota che in realtà l'influenza esercitata dalla zona vicina è assai elevata. Mentre nel caso di cave semichiuse i valori misurati sono inferiori al valore teorico

$\lambda_2 = h_2/b_1$, per cave aperte si verifica il contrario. Per il primo caso esistono gli studi sperimentali di Rothert [13.1]; poichè nelle esperienze da lui condotte la matassa di prova era collocata al centro della cava, egli ha ottenuto valori superiori a quelli teorici, mentre in fig. 13-4 è esattamente il contrario.

In fig. 13-5 è tracciata la curva del coefficiente della permeanza della zona 4 in funzione del rapporto h_2/b_1 per cave semichiuse e aperte. In entrambi i casi il valore misurato è superiore a quello teorico $\lambda_4 = h_4/b_4$. Per questa zona esistono anche ricerche teoriche di Kucera [13.4] e Alm [33]. Kucera dimostra che il coefficiente della permeanza λ_4 dipende dall'ampiezza del traferro, cosa che le nostre esperienze non hanno potuto determinare con sicurezza. I valori dati da Kucera coincidono con la curva di fig. 13-5.

Per la zona 3 i coefficienti della permeanza sono diversi a seconda della forma della zona stessa. In fig. 13-6 sono tracciate le curve dei coefficienti della permeanza di cave aperte con chiavette di tipo diverso; in fig. 13-7 tali curve si riferiscono a cave semichiuse con chiavette semicircolari o trapezoidali. I valori coincidono sostanzialmente con quelli derivanti dalle misurazioni di Rothert e dai calcoli di Adams [170], Jasse e Ziganke [171]. In fig. 13-8 è tracciato il coefficiente della permeanza per la zona 3 con una chiavetta rotonda, impiegata spesso, ad esempio nei motori con indotto in corto circuito. In fig. 13-9 sono dati i valori misurati da Rothert per le cave nelle quali la zona 3 è occupata da un conduttore. Più propriamente si dovrebbe indicare questa zona con 1, ma, data la sua forma particolare, si mantiene la denominazione precedente. Infine in fig. 13-10 sono rappresentati i coefficienti della permeanza di una cava rotonda contenente una barra conduttrice di corrente. Anche in questo caso le zone 1, 2 e 3 sono riunite a formarne una sola e λ_3 si riferisce al valore totale del coefficiente della permeanza di queste tre zone. Dalla curva si ricavano i valori calcolati secondo il metodo di Rothert:

$$\lambda_3 \approx 0{,}55 + 0{,}05\, b_1/b_4\,. \tag{13-11}$$

I valori misurati sono espressi tuttavia dalla relazione $\lambda_3 \approx 0{,}48 + 0{,}064\, b_4/b_1$. Anche per le altre zone e forme di cava è possibile esprimere con formule semplici e approssimate (v. tab. 13-1) i coefficienti della permeanza misurati o determinati teoricamente.

Si confrontino infine i coefficienti della permeanza misurati e quelli calcolati in base alla (13-8); a tale scopo si scelga la cava di un motore grande, di dimensioni, in mm:

$$h_1 = 45,\ h_2 = 5,\ h_3 = 4{,}3,\ h_4 = 2,\ b_1 = 19,\ b_4 = 4 \text{ e } \beta = 30°.$$

Per la (13-8) si ottiene:

$$\lambda_N = 45/3 \cdot 19 + 5/19 + 2{,}3 \cdot 4{,}3/(19 + 4) + 2/4 =$$
$$= 0{,}79 + 0{,}26 + 0{,}43 + 0{,}50 = 1{,}98.$$

TAB. 13-1. - Coefficienti della permeanza di dispersione delle cave, determinati a mezzo di misure.

Figura	Zona 2	Per	
13.4	Cava semichiusa	$h_2/b_1 > 1{,}0$	$h_2/b_1 - 0{,}15$
13.4	Cava aperta	$h_2/b_1 > 1{,}0$	$h_2/b_1 + 0{,}05$
	Zona 3		
13.7	Cava con chiavetta semirotonda . . .	$2 < b_1/b_4 < 6$	$1{,}2\, b_1/(b_1 + 2b_4)$
13.7	Cava con chiavetta trapezoidale . . .	$2 < b_1/b_4 < 6$	$4{,}3\, h_3/(b_1 + 2b_4)$
13.8	Cava con chiavetta rotonda	$2 < b_1/b_4 < 6$	$2{,}4\, b_1/(b_1 + 2b_4)$
13.6	Cava aperta con chiavetta	$0{,}4 < h_3/b_1 < 1{,}0$	$0{,}70\, h_3/b_1$
13.9	Cava rotonda con conduttore rotondo .	$0{,}4 < h_1/b_1 < 3{,}0$	$0{,}77 + 0{,}28\, h_1/b_1$
13.10	Cava rotonda con conduttore rotondo .	$2 < b_4/b_1 < 10$	$0{,}48 + 0{,}064\, b_4/b_1$
	Zona 4		
13.5	Cava semichiusa	—	$1{,}1\, h_4/b_4$
13.5	Cava aperta	—	$1{,}3\, h_4/b_4$

Il valore misurato è invece:

$$\lambda_N = 0{,}79 + 0{,}14 + 0{,}70 + 0{,}60 = 2{,}23.$$

Nell'avvolgimento a due strati in ogni cava sono collocati due lati di matassa. Nello spazio di altezza h_0 compreso tra essi si stabilisce un campo, la cui intensità, per f.m.m. in fase nei due lati, è uguale alla metà dell'intensità del campo al di sopra del lato superiore. Il contributo addizionale al coefficiente della permeanza λ_1, per l'altezza h_0 è:

$$\lambda_0 = b_1 h_0/(2b_1)^2 = h_0/4b_1. \qquad (13\text{-}12)$$

Per i due lati, di altezza complessiva $2\,h_1$, è:

$$\lambda_1 = 2h_1/3b_1.$$

Il coefficiente della permeanza diminuisce se le correnti nei lati di matassa di una cava sono sfasate. Ciò si verifica ad esempio nel caso di avvolgimento a due strati con raccorciamento. Per un raccorciamento di 1/3 del passo polare ($W/\tau = 2/3$), lo spostamento di fase delle correnti in tutte le cave è 60°. L'intensità di campo nelle zone 2, 3 e 4 è solo $\sqrt{3}/2$ quella che si ha senza raccorciamento. Il fattore di riduzione per i coefficienti della permeanza di queste zone è:

$$k_2' = (\sqrt{3}/2)^2 = 3/4. \qquad (13\text{-}13)$$

Per un'ampiezza di matassa $W > 2/3\tau$ per ogni cava vale lo stesso fat-

tore k_2', ma il numero delle cave con correnti sfasate diminuisce in conformità. Il fattore di riduzione per l'intera fase dell'avvolgimento è:

$$k_2 = 3\,(1 - W/\tau)\,k_2' + 3\,(W/\tau - 2/3) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\,\frac{W}{\tau}. \quad (13\text{-}14)$$

Per ampiezza di matassa $W = 1/3\tau$ in tutte le cave circolano correnti sfasate di 120°. L'intensità di campo al di sopra del lato di matassa superiore rappresenta solo la metà di quella che si ha senza raccorciamento e il fattore di riduzione è $k_2' = 1/4$. Per ampiezza della matassa compresa tra 2/3 e $1/3\tau$, $(^2/_3\,\tau - W)3/\tau = 2 - 3W/\tau$ cave hanno correnti sfasate di 120° e il resto, cioè $3W/\tau - 1$ cave, correnti sfasate di 60°. Il fattore di riduzione è:

$$k_2 = (2 - 3W/\tau)/4 + (3W/\tau - 1)\,3/4 = \frac{3}{2}\,\frac{W}{\tau} - \frac{1}{4}. \quad (13\text{-}15)$$

Al limite per ampiezza di matassa $W = 0$ l'intensità del campo al di sopra dei conduttori in cava è pure nulla. Al variare dell'ampiezza della matassa da $W = 1/3\tau$ fino a 0 il fattore di riduzione varia quindi linearmente da 1/4 a 0. In questo caso è:

$$k_2 = \frac{3W}{4\tau}. \quad (13\text{-}16)$$

In fig. 13-11 è illustrato il fattore k_2 in funzione dell'ampiezza di matassa dell'avvolgimento trifase.

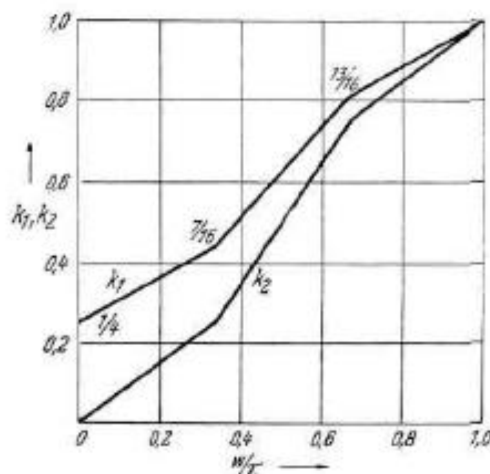


Fig. 13-11. - Fattori k_1 e k_2 per un normale avvolgimento trifase con ampiezza di zona 60°, in funzione del rapporto tra l'ampiezza della matassa e il passo polare.

La determinazione del fattore di riduzione per la zona 1 è analoga. Per $W = 2/3\tau$ il coefficiente della permeanza del lato di matassa inferiore è:

$$\lambda_1' = \frac{h_1}{3b_1 \cdot 4} = \frac{h_1}{12b_1}.$$

La f.m.m. calcolata in x per il lato di matassa superiore è:

$$I = \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{4h_1} + j\,\frac{\sqrt{3}x}{4h_1}\right) I_N$$

da cui:

$$\lambda_1'' = b_1 \int_0^{h_1} \left(\frac{I}{b_1 I_N}\right)^2 \cdot dx = \frac{11}{24} \cdot \frac{h_1}{b_1}.$$

Il coefficiente totale della permeanza è:

$$\lambda_1' + \lambda_1'' = \frac{13h_1}{24b_1}$$

e il fattore di riduzione:

$$k_1 = \frac{13h_1}{24b_1} : \frac{2h_1}{3b_1} = \frac{13}{16}. \qquad (13\text{-}17)$$

Per ampiezza della matassa $W = 1/3\tau$ la f.m.m. calcolata in x per il lato di matassa superiore è:

$$I = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{4h_1} + j\frac{\sqrt{3}x}{4h_1}\right) I_N,$$

da cui deriva:

$$\lambda_1'' = \frac{5h_1}{24b_1}.$$

Il coefficiente della permeanza del lato di matassa inferiore è:

$$\lambda_1 = h_1/12b_1$$

e il coefficiente totale:

$$\lambda_1 = \left(\frac{1}{12} + \frac{5}{24}\right)\frac{h_1}{b_1} = \frac{7h_1}{24b_1}.$$

Per $W = 2/3\tau$ il fattore di riduzione è:

$$k_1 = \frac{7 \cdot 3}{24 \cdot 2} = \frac{7}{16}. \qquad (13\text{-}18)$$

Per $W = 0$ l'intensità del campo è nulla al di sopra dei due lati di matassa, ma non nello spazio occupato dall'avvolgimento. Nella parte occupata dal lato inferiore il valore dell'intensità di campo aumenta linearmente da 0 a $I_N/2b_1$; nello spazio occupato dal lato superiore l'intensità del campo diminuisce dal valore $I_N/2b_1$ fino ad annullarsi al limite della matassa. I coefficienti della permeanza dei due lati di matassa sono quindi uguali $\lambda_1' = \lambda_1'' = h_1/12b_1$ e il coefficiente totale è $\lambda_1 = h_1/6b_1$.

Il fattore di riduzione è espresso dalla:

$$k_1 = \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{1}{4}. \qquad (13\text{-}19)$$

I fattori di riduzione k_1 così calcolati sono riportati in fig. 13-11 per $W = (2/3,\ 1/3 \text{ e } 0)\ \tau$. Le curve sono costituite da segmenti di retta, dato che per i valori intermedi di W/τ esiste una dipendenza lineare del coefficiente della permeanza e del fattore k_1 dal rapporto W/τ.

Le curve tracciate in fig. 13-11 valgono per un normale avvolgimento trifase con ampiezza di zona di 60° per $W = \tau$. Nella pratica una ampiezza di matassa maggiore del passo polare $W > \tau$ è assai rara. Le curve di k_1 e k_2 relative a questo avvolgimento sono speculari rispetto alla retta $W/\tau = 1$ nel diagramma di fig. 13-11; ciò significa che per $W = 4/3\tau$ valgono gli stessi valori che si hanno per $W = 2/3\tau$ e per $W = 5/3\tau$ quelli che si hanno per $W = 1/3\tau$.

Gli avvolgimenti trifasi con ampiezza di zona di 120°, benchè usati più raramente, vengono adottati ad esempio nei motori a poli commutabili. In questo caso già per $W = \tau$ in una cava sono disposti lati di matassa appartenenti a fasi diverse e percorsi da correnti sfasate di 60°. Se si raccorcia l'ampiezza della matassa fino a $W = 2/3\tau$, si ottiene sempre uno spostamento di fase di 60°. Per tale ragione, entro i limiti $0 < W/\tau < 2/3$ i due fattori sono costanti ed il loro valore è $k_1 = 13/16$ e $k_2 = 3/4$, rispettivamente. Aumentando ulteriormente il raccorciamento, i lati di matassa in cava sono percorsi da correnti sfasate di 108°; fino a che, per $W = 0$, in tutte le cave le correnti nei lati di matassa presentano uno spostamento di fase di 180°. In fig. 13-12 sono tracciate le curve dei due fattori di riduzione k_1 e k_2 in funzione dell'ampiezza della matassa. Per $W > \tau$ vale la curva speculare rispetto alla retta $W/\tau = 1$.

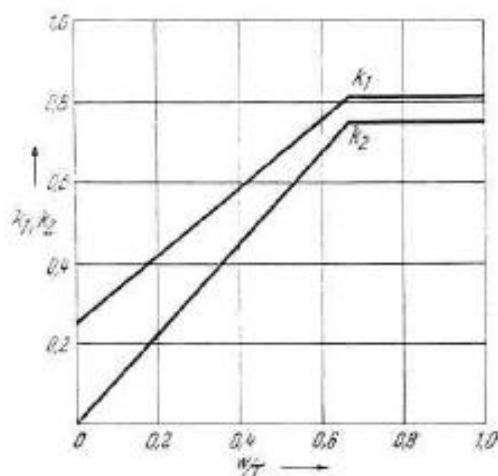


Fig. 13-12. - Fattori k_1 e k_2 per un avvolgimento speciale con una ampiezza di zona di 120°, in funzione del rapporto W/τ.

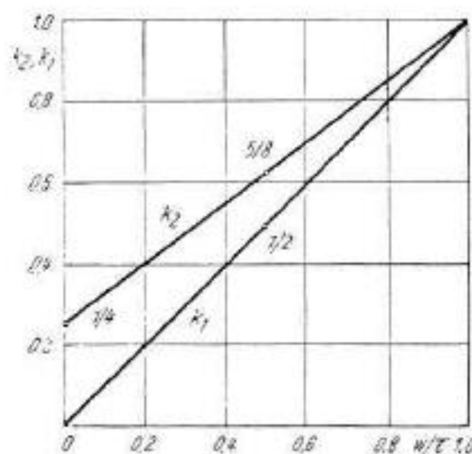


Fig. 13-13. - Fattori k_1 e k_2 per avvolgimento bifase, in funzione del rapporto W/g.

Nel caso di avvolgimento bifase con ampiezza di zona di 90°, per un raccorciamento dell'ampiezza della matassa compreso tra τ e $1/2\tau$ si hanno cave in cui i lati di matassa sono percorsi da correnti sfasate di 0 e 90° rispettivamente e precisamente, per $W = \tau$ lo sfasamento è nullo in tutte le cave, mentre per $W = 1/2\tau$ è di 90°. Per valori intermedi dell'ampiezza della matassa, per uno sfasamento di 90° il numero delle cave aumenta linearmente con l'ampiezza della matassa stessa. Per $W = 1/2\tau$ l'intensità di campo nello spazio al di sopra delle matasse è pari a $1/\sqrt{2}$ volte il valore corrispondente all'ampiezza di matassa non raccorciata. Il fattore k_2 è allora espresso dalla:

$$k_2 = (1/\sqrt{2})^2 = 0,5. \qquad (13\text{-}20)$$

La f.m.m. nel punto x del lato di matassa superiore è:

$$I = \left(\frac{1}{2} + j\,\frac{x}{2h_1}\right) I_N$$

e il coefficiente della permeanza:

$$\lambda_1'' = b_1 \int_0^{h_1} \left(\frac{I}{b_1 I_N} \right)^2 dx = \frac{h_1}{3b_1} .$$

Per lo spazio nel quale sono collocati i due lati di matassa tale coefficiente è:

$$\lambda_1 = \lambda_1' + \lambda_1'' = \frac{h_1}{b_1} \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5h_1}{12b_1}$$

ed il fattore di riduzione è espresso dalla:

$$k_1 = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 2} = \frac{5}{8} . \qquad (13\text{-}21)$$

Per un ulteriore raccorciamento della matassa i due fattori di riduzione hanno andamento lineare a partire dai valori $k_1 = 1/4$ e $k_2 = 0$ che si riferiscono a $W/\tau = 0$. In fig. 13-13 è illustrato appunto l'andamento di tali curve in funzione del rapporto W/τ.

Il coefficiente della permeanza del circuito magnetico di dispersione alle cave diminuisce a causa dell'addensamento di corrente. Nell'avvolgimento statorico tale diminuzione è di lieve entità tanto che può esser sempre trascurata in pratica, dato che generalmente, in considerazione delle perdite addizionali, si cerca appunto di limitare l'addensamento. Naturalmente, nei motori ad addensamento tale riduzione è invece molto importante.

Per l'avvolgimento a gabbia di tali motori si adottano spesso cave di forma particolare, per le quali si calcoleranno ora i coefficienti della permeanza. Si consideri dapprima la cava ideale di un avvolgimento a doppia gabbia (fig. 13-14a); in essa le barre sono sostituite dai loro assi geometrici, trascurando così la zona di campo rotazionale. Il coefficiente della permeanza al di sopra della barra superiore è uguale a quello che si ha in altre cave, mentre il coefficiente λ_1 relativo allo spazio tra le due barre — che in questo caso è un intaglio — richiede un metodo di determinazione particolare. La corrente nella barra inferiore è:

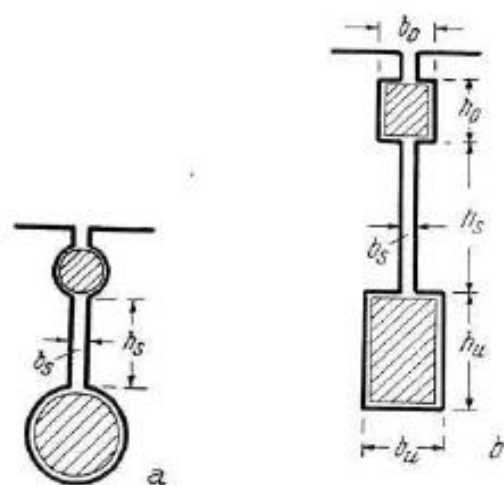


Fig. 13-14. - Forme e dimensioni di cava per una doppia gabbia; a) ideale, b) reale.

$$I_u = I_N \cdot \frac{R_o}{R_u + R_o} = \frac{I_N}{1 + y}$$

in cui I_N è la corrente di cava totale e $y = R_u/R_o$ il rapporto tra i valori

delle resistenze della barra inferiore e superiore. Si ottiene allora:

$$\lambda_1 = \frac{b_S h_S}{(1+y)^2 b_S^2} = \frac{h_S}{b_S\,(1+y)^2}. \qquad (13\text{-}22)$$

Se le due barre della doppia gabbia hanno dimensioni tali da non poter essere trascurate, si debbono considerare i campi all'interno delle barre stesse. Il calcolo è semplice solo nel caso di barre rettangolari (fig. 13-14*b*). In tal caso la corrente è $I_u = I_N/(1+y)$ nella barra inferiore e $I_o = I_N y/(1+y)$ in quella superiore. Tenendo conto delle dimensioni indicate in fig. 13-14*b*, il coefficiente della permeanza è quindi espresso dalla:

$$\lambda_1 = \frac{1}{b_u}\int_0^{h_u}(I_u x/h_u)^2 dx + \frac{h_S}{b_S\,(1+y)^2} + \frac{1}{b_o}\int_0^{h_o}(I_u + I_o x/h_o)^2 dx =$$

$$= \frac{1}{(1+y)^2}\left[\frac{h_u}{3b_u} + \frac{h_S}{b_S} + \frac{h_o}{b_o}\left(1 + y + \frac{y^2}{3}\right)\right] \approx$$

$$\approx \frac{1}{(1+y)^2}\left(\frac{h_u}{3b_u} + \frac{h_S}{b_S}\right) + \frac{h_0}{b_0\,(1+y)}. \qquad (13\text{-}23)$$

Se invece le barre sono rotonde, è difficile ottenere per λ_1 una espressione semplice. In questo caso si applica il seguente procedimento semplificato, che del resto è possibile applicare anche per barre di forma diversa (ad esempio rettangolare) e che presenta vantaggi particolari nel calcolo dell'addensamento. Si sostituisce la doppia gabbia con una gabbia ideale e si aggiunge la metà del coefficiente della permeanza relativa agli spazi in cui sono collocate le barre, al coefficiente della permeanza relativa agli intagli e la metà del coefficiente della permeanza della barra superiore al coefficiente λ_2 della zona 2 della cava (al di sopra del conduttore). Nel caso di barre rettangolari (fig. 13-14*b*) risulta quindi:

$$\lambda_1 \approx \frac{1}{(1+y)^2}\left(\frac{h_S}{b_S} + \frac{h_u}{2b_u} + \frac{h_o}{2b_o}\right) \quad \text{e} \quad \lambda_2 \approx \frac{h_o}{2b_o} \qquad (13\text{-}24)\ \text{e}\ (13\text{-}25)$$

e per barre rotonde, con $d_o/b_o \approx d_u/b_S \approx 4$ [cfr. la (fig. 13-10)]:

$$\lambda_1 \approx \frac{1}{(1+y)^2}\left(\frac{h_S}{b_S} + 1{,}5\right) \quad \text{e} \quad \lambda_2 \approx 0{,}75. \qquad (13\text{-}26)\ \text{e}\ (13\text{-}27)$$

Il coefficiente della permeanza per barre trapezoidali o, come spesso si dice, a zeppa, è espresso dalla (13-9).

Per barre rettangolari (barre alte) con la parte terminale di maggior spessore per il fissaggio sul fondo (v. fig. 13-15*a*) il campo nella zona larga circolare è generalmente poco intenso. Se lo si trascura, per il coefficiente della permeanza si ottiene una espressione semplice. Per coefficiente $y =$

$= q_u/h_o b_o$ e correnti $I_u = I_N/(1+y)$ e $I_o = I_N y/(1+y)$ è:

$$\lambda_1 \approx \frac{1}{b_o}\int_0^{h_o}\left(I_u + \frac{I_o x}{h_o}\right)^2 dx = \frac{h_o}{b_o(1+y)^2}\left(1 + y + \frac{y^2}{3}\right). \qquad (13\text{-}28)$$

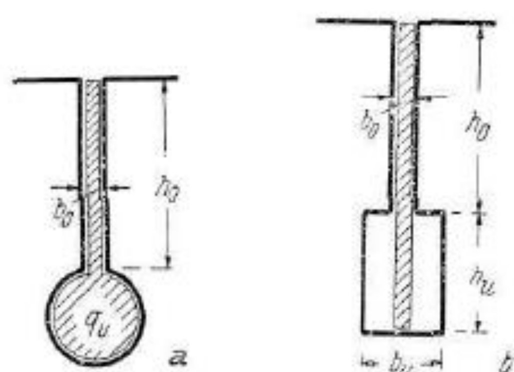


Fig. 13-15. - Forme e dimensioni di una cava alta con allargamento a forma circolare (*a*) o rettangolare (*b*) nella parte inferiore.

Questa relazione vale anche se le dimensioni trasversali della barra non aumentano sul fondo della cava stessa, ma diminuiscono o restano costanti (fig. 13-15*b*). In quest'ultimo caso la relazione è valida a condizione che la riduzione sia abbastanza grande da permettere di trascurare il flusso che attraversa questo spazio. Il rapporto delle resistenze si deve porre uguale a $y = h_u/h_o$.

Considerando il campo nella parte inferiore della cava di fig. 13-15*b* si ottiene:

$$\lambda_1 = \frac{1}{(1+y)^2}\left[\frac{h_u}{3b_u} + \frac{h_o}{b_o}\left(1 + y + \frac{y^2}{3}\right)\right]. \qquad (13\text{-}29)$$

Per la cava di fig. 13-15*a* con $d/b_o \approx 4$ si può assumere per $h_u/3b_u$ il valore 0,75 [cfr. la (fig. 13-10)].

13.3. Dispersione alla testa dei denti

Per dispersione alla testa dei denti si intende generalmente la dispersione dovuta alle linee di flusso che, attraverso il traferro, vanno da un dente all'altro (fig. 13-16*a*). Una parte di queste linee attraversa le

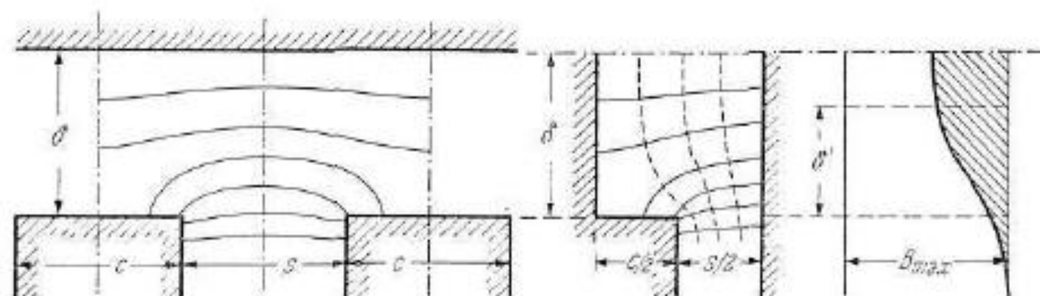


Fig. 13-16. - *a*) Campo di dispersione alla testa dei denti. *b*) e *c*) Confrontato con il campo principale di una cava.

teste dei denti affacciati, senza tuttavia concatenarsi con l'avvolgimento. Un'altra parte attraversa esclusivamente il traferro. Nel presente paragrafo si tratteranno insieme i due flussi dispersi sopraindicati e si indicherà per dispersione alla testa dei denti solo quella dovuta al flusso che attraversa il traferro in direzione tangenziale.

In fig. 13-16*a* è tracciato l'andamento delle linee di flusso di dispersione alla testa dei denti per il caso in cui la parte di macchina affacciata ai denti non sia sede di f.m.m. Se però sia il rotore che lo statore sono sedi di f.m.m. uguali, il flusso disperso di ciascuna parte si estende circa fino al centro del traferro. Spesso è necessario conoscere il flusso di dispersione totale delle due parti. In tal caso si può calcolare questo flusso solo per una parte della macchina, supponendo però che esso attraversi tutto il traferro (v. fig. 13-16*a*). Calcoliamo il coefficiente della permeanza λ_k, considerando separati i contributi a tale coefficiente, dovuti alle due parti della macchina e introducendo per il traferro il valore $\delta/2$.

La distribuzione del campo tracciata in fig. 13-16*a* è riconducibile a quella che si ha nel traferro di una macchina con indotto provvisto di cave [v. paragrafo 4.2.5.]. In questo caso l'ampiezza della cava fittizia è di 2δ, l'ampiezza del traferro $S/2$ e la profondità della cava $c/2$. L'andamento della riluttanza lungo la superficie piana, mediana rispetto all'apertura della cava fittizia (fig. 13-16*b*), è tracciato in fig. 13-16*c*. Per semplificare il calcolo, si pone $c/2 = \infty$ e si scrive (v. paragrafo 4.64):

$$\delta' B_{\max} = \delta B_{\max} - \delta\sigma\beta B_{\max} \tag{13-30}$$

$$\delta' = (1 - \sigma\beta)\, \delta. \tag{13-31}$$

da cui deriva il coefficiente della permeanza:

$$\lambda_K = \frac{\delta'}{S} = (1 - \sigma\beta) \frac{\delta}{S}\,. \tag{13-32}$$

Il prodotto $\sigma\beta$ si calcola in base all'ampiezza di cava 2δ e all'ampiezza del traferro $S/2$. Si ha:

$$1 - \sigma\beta = \frac{5}{5 + 4\delta/S} \tag{13-33}$$

e quindi:

$$\lambda_K = \frac{5\delta/S}{5 + 4\delta/S}\,. \tag{13-34}$$

Il modello del quale ci si serve per determinare il coefficiente della permeanza del circuito magnetico di dispersione nella cava serve quindi anche per la determinazione del coefficiente della permeanza del circuito magnetico di dispersione alla testa dei denti. In fig. 13-17 e 13-18 sono *riportati i valori misurati del coefficiente* λ_k *per una cava aperta e per* una cava semichiusa. Nel primo caso si considera un'ampiezza di cava $b = 0{,}45\tau_z$, nel secondo $b = S = 0{,}1\tau_z$. Per facilitare il confronto, si sono riportati in curva anche i valori risultanti dalla (13-34). Poichè per questa si è supposta un'ampiezza del dente infinitamente grande, questi ultimi risultano di poco inferiori.

Nella determinazione della reattanza di dispersione totale si potranno sommare i coefficienti della permeanza relativi alla dispersione alla testa dei denti e alla dispersione alle cave.

La determinazione della dispersione alla testa dei denti di una macchina a poli salienti è notevolmente più complessa. Per la zona compresa sotto l'arco polare si può applicare la (13-34) ed utilizzare le curve tracciate in fig. 13-17 e 13-18, introducendo per la lunghezza del traferro un

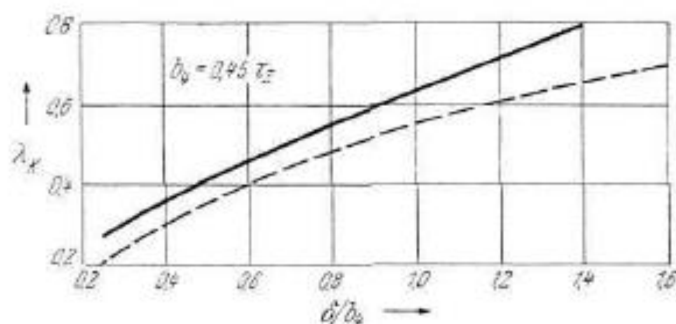


Fig. 13-17. - Coefficiente della permeanza di dispersione alla testa dei denti nel caso di cave aperte. La linea continua si riferisce ai valori misurati sul modello, quella tratteggiata alla (13-34) [vedi Richter].

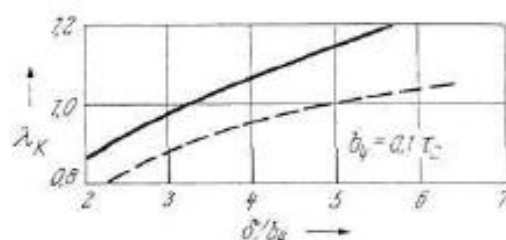


Fig. 13-18. - Coefficiente della permeanza di dispersione alla testa dei denti per cave semichiuse. La linea continua si riferisce ai valori misurati sul modello, quella tratteggiata alla (13-34) [vedi Richter].

valore medio. Per l'intervallo fra i poli la (13-34) e le curve di figg. 13-17 e 13-18 non sono più applicabili. Se si considera il campo di reazione dell'avvolgimento di indotto (fig. 4-8a), si nota che l'intervallo tra i poli è sede di un flusso che si chiude sull'indotto, senza essere concatenato con i poli. Poichè tale flusso non è concatenato con l'avvolgimento induttore, è un flusso di dispersione. Mentre è molto difficile determinare la sua grandezza con il calcolo, è facile stabilirla empiricamente mediante l'impiego di un modello elettrico. I risultati di tali misure, effettuate sugli stessi modelli usati per la determinazione dei coefficienti di dispersione ai poli (v. paragrafo 13.5), sono riportati in fig. 13-19. Non ostante la dispersione dei valori misurati, è possibile determinare senza difficoltà l'andamento generale delle curve e i valori approssimati del coefficiente della permeanza. Tale coefficiente raggiunge il suo valore massimo per $q = 1$ e il suo valore minimo per $q = 3$ e 4; poi aumenta nuovamente. In fig.

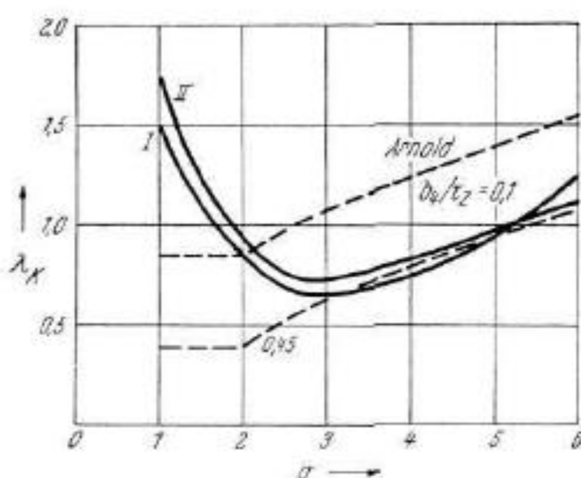


Fig. 13-19. - Coefficiente della permeanza del circuito magnetico di dispersione alla testa dei denti, nell'intervallo tra i poli. Valori misurati sul modello, curva I per $\alpha = 0{,}72$ e curva II per $\alpha = 0{,}65$. Le curve tratteggiate rappresentano i valori calcolati da Arnold.

13-19 sono riportati inoltre i valori del coefficiente della permeanza secondo Arnold-La Cour [2.2], e cioè per i seguenti rapporti tra ampiezza dell'apertura di cava e passo dei denti: $b_4/\tau_Z = 0{,}1$ e 0,45. Gli stessi valori si hanno nelle misure per b_4/τ_Z compreso fra 0,1 e 0,2. Dal confronto delle curve risulta che per $q < 3$ i valori da noi dati sono maggiori di

quelli ricavati secondo Arnold-La Cour, mentre per $q < 3$ si verifica il contrario. Inoltre, è interessante constatare che la formula Arnold-La Cour per aperture di cava infinitamente piccole dà valori infinitamente grandi del coefficiente della permeanza, mentre per questo caso limite i nostri studi danno un valore sensibilmente elevato, ma pur sempre finito. Tale differenza è dovuta alla forma di campo ideale, posta da Arnold a base della sua formula.

Benchè, quando la macchina è in movimento, ogni fase dell'avvolgimento statorico varii la sua posizione nei confronti dei poli, si può parlare di dispersione secondo entrambi gli assi di simmetria. In determinati casi la posizione dell'avvolgimento statorico, cioè della fase considerata, è chiaramente determinata. Così, ad esempio, nel funzionamento in corto circuito, nell'istante in cui il flusso di dispersione è massimo, l'avvolgimento statorico si trova nell'intervallo tra i poli, cioè l'asse dell'avvolgimento coincide con quello longitudinale della macchina. Poichè una fase dell'avvolgimento statorico trifase è collocata proprio nell'intervallo fra i poli (che ha un'ampiezza pari a 1/3 del passo polare), per questo funzionamento è necessario calcolare il coefficiente della permeanza con i valori indicati in fig. 13-19 relativi alle cave collocate nell'intervallo tra i poli. A carico e per $\cos \varphi = 1$ si verifica il caso contrario; infatti si ha il flusso massimo quando l'asse dell'avvolgimento di indotto coincide con l'asse trasversale della macchina. In tal caso valgono i coefficienti della conduttanza dati dalla (13-14) (v. fig. 13-17 e 13-18) con lunghezza del traferro $\delta = \delta_0$ (misurata sotto la mezzeria del polo).

13.4. Dispersione frontale

La permeanza risultante del circuito magnetico di dispersione alle testate di un gruppo di matasse dell'avvolgimento è costituita da una parte relativa all'autoinduttanza e da una parte relativa all'induttanza mutua rispetto ad altri gruppi di matasse. Nell'avvolgimento a due piani, in ogni fase si hanno p gruppi di matasse, ciascuno costituito da un numero q di singole matasse. L'induttanza risultante di una fase di avvolgimento è espressa dalla:

$$L_S = p\left(\frac{zq}{2c}\right)^2 2\Lambda_S, \tag{13-35}$$

in cui z è il numero di spire di una matassa (e quindi di una cava), c il numero dei rami in parallelo e:

$$\Lambda_S = \mu_0 l_S \lambda_S \tag{13-36}$$

è la permeanza risultante di una testata di avvolgimento; l_S è la lunghezza della testata (misurata su un lato solo) e λ_S il coefficiente della permeanza di dispersione frontale per unità di lunghezza della testata.

Nell'avvolgimento a tre piani ogni gruppo di matasse è costituito

da $q/2$ matasse singole e ogni fase da $2p$ gruppi di matasse. L'induttanza risultante di una fase dell'avvolgimento è espressa dalla:

$$L_S = 2p\left(\frac{zq}{2c}\right)^2 \Lambda_S \tag{13-37}$$

in cui è:

$$\Lambda_S = 2\mu_0 l_S \lambda_S. \tag{13-38}$$

Moltiplicando l'induttanza per la pulsazione $\omega = 2\pi f$, per i due tipi di avvolgimento si ottiene la seguente reattanza di dispersione frontale:

$$X_S = \frac{4\pi f w^2}{p} \mu_0 l_S \lambda_S, \tag{13-39}$$

in cui w è il numero effettivo delle spire di una fase [v. la (9-3)]. In conformità con la (13-6) nella pratica si scrive:

$$X_S = 0{,}158 \cdot f \cdot \left(\frac{w}{100}\right)^2 \frac{l_S}{p} \cdot \lambda_S. \tag{13-40}$$

Le espressioni della reattanza di dispersione alle cave e di quella frontale sono assai simili. La differenza consiste nel fatto che solo la dispersione alle cave dipende dal numero q.

Benchè siano stati dedicati numerosi studi teorici alla determinazione del coefficiente della permeanza λ_S, a causa della conformazione non determinabile delle testate dell'avvolgimento, dell'influenza esercitata dal ferro, eccetera, la dispersione frontale è difficilmente calcolabile; per tale ragione si è passati alla determinazione sperimentale di λ_S. Uno studio dettagliato della dispersione frontale è stato condotto da Weissheimer e Kurzel [13.9, 13.11] sulla base di modelli di avvolgimento; i risultati sono poi stati riportati dal Richter nel suo trattato. I modelli di macchine asincrone usati erano costruiti con passo polare $\tau = 26{,}4$ cm e avevano le caratteristiche che si riscontrano nei tipi impiegati in pratica. Per tener conto dell'influenza delle parti in ferro adiacenti, le misure sono state eseguite con corrente alternata a 50 Hz. I coefficienti di permeanza per l'avvolgimento statorico e per quello rotorico sono stati rilevati insieme e ridotti poi all'avvolgimento statorico. Come è possibile constatare da tab. 13-2, essi valgono solo per determinate combinazioni degli avvolgimenti di statore e di rotore e per i rapporti $l_S/\tau = 2$ (avvolgimento a piani) e $l_S/\tau = 1{,}7$ (avvolgimenti a due strati). I coefficienti di permeanza aumentano insensibilmente all'aumentare della lunghezza l_S. Inoltre esiste una serie di fattori di correzione che si riferiscono 1) alla forma reale della sezione dei gruppi di matasse, 2) alla distanza tra le mezzerie dei lati di una matassa (nelle cave), 3) alla lunghezza frontale degli avvolgimenti e 4) al raccorciamento della matassa (avvolgimenti a due strati). Poichè, ad eccezione del fattore di correzione relativo al raccorciamento della matassa, tutti questi fattori portano complessivamente ad una correzione in-

feriore al $\pm 20\%$, si è creduto bene di trascurarli. I valori riportati in tab. 13-2 valgono, senza correzione, per il tipo normale di avvolgimento. *Il coefficiente di correzione relativo al raccorciamento della matassa si* ricava dalle curve di fig. 13-20, che valgono per diversi rapporti a/τ fra la sporgenza del manicotto isolante e il passo polare.

TAB. 13-2. - Coefficienti della permeanza del circuito di dispersione frontale nelle macchine asincrone, secondo Kurzel.

Avvolgimento rotorico	Avvolgimento statorico		
	a 2 piani	a 3 piani	a 2 strati
A due piani	0,43	—	—
A tre piani	—	0,35	—
A due strati	0,36	0,31	0,32
A gabbia	0,35	0,31	0,30

Per gli avvolgimenti monofasi non sono state condotte ricerche su modelli, ma sono dati valori determinati approssimativamente. Per i tipi più in uso con matasse piegate λ_S è compreso tra 0,16 e 0,17 per l_S/τ compreso tra 1,3 e 1,9. Tali valori concordano con quelli rilevati dall'autore.

Un altro metodo per la determinazione della reattanza di dispersione frontale consiste nel misurare la reattanza di corto circuito su macchine in tutto uguali, eccetto che nella lunghezza. È quindi necessario che le macchine abbiano diametro, sezione dei lamierini, lunghezza, forma e tipo delle testate di avvolgimento uguali. I valori della reattanza di corto circuito ridotta a numero di spire uguali per tutte le macchine variano secondo una retta in funzione della *lunghezza del ferro. Per ottenere* il valore della reattanza di dispersione frontale è sufficiente ricavare l'intersezione di tale retta con l'asse delle ordinate ($l = 0$.) Tale metodo fu applicato da Barnes [13.7] per lo studio su di un piccolo motore avente un diametro interno statorico di 140 mm e per quattro diverse lunghezze del ferro (13, 26, 51, 102 mm). Lo statore ed il rotore avevano rispettivamente un avvolgimento a due strati e un avvolgimento in corto circuito. Per un rapporto delle lunghezze $l_S/\tau = 1{,}7$ Barnes ha trovato $\lambda_S = 0{,}40$ (macchina a quattro poli) e $\lambda_S = 0{,}51$ (macchina a sei poli), cioè valori maggiori di quelli che figurano nella tab.

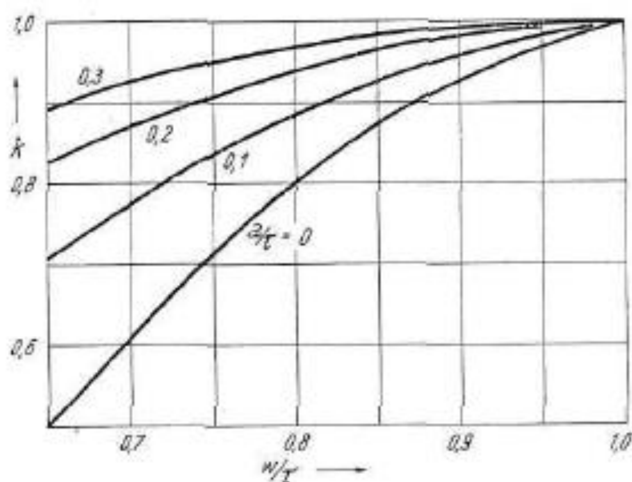


Fig. 13-20. - Fattore di correzione k per il coefficiente della permeanza di dispersione frontale, in funzione dell'ampiezza della matassa e della lunghezza del manicotto isolante fuori cava.

13-2. Anche l'autore ha condotto ricerche analoghe su macchine piccole con un avvolgimento a due piani nello statore e avvolgimento in corto circuito nel rotore. Poichè furono eseguite numerose misure, fu facile determinare un valore medio. Dalle misure rilevate su macchine a quattro poli aventi diametro interno di 85 e 150 mm e lunghezza del ferro di 39, 70, 80, 105 e 160 mm, si è ottenuto $\lambda_S = 0{,}55$. Per le macchine bipolari si sono ottenuti valori minori e per quelle a sei poli valori un poco superiori.

In base a numerosi confronti tra valori calcolati e valori misurati delle reattanze di corto circuito l'autore è giunto alla conclusione che i valori di tab. 13-2 sono un po' troppo bassi. Nei motori asincroni a rotore avvolto e nei motori piccoli e lenti con indotto in corto circuito i coefficienti della permeanza sono sensibilmente più elevati, e cioè tanto più grandi quanto più piccola è la macchina. I valori determinati sulla base di tali esperienze figurano nella tab. 13-3.

I coefficienti della permeanza riportati in tab. 13-2 e 13-3 sono valori medi per le tre fasi dell'avvolgimento e valgono, come si è detto, per gli avvolgimenti di statore e di rotore complessivamente. La suddivisione della reattanza totale di dispersione frontale nella parte statorica e rotorica viene eseguita in base al rapporto esistente tra le lunghezze delle testate dei due avvolgimenti. Nel caso di anelli in corto circuito si può porre l'ipotesi che circa il 7% circa della reattanza di dispersione frontale sia dovuto all'avvolgimento rotorico. Se si allontanano gli anelli di corto circuito dal pacco del ferro di $0{,}15\ \tau$, il contributo rotorico aumenta del 26%. Per grandi turbomacchine di recente sono state effettuate nuove misure (13.10). Esse hanno mostrato che, con avvolgimenti a gabbia a due strati formanti con l'asse della macchina rispettivamente angoli di 18° e 45°, i valori del coefficiente della permeanza sono più piccoli di quelli assunti finora e cioè rispettivamente 0,24 e 0,18.

TAB. 13-3. - Coefficienti della permeanza del circuito di dispersione frontale di macchine asincrone, misurati su macchine piccole.

Avvolgimento rotorico	Avvolgimento statorico		
	a 2 piani	a 3 piani	a 2 strati
A due piani	0,45–0,60	—	—
A tre piani	—	0,4–0,5	—
A due strati	0,45–0,55	0,4–0,5	0,30–0,45
A gabbia	0,35–0,55	0,31–0,40	0,28–0,35

Il coefficiente della permeanza di dispersione frontale nelle macchine sincrone è stato determinato sperimentalmente da Weissheimer. I valori di λ_S per diversi avvolgimenti sono raccolti nella tab. 13-4. Anche in questo caso è necessario servirsi dei fattori di correzione già citati a proposito delle macchine asincrone, anche se il loro valore non è elevato. In pratica, per l'incertezza del calcolo delle reattanze di dispersione, è impossi-

bile ottenere risultati precisi. Solo nel caso in cui esistano cappe magnetiche nell'avvolgimento di rotore delle macchine a poli non salienti il fattore di correzione [2.3] è elevato; attualmente però vengono adottate cappe amagnetiche.

TAB. 13-4. - Coefficienti della permeanza di dispersione frontale per macchine sincrone secondo Weissheimer [13.9].

Avvolgimento	l_S/τ	Poli non salienti	Nuclei polari
Monofase non piegato	1,1 − 1,26	0,06 − 0,09	0,10 − 0,12
Monofase piegato	1,3 − 1,9	0,12 − 0,15	0,17 − 0,18
A due piani	1,65 − 2,5	0,24 − 0,34	0,28 − 0,34
A tre piani	1,45 − 2,5	0,21 − 0,28	0,25 − 0,29
A semplice strato	1,8 − 2,9	0,33 − 0,30	0,36 − 0,32
A due strati	1,8 − 2,9	0,26 − 0,20	0,28 − 0,25

Per le macchine monofasi a collettore il coefficiente per l'avvolgimento statorico è $\lambda_S \approx 0{,}1$ per matasse non piegate e $\lambda_S \approx 0{,}17$ per matasse piegate. Il coefficiente della permeanza relativo all'avvolgimento di rotore per alimentazione monofase è $\lambda_S \approx 0{,}1$.

I coefficienti della permeanza per gli avvolgimenti delle macchine a collettore a corrente trifase si possono dedurre dai valori dati nella tab. 13-2 e 13-3 per macchine asincrone. L'autore ha osservato che i coefficenti relativi alle macchine ad alimentazione statorica sono più elevati di quelli relativi alle macchine asincrone. Per l'avvolgimento statorico si può porre $\lambda_S = 0{,}3$ e per quello facente capo al collettore $\lambda_S = 0{,}25$. Nelle macchine ad alimentazione rotorica il coefficiente λ_S' per l'avvolgimento primario (rotore) è 0,25, per l'avvolgimento secondario (statore) varia da 0,25 a 0,3 e per quello facente capo al collettore varia da 0,50 a 0,1 per la dispersione rispetto all'avvolgimento primario e da 0,2 a 0,25 per la dispersione rispetto all'avvolgimento secondario.

Generalmente le misure eseguite su tutti i tipi di macchina dimostrano che la dispersione frontale è più elevata di quella risultante da ricerche teoriche o sperimentali su modello. Poichè però fino ad ora le cause di tale fenomeno sono rimaste sconosciute, dare delle cifre esatte non avrebbe alcuna utilità pratica.

13.5. Dispersione fra i nuclei polari

Come si è già detto, per mezzo del tracciamento dei campi è possibile determinare il flusso utile e quello di dispersione. A tal fine si conta il numero dei tubi di flusso unitari che escono dal polo considerato ed entrano rispettivamente nell'indotto e nel polo adiacente. Indicando gli uni con m_h e gli altri con m_S, si ottiene la seguente espressione per il flusso

di dispersione:

$$\Phi_{\sigma p} = \mu_0 m_S l_i M_p \tag{13-41}$$

in cui M_p è la tensione magnetica tra le espansioni polari. Il coefficiente di dispersione sarà:

$$\sigma_p = m_S/m_h. \tag{13-42}$$

Questo metodo per la determinazione del coefficiente di dispersione è valido solo a condizione che l'avvolgimento di indotto sia concentrato esattamente sul piano neutro (macchine a corrente alternata) o che le spazzole siano collocate nella zona neutra (macchine a corrente continua). Se nelle macchine a corrente continua si spostano le spazzole dalla zona neutra o se nelle macchine a corrente alternata si raccorcia o si aumenta la ampiezza della matassa ($W \lesseqgtr \tau$), diminuisce il flusso principale, cioè quello concatenato con l'avvolgimento; il flusso di dispersione, invece, aumenta dello stesso valore, così che la parte di flusso utile perduta per l'avvolgimento equivale ad un flusso di dispersione. Negli avvolgimenti trifasi una fase copre una certa parte della periferia dell'indotto (per $m = 3$, $1/6$) e quindi, per $\xi = 3/\pi$, il coefficiente di dispersione è:

$$\sigma_p = \frac{(1+\xi)\, m_S}{(1-\xi)\, m_h} \approx 1{,}09\, m_S/m_h. \tag{13-43}$$

Come si vedrà nel seguito, tale aumento verificato sperimentalmente (fig. 13-21), è risultato del 4%, cioè inferiore a quello derivante dalla (13-43). Ciò è dovuto al fatto che durante l'esperimento il campo non era esattamente sinusoidale.

Per determinare la dispersione fra i nuclei polari ci si serve dei modelli elettrici già descritti [4.16]; particolarmente semplice è tale determinazione per funzionamento a vuoto della macchina [4.18, 4.19]; in tal caso si eccita solo l'avvolgimento polare e quindi il modello deve essere alimentato nei punti A e B (fig. 4-6a). Il flusso attraverso il nucleo polare in corrispondenza della sezione passante per il punto A, il flusso utile e il flusso di dispersione sono proporzionali alle resistenze R_{AB}, R_{BM} ed R_{AM}, rispettivamente. Da tali relazioni risulta la dispersione come rapporto $\sigma_p = R_{AM}/R_{BM}$. Questo metodo ha valore assoluto qualora si possa supporre l'avvolgimento di eccitazione concentrato in un punto (A). Se invece esso è distribuito lungo il nucleo polare, come avviene generalmente, attraverso il tratto AE non si avrà flusso di dispersione. Per tale ragione ci si avvicina maggiormente alla realtà se, alimentando nel punto A, si misura il flusso di dispersione solo lungo il tratto EM.

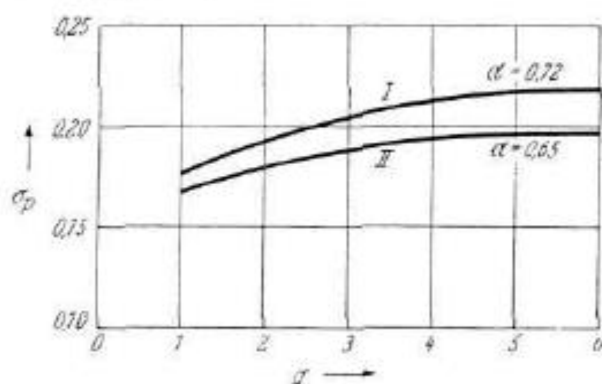


Fig. 13-21. - Valori della dispersione fra i nuclei polari misurati su modello, in funzione del numero di cave q per polo e fase.

Con alimentazione nel punto A (fig. 4-6a) del nucleo polare di un grande generatore si è ottenuto come risultato $\sigma_p = R_{EM}/R_{MB} = 0{,}205$. Tenendo conto invece solo della resistenza R_{AM} è $\sigma_p = R_{AM}/R_{MB}$ e risulta un flusso di dispersione pari al 0,305% del flusso totale. Se si tracciano i tubi di flusso del campo, risulta $\sigma_p = 0{,}21$.

Con il modello è anche possibile determinare il flusso di qualsiasi sezione del nucleo polare. Se ad esempio si vuole conoscere l'entità del flusso che attraversa la parte più stretta dell'espansione polare (tratto ab in fig. 4-6a), è sufficiente misurare la resistenza relativa R_{ab} tra i punti a e b. In tal caso il flusso è la frazione R_{ab}/R_{MB} del flusso utile.

Con lo stesso procedimento si può determinare la dispersione fra i nuclei polari delle macchine a corrente continua e cioè per i poli principali, direttamente come rapporto $\sigma_p = R_{EM}/R_{BM} = 0{,}0035/0{,}539 = 0{,}065$ con alimentazione in A e B, per i poli ausiliari solo approssimativamente. Se cioè la reazione di indotto è completamente compensata, il metodo di determinazione è uguale a quello adottato per i poli principali. Si alimenta nei punti C ed M (fig. 4-16) e si ottiene la dispersione come rapporto $\sigma_{Kp0} = R_{FM}/R_{BM} = 0{,}00303/0{,}00925 = 0{,}33$. Questo esempio è valido però solo approssimativamente, nel caso di macchine compensate, perchè la compensazione della reazione di indotto nello spazio interpolare non è completa. Per ottenere la dispersione della macchina non compensata, è necessario tracciare la curva del campo sotto il polo ausiliario per funzionamento a carico. Se invece è sufficiente un valore globale, è consigliabile seguire il seguente metodo semplificato, per il quale si richiede solo la conoscenza del coefficiente di dispersione $\sigma_{Kp0} = R_{FM}/R_{BM}$. La reazione di indotto sotto il centro del polo ausiliario sia rappresentata dalla f.m.m. 0,95 Θ_a, distribuita su tutta l'ampiezza del polo ausiliario; la f.m.m. di tale polo è allora $\Theta_{Kp} = k\Theta_a \approx 1{,}25\,\Theta_a$. Se ora si pone il flusso di indotto pari a 0,95, il flusso del polo ausiliario sarà uguale a k e il flusso di dispersione sarà $k\sigma_{Kp0}$, da cui deriva la dispersione $\sigma_{Kp} \approx \sigma_{Kp0}\dfrac{k}{k - 0{,}95}$.
Nell'esempio riportato è $\sigma_{Kp0} = 0{,}33$ e $k = 1{,}25$, per cui risulta $\sigma_{Kp} = 1{,}37$.

13.6. Dispersione dovuta alle armoniche superiori o dispersione al traferro

La reattanza di dispersione dovuta alle armoniche superiori, o dispersione al traferro, si ottiene dalla reattanza principale applicando la (2-133); il coefficiente di dispersione risultai nvece dalla (13-49) e dalla (13-61). La reattanza principale si calcola senza prendere in considerazione il fattore di Carter, ma tenendo conto della saturazione del ferro, dato che una parte delle armoniche superiori subisce la sua influenza. È buona norma pratica introdurre nel calcolo il valore medio tra il valore di saturazione normale e quello di non saturazione X_h. I coefficienti di dispersione determinati in base alla (13-49) ed alla (13-61) valgono per apertura di cava $S = 0$. Dell'apertura si tien conto introducendo il fattore k_N di fig. 13-32.

13.6.1. Avvolgimenti normali

La determinazione della dispersione al traferro viene fatta considerando il circuito equivalente di fig. 5-1. Se si trascura lo smorzamento dei campi superiori ad opera dell'avvolgimento rotorico ($\varrho_{2\nu} = 1$), essa è espressa dalla:

$$X_{1O} = \sum_{\nu \neq 1} X_{1h\nu}. \tag{13-44}$$

Inoltre, si può trascurare anche il fattore di apertura di cava, ponendo cioè $\zeta'_{N\nu} = 1$. Gli errori che si commettono a causa di tali semplificazioni si compensano parzialmente. Il coefficiente di dispersione al traferro è:

$$\sigma_{O1} = \frac{X_{1O}}{X_{1h}} = \sum_{\nu \neq 1} \left(\frac{\xi_{1\nu}}{\nu \xi_{1,1}} \right)^2, \tag{13-45}$$

in cui X_{1h} è la reattanza principale dell'avvolgimento statorico [vedi la (2-133)], $\xi_{1,1}$ il fattore di avvolgimento statorico per l'armonica fondamentale e $\xi_{1\nu}$ quello per l'armonica superiore d'ordine v. La (13-45) dà risultati assai attendibili per tutti i normali avvolgimenti simmetrici; i risultati non sono invece altrettanto validi nel caso di avvolgimenti che danno luogo ad armoniche superiori di notevole ampiezza e numero d'ordine basso e di avvolgimenti a numero frazionario di fori che danno luogo ad armoniche inferiori; infatti il fattore di smorzamento $\varrho_{2\nu}$ è minore di 1 e deve quindi essere considerato nel calcolo. L'espressione di σ_{1O} data dalla (13-45) è semplice, ma la sommatoria di infiniti termini non è di agevole calcolo. D'altra parte, con tale espressione è possibile tener conto del fattore di smorzamento e di quello di apertura di cava. In molti casi, quando non sia richiesta una grande precisione, si può calcolare il coefficiente di dispersione tenendo conto solo di un certo numero di termini della (13-45), oppure, applicando un altro sistema di calcolo che si vedrà in seguito, è possibile evitare la sommatoria. Quest'ultimo procedimento è valido solo per $\varrho_{2\nu} = \zeta_{N\nu}' = 1$.

Poichè l'energia immagazzinata in un campo magnetico è proporzionale all'induttanza e quindi anche alla reattanza, si può calcolare il coefficiente di dispersione anche servendosi dell'espressione dell'energia magnetica; si ha allora:

$$\sigma_O = \frac{W - W_1}{W_1} = \frac{W}{W_1} - 1, \tag{13-46}$$

in cui W è l'energia magnetica del campo effettivo (con andamento a gradini) e W_1 l'energia magnetica del campo fondamentale. L'energia magnetica del campo a gradini con induzione b ed intensità in corrispondenza di ogni dente è la risultante di una somma comprendente tutti gli N denti della periferia dell'indotto, e cioè:

$$W = \frac{1}{2} \int hbdT = \frac{T}{2\mu_0} \; \Sigma \; \frac{b^2}{N}, \tag{13-47}$$

in cui $T = 2p\tau l_i\delta$ è il volume totale dello spazio costituente il traferro. L'energia magnetica del campo fondamentale polifase con induzione al traferro B dovuta ad una fase e con ampiezza dell'armonica fondamentale $B_1 = 4m\xi_1 B/2\pi$ è espressa dalla:

$$W_1 = \frac{T}{2\mu_0}\left(\frac{B_1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{Tm^2}{\mu_0\pi^2}\,\xi_1^2 B^2. \tag{13-48}$$

Per la (13-46) il coefficiente di dispersione è dato quindi dalla:

$$\sigma_O = \frac{\pi^2}{2m^2\xi_1^2}\,\frac{\Sigma b^2}{NB^2} - 1. \tag{13-49}$$

Per determinarlo è necessario conoscere il valore dell'induzione in corrispondenza di ogni dente (b) e dell'induzione al traferro dovuta ad una fase (B), entrambi facilmente ricavabili dal poligono della f.m.m. di Görges.

In fig. 13-22a sono riportate le amperspire per unità di lunghezza di un normale avvolgimento trifase sotto un paio di poli. Integrando tale f.m.m. lungo la periferia dell'indotto e tenendo presenti le fasi indicate in fig. 13-22b, si ottiene un esagono (fig. 13-22c) i cui punti 1, 2 corrispondono ai punti x_1, x_2 della periferia dell'indotto. I lati 12-1, 1-2, 2-3, ecc. corrispondono alle f.m.m., presenti negli archi x_{12}-x_2, x_1-x_2, x_2-x_2, ecc., cui è dovuto il campo e rappresentano anche i valori delle tensioni magnetiche. Poichè il traferro è costante e le cadute di tensione magnetica nel ferro sono trascurabili, i lati dell'esagono rappresentano inoltre i valori delle induzioni magnetiche al traferro della macchina. Se la f.m.m. per unità di lunghezza non è distribuita uniformemente lungo la periferia dell'indotto, ma è concentrata nelle cave, così ad esempio se si suppone che sia $q = 2$ le f.m.m. si supporranno concentrate nei punti intermedi degli intervalli x_{12}-x_1, x_1-x_2 (cava 1 e cava 2 rispettivamente) e così via e la curva della f.m.m. diventa una curva a gradini. I raggi 01, 02, 03 dell'esagono hanno sull'asse di riferimento A-A porzioni uguali a quelle dei vettori 12-1, 12-1 + 1-2, 12-1 + 1-2 + 2-3, e possono rappresentare la f.m.m. la tensione magnetica o l'induzione in corrispondenza ai denti i cui assi coincidano coi punti x_1, x_2, x_1, ecc.. L'induzione B dovuta ad una fase è rappresentata dalla metà di un lato dell'esagono o da un quarto della diagonale. Per trovare la sommatoria Σb^2 si proiettano i raggi 01, 02 sull'asse di riferimento e si sommano poi i quadrati di tali proiezioni. Il calcolo è analogo a quello che si esegue per trovare il momento di inerzia riferito ad un asse. La grandezza $(1 + \sigma_O)$ può essere considerata come rapporto tra il momento di inerzia polare di un sistema di masse unitarie collocate nei punti del poligono corrispondenti alle cave e quello di una massa distribuita uniformemente su di una circonferenza, corrispondente all'armonica fondamentale. Poichè nel caso di figure simmetriche il momento di inerzia riferito a tutti gli assi è lo stesso, per il calcolo si può scegliere la posizione più favorevole per l'asse dei tempi. In fig. 13-22c

essa è perpendicolare al tratto 2-4. In tal caso, assumendo il raggio 02 di lunghezza unitaria, si ottiene ($q = 2$):

$$\frac{\Sigma b^2}{NB^2} = \frac{1}{6(1/2)^2}\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2}\right)^2\right] = \frac{7}{4}.$$

In generale, però, per il normale avvolgimento simmetrico trifase a semplice strato [2-3] vale la seguente espressione:

$$\frac{\Sigma b^2}{NB^2} = \frac{5q^2+1}{3q^2} \qquad (13\text{-}50)$$

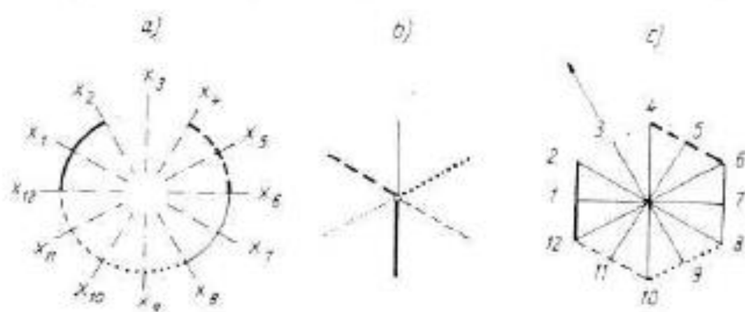
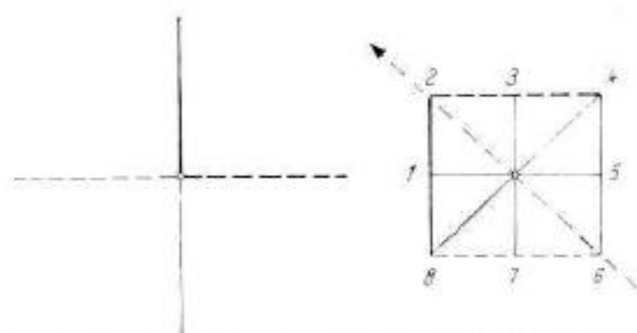


Fig. 13-22. - a) amperspire per unità di lunghezza; b) diagramma vettoriale delle correnti; c) poligono delle f.m.m. per un avvolgimento trifase non raccorciato.

per l'avvolgimento simmetrico bifase a semplice strato (per il diagramma della f.m.m. e il poligono delle tensioni magnetiche, vedi fig. 13-23) vale la:

$$\frac{\Sigma b^2}{NB^2} = \frac{2q^2+1}{3q^2}. \qquad (13\text{-}51)$$


Fig. 13-23. - a) diagramma vettoriale delle correnti; b) poligono delle f.m.m. per un avvolgimento bifase non raccorciato.

I valori dei coefficienti di dispersione calcolati mediante la (13-50) e la (13-51) per diversi valori di q e per cave non inclinate figurano nella tab. 13-5.

Benchè il numero q di un avvolgimento bifase sia una volta e mezzo maggiore di quello che si ha in un avvolgimento trifase, per uno stesso numero di cave l'avvolgimento bifase ha una dispersione al traferro sensibilmente più elevata. Così, ad esempio, per l'avvolgimento trifase è $N/p = 12$ $\sigma_O = 0{,}0285$, mentre per quello bifase è $\sigma_O = 0{,}0468$.

TAB. 13-5. - Coefficiente di dispersione al traferro per avvolgimenti simmetrici a semplice strato con cave non inclinate (espresso in percentuale).

q	1	2	3	4	5	6	8	∞
Avvolgimento trifase	9,7	2,85	1,41	0,88	0,65	0,52	0,39	0,215
Avvolgimento bifase	23,4	8,45	4,68	3,30	2,65	2,29	—	1,64
Avvolgimento monofase avvolto per $^2/_3$	—	9,7	—	2,85	—	1,41	0,88	0,215

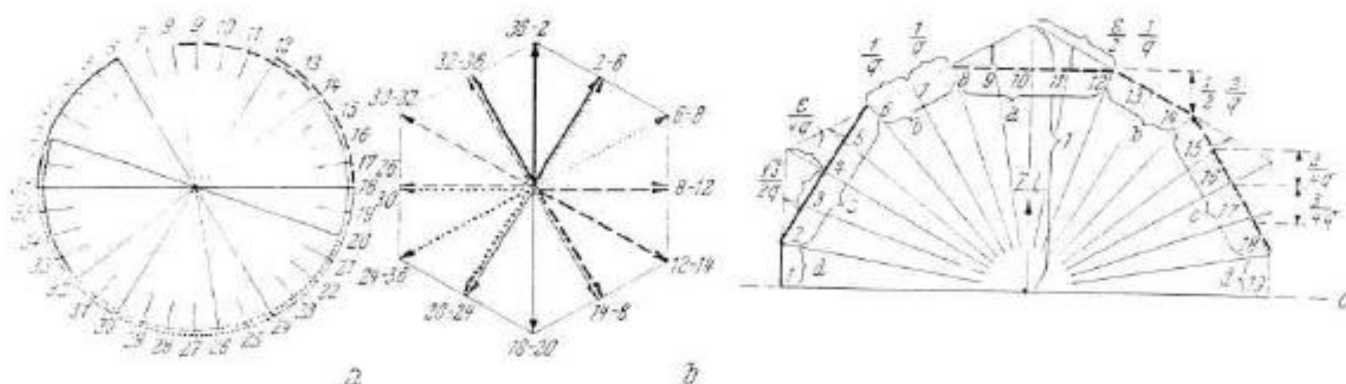


Fig. 13-24. - Avvolgimento trifase raccorciato a due strati ($q = 6$, $\varepsilon = 4$). *a*) amperspire per unità di lunghezza; *b*) diagramma vettoriale delle correnti; *c*) poligono della f.m.m.

Nell'avvolgimento a due strati con raccorciamento del passo (avvolgimento a corde) sulla periferia dell'indotto si hanno delle zone in cui lo strato superiore e quello inferiore appartengono a fasi diverse (fig. 13-24). In base al calcolo [2-3] si ottiene:

$$\frac{\Sigma b^2}{NB^2} = \frac{5q^2 + 1 + \varepsilon^2/4q - 3\varepsilon^3/2 - \varepsilon/4q}{3q^2}. \tag{13-52}$$

La (13-52) è applicabile per valori pari e dispari di q, a condizione che sia $\varepsilon = mq(1 - W/\tau) \leqq 1$.

In fig. 13-25 *a* e *b* sono riportati i valori del coefficiente di dispersione per avvolgimenti trifasi e bifasi per diversi numeri di cave q per polo e fase e per cave non inclinate, in funzione dell'ampiezza di matassa riferita al passo polare W/τ. Per $W/\tau = 0{,}82$ la dispersione al traferro dell'avvolgimento trifase è minima. I punti delle curve contraddistinti con circoli si riferiscono a valori che si possono effettivamente ottenere, con un numero finito di cave. Così, ad esempio, per un avvolgimento trifase con $q = 3$ è possibile solo un'ampiezza di matassa di 9, 8, 7 e 6 passi di cava, per cui si ha $W/\tau = 1{,}00$, 0,89, 0,78, 0,67.

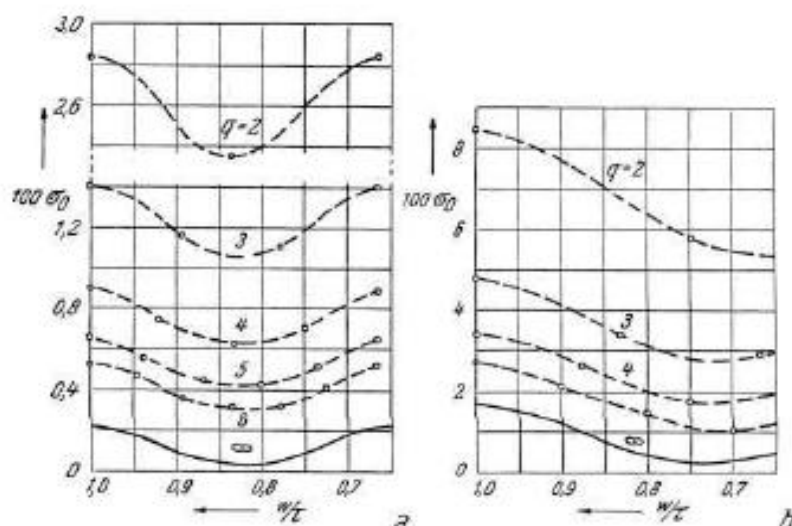


Fig. 13-25. - Coefficiente di dispersione in funzione del rapporto tra larghezza della matassa e passo polare; *a*) per avvolgimento trifase; *b*) per avvolgimento bifase.

Richter [2-3] ha sviluppato il fattore di avvolgimento della (13-49) in serie, ottenendo per i coefficienti di dispersione degli avvolgimenti trifasi i seguenti risultati:

$$\sigma_O = 0{,}00215 + \frac{0{,}10885}{q^2} - \frac{0{,}01497}{q^4} + \frac{0{,}00060}{q^6} \quad \text{per} \quad W/\tau = 1$$

$$\sigma_O = 0{,}00026 + \frac{0{,}09056}{q^2} - \frac{0{,}01384}{q^4} + \frac{0{,}00061}{q^6} \quad \text{per} \quad W/\tau = 5/6$$

$$\sigma_O = 0{,}00040 + \frac{0{,}09773}{q^2} - \frac{0{,}01394}{q^4} + \frac{0{,}00057}{q^6} \quad \text{per} \quad W/\tau = 7/9$$

Per quanto fino ad ora si sia parlato di avvolgimenti statorici, le relazioni ed i dati valgono anche per normali avvolgimenti rotorici; è sufficiente sostituire l'indice 1 con 2.

Il procedimento descritto è applicabile anche ad avvolgimenti o collegamenti più complessi; tuttavia, si deve tener presente che è necessario trascurare la reazione della corrente rotorica, il che non è sempre possibile se si considera che in numerosi avvolgimenti di questo tipo i campi superiori hanno un valore elevato. Per tutte le armoniche d'ordine inferiore si deve tener conto dello smorzamento.

13.6.2. Il poligono della f.m.m. di Görges e sua importanza

Il poligono della f.m.m. di Görges, introdotto nel capitolo precedente, *non solo consente di calcolare semplicemente la dispersione al traferro, ma* anche di mettere in evidenza le caratteristiche dell'avvolgimento [13-13]. Il poligono relativo ad un avvolgimento simmetrico ad m fasi è simmetrico rispetto ad m assi solo se nel traferro compaiono armoniche di ordine:

$$\nu = mk \pm 1 \tag{13-53}$$

in cui k è un numero intero qualunque. Le armoniche di terzo ordine non determinano campi rotanti e in questo caso il poligono si trasforma quindi in una retta. Dalla forma del poligono è possibile riconoscere la presenza delle diverse armoniche nel campo al traferro. A tale scopo, si traccia il poligono relativo ad un avvolgimento fondamentale, cioè ad un avvolgimento in cui la distribuzione del campo si ripete una sola volta. Prima di chiudersi, il poligono sarà descritto p_u volte, dove p_u è uguale all'unità nei normali avvolgimenti, mentre può essere anche maggiore per certi avvolgimenti particolari. Al traferro di una macchina dotata di un avvolgimento fondamentale di tale tipo generalmente compaiono armoniche pari o dispari di ordine ν. Le prime (riferite all'avvolgimento fondamentale), scompaiono quando le semionde positive e negative sono simmetriche, cioè quando il poligono relativo è simmetrico rispetto al baricentro. Se il poligono è asimmetrico, oltre alle armoniche dispari, compaiono anche armoniche pari, riferite all'ordine p_u dell'avvolgimento fondamentale.

Le armoniche pari possono determinare una attrazione magnetica unidirezionale, e precisamente quando le forze dell'avvolgimento fondamentale prodotte dalla presenza delle armoniche pari non si compensano reciprocamente. Per tale ragione, il poligono risultante deve essere asimmetrico rispetto al baricentro e può chiudersi solo dopo una rotazione lungo l'intera periferia dell'indotto.

Si è già detto che, nel caso di campo alternato, il poligono si trasforma in una retta; se nel traferro ci sono dei campi alternati, l'energia magnetica non è costante nel tempo. Ciò significa che il momento di inerzia delle masse fittizie considerate non è più uguale per assi baricentrici diversi. Pertanto è sufficiente determinare il momento di inerzia delle masse unitarie collocate nei punti del poligono corrispondenti alle cave, riferito a due assi baricentrici perpendicolari fra loro. Se questi due momenti d'inerzia non sono uguali, al traferro compaiono dei campi alternativi; se invece sono uguali, si avranno solo dei campi rotanti.

Spesso si pone il problema se due avvolgimenti di una stessa macchina, ad esempio nel motore a poli commutabili, si influenzino magneticamente o no. Se i due avvolgimenti sono indipendenti l'uno dall'altro, se cioè l'induttanza mutua è nulla, l'energia magnetica del campo risultante è uguale alla somma delle energie che corrispondono ad ogni avvolgimento. Ciò vale per due spostamenti di fase arbitrariamente scelti, ma comunque diversi, tra le due f.m.m. Il momento di inerzia polare del poligono tracciato per due f.m.m. diverse deve essere uguale alla somma dei momenti polari dei poligoni relativi a ciascun avvolgimento.

In un avvolgimento simmetrico ad m fasi tra l'energia nel traferro W e il coefficiente L di autoinduzione esiste la proporzionalità $L \sim W/I^2$. La divisione per I^2 significa che nel poligono è necessario assumere le distanze dal baricentro invece di quelle dagli assi. Se si rappresenta l'energia magnetica per mezzo del momento di inerzia rispetto ad un asse dei punti del poligono corrispondenti alle cave l'autoinduttanza sarà data dal momento di inerzia polare degli stessi punti rispetto al baricentro del poligono. Questo principio, formulato per la prima volta da Krondl [13-14], viene applicato per la determinazione semplice della dispersione al traferro di avvolgimenti diversi. Secondo la nostra schematizzazione la f.m.m. di armonica fondamentale è rappresentata da una circonferenza di raggio R_1 e di perimetro:

$$2\pi R_1(p/p_u) = k_1 X \quad \text{(perimetro totale del poligono relativo all'avvolgimento fondamentale)} \tag{13-54}$$

Per avvolgimenti a più strati, considerando R_1 come f.m.m. di cava, si deve introdurre la somma algebrica e non quella geometrica delle f.m.m. dei singoli strati. Introducendo il raggio di inerzia R_g relativo al poligono il coefficiente di dispersione al traferro è data dalla:

$$\sigma_O = \frac{L}{L_1} - 1 = \frac{\begin{array}{c}\text{momento di inerzia polare dei}\\ \text{punti del poligono corrispon-}\\ \text{denti alle cave}\end{array}}{\begin{array}{c}\text{momento di inerzia polare della}\\ \text{circonferenza corrispondente al-}\\ \text{l'armonica fondamentale}\end{array}} - 1 = \left(\frac{R_g}{R_1}\right)^2 - 1. \tag{13-55}$$

Se il poligono è simmetrico rispetto ad un numero k di assi, è sufficiente

prendere in considerazione la k-esima parte del poligono e della circonferenza. Applichiamo tali procedimenti ad alcuni casi [13-13].

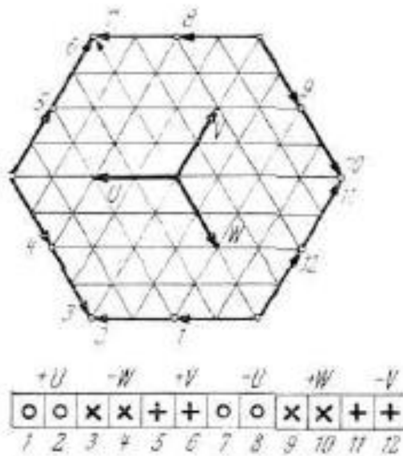


Fig. 13-26. - Poligono delle f.m.m. per un avvolgimento trifase a semplice strato con $q = 2$.

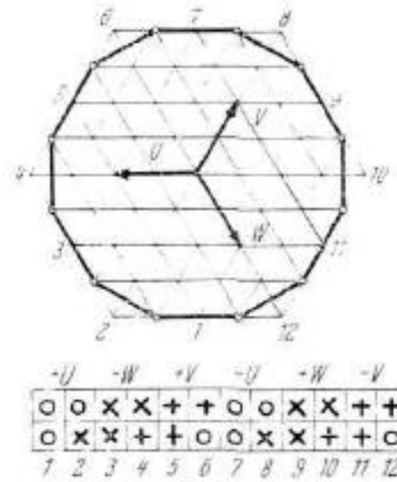


Fig. 13-27. - Avvolgimento trifase a due strati con $q = 2$ e $W = 5/6\ \tau$, *a*) correnti nei conduttori, *b*) poligono delle f.m.m..

Come primo esempio si consideri il normale avvolgimento a semplice strato e a passo non raccorciato, per il quale si è già determinato il coefficiente di dispersione nel capitolo precedente. Per $q = 2$ si ottiene l'esagono tracciato in fig. 13-26, in cui le cave sono indicate da cerchietti 1, 2 . . . ecc. Per rendere il calcolo più semplice si è suddiviso l'esagono in triangoli aventi il lato di lunghezza unitaria. Il momento di inerzia polare di 1/6 dell'esagono è $2^2 + (2\sqrt{3}/2)^2 = 7$, da cui si ricava il raggio medio $R_g = 7/2$. Il raggio di inerzia relativo alla armonica fondamentale è:

$$R_1 = 12\xi_1/2\pi = 6 \cdot 0{,}966/\pi.$$

Dalla (13-55) risulta allora:

$$\sigma_O = \frac{7/2}{(6 \cdot 0{,}966/\pi)^2} - 1 = 0{,}0287.$$

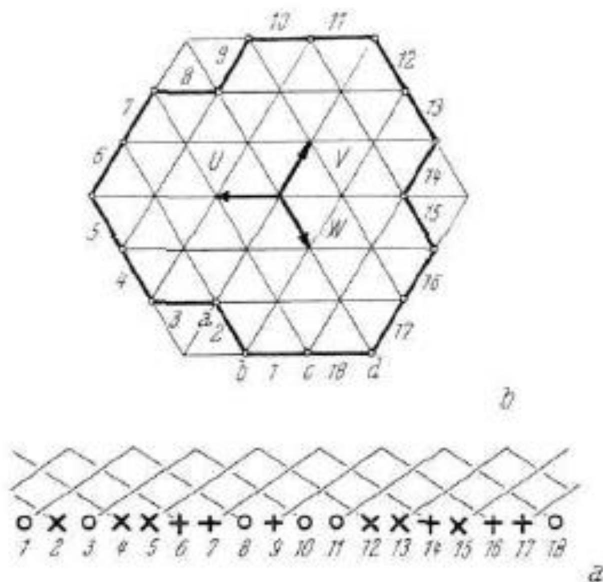


Fig. 13-28. - Avvolgimento trifase a semplice strato con matasse di uguale ampiezza e $q = 3$, *a*) correnti nei conduttori, *b*) poligono delle f.m.m..

Come secondo esempio si consideri l'avvolgimento a due strati con $q = 2$ e ampiezza della matassa $W = 5/6 \cdot \tau$. Dal poligono corrispondente, tracciato in fig. 13-27, si ottiene:

$$R^2_g = (\sqrt{3}/4)^2 + (1{,}75)^2 = 13/4, \qquad R_1 = 6 \cdot 0{,}933/\pi,$$

e

$$\sigma_O = \frac{13/4}{(6 \cdot 0{,}933/\pi)^2} - 1 = 0{,}024.$$

Come terzo esempio si considera l'avvolgimento a semplice strato con un numero dispari di cave per polo e fase ($q = 3$) e ampiezza di matassa $W = 7/9 \cdot \tau$. In questo caso si determinano due zone, la prima con una cava, la seconda con due. Lo schema dell'avvolgimento è tracciato in fig. 13-28a e il relativo poligono in fig. 13-28b. Il momento di inerzia polare di un terzo del poligono è:

$$J_a + 2\,(J_b + J_c) + J_d = 2^2 + 4\,[(3 \cdot \sqrt{3}/2)^2 + (3/2)^2] = 41$$

donde deriva il raggio di inerzia medio:

$$R^2{}_g = 41/6.$$

Il fattore di avvolgimento è:

$$\xi_1 = \operatorname{sen}\frac{7\pi}{9 \cdot 2}\,\frac{1/2}{9/6 \cdot \operatorname{sen}\pi/9}\,\operatorname{sen}\frac{9 - (2 - 1)}{9}\,\frac{\pi}{2} = 0{,}902.$$

Il raggio di inerzia relativo all'armonica fondamentale è:

$$R_1 = 18 \cdot 0{,}902/2\pi$$

e il coefficiente di dispersione:

$$\sigma_O = \frac{41/6}{(9 \cdot 0{,}902/\pi)^2} - 1 = 0{,}0236,$$

maggiore del coefficiente di dispersione dello stesso avvolgimento senza raccorciamento del passo (0,014). Poichè il poligono è asimmetrico rispetto al baricentro, si determinano delle armoniche pari che in una macchina bipolare causano la comparsa di una attrazione magnetica unilaterale.

Da ultimo si consideri l'esempio dell'avvolgimento a zampa di rana o avvolgimento Latour, applicato ultimamente con successo nei motori a collettore a corrente trifase. Come è noto, tale avvolgimento è costituito dalla combinazione dell'avvolgimento ondulato e di quello embricato. La distribuzione della corrente in un tale avvolgimento con numero di cave $N = 18$ e ampiezza di matassa $W = 8/9 \cdot \tau = 16$ è illustrata in fig. 13-29a e b per due diversi angoli di spostamento delle spazzole $\alpha = \pi/9 = 20°$ e $\alpha = 2\pi/9 = 40°$. Nel caso di una doppia serie di spazzole, cioè per collegamento a sei spazzole, le spazzole di una fase formano sul collettore l'angolo $180 - 2\alpha$, cioè 140° e 100°. Il collegamento di fig. 13-29a e b vale per $u = 1$, cioè per un solo lato di matassa in ciascuna cava. In fig. 13-29c è tracciato il poligono relativo all'avvolgimento per spazzole infinitamente sottili. Il poligono a, a, b vale per l'angolo $\alpha = 20°$. Il momento di inerzia polare del poligono è $12J_a + 6J_b = 12\,[2^2 + (12\sqrt{3}/2)^2] + 6 \cdot 11^2 = 18R_g{}^2$,

		+U			−W			+V			−U			+W			−V	
avv. ondulato	o	o	o	×	×	+	+	+	+	o	o	×	×	×	×	+	+	o
avv. embricato	o	o	o	o	×	×	+	+	+	+	o	o	×	×	×	×	+	+
	o	o	×	×	×	×	+	+	o	o	o	o	×	×	+	+	+	+
avv. ondulato	+	o	o	×	×	×	×	+	+	o	o	o	o	×	×	+	+	+
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

a

avv. ondulato	o	o	o	o	×	+	+	+	+	+	o	×	×	×	×	×	+	o
avv. embricato	o	o	o	o	o	×	+	+	+	+	+	o	×	×	×	×	×	+
	+	o	×	×	×	×	×	+	o	o	o	o	o	×	+	+	+	+
avv. ondulato	+	+	o	×	×	×	×	×	+	o	o	o	o	o	×	+	+	+

b

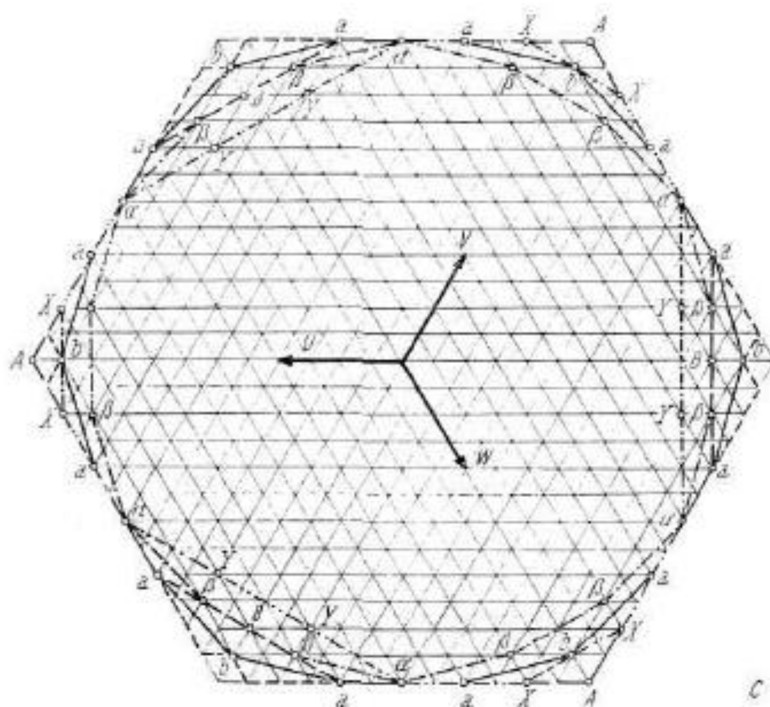


Fig. 13-29. - Avvolgimento Latour con $N = 18$, $p = 1$ e $W = 8/9\tau$; *a*) correnti nei conduttori per angolo di spostamento delle spazzole $\pi/9$; *b*) correnti nei conduttori per angolo di spostamento delle spazzole $2\pi/9$; c) poligoni delle f.m.m. con i punti aab ecc. per angolo di spostamento delle spazzole $\pi/9$, con i punti $\alpha\beta\beta$ ecc. per angolo di spostamento delle spazzole $2\pi/9$. I punti aaB, aaA ecc. corrispondono al normale avvolgimento trifase per angolo di spostamento delle spazzole $\pi/9$ e i punti aXX, aYY ecc. corrispondono all'angolo di spostamento $2\pi/9$.

donde deriva il quadrato del raggio di inerzia medio $R_g{}^2 = 115$. Il fattore di avvolgimento è:

$$\xi_1 = \operatorname{sen}\frac{8\pi}{9\cdot 2}\,\frac{1/2}{18/6\cdot \operatorname{sen}\pi\,18}\operatorname{sen}\frac{8\pi}{9\cdot 2} = 0{,}931.$$

Inoltre risulta:

$$R_1 = 18\cdot 4\cdot 0{,}931/2\pi = 10{,}66$$

e il coefficiente di dispersione è:

$$\sigma_O = \frac{115}{10{,}66^2} - 1 = 0{,}0109.$$

Per l'angolo di spostamento delle spazzole $\alpha = 40°$ si ha un poligono dato dai punti α, β, β di fig. 13-29c. Il momento di inerzia è:

$$18\,R_g{}^2 = 6\,J_\alpha + 12\,J_\beta = 6 \cdot (12 \cdot \sqrt{3}/2)^2 + 12\,[10^2 + (2 \cdot \sqrt{3}/2)^2] = 1884,$$

donde risulta:

$$R_g{}^2 = 1884/18 = 104{,}5.$$

Il fattore di avvolgimento è:

$$\xi_1 = \text{sen}\,\frac{8\pi}{9 \cdot 2}\,\frac{1/2}{18/6 \cdot \text{sen}\,\pi\,18}\,\text{sen}\,\frac{7\pi}{9 \cdot 2} = 0{,}888,$$

e il raggio di inerzia relativo all'armonica fondamentale:

$$R_1 = 18 \cdot 4 \cdot 0{,}888/2\,\pi = 10{,}175,$$

donde risulta il seguente coefficiente di dispersione:

$$\sigma_O = \frac{104{,}5}{10{,}175^2} - 1 = 0{,}0103.$$

Nonostante il raccorciamento e lo spostamento delle spazzole, in entrambi i casi il poligono è simmetrico rispetto al baricentro e quindi non si determinano armoniche superiori pari.

Se però si usa un avvolgimento normale (embricato od ondulato), si ottiene un poligono (v. fig. 13-29c), che per $\alpha = 20°$ è dato dai punti a, a, B, a, a, A. Rispetto al baricentro esso non è simmetrico, cioè ha armoniche pari. Il momento di inerzia è:

$$12\,J_a + 3\,J_A + 3\,J_B = 12\,[2^2 + 12\,\sqrt{3}/2)^2] + 3 \cdot 12^2 + 3 \cdot 10^2 = 2076,$$

donde deriva:

$$R_g{}^2 = 2076/18 = 115{,}33.$$

Con fattore di avvolgimento $\xi_1 = 0{,}931$ e $R_1 = 10{,}66$ si ottiene il coefficiente di dispersione:

$$\sigma_O = \frac{115{,}33}{10{,}66^2} - 1 = 0{,}0138.$$

Per spostamento delle spazzole $\alpha = 40°$ il poligono è dato dai punti a, x, x, a, y, y. Il momento di inerzia è:

$$6\,J_a + 6\,J_x + 6\,J_y =$$
$$6\,(12\sqrt{3}/2)^2 + 6\,[11^2 + (2\sqrt{3}/2)^2] + 6\,[9^2 + (2\sqrt{3}/2)^2] = 1896,$$

donde deriva $R_g{}^2 = 1896/18 = 105{,}33$. Con $\xi_1 = 0{,}888$ ed $R_1 = 10{,}175$, si ottiene il seguente coefficiente di dispersione:

$$\sigma_O = \frac{105{,}33}{10{,}175^2} - 1 = 0{,}0173.$$

Il coefficiente di dispersione di un normale avvolgimento è sensibilmente maggiore per spostamento delle spazzole dalla posizione diametrale che per avvolgimento di Latour. Per tale ragione quest'ultimo presenta determinati vantaggi per *motori a collettore per corrente trifase alimentati* dal rotore.

13.6.3. Avvolgimento a gabbia

Anche per il calcolo della dispersione al traferro di un avvolgimento a gabbia si applica la (13-49). Il poligono di Görges per un tale avvolgimento ha un numero N_2 di lati che formano tra loro un angolo pari all'angolo di spostamento di fase α [v. la (9-7)]. Poichè generalmente il numero di cave N_2 non è divisibile per il numero di paia di poli, il poligono non si chiude in un giro, i lati non coincidono ed è necessario riferire la sommatoria all'intera periferia dell'indotto. Se si indica con R l'intervallo compreso tra il centro ed il vertice del poligono, la sommatoria è espressa dalla:

$$\Sigma b^2 = \sum_{k=1}^{N_2} R^2 \operatorname{sen}^2 k\alpha = \frac{R^2}{2N_2}. \tag{13-56}$$

L'induzione al traferro dovuta ad una fase sarà ancora uguale alla metà del lato del poligono, a condizione che il numero di spire della fase sia almeno pari all'unità, e cioè per $m_2 = N_2/2p$. Qualora si voglia mantenere il numero di fasi della gabbia $m_2 = N_2/p$, l'induzione di una fase sarà uguale all'intera lunghezza del lato del poligono. In entrambi i casi il risultato è uguale. La lunghezza del lato è $2R \operatorname{sen} \alpha/2$ e l'induzione al traferro di una fase è espressa dalla:

$$B = R \operatorname{sen} \alpha/2. \tag{13-57}$$

Tenuto conto dell'inclinazione delle cave ($\xi_{2,1} = \chi_{2,1}$), in base alla (13-49), (9-7), (13-56) e (13-57) si ottiene il seguente coefficiente di dispersione al traferro:

$$\sigma_{2O} = \frac{1}{\chi_{2,1}^2\, \eta_{2,1}^2} - 1, \tag{13-58}$$

in cui è:

$$\chi_{2,1} = \frac{\operatorname{sen} \pi p b/N_2 \tau_{z2}}{p \tau b/N_2 \tau_{z2}} \tag{13-59}$$

e:

$$\eta_{2,1} = \frac{\operatorname{sen} \pi p/N_2}{\pi p/N_2}. \tag{13-60}$$

Le (13-58), (13-59) e (13-60) valgono per l'armonica fondamentale; per determinare i coefficienti relativi alle armoniche superiori nella (13-59) e nella (13-60) si sostituisce $p\nu$ a p. La (13-58) dà il coefficiente di dispersione al traferro e di quella addizionale dovuta all'inclinazione delle cave, cal-

colabili entrambi separatamente. Il fattore di correzione che tiene conto dell'inclinazione delle cave è dato dalla (4-177), mentre il coefficiente di dispersione al traferro è espresso dalla:

$$\sigma_{2O} \approx \frac{1}{3}\left(\frac{\pi p}{N_2}\right)^2. \tag{13-61}$$

La (4-177) e (13-61) danno risultati sufficientemente approssimati per:

$$\frac{p}{N_2} \leq \frac{1}{10} \quad \text{e} \quad \frac{pb}{N_2 \tau_{z2}} \leq \frac{1}{10},$$

e quindi praticamente per tutti i tipi di gabbia. Confrontando la (13-61) e la (4-177) si nota che l'ordine di grandezza del coefficiente di dispersione addizionale dovuta all'inclinazione è circa uguale a quello relativo alla sola dispersione al traferro. Tali dispersioni dipendono entrambe strettamente dal numero di cave e, nel caso di macchine aventi un numero di cave basso, possono costituire una parte rilevante della dispersione totale.

A volte la gabbia non è formata da barre collegate a due anelli frontali, ma da singole spire chiuse in corto circuito con una barra per ogni cava. Se ogni spira è costituita da un numero z di barre, il poligono di Görges che si determina ha un numero $N' = N/z$ di lati ed un angolo di spostamento di fase $\alpha' = z\alpha$ (fig. 9-2 con $z = 2$); inoltre sarà $\xi_{2,1} < 1$. In tale caso la (13-60) assume la forma:

$$\eta_{2,1}' = \xi_{2,1} \frac{\operatorname{sen} \pi p/zN_2}{\pi p/zN_2}. \tag{13-62}$$

La dispersione al traferro di tale avvolgimento chiuso in corto circuito è sensibilmente più elevata di quella di una gabbia normale.

13.6.4. Avvolgimento monofase

Se $X_{O1}^{(1)}$ rappresenta la reattanza di dispersione al traferro riferita alla reattanza primaria $X_{he} = X_h^{(1)} = 2X_{1h}$ (X_{1h} = reattanza del campo rotante bifase), il coefficiente di dispersione è espresso dalla:

$$\sigma_{O1} = \frac{X_{O1}^{(1)}}{2X_{1h}} - 1. \tag{13-63}$$

Lo stesso risultato si ha anche quando l'avvolgimento della macchina monofase è costituito, come accade normalmente, da un avvolgimento bifase le cui due fasi sono collegate in serie. In tal caso si possono considerare due macchine fittizie, per ciascuna delle quali la reattanza principale sarà X_{1h} e la reattanza di dispersione al traferro $X_{O1} = X_{O1}^{(1)}/2$.

Il calcolo del coefficiente di dispersione in base all'energia magne-

tica [vedi la (13-49)] dà i migliori risultati nel caso di macchina bifase. Il campo tracciato in fig. 13-30 è il campo della fase in cui la corrente, nell'attimo considerato, raggiunge il valore massimo, mentre il campo dell'altra fase è nullo. Indichiamo con N_1 il numero di tutte le cave, con N_b il numero di quelle avvolte e con $Q = N_1/2p$ e $q = N_b/2p$ i numeri di cave per polo e fase corrispondenti. Se l'induzione al traferro è $B = 1, \mathrm{Wb/m^2}$, l'induzione in corrispondenza di ciascuna cava subirà una variazione pari a $b = 2/q$ e si avrà:

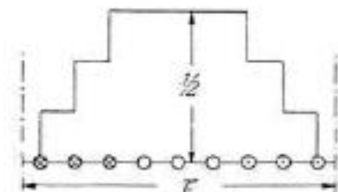


Fig. 13-30. - Campo di motore monofase.

$$\frac{\Sigma b^2}{N_1 B^2} = \frac{2p}{N_1}\left\{2\frac{4}{q^2}\left[1 + 2^2 + \ldots (q/2 - 1)^2\right] + Q + 1 - q\right\} =$$
$$= \frac{8p}{N_1}\left(\frac{Q}{4} - \frac{q}{6} + \frac{1}{6q}\right). \tag{13-64}$$

Per la (13-49) il coefficiente di dispersione per $m = 2$ è espresso dalla:

$$\sigma_{O1} = \frac{\pi^2 p}{\xi_1^2 N_1}\left(\frac{Q}{4} - \frac{q}{6} + \frac{1}{6q}\right). \tag{13-65}$$

Generalmente nei motori privi di avvolgimento ausiliario sono avvolti i due terzi delle cave, poichè in tal modo si realizza un migliore sfruttamento dell'avvolgimento stesso e si elimina inoltre la terza armonica. In tal caso si ha quindi $Q = 3q/2$ e:

$$\sigma_{O1} = \frac{\pi^2 p}{\xi_1^2 N_1}\left(\frac{5q}{24} + \frac{1}{6q}\right) - 1. \tag{13-66}$$

Assai interessante è inoltre il confronto tra il coefficiente di dispersione di una macchina monofase (con due terzi di cave avvolte) ed il coefficiente di dispersione di una macchina trifase avente ugual numero di cave. In questo caso si deve tenere presente che il numero di cave per polo e fase di una macchina trifase è la metà di quello che si ha in una macchina monofase e che inoltre il suo fattore di avvolgimento è più elevato. Se si introducono questi valori nella (13-49) e se si tien conto della (13-50), per la macchina trifase si ottiene lo stesso coefficiente di dispersione che si ha in una macchina monofase avente ugual numero di cave [vedi la (13-66)]. Di conseguenza per la macchina monofase si possono utilizzare i valori riportati in tab. 13-4, ponendo $q_{monof} = 2q_{trif}$.

Se nel motore monofase l'avvolgimento ausiliario è inserito in permanenza, anche per tale avvolgimento occorre adottare una adeguata densità di corrente e quindi una adeguata sezione. Se si divide lo spazio disponibile nella cava a metà tra i due avvolgimenti (principale e ausiliario), è possibile diminuire la dispersione al traferro suddividendo in maniera corrispondente la matassa. Per fare un esempio, consideriamo un motore a 4 poli con 24 cave. Senza fase ausiliaria e per 16 cave avvolte

risulta $\xi_1 = 0{,}834$ e $\sigma_{O1} = 2{,}85\%$. Se le cave avvolte sono 12 per ogni fase si può scegliere la suddivisione di fig. 13-31*a* o *b*. Nel primo caso si ha:

$$\xi_1 = (1 + 2\cos 60°)/3 = 0{,}91065, \quad \frac{\Sigma b^2}{N_1} = \frac{1}{6}\left[2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{3}{2}\right)^2\right] = \frac{38}{24},$$

$$B = 3/2, \quad \sigma_{O1} = \frac{\pi^2\, 38}{2\cdot 4\cdot 0{,}91065^2\,(3/2)^2\, 24} - 1 = 0{,}047, \quad \xi_{1,3} = \frac{1}{3} = 0{,}333,$$

e nel secondo:

$$\xi_1 = \frac{2\,(\cos 15° + 0{,}5\cos 45°)}{3} = 0{,}87967, \quad \frac{\Sigma b^2}{N_1} = \frac{1}{6}\,[2\cdot 1 + 3(3/2)^2] = \frac{35}{24},$$

$$B = 3/2, \qquad \sigma_{O1} = \frac{\pi^2\, 35}{2\cdot 4\cdot 0{,}87967^2\,(3/2)^2\, 24} - 1 = 0{,}03335,$$

$$\xi_{1,3} = \frac{2\cdot 0{,}5\cos 45°}{3} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = 0{,}236.$$

La dispersione al traferro di tale tipo di avvolgimento è sensibilmente minore di quella che si ha per quello indicato in fig. 13-31*a*. Per tale ragione, nei motori monofasi si sovrappongono spesso le due fasi. Anche nel caso che esista un solo avvolgimento, si verifica spesso un riempimento irregolare della cava, così che bisogna tener conto oltre che della dispersione, anche della grandezza della terza armonica, poichè essa può dar luogo ad una coppia tanto notevole da disturbare l'avviamento. Un avvolgimento con passo polare avvolto per due terzi non produce armoniche di terzo ordine, essendo il suo fattore $\xi_{1,3} = 0$. Tuttavia, nel caso di una distribuzione dell'avvolgimento analoga a quella di fig. 13-31*a* e *b*, compare una terza armonica la cui presenza è accertabile mediante il calcolo dei fattori di avvolgimento. L'avvolgimento di fig. 13-31*b* ha un fattore di avvolgimento e quindi una terza armonica inferiori a quelli relativi all'avvolgimento di fig. 13-31*a*. Anche da questo punto di vista quindi la distribuzione migliore è quella di fig. 13-31*b*.

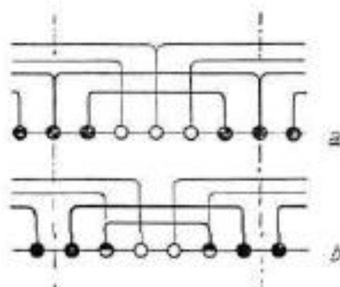


Fig. 13-31. - Avvolgimento monofase per $p = 2$ ed $N = 24$, *a*) con 12 cave completamente avvolte, *b*) con 8 cave completamente avvolte ed 8 avvolte per metà.

L'avvolgimento rotorico dei motori monofasi è un avvolgimento polifase e quindi per esso valgono i coefficienti di dispersione, già considerati.

13.6.5. Considerazioni sul calcolo della dispersione al traferro

Fino ad ora si è trascurato di trattare l'influenza dell'ampiezza dell'apertura di cava. Per tenerne conto, occorre calcolare il coefficiente di

dispersione mediante la (13-45). Poichè tale ampiezza varia da caso a caso, non ci è possibile introdurre delle formule generali per il coefficiente di dispersione.

A proposito della fig. 4-45*d* si è già visto quali campi superiori agiscano come campi di dispersione. L'ampiezza dell'onda di induzione è data dalla (5-1). Il calcolo del coefficiente di dispersione sulla base della curva di campo tracciata in fig. 4-45*d* è stato compiuto da Jordan e Lax [13-17]; qui ci limiteremo a riportarne solo i risultati. In fig. 13-32 è tracciata la curva del fattore di riduzione del coefficiente di dispersione per il normale avvolgimento trifase in funzione dell'apertura di cava (rapporto $s/t = s/\tau_z$). Il coefficiente di dispersione è dato dunque dalla:

$$\sigma_{ON} = k_N \sigma_O, \tag{13-67}$$

in cui σ_O rappresenta il coefficiente di dispersione per l'avvolgimento con aperture di cava infinitamente piccole. Per gli avvolgimenti monofase o bifase e per quelli a gabbia valgono fattori di riduzione praticamente uguali a quelli di fig. 13-32 per valori di $s/t < 0{,}25$. Anche per questi avvolgimenti si possono quindi utilizzare le curve di fig. 13-32.

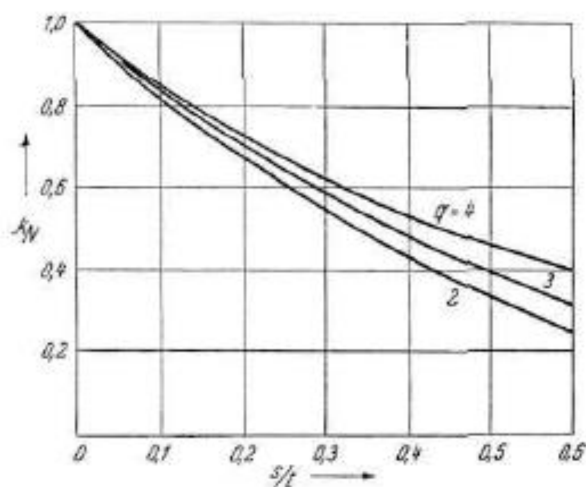


Fig. 13-32. - Fattore k_N di riduzione della dispersione al traferro in funzione del rapporto esistente tra apertura e passo di cava.

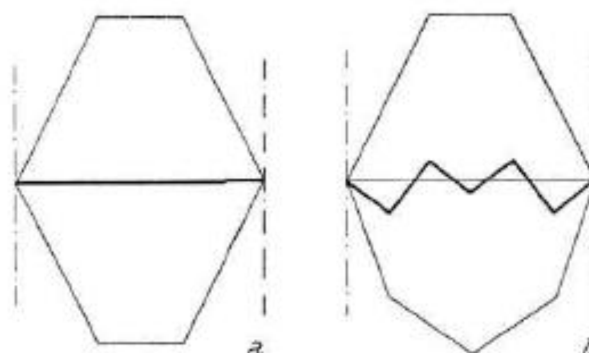


Fig. 13-33. - Campo risultante per diverse posizioni reciproche dell'avvolgimento statorico e rotorico; *a*) assi coincidenti, *b*) assi spostati di 30°.

Dallo studio di Jordan e Lax risulta inoltre che l'apertura di cava non influisce in modo determinante sul coefficiente di dispersione per le armoniche superiori, poichè contemporaneamente diminuiscono l'ampiezza dell'armonica considerata e i suoi campi di dispersione. In pratica la (5-32) vale indipendentemente dalla grandezza dell'apertura di cava.

I valori del coefficiente di dispersione al traferro sono stati ottenuti in questa sede considerando una macchina ferma. Nel caso di macchina funzionante i campi armonici determinati dall'avvolgimento statorico inducono nell'avvolgimento rotorico una f.e.m. le cui frequenze non coincidono con quelle della f.e.m. fondamentale e quindi non danno ad essa alcun contributo.

Nel caso di macchina ferma, tutti i campi armonici inducono nei due avvolgimenti f.e.m. di uguale frequenza. Se i due avvolgimenti sono uguali ed i loro assi coincidono, non si determina nessuna dispersione al traferro, dato che tanto il campo statorico quanto il campo rotorico si compensano completamente (fig. 13-33). Se si sposta l'asse di un avvolgimento di 30 gradi elettrici, si determina un campo risultante e quindi una dispersione al traferro. Non è difficile constatare che, a causa della mutua induzione, la f.e.m. di dispersione di ogni avvolgimento è il doppio di quella che si avrebbe per ciascun avvolgimento considerato da solo. Però il valore medio è uguale al valore di un solo avvolgimento. In tal modo è possibile constatare che il valore medio della dispersione al traferro di una macchina ferma è uguale alla dispersione di una macchina in movimento. La dispersione al traferro di una macchina ferma varia però, a seconda della posizione degli assi dell'avvolgimento, tra zero e il doppio del valore che si ha per macchina in movimento, secondo una curva sinusoidale.

Per semplicità, in fig. 13-33 si è supposto che gli avvolgimenti fossero uguali, mentre in pratica ognuno di essi ha un numero diverso di cave per polo e fase. Se i due avvolgimenti hanno lo stesso numero di fasi e di zone, le armoniche superiori di avvolgimento si annullano in determinate posizioni e si raddoppiano in altre, mentre le armoniche superiori di cava non si influenzano reciprocamente. Se però gli avvolgimenti hanno diverso numero di fasi, le armoniche superiori di avvolgimento non si annullano. Per quel che riguarda il loro comportamento nei confronti delle armoniche superiori, i due avvolgimenti sono praticamente indipendenti l'uno dall'altro e pure indipendente dalla loro posizione reciproca è la dispersione al traferro.

Quanto all'avvolgimento complesso, per il calcolo della dispersione al traferro è spesso più vantaggioso considerarlo come un avvolgimento suddiviso. In tal modo si calcolerà solo la dispersione delle armoniche superiori di avvolgimento, determinando poi la dispersione delle armoniche superiori di cava mediante una formula particolare e sommando aritmeticamente i valori ottenuti. Tali procedimenti erano di uso comune in passato e si vuole qui dimostrare che nel caso del normale avvolgimento trifase ne è ancora possibile l'impiego commettendo errori poco rilevanti. Per le armoniche superiori di avvolgimento il coefficiente di dispersione è 0,00215; per il calcolo dei coefficienti relativi alle armoniche superiori di cava si applica la formula già usata per l'avvolgimento a gabbia, dato che in tale avvolgimento mancano le armoniche superiori di avvolgimento. I risultati del calcolo sono riportati in tab. 13-5.

TAB. 13-5. - Coefficienti di dispersione del normale avvolgimento trifase ottenuti con calcolo esatto (σ_O') e con calcolo semplificato (σ_O'').

$q =$	2	3	4	5	6
σ_O'% . .	2,85	1,41	0,88	0,65	0,52
σ_O''% . .	2,30	1,24	0,79	0,58	0,47

Il coefficiente di dispersione al traferro è praticamente indipendente dalla lunghezza del traferro, mentre la reattanza di dispersione è inversamente proporzionale ad essa, così che aumentando la lunghezza del traferro è possibile abbassare la reattanza di dispersione della macchina.

Esaminiamo ora l'influenza della saturazione del ferro sulla dispersione al traferro. Fino ad oggi, non è stato possibile esprimere tale influenza mediante una formula generale applicabile in pratica. Essa dipende dalla tensione della macchina e soprattutto dalla corrente. L'armonica fondamentale del campo rotante diminuisce nel rapporto fra l'impedenza rotorica e quella totale, mentre tutti i campi superiori aumentano nel rapporto fra la corrente di corto circuito e quella di magnetizzazione.

Il valore della reattanza principale (X_h) dipende dalla saturazione nel ferro. Non è chiaro quale fra i valori che può assumere la reattanza principale sia da considerare per la dispersione al traferro. Per le armoniche superiori di ordine più alto, cioè per le armoniche di cava, la saturazione magnetica non ha molta importanza, poichè i campi superiori si chiudono già su di un dente. Per le armoniche superiori di ordine più basso, cioè per la quinta e la settima, la saturazione nei denti ha notevole influenza. Per non rendere il calcolo troppo complesso, ci si può servire del valore medio tra la reattanza principale per macchina satura e quella per macchina non satura. Lo stesso dicasi per il fattore di Carter.

Nel caso di motori asincroni con indotto in corto circuito con gabbia normale si deve inoltre tener presente il fatto che le armoniche superiori dell'avvolgimento statorico vengono limitate dall'avvolgimento a gabbia. Il fattore di smorzamento $\varrho_{2\nu}$ è dato dalla (5-30). Lo smorzamento diminuisce fortemente all'aumentare del numero d'ordine delle armoniche e in pratica è sufficiente considerarlo solo per armoniche superiori di ordine $\nu \leq N_2/p + 1$. Tenendo conto della dispersione al traferro (e trascurando la dispersione nelle cave per il suo valore insignificante) il fattore di smorzamento risulta espresso dalla $\varrho_{2\nu} \approx 1 - \varkappa_{2\nu}^2 \eta_{2\nu}^2$, mentre per l'insieme delle armoniche superiori è dato dalla:

$$\varrho_2 \approx 1 - \frac{1}{\sigma_{10}} \sum_{\nu \neq 1}^{\nu = N_2/p+1} \left(\chi_{2\nu} \eta_{2\nu} \frac{\xi_{1\nu}}{\xi_{1,1}} \right)^2 \tag{13-68}$$

e dipende solo dal numero di cave del rotore N_2/p e dal tipo di avvolgimento dello statore (fattore di avvolgimento $\xi_{1\nu}$). Per il normale avvolgimento trifase il fattore di smorzamento per cave inclinate e non, è tracciato in fig. 13-34. I valori variano tra 0,95 e 0,7. Poichè le correnti addizionali nella gabbia a barre non isolate diminuiscono l'effetto dell'inclinazione delle cave, nella pratica si può introdurre nel calcolo $\varrho_2 \approx 0{,}8$. Negli avvolgimenti con elevate armoniche superiori di basso ordine, ad esempio a poli commutabili, l'influenza dello smorzamento è pure evidente. Nella pratica è sufficiente prendere in considerazione solo lo smorzamento delle armoniche di ordine molto basso; a tal fine è necessario a volte in-

trodurre nel calcolo anche la dispersione nelle cave, ad esempio per le armoniche superiori con $\nu = 2$.

Negli avvolgimenti diversi da quello a gabbia, a causa del piccolo valore di $\xi_{2\nu}$, lo smorzamento è così scarso che lo si può senz'altro trascurare.

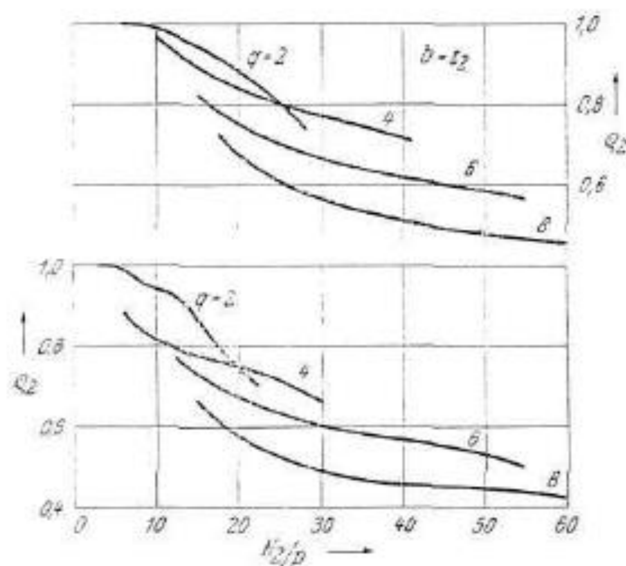


Fig. 13-34. - Fattore di smorzamento delle armoniche superiori ϱ_2 per motori a gabbia; sotto, per cave non inclinate; sopra, per inclinazione delle cave pari al passo delle cave rotoriche.

Oltre al procedimento sopra descritto per la determinazione della dispersione al traferro, si trova spesso nella bibliografia re-

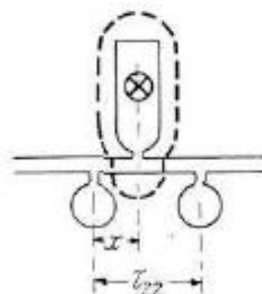


Fig. 13-35. - Forma del campo di dispersione alle teste dei denti.

lativa la definizione e la determinazione della dispersione alla testa dei denti. Con tale nome si intendono i campi di dispersione che si chiudono attraverso le teste dei denti affacciati alle cave considerate (fig. 13-35). Poichè si tratta di campi addizionali di ordine superiore, si può pensare che tali campi siano identici ai campi superiori già considerati. Calcolando la dispersione alle teste dei denti, si suddivide la dispersione dei campi addizionali in dispersione dell'avvolgimento, che è quella che si avrebbe per un numero infinito di cave ($q = \infty$), e in dispersione alla testa dei denti propriamente detta (fig. 13-35). Si confronti la reattanza dovuta alla dispersione alle teste dei denti con quella dovuta alla dispersione al traferro diminuita della dispersione dell'avvolgimento (cioè con la reattanza di dispersione di un avvolgimento a gabbia).

Per aperture di cava infinitamente piccole e per $\tau_{z1} > \tau_{z2}$ il coefficiente della permeanza λ_k è dato dalla:

$$\lambda_{K1}(x) = \frac{1}{\delta/x + \delta/(\tau_{z2} - x)} = \frac{x\ (\tau_{z2} - x)}{\delta \tau_{z2}} .$$

Il valore medio è:

$$\lambda_{K1} = \frac{1}{\tau_{z2}} \int_0^{\tau_{z^2}} \frac{x\,(\tau_{z2} - x)}{\delta \tau_{z2}}\, dx = \frac{\tau_{z2}}{6\delta} . \qquad (13\text{-}69)$$

Poichè la condizione $\tau_{z2} > \tau_{z1}$ non influisce sul risultato, per il secondo avvolgimento risulta $\lambda_{k2} = \tau_{z1}/6\,\delta$. Nel caso di $N_1 = N_2 = N$ $(\tau_{z1} = \tau_{z2} = \tau_z)$

la reattanza della dispersione alle teste dei denti è [cfr. la (13-4)]:

$$X_K = \frac{4\pi f w^2}{p} \frac{\mu_0 l}{q} \frac{\tau_z}{6\delta} = X_h \frac{1}{3}\left(\frac{\pi p}{N}\right)^2 \frac{2}{\xi_1^2} \approx 2\sigma_O X_h, \qquad (13\text{-}70)$$

il suo valore è quindi circa il doppio della dispersione dovuta alle armoniche superiori.

Allo scopo di chiarire questa differenza, si consideri la curva di campo assunta come base per il calcolo della dispersione alle teste dei denti. Tale curva, tracciata in fig. 13-36, si riferisce al caso che l'apertura di cava sia disposta di fronte alla mezzeria del dente del rotore. Nella fig. 13-36*b* è tracciata la curva di campo per il calcolo della dispersione dovuta alle armoniche superiori. Come si vede, la superficie che rappresenta il flusso di dispersione nel secondo caso è soltanto la metà di quella tratteggiata in fig. 13-36*a*. La determinazione del valore medio influisce solo in modo insignificante su tale rapporto (2/3 in fig. 13-36*a* in confronto a $2/\pi$ in fig. 13-36*b*). Se si traccia la curva di campo dell'avvolgimento di eccitazione (curva a gradini 1 di fig. 13-37), si ottiene il flusso di dispersione (area tratteggiata) per posizione qualsiasi nel secondo avvolgimento. Per ottenere il flusso fondamentale, occorre sottrarre dalla primitiva curva 1 i flussi di dispersione; in tal modo si ha la curva 2 che rappresenta appunto il flusso fondamentale. Poichè tale curva non è una sinusoide ed è soggetta a fluttuazioni, la rappresentazione del flusso alla testa dei denti non corrisponde alla realtà ed è quindi superfluo considerarla.

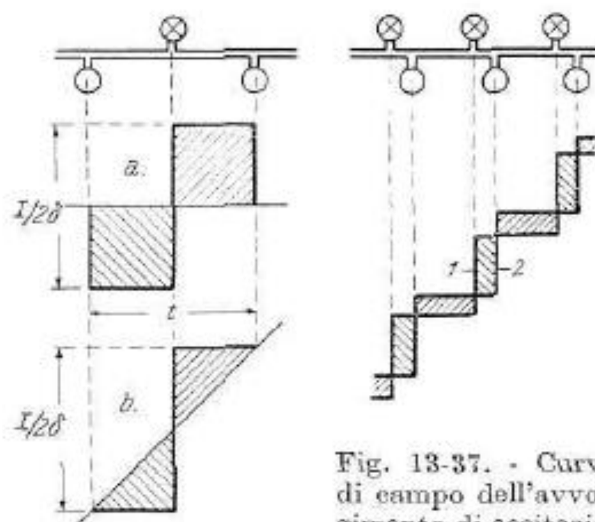


Fig. 13-36. - Flussi di dispersione; *a*) per dispersione alle teste dei denti; *b*) per dispersione dovuta alle armoniche superiori.

Fig. 13-37. - Curva di campo dell'avvolgimento di eccitazione (1) e del campo totale (2). Le aree tratteggiate rappresentano i flussi di dispersione alle teste dei denti.

13.7. Reattanza relativa al campo al traferro (a vuoto)

Quando l'avvolgimento statorico di una macchina viene collegato alla rete, nel traferro si determina un campo magnetico. Se si considera uno statore molto lungo, se si trascura cioè l'influenza delle superfici frontali, il flusso al traferro è indipendente dal diametro e dal numero di poli, e cioè:

$$\Phi_B = \Theta_a \mu_0 l \qquad (13\text{-}71)$$

in cui Θ_a rappresenta la f.m.m. di indotto risultante dalla (17-182) [2-3]. La (13-71) vale anche per il flusso uscente dall'indotto per indotto interno. La presenza delle superfici frontali si traduce in un aumento di valore

del campo al traferro. Per tener conto di ciò si considera come lunghezza della macchina una lunghezza fittizia $l_f \approx l + \tau/6$. Mediante la (13-71) è possibile inoltre determinare la reattanza relativa al campo al traferro. Per la macchina trifase tale reattanza è:

$$X_B = 0{,}15 f \left(\frac{w_1 \xi_1}{100}\right)^2 \frac{l + \tau/6}{p}. \tag{13-72}$$

13.8. Dispersione causata dall'inclinazione delle cave

Allo scopo di studiare la dispersione addizionale dovuta all'inclinazione delle cave statoriche rispetto a quelle rotoriche, si consideri la macchina priva di resistenza, in corto circuito. La impedenza della macchina è costituita in tal caso unicamente da reattanze e si esprime con:

$$X_\sigma = X_1 - X_h^2/X_2. \tag{13-73}$$

in cui è:

$$X_1 = X_{1h} + X_{1\sigma}, \quad X_2 = X_{2h} + X_{2\sigma} \quad (13\text{-}74),\ (13\text{-}75)$$

$$X_h = \chi \sqrt{X_{1h} X_{2h}}. \tag{13-76}$$

dove χ rappresenta la diminuzione dell'induttanza mutua tra i due avvolgimenti, causata dall'inclinazione delle cave. Introducendo le (13-74), (13-75) e (13-76) nella (13-73) si ha:

$$X_\sigma = X_{1\sigma} + X_{2\sigma} \frac{X_{1h}}{X_{2h}} \frac{1}{1 + X_{2\sigma}/X_{2h}} + \frac{X_{1h}(1 - \chi^2)}{1 + X_{2\sigma}/X_{2h}}. \tag{13-77}$$

Se nel denominatore si trascura $X_{2\sigma}/X_{2h}$ rispetto ad 1 e si riducono al primario le reattanze di dispersione secondarie, cioè se si moltiplica per X_{1h}/X_{2h}, si ottiene:

$$X_\sigma = X_{1\sigma} + X_{2\sigma}' + X_{1h}(1 - \chi^2). \tag{13-78}$$

L'ultimo termine rappresenta la così detta reattanza di dispersione per inclinazione, esprimibile anche nella forma:

$$X_{Sch} = X_{1h}(1 - \chi^2) = X_{1h} \sigma_{Sch} \tag{13-79}$$

χ è il fattore di inclinazione della cava ed è dato dalla (4-177); la reattanza principale X_{1h} è data dalla (2-133). Contrariamente al procedimento adottato per determinare la dispersione dovuta alle armoniche superiori, calcolando X_h è necessario tener conto della saturazione del ferro e del fattore di Carter. Per la dispersione dovuta alle armoniche superiori si usa il valore della reattanza principale per macchina non satura come valore di riferimento per la determinazione dei campi superiori; per la dispersione dovuta all'inclinazione delle cave la reattanza addizionale costituisce una parte della reattanza principale determinante ai fini del funzionamento considerato. Per funzionamento a vuoto e per funzionamento

nominale la saturazione del ferro raggiunge il suo valore massimo, mentre nel funzionamento in corto circuito la macchina non è satura. In ogni caso però si deve introdurre nel calcolo il fattore di Carter (k_c), poichè esso concorre a determinare la grandezza della reattanza di esercizio. La reattanza dovuta all'inclinazione delle cave per gabbia a barre non isolate dipende inoltre dalle correnti trasversali: quanto più elevate sono tali correnti, tanto minore risulta la reattanza addizionale. Per il momento non esistono studi che definiscano matematicamente tale fenomeno.

Studiando l'avvolgimento a gabbia si è trovato un coefficiente di dispersione [vedi la (13-58)] che tien conto sia della dispersione dovuta alle armoniche superiori, che della dispersione dovuta all'inclinazione delle cave. Si scomporrà ora tale coefficiente nelle due componenti. Togliendo dalla (13-58) il coefficiente della dispersione dovuta alle armoniche superiori σ_O, che possiamo calcolare mediante la (13-61), si ottiene:

$$\sigma_{O\ Sch} = \frac{1 + \sigma_O}{\chi^2} - 1. \tag{13-80}$$

Però la dispersione addizionale dovuta all'inclinazione delle cave non è dovuta ai campi superiori, ma principalmente al campo fondamentale. Il coefficiente relativo si può ricavare scrivendo la (13-80) nella forma:

$$\sigma_{O\ Sch} = \frac{1}{\chi^2} - 1 + \frac{\sigma_O}{\chi^2} \approx \sigma_{Sch} + \sigma_O, \tag{13-81}$$

in cui:

$$\sigma_{Sch} = \frac{1}{\chi^2} - 1 \tag{13-82}$$

indica appunto il coefficiente di dispersione dovuta all'inclinazione delle cave. Se si introduce il valore di χ risultante dalla (4-177), si sviluppa in serie l'espressione del seno e se ne considerano solo i due primi termini, per il coefficiente di dispersione dovuta all'inclinazione si ottiene la seguente espressione:

$$\sigma_{Sch} \approx \frac{1}{3}\left(\frac{\pi p b}{N \tau_z}\right)^2. \tag{13-83}$$

che ha il vantaggio di essere assai semplice e inoltre sufficientemente esatta per il calcolo pratico.

13.9. Reattanze rotoriche e loro valori riferiti all'avvolgimento statorico

Il coefficiente della permeanza del circuito di dispersione alle cave dell'avvolgimento rotorico si determina in base alle dimensioni della cava rotorica; la reattanza di dispersione è data dalla (13-6), dove al posto di w si deve introdurre l'effettivo numero di spire dell'avvolgimento rotorico. In pratica il calcolo viene eseguito per lo più con il valore della reattanza

rotorica ridotta al primario, che nella macchina asincrona trifase è:

$$X'_{2N} = X_{2N}[\varrho] = 0{,}158 \cdot f\left(\frac{w_1\xi_1}{100\chi\xi_2}\right)^2 \frac{m_1}{m_2}\,\frac{\lambda_{N_2} l}{q_2 p} \qquad (13\text{-}84)$$

in cui ϱ rappresenta il fattore di riduzione determinabile mediante la (9-4).

Generalmente statore e rotore hanno un ugual numero di fasi $m_1 = m_2$ e con sufficiente approssimazione risulta quindi $\xi_1 \approx \chi\,\xi_2$. Prescindendo dalla saturazione del ferro e dal fattore di Carter, la reattanza totale [reattanza di corto circuito derivante dalla (13-78]) è espressa dalla:

$$X_\sigma = 0{,}158 f\left(\frac{w_1}{100}\right)^2 \frac{l}{pq_1}\left(\lambda_{N1} + \lambda_{N2}\frac{q_1}{q_2} + \lambda_S \frac{l_S q_1}{l}\right) + \\ + X_{1h}\left(\sigma_{O1} + \sigma_{O2} + \sigma_{Sch}\right). \qquad (13\text{-}85)$$

Nell'avvolgimento a gabbia è $w_2 = 1/2$, $m_2 = N_2$ e $q_2 = N_2/2\,p\,N_2 = 1/2p$. La reattanza di dispersione alle cave per una barra è:

$$X_{2N} = 7{,}9\,f \cdot l \cdot \lambda_{N_2} \cdot 10^{-6}\ \text{Ohm}, \qquad (13\text{-}86)$$

che, ridotta all'avvolgimento statorico (tenendo presente che è $\xi_2 = 1$), viene espressa dalla:

$$X'_{2N} = 0{,}316 f\left(\frac{w_1\xi_1}{\chi 100}\right)^2 \frac{m_1 l}{N_2}\,\lambda_{N2}. \qquad (13\text{-}87)$$

Nell'avvolgimento statorico trifase ($m_1 = 3$) è $\xi_1 \approx 3/\pi$ e $\chi \approx 1$; la reattanza rotorica ridotta sarà quindi:

$$X'_{2N} = 0{,}865 \cdot f \cdot \left(\frac{w_1}{100}\right)^2 \frac{l}{N_2}\,\lambda_{N2}\,. \qquad (13\text{-}88)$$

Sostituendo nella (13-84) q_2 con il numero di cave rotoriche, per la reattanza ridotta di un avvolgimento rotorico trifase si ottiene un'espressione simile alla (13-88), nella quale in luogo della costante 0,865 figura il coefficiente 0,948. La reattanza di corto circuito di un motore trifase ($m_1 = 3$) con avvolgimento a gabbia ($w_2 = 1/2$, $\xi_2 = 1$ e $\chi = 1$) è:

$$X_\sigma = 0{,}158 f\left(\frac{w_1}{100}\right)^2 \frac{l}{pq_1}\left(\lambda_{N1} + \lambda_S\frac{q_1 l_S}{l} + \lambda_{N2}\xi_1^2\frac{N_1}{N_2}\right) + \\ + X_{1h}\left(\sigma_{O1} + \sigma_{O2} + \sigma_{Sch}\right). \qquad (13\text{-}89)$$

Per semplicità le reattanze principali assunte per tener conto della dispersione delle armoniche superiori e della dispersione dovuta all'inclinazione delle cave si sono considerate uguali; comunque, non si otterrebbero risultati molto diversi se si introducessero nel calcolo i veri valori (che non sono uguali), tenendo conto però della saturazione del ferro e del fattore di Carter.

Nei motori ad addensamento di corrente si suddivide la dispersione

rotorica in $X_{i\sigma}$ e $X_{a\sigma}$ rispettivamente dipendente ed indipendente dall'addensamento. Entrambi i valori sono determinabili con un semplice calcolo mediante la (13-88), a condizione che si introducano i relativi coefficienti della permeanza.

Se il motore è monofase, nella (13-88) occorre porre $m_1 = 1$; in tal modo si ottengono due reattanze rotoriche, l'una relativa al campo diretto, ruotante nello stesso senso del rotore, l'altra relativa al campo ruotante in senso inverso.

Quando si studiano i transistori che si verificano nelle macchine sincrone, si considera l'avvolgimento di eccitazione come un avvolgimento bifase. Si considera la corrente rotorica continua come il valore massimo istantaneo della corrente alternata in una fase, quando nell'altra fase la corrente passa per lo zero. La prima fase corrisponde allora all'avvolgimento di eccitazione. Per calcolare le resistenze e le reattanze si deve porre $m_2 = 2$ e $\xi_2 = 1$. Il valore efficace I_2 della corrente bifase equivalente sarà pari a $1/\sqrt{2}$ volte la corrente di eccitazione I_E.

13.10. Reattanze di dispersione della macchina asincrona monofase

Si calcola la reattanza principale dell'avvolgimento statorico applicando la (2-133), in cui si pone $m_1 = 1$; il valore del fattore di avvolgimento ξ_1 dipende dal tipo di avvolgimento considerato, come si è già detto a tab. 4.7, dove sono dati anche alcuni valori di tale fattore. In tab. 13-7 si trovano i valori del fattore di avvolgimento e del coefficiente di dispersione al traferro per i tipi di avvolgimento statorico più in uso. I valori del coefficiente di dispersione al traferro σ_O sono calcolati senza considerare lo smorzamento dovuto all'avvolgimento rotorico; per valori elevati di σ_{O_1}, come ad esempio per avvolgimenti estesi su di un terzo della periferia dell'indotto, tale smorzamento raggiunge un valore notevole. Il coefficiente di dispersione effettivo è compreso tra la metà e un terzo del valore dato nella tab. 13-6.

TAB. 13-6. - Fattori di avvolgimento e coefficienti di dispersione dell'avvolgimento monofase.

Parte avvolta della periferia dell'indotto	$N_1 = 24$		36		48	
	ξ_1	σ_O	ξ_1	σ_O	ξ_1	σ_O
$^2/_3$	0,836	2,85%	0,831	1,41%	0,828	0,88%
$^1/_3$	0,966	11,2%	0,960	7,5%	0,956	6,5%
$^1/_4$	—	—	0,773	1,52%	—	—
$^1/_2$, fig. 13-31a	0,911	4,7%	—	—	—	—
$^1/_2$, fig. 13-31b	0,880	3,33%	—	—	—	—

Spesso, allo scopo di limitare la dispersione al traferro, si ricorre ad

un tipo di avvolgimento statorico a cave avvolte irregolarmente, come in fig. 13-31*b*.

Per calcolare la reattanza di dispersione alle cave dell'avvolgimento statorico si applica la (13-6) con $q = N_b/2p$ e λ_N uguale a quello dei motori trifasi. La reattanza di dispersione frontale si determina mediante la (13-40). La lunghezza dei collegamenti frontali di un normale avvolgimento a piani è $l_S \approx$ (da 1,0 a 1,1) τ per macchine bipolari e $l_S \approx$ (da 1,1 a 1,3) τ per macchine a quattro poli. Il coefficiente della permeanza del circuito di dispersione frontale è $\lambda_S \approx 0,15$. La reattanza di dispersione al traferro è:

$$X_{O1} = 2\sigma_O X_{1h} \tag{13-90}$$

i valori di σ_O sono raccolti nella tab. 13-7.

La reattanza di dispersione dell'avvolgimento rotorico è data principalmente dalla dispersione alle cave e al traferro e da quella dovuta all'inclinazione delle cave. Si riducono le reattanze al primario, tenendo presente le seguenti relazioni $m_1 = 1$, $m_2 = N_2/2p$, $w_2 = p$ e $\xi_2 = \chi$, dove χ risulta dalla (4-177) con $\nu = 1$. Si può anche porre $m_2 = N_2$ e $w_2 = 1/2$, senza che il risultato cambi. La reattanza di dispersione alle cave dell'avvolgimento rotorico ridotta al primario, è espressa dalla:

$$X_{2\sigma}' = 0,316 \cdot f \cdot \left(\frac{w_1 \xi_1}{100\chi}\right)^2 \frac{l\lambda_N}{N_2}. \tag{13-91}$$

La reattanza di dispersione al traferro è $X'_{2O} = \sigma_O X_{1h}$ [per σ_O vedi la (13-61)] e la dispersione addizionale dovuta all'inclinazione delle cave è $X'_{Sch} = \sigma_{Sch} X_{1h}$ [per σ_{Sch} vedi la (13-83)].

13.11. Influenza della saturazione del ferro

Dei flussi di dispersione trattati, solo quello di dispersione frontale ha sede quasi esclusivamente in un mezzo non ferromagnetico, mentre gli altri hanno sede in parte nel traferro e in parte nel ferro. Calcolando i coefficienti della permeanza si è supposta, per semplicità, una permeabilità del ferro infinitamente elevata ($\mu = \infty$). Nel caso di correnti elevate, però, essendo certe parti del ferro sature, il flusso di dispersione e quindi anche la relativa reattanza diminuiscono. Dapprima si saturano le parti delle teste dei denti che chiudono le cave (cave semichiuse). Si nota che il flusso trasversale delle cave si chiude attraverso il dente di fase vicina, come è indicato in fig. 13-38*a* e *b* per due istanti diversi. La fig. 13-38*a* si riferisce all'istante in cui la corrente di una fase raggiunge il suo valore massimo. In questo caso si ha un dente che è sede di tutto il flusso trasversale di cava ($\varphi_t = \varphi_q$) e due denti sede della metà di tale flusso; la fig. 13-38*b* si riferisce all'istante in cui la corrente di una fase è nulla. In tal caso due denti sono attraversati da un flusso pari a $\sqrt{3}/2$ volte il flusso trasversale di cava. I denti considerati sono attraversati

inoltre dal flusso principale, benchè tale flusso in condizioni di corto circuito sia minore di quello che si ha per funzionamento a vuoto, contribuisce esso pure alla saturazione. Poichè la legge di dipendenza del flusso magnetico dalla corrente non è lineare, è impossibile dare una formula semplice per la reattanza di dispersione, tenendo conto anche della saturazione del ferro. Si può fare una valutazione assai approssimata, assumendo come base la fig. 13-38*b*. Se i due denti sono completamente saturi, quando sono attraversati da un flusso pari a $\sqrt{3}/2$ volte quello di dispersione alle cave essi scaricano i denti vicini. Facciamo l'ipotesi arbitraria che per la metà di tale flusso non si determini nessuna saturazione nel ferro e poniamo tale ipotesi a base del nostro calcolo. Si trova allora che con $(2q - 2)$ cave è concatenato il valore totale del flusso di dispersione e con due cave è concatenato il valore metà. La concatenazione del flusso è $(2q-2) + 2 \cdot 1/2 = 2q - 1$ in confronto a $2q$, valore che si ha quando i denti non sono saturi. La reattanza di dispersione alle cave diminuisce quindi secondo il coefficiente:

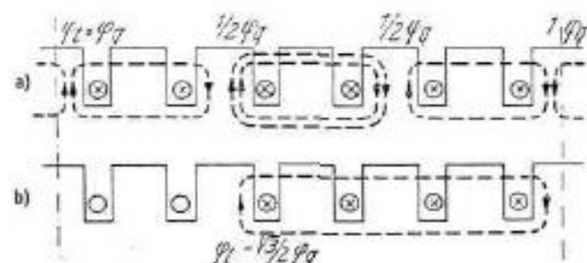


Fig. 13-38. - Flusso trasversale nei denti: *a*) la corrente di una fase raggiunge il suo valore massimo, *b*) la corrente di una fase è nulla.

$$k = 1 - 1/2q. \qquad (13\text{-}92)$$

Per $q = 2$, 3 e 4 questo coefficiente vale rispettivamente 0,75, 0,83 e 0,89. Tali valori corrispondono solo alla distribuzione del flusso ipotizzata e possono quindi essere in realtà maggiori o minori. Tuttavia essi dimostrano che per macchine con poche cave la reattanza di dispersione dipende in misura maggiore dalla corrente.

Richter cerca di determinare l'influenza della saturazione del ferro in altro modo [2-3], e precisamente calcolando la caratteristica del circuito magnetico trasversale di cava per le diverse zone della cava. In pratica hanno importanza solo le zone situate al di sopra dei conduttori, cioè le zone 2, 3 e 4 di fig. 13-1. L'induzione trasversale per $\mu = \infty$ è $B_q = \mu_0 \Theta_N / b$, in cui Θ_N rappresenta la f.m.m. di cava e b il percorso in aria. Nel caso di ferro saturo si fissano i valori di B_q, si determina la caduta di tensione magnetica relativa ai percorsi in aria ed al ferro e si pone uguale alla f.m.m. di cava Θ_N, ricavando le caratteristiche magnetiche del campo trasversale tracciate in fig. 13-39. La diminuzione dei coeffi-

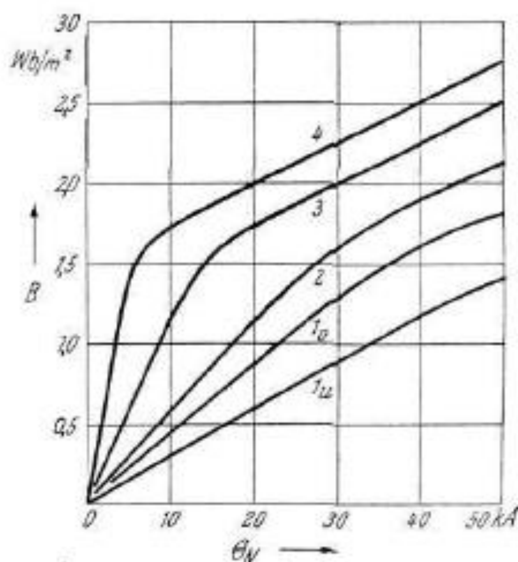


Fig. 13-39. - Caratteristiche del circuito magnetico trasversale delle cave in corrispondenza di diverse zone della cava.

cienti di permeanza relativi λ_2, λ_3 e λ_4 in funzione del valore della f.m.m. di cava è data dal rapporto tra l'angolo formato con l'asse delle ascisse dalla tangente nel punto considerato e l'angolo formato con lo stesso asse dalla tangente nell'origine. Tale procedimento si avvale però di numerose semplificazioni, trascurando ad esempio la saturazione dei denti in direzione longitudinale e la legge di variazione nel tempo del flusso. Esso non può quindi essere considerato molto preciso.

Anche la reattanza di dispersione al traferro dipende dalla saturazione del ferro, soprattutto nel caso di macchine asincrone; la legge di tale dipendenza, tuttavia, è assai complessa e fino ad oggi non è stata sufficientemente chiarita. I campi superiori diminuiscono in parte per effetto della saturazione dei denti, in parte per il fittizio ampliamento dell'apertura di cava in seguito alla saturazione delle teste dei denti. Mentre la diminuzione causata dalla saturazione dei denti è difficilmente calcolabile, si può valutare approssimativamente l'azione dell'ampliamento dell'apertura di cava assumendo come base la fig. 13-32. In assenza di saturazione il rapporto è $S/\tau_z \approx 0{,}15$ e per saturazione completa delle teste dei denti $S/\tau_z \approx 0{,}45$. In questo caso la dispersione al traferro diminuisce del 35% $(0{,}43/0{,}77 = 0{,}65)$. Nella realtà però non si ha una saturazione completa delle teste dei denti; d'altra parte la saturazione nelle altre zone del dente determina una ulteriore diminuzione dei campi superiori. I due fenomeni si compensano in parte e si può quindi ammettere che, per effetto della saturazione del ferro, la dispersione al traferro si riduca secondo un coefficiente variabile da 0,5 a 0,6. Sulla base di numerose misure compiute su macchine asincrone Bitter [13-23] ha potuto stabilire i seguenti coefficienti di riduzione delle reattanze di dispersione per inserzione diretta $(I_a = 4 \div 6\, I_N)$:

dispersione alle cave e dispersione frontale: 0,9
dispersione al traferro: 0,5.

Per macchine veloci e particolarmente per quelle bipolari la dispersione frontale contribuisce in gran parte alla reattanza totale di dispersione, per cui la dipendenza della reattanza dalla saturazione del ferro (e quindi dalla corrente) è meno sensibile. Poichè nelle macchine lente la reattanza totale di dispersione è costituita principalmente dalla reattanza di dispersione alle cave e al traferro, è legittimo attendersi una maggiore dipendenza della reattanza dalla corrente.

La legge di dipendenza della reattanza totale dalla corrente si determina praticamente mediante prove di corto circuito a tensioni diverse. In fig. 13-40 è tracciata la corrente di corto circuito in funzione della tensione e in fig. 13-41 la reattanza in funzione della corrente. La caratteristica di corto circuito è una retta solo nel primo tratto (che corrisponde quindi ad un valore costante della reattanza), mentre all'aumentare della corrente si incurva verso l'alto. Purtroppo non è possibile esprimere tale dipendenza della reattanza dalla corrente con una unica funzione semplice. Tuttavia è possibile trattare separatamente le due zone

corrispondenti a valori elevati ed a piccoli valori della corrente rispettivamente, applicando le espressioni più semplici della reattanza. Così per la zona al di sotto della corrente nominale si assume generalmente un valore costante della reattanza, calcolato senza tener conto della saturazione del ferro. Per semplicità si usa spesso anche per valori di corrente

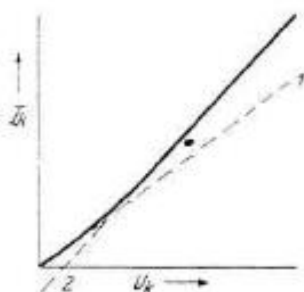


Fig. 13-40. - Caratteristica di corto circuito della macchina.

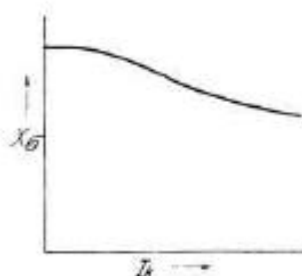


Fig. 13-41. - Legge della dipendenza della reattanza di dispersione dalla corrente.

elevati un valore costante della reattanza, sempre però minore di quello considerato nel caso precedente. Per macchine asincrone la diminuzione della reattanza rispetto al valore per macchina non satura è compresa tra il 20 e il 30% circa (in alcuni casi anche di più) per funzionamento in corto circuito con tensione nominale (inserzione diretta), tra il 10 e il 15% per corrente pari ad $1{,}5 \div 2$ volte la corrente nominale (inserzione stella-triangolo).

Se per valori elevati della corrente si vuole ottenere una relazione fra la reattanza e la corrente, si può sostituire la caratteristica di corto circuito con una retta di equazione $U_K \approx U_O + X'_\sigma \cdot I$.

Nelle macchine sincrone essendo maggiore sia l'ampiezza del traferro sia l'apertura di cava non si verifica in pratica alcuna diminuzione della reattanza di dispersione al traferro all'aumentare del carico. La saturazione del ferro fa diminuire soltanto la reattanza di dispersione alle cave, e precisamente secondo il fattore di riduzione k [vedi la (13-92)].

13.12. Auto e mutua induzione delle matasse in commutazione

L'autoinduttanza dell'avvolgimento di indotto che interviene nei fenomeni transitori è stata calcolata nel capitolo 15.2.3. In questa sede ci si propone invece di determinare l'induttanza delle singole matasse e dei gruppi di matasse adiacenti, determinante ai fini dello studio della commutazione. Per la determinazione dell'induttanza di matasse costituite da conduttori sottili e molto vicini gli uni agli altri esistono numerosi studi che forniscono però generalmente delle espressioni complesse. Per tale ragione si daranno qui i risultati ai quali è pervenuto Richter [2-3], basandosi a sua volta su una formula empirica di Korndörffer.

In primo luogo vogliamo chiarire la relazione che intercorre tra la induttanza propria di singoli conduttori, la mutua induttanza tra tali con-

duttori e l'induttanza media dei conduttori stessi. Se con L_1 si indica l'autoinduttanza di una matassa, con L_m quella delle m matasse affiancate e collegate in serie e infine con M_n la induttanza mutua tra la k-esima e la $(k+n)$esima matassa affiancata, per $m = 1, 2, \ldots$ si ha:

$$\left.\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 = 2L_1 + 2M_1 \\ L_3 = 2L_1 + 4M_1 + 2M_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ L_m = mL_1 + 2(m-1)M_1 + 2(m-2)M_2 + \ldots 2M_{m-1}. \end{array}\right\} \quad (13\text{-}93)$$

Da cui derivano le seguenti induttanze mutue:

$$\left.\begin{array}{l} M_1 = \dfrac{L_2 - 2L_1}{2} \\ M_2 = \dfrac{L_3 - 2L_2 + L_1}{2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ M_n = \dfrac{L_{n+1} - 2L_n + L_{n-1}}{2}. \end{array}\right\} \quad (13\text{-}94)$$

L'induttanza di una matassa del gruppo di m matasse è espressa da:

$$L = L_1 + \Sigma M, \quad (13\text{-}95)$$

in cui ΣM rappresenta la somma delle induttanze mutue tra la matassa considerata e tutte le altre $(m-1)$. Per $m = 3$ la induttanza delle due matasse esterne è:

$$L' = L_1 + M_1 + M_2 = \frac{L_3 - L_2 + L_1}{2} \quad (13\text{-}96)$$

mentre l'induttanza della matassa interna è:

$$L'' = L_1 + 2M_1 = L_2 - L_1. \quad (13\text{-}97)$$

Come valore medio per le m matasse di un gruppo si ottiene:

$$L_{\text{medio}} = L_m/m. \quad (13\text{-}98)$$

Per $m = 3$, secondo le (13-96) e (13-97) è:

$$L_{\text{medio}} = \tfrac{1}{3}(2L' + L'') = \tfrac{1}{3} L_3.$$

Secondo Korndörffer l'autoinduttanza di una matassa circolare con

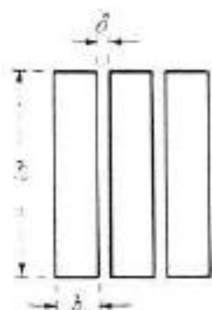


Fig. 13-42. - Sezione di un gruppo di matasse per $m = 3$.

lunghezza di spira l, numero di spire w e perimetro della sezione U è:

$$L = 1{,}8 w^2 l \sqrt{l/U} \cdot 10^{-7} \text{ Henry.} \qquad (13\text{-}99)$$

La formula è valida per l compreso tra $3U$ e $10U$, esattamente solo per matasse circolari e approssimativamente per normali matasse di macchine elettriche. Il perimetro della sezione del gruppo di m matasse è (cfr. fig. 13-42):

$$U_m = 2\,[h + mb + (m - 1)\,\delta]. \qquad (13\text{-}100)$$

Se ogni matassa ha un numero w di spire (cioè con $w_m = ms$ nel gruppo di matasse), per la (13-94) la induttanza mutua è espressa dalla:

$$M_n = 0{,}9 \cdot s^2 \cdot l^{1,5} \left[\frac{(n+1)^2}{\sqrt{U_{n+1}}} - \frac{2n^2}{\sqrt{U_n}} - \frac{(n-1)^2}{\sqrt{U_{n-1}}} \right] 10^{-7} \text{ Henry} \qquad (13\text{-}101)$$

e per la (13-98) la induttanza media di tutto il gruppo di matasse è:

$$L_{\text{medio}} = 1{,}8 m s^2 l^{1,5} \sqrt{\frac{l}{2\,[h + mb + (m - 1)\,\delta]}}\, 10^{-7} \text{ Henry.} \qquad (13\text{-}102)$$

L'induttanza risultante del campo trasversale alle cave e del campo frontale è determinante ai fini della f.e.m. di commutazione. L'induttanza risultante delle cave per ampiezza delle spazzole qualsiasi è:

$$L_N = s^2 l \mu \lambda_r = 4\pi s^2 l \lambda_r \cdot 10^{-6} \text{ Henry} \qquad (13\text{-}103)$$

in cui λ_r è un coefficiente di permeanza risultante, che tien conto dell'autoinduttanza e della mutua induttanza di tutte le matasse che si trovano impegnate nella commutazione, in dipendenza della larghezza delle spazzole. Il calcolo si trova nella teoria delle macchine a corrente continua, ad esempio nel testo del Richter [2-3].

13.13. Reattanze di dispersione degli avvolgimenti del trasformatore

Nei trasformatori con circuiti magnetici chiusi il flusso utile ha sede nel ferro e quello di dispersione segue percorsi in parte in aria. Per tale ragione si possono determinare questi due flussi separatamente. Dallo studio delle equazioni del funzionamento del trasformatore deriva che per $w_2 i_2 = w_1 i_1$, il flusso utile si annulla e restano solo i flussi di dispersione. Perciò si utilizza questa condizione per la determinazione dei flussi e della reattanza di dispersione. Generalmente si assume come base del calcolo l'energia magnetica dei campi di dispersione (cfr. paragrafo 13-2) e si determina l'induttanza di dispersione totale (dei due avvolgimenti) per

mezzo della seguente relazione:

$$L_\sigma = L_{1\sigma} + \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 L_{2\sigma} = 2W/i_1^2. \qquad (13\text{-}104)$$

In sede di calcolo la forma dei campi di dispersione viene semplificata e ricondotta al caso di un campo di dispersione alle cave. In tal modo si può applicare la formula già data per la reattanza di dispersione alle cave con relative modifiche.

Si consideri in primo luogo l'avvolgimento cilindrico semplice (fig. 13-43*a*); ammettiamo che il campo abbia solo la componente assiale, cioè che le sue linee di flusso abbiano sede nell'intercapedine tra i due avvolgimenti e siano parallele all'asse di questi. Supponiamo che le matasse siano circondate completamente dal ferro, come indicato in fig. 13-43*b*; questa disposizione equivale a quella di una cava doppia, come si vede in fig. 13-43*c* dall'andamento del campo. Si può pertanto applicare la (13-6) per la reattanza di dispersione alle cave, se si considera che è $p = q = 1$ e che per il coefficiente della permeanza vale la:

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{b} + \frac{a_1 + a_2}{3b}\right). \qquad (13\text{-}105)$$

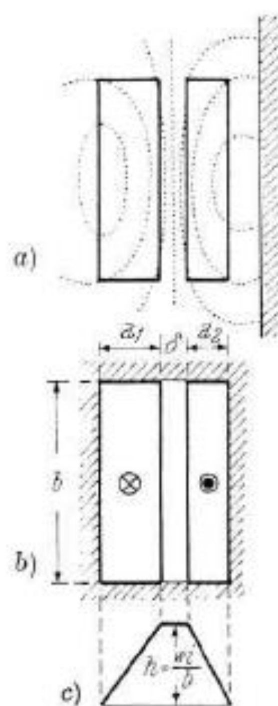


Fig. 13-43. - Avvolgimento cilindrico del trasformatore: *a*) sezioni delle matasse e linee di flusso, *b*) distribuzione del campo nello schema equivalente.

Se si indica con l la lunghezza media delle spire dei due avvolgimenti e con w_1 il numero di spire dell'avvolgimento primario, la reattanza di dispersione riferita all'avvolgimento primario è:

$$X_\sigma = 0{,}079 \cdot f \cdot \left(\frac{w_1}{100}\right)^2 \frac{lk}{b}\left(\delta + \frac{a_1 + a_2}{3}\right) \text{Ohm}. \qquad (13\text{-}106)$$

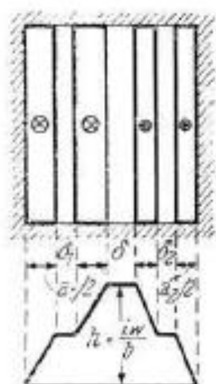


Fig. 13-44. - Avvolgimento cilindrico con canali di raffreddamento tra le matasse dimezzate.

Il fattore di correzione k tiene conto dell'indebolimento del campo alle estremità delle matasse dovuto alla presenza di una componente radiale; più avanti se ne darà il valore (fig. 13-47).

Se l'avvolgimento cilindrico è attraversato da due canali di raffreddamento di larghezza δ_1 e δ_2 (fig. 13-44) il coefficiente della permeanza è espressa dalla:

$$\lambda = \frac{1}{2b}\left(\delta + \frac{\delta_1 + \delta_2}{4} + \frac{a_1 + a_2}{3}\right). \qquad (13\text{-}107)$$

Ai fini dell'andamento del campo l'avvolgimento a cilindro doppio (fig. 13-45) equivale ad una cava qua-

drupla, il cui coefficiente della permeanza è:

$$\lambda = \frac{1}{4b}\left(\delta + \frac{a_1 + a_2}{3 \cdot 2}\right). \tag{13-108}$$

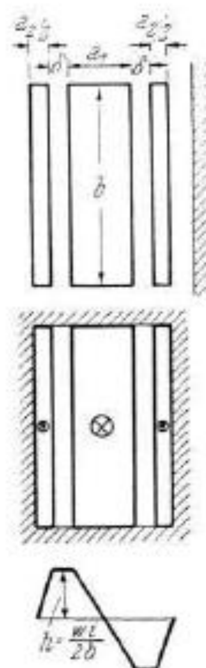


Fig. 13-45. - Avvolgimento cilindrico doppio.

Nell'avvolgimento a bobine alternate o a dischi (fig. 13-46) l'andamento del campo è fondamentalmente radiale. Ammesso che q sia il numero delle matasse di un avvolgimento, l'andamento del campo ripete q volte quello che si ha nel caso dell'avvolgimento a cilindro doppio. È da notare che in un avvolgimento simmetrico a dischi si deve dividere ogni matassa dell'avvolgimento primario o secondario in due semimatasse. Il coefficiente della permeanza dell'avvolgimento simmetrico a dischi è espresso dalla:

$$\lambda = \frac{1}{4qb}\left(\delta + \frac{a_1 + a_2}{6}\right). \tag{13-109}$$

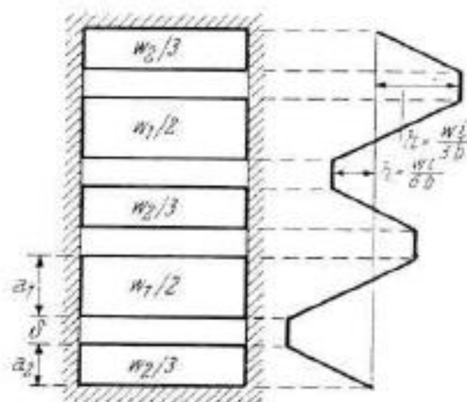


Fig. 13-46. - Avvolgimento a bobine alternate con due matasse primarie e tre secondarie.

Per uno stesso numero di spire e per dimensioni δ, a_1 e a_2, la reattanza di dispersione dell'avvolgimento a dischi è $2q$ volte minore di quella dell'avvolgimento cilindrico.

Se si suddivide l'avvolgimento a dischi primario e secondario in q parti tutte uguali (vedi fig. 13-46), l'avvolgimento diventa asimmetrico. Dall'esame della distribuzione del campo si deduce che il campo di dispersione dell'avvolgimento equivale a $2q$ volte il campo di una cava. Il coefficiente della permeanza sarà:

$$\lambda = \frac{2}{2qb}\left(\delta + \frac{a_1 + a_2}{3}\right). \tag{13-110}$$

La reattanza di dispersione di questo avvolgimento è notevolmente (circa tre volte) maggiore di quella dell'avvolgimento a dischi simmetrico.

Se l'avvolgimento a dischi simmetrico è attraversato in corrispondenza del centro della matassa da canali di raffreddamento radiali, il campo in essi è nullo, e quindi i canali non esercitano alcuna influenza sul valore della reattanza di dispersione.

Come si è già detto, negli schemi equivalenti considerati il flusso di dispersione è più elevato di quello che si ha in realtà poichè nei primi non si tien conto dell'indebolimento del campo dovuto alla componente radiale. Tale indebolimento è particolarmente sensibile alle estremità della

matassa. Rogowski [2-3] ha condotto un calcolo esatto della reattanza di dispersione dal quale risulta che il fattore di correzione k, minore di 1, che figura nella (13-106), è espresso dalla:

$$k = 1 - \frac{1}{2\pi\varkappa} + \frac{1}{2\pi\varkappa\varepsilon^{2\pi\varkappa}} \approx 1 - \frac{1}{2\pi\varkappa}, \qquad (13\text{-}111)$$

in cui $\varepsilon = 2{,}718$ è la base dei logaritmi naturali e $\varkappa$ è espresso dalla:

$$\varkappa = \frac{b}{2\delta + a_1 + a_2} \qquad (13\text{-}112)$$

nel caso di avvolgimenti a dischi e dalla:

$$\varkappa = \frac{b}{2\,(\delta + a_1 + a_2)} \qquad (13\text{-}113)$$

nel caso di avvolgimenti cilindrici. La curva di k è tracciata in fig. 13-47 in funzione di $\varkappa$, il cui valore è notevolmente maggiore per l'avvolgimento cilindrico che per quello a dischi. Il fattore di correzione per il primo tipo di avvolgimento è praticamente pari all'unità, mentre nell'avvolgimento a dischi esso è compreso tra 0,8 e 0,9.

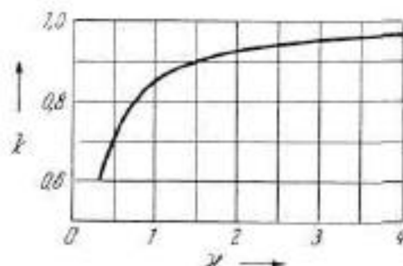


Fig. 13-46. - Fattore di correzione k in funzione di x.

14. RESISTENZE E REATTANZE CARATTERISTICHE DELLE MACCHINE ELETTRICHE

Nelle macchine elettriche le grandezze elettriche e meccaniche, come ad esempio la corrente o la coppia, sono calcolate in base alla tensione applicata e all'impedenza della macchina stessa. Per condizioni di funzionamento diverse occorre considerare impedenze diverse. Nel seguito si dimostrerà come sia possibile calcolare tali impedenze senza che sia necessario far funzionare la macchina nelle condizioni considerate. La definizione ed il calcolo delle resistenze non comportano alcuna difficoltà; difficoltà si presentano invece generalmente nel calcolo delle reattanze. Le reattanze e le resistenze vengono spesso ridotte al valore nominale dell'impedenza di carico $Z_b = U_N/I_N$. In seguito si indicheranno con lettere minuscole i valori ridotti.

14.1. Macchine sincrone

14.1.1. Reattanza principale

Per reattanza principale si intende quella che collega magneticamente l'avvolgimento statorico e quello rotorico. A seconda dei dati (nu-

mero di spire, fattore di avvolgimento e numero di fasi) che si assumono a base del calcolo, si parla di reattanza principale ridotta all'avvolgimento statorico o rotorico (X_{1h} e X_{2h} rispettivamente). Si può ottenere anche la reattanza mutua corrispondente all'induttanza mutua dei due avvolgimenti facendo figurare il prodotto del numero di spire statorico e rotorico. Per semplicità, d'ora in poi si considererà solo la reattanza principale ridotta all'avvolgimento statorico.

Il sistema più semplice per determinare la reattanza principale è quello che si adotta per le macchine a poli non salienti, nelle quali il traferro è costante. Il valore massimo dell'induzione fondamentale per alimentazione dell'avvolgimento statorico ad m fasi con corrente I_1 è:

$$B_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \mu_0 \frac{w_1 \xi_1}{p\delta'} \cdot \frac{m}{2} I_1. \tag{14-1}$$

Il flusso concatenato con una fase dell'avvolgimento statorico è:

$$\Psi = w_1 \xi_1 \Phi_1, \tag{14-2}$$

donde derivano l'induttanza:

$$L_{1h} = \frac{m_1}{2} (w_1 \xi_1)^2 \Lambda_{hv} \tag{14-3}$$

e la permeanza magnetica:

$$\Lambda_{hv} = \frac{4}{\pi^2} \mu_0 \frac{\tau l}{p\delta'}. \tag{14-4}$$

La reattanza principale è:

$$X_{1h} = 2\pi f L_{1h} = 16 m_1 f (w_1 \xi_1)^2 \frac{\tau l_i}{p\delta'} 10^{-7} \text{ Ohm}. \tag{14-5}$$

Per macchine trifasi e alimentazione con tensioni simmetriche, si deve porre $m_1 = 3$, per alimentazione monofase ad una fase $m_1 = 2$ e per alimentazione monofase a due fasi $m_1 = 2$, $w_1' \xi_1' = \sqrt{3} w_1 \xi_1$. Il coefficiente ($16\, m_1$) della (14-5) è 48 nel primo caso, 32 nel secondo e 96 nel terzo. Nella macchina a poli non salienti la reattanza principale è indipendente dalla posizione occupata dal rotore, se le cave sono distribuite uniformemente sull'intera superficie rotorica. Se invece solo una parte del rotore è provvista di cave, il fattore di Carter è diverso nei singoli punti. Dove non esistono cave il traferro fittizio δ' diminuisce, e in corrispondenza aumenta la reattanza. Ciò accade soprattutto lungo l'asse longitudinale. La differenza tra i valori relativi all'asse longitudinale ed all'asse trasversale non supera il 10%. La saturazione del ferro fa diminuire la reattanza principale, poichè provoca un aumento del traferro fittizio δ'. L'elevato valore del traferro rende generalmente scarsa l'influenza della saturazione del ferro in una macchina a poli non salienti.

A causa del traferro irregolare, nella macchina a poli salienti l'armonica fondamentale dell'induzione è minore di quella che si ha nella

macchina a poli non salienti. Nel capitolo 4.2.1. si sono introdotti i fattori di campo k_d e k_q, con i quali si intende il rapporto esistente tra i valori massimi dell'armonica fondamentale del campo di indotto e della stessa armonica del campo rotorico per tensione magnetica uguale in corrispondenza degli assi. Se si sostituiscono le tensioni magnetiche con le induzioni, si ha:

$$k_d = \frac{B_{d_1}}{\beta B_L} \quad \text{e} \quad k_q = \frac{B_{q1}}{\beta B_L}. \qquad \text{(14-6) e (14-7)}$$

Nei due tipi di macchina l'induzione al traferro B_L in corrispondenza della mezzeria del polo per la stessa corrente di indotto I_1 e lo stesso traferro $(\delta'_0 = \delta')$ — sempre sulla mezzeria del polo — è la stessa ed è data dalla (14-1). Di qui derivano la permeanza magnetica e la reattanza principale lungo l'asse longitudinale della macchina a nuclei polari:

$$\Lambda_{hd} = k_d \beta \mu_0 \frac{4\tau l_i}{\pi^2 p \delta_0'} \qquad (14\text{-}8)$$

e

$$X_{hd} = 16 m_1 \beta k_d f (w_1 \xi_1)^2 \frac{\tau l_i}{p \delta'_0} \cdot 10^{-7} \text{ Ohm}. \qquad (14\text{-}9)$$

Per l'asse trasversale si ottengono le stesse espressioni, nelle quali però è necessario sostituire k_q a k_d. Per quel che riguarda l'alimentazione dell'avvolgimento di indotto, vale quanto si è detto per la macchina a poli non salienti.

Confrontiamo ora la reattanza principale X_{hv} della macchina a poli non salienti con quella X_{hd} della macchina a nuclei polari nella direzione longitudinale e per una stessa caratteristica di magnetizzazione. A tal fine occorre determinare *le tensioni indotte negli avvolgimenti statorici* delle due macchine per una stessa corrente rotorica. Nel caso di macchina a poli non salienti si ottiene la f.e.m. indotta in una fase di statore dalla (14-1), ponendo $I_1 = I_2$, $w_1\xi_1 = w_2\xi_2$ e $m_1 = 2$:

$$E_v = 2\pi f w_1 \xi_1 \frac{2}{\pi} \tau_p l_i B_1 = \frac{8}{\pi} f \mu_0 \frac{\tau l_i}{p \delta'} w_2 \xi_2 w_1 \xi_1 I_2. \qquad (14\text{-}10)$$

Nella macchina a nuclei polari con $\xi_2 = 1$ è:

$$B_1 = \beta B_L = \beta \mu_0 w_2 I_2 / 2 p \delta_0'. \qquad (14\text{-}11)$$

La f.e.m. statorica è:

$$E_S = 2\pi f \mu_0 \beta w_1 \xi_1 w_2 I_2. \qquad (14\text{-}12)$$

In tal modo, per una stessa caratteristica di magnetizzazione, cioè per $E_S/I_2 = E_v/I_2$, si ottiene la seguente relazione tra le reattanze principali:

$$\frac{X_{hd}}{X_{hv}} = \frac{\Lambda_{hd} E_v}{\Lambda_{hv} E_S} = k_d \frac{4\xi_2}{\pi}, \qquad (14\text{-}13)$$

in cui ξ_2 rappresenta il fattore d'avvolgimento rotorico della macchina a poli non salienti. Per rotore avvolto su 2/3 del passo polare è $\xi_2 \approx 0{,}83$. Se per il fattore di campo k_d si assume il valore medio 0,85, risulta:

$$\frac{X_{hd}}{X_{hv}} = 0{,}85 \frac{4 \cdot 0{,}83}{\pi} = 0{,}90.$$

Mentre nella macchina a poli non salienti la reattanza principale è praticamente indipendente dalla posizione del rotore rispetto al campo rotante dello statore, ciò non si verifica per la macchina a nuclei polari. Se si indica con ϑ l'angolo compreso tra gli assi del campo rotante rotorico e di quello statorico, la reattanza principale della macchina a poli salienti è espressa dalla:

$$X_{hS} = \frac{m_1}{2} 2\pi f(w_1\xi_1)^2 \sqrt{(\Lambda_{hd} \cos\vartheta)^2 + (\Lambda_{hq} \operatorname{sen}\vartheta)^2}. \qquad (14\text{-}14)$$

Se la velocità del campo rotante dello statore e del rotore sono diverse, se cioè il campo ruota rispetto al rotore, la reattanza principale oscilla periodicamente tra il valore massimo X_{hd} e quello minimo X_{hq}. Per campo rotante nello stesso senso si deve considerare poi anche la reattanza principale equivalente di grandezza [cfr. la (2-173)]:

$$X_{he} = m_1 \pi f(w_1\xi_1)^2 \frac{2\Lambda_{hd}\Lambda_{hq}}{\Lambda_{hd} + \Lambda_{hq}}. \qquad (14\text{-}15)$$

14.1.2. Reattanza di indotto (reattanza sincrona)

La reattanza sincrona è la reattanza dell'avvolgimento di indotto per funzionamento sincrono del rotore. Essa è uguale alla somma della reattanza principale e della reattanza di dispersione statorica

$$X = X_h (1 + \sigma_1) = X_h + X_{1\sigma}. \qquad (14\text{-}16)$$

Spesso si indica tale reattanza come reattanza totale del circuito primario (X_1). Il valore della reattanza sincrona dipende dalla posizione occupata dal rotore rispetto al campo rotante. In pratica interessa soprattutto il valore della reattanza sincrona X_d nella direzione longitudinale. Il valore relativo della reattanza sincrona è uguale al valore reciproco del rapporto di corto circuito, cioè del rapporto esistente tra la corrente permanente di corto circuito e la corrente nominale.

La reattanza sincrona si distingue in reattanza longitudinale ed in reattanza trasversale. Nella maggior parte dei casi è $X_d > X_q$.

Nelle macchine aventi corpi polari in magnete permanente e l'espansione polare in ferro dolce è $X_q > X_d$ dato che il materiale magnetico ha una bassa permeabilità.

Questa condizione cambia fondamentalmente le proprietà elettriche delle macchine sincrone con magnete permanente in confronto di quelle

con elettromagneti [14-7, 14-8]. La reattanza sincrona è fortemente dipendente dalla saturazione del ferro, e precisamente ne è influenzato il termine corrispondente alla reattanza principale.

Questo termine si deduce dalla caratteristica a vuoto e dal valore della f.e.m. corrispondente al campo magnetico effettivo.

Nella maggior parte dei casi è sufficiente considerare tale f.e.m. come somma della tensione di rete e della caduta di tensione causata dalla reattanza di dispersione statorica è cioè: $E_i = U_N + jX_{1\sigma}I$. Questa f.e.m. viene riportata sulla caratteristica a vuoto.

Il valore di saturazione della reattanza principale può essere definito o mediante la retta passante per il punto $U = E_i$ ed il punto $U = 0$, oppure mediante la retta tangente alla caratteristica a vuoto nel punto $U = E_i$, le quali rette sostituiscono effettivamente la caratteristica a vuoto. Entrambe le definizioni sono giustificate sia in funzionamento a regime, sia in transitorio.

Il valore di saturazione relativo della reattanza principale è uguale al valore della tangente dell'angolo formato da una delle due sopraddette rette, sostituenti la caratteristica a vuoto, e l'asse delle ascisse.

I campi residui dovuti alla diversa costruzione dell'avvolgimento statorico rispetto a quello rotorico ed anche alla forma particolare dei poli, danno anche essi un apporto alla reattanza transitoria. Poichè questi campi residui ruotano in sincronismo con il rotore il loro effetto può essere inteso come una reattanza addizionale di dispersione rotorica. Questa aumenta [14-12]:

$$(x_{2\sigma})_{add} = X_{hd}\,(1 - 4\varphi k_d/\pi\beta).$$

Le grandezze φ e β sono date al paragrafo 4.2.1 e la grandezza k_d al paragrafo 4.2.2.

14.1.3. Reattanza transitoria

Si deve considerare questa reattanza nei fenomeni transitori che si verificano al passaggio da uno stato all'altro di funzionamento, ad esempio da corrente iniziale di corto circuito a corrente permanente. Se sul rotore è calettato solo l'avvolgimento di eccitazione, ma non esistono avvolgimenti di smorzamento o parti massicce, per tale fenomeno è determinante unicamente la reattanza transitoria. Nel caso che esistano gli avvolgimenti terziari sopra citati, anche le loro reattanze di dispersione assumono importanza. Tuttavia il fenomeno transitorio è condizionato principalmente dalla reattanza transitoria.

Nella direzione longitudinale essa è dovuta alla dispersione tra avvolgimento statorico e avvolgimento rotorico. Secondo la teoria del campo rotante, o quella biassiale, indifferentemente, la grandezza sua è:

$$X' = \sigma_{1.2}X, \qquad X'_d = \sigma_{1.2}X_d \qquad (14\text{-}17),\ (14\text{-}18)$$

in cui $\sigma_{1.2}$ rappresenta il coefficiente di dispersione tra l'avvolgimento statorico e quello d'eccitazione [cfr. la (2-66)]. Essa si discosta poco dalla

somma delle reattanze di dispersione statoriche e rotoriche:

$$X'_d = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}\, X_{hd}/(X_{hd} + X'_{2\sigma}) \approx X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}. \qquad (14\text{-}19)$$

Le reattanze di dispersione sono costituite da reattanze di dispersione alle cave, alle teste dei denti, frontali e dovute alle armoniche superiori.

Secondo l'asse trasversale la reattanza transitoria è uguale alla reattanza sincrona, poichè sul rotore non esiste alcun avvolgimento secondario disposto lungo questo asse. Vale quindi la:

$$X'_q = X_q. \qquad (14\text{-}20)$$

14.1.4. Reattanza subtransitoria

La reattanza subtransitoria si riferisce ai primissimi istanti del fenomeno transitorio, e determina la corrente iniziale di corto circuito. Questa reattanza è minore di quella transitoria, se sul rotore oltre all'avvolgimento di eccitazione, esistono un avvolgimento di smorzamento o delle parti di ferro massicce. Essa è diversa secondo i due assi di simmetria ed ha la massima importanza secondo l'asse longitudinale; il valore della reattanza secondo questo asse determina infatti la corrente iniziale di corto circuito. Secondo la teoria del campo rotante la grandezza della reattanza subtransitoria è:

$$X'' = \sigma_r X \qquad (14\text{-}21)$$

in cui:

$$\sigma_r = 1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3 - 2\sigma_g}{(1 + \sigma_1)\,(\sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_g - \sigma_g^2)} \approx$$

$$\approx 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)\,[1 + \sigma_2\sigma_3/(\sigma_2 + \sigma_3)]}, \qquad (14\text{-}22)$$

è il coefficiente di dispersione tra l'avvolgimento statorico e gli avvolgimenti di eccitazione e di smorzamento. L'induttanza mutua di dispersione tra l'avvolgimento di eccitazione e quello di smorzamento è generalmente poco elevata ($\sigma_g \approx 0$).

Sostituendo i coefficienti di dispersione con i corrispondenti rapporti di reattanze

$$\sigma_1 = X'_{1\sigma}/X_{hd}, \quad \sigma_2 = X'_{2\sigma}/X_{hd}, \quad \sigma_3 = X'_{3\sigma}/X_{hd},$$

si ottiene che la reattanza subtransitoria longitudinale è:

$$X_d'' = \sigma_r X_d = X_{1\sigma} + \frac{X_{hd} X'_{2\sigma} X'_{3\sigma}}{X_{hd}\,(X'_{2\sigma} + X'_{3\sigma}) + X'_{2\sigma} X'_{3\sigma}} \qquad (14\text{-}23)$$

in cui introducendo la reattanza rotorica risultante:

$$X'_{R\sigma} = \frac{X'_{2\sigma} X'_{3\sigma}}{X_{hd} + X'_{3\sigma}} \qquad (14\text{-}24)$$

si ottiene la seguente espressione:

$$X_d'' = X_{1\sigma} + \frac{X_{hd} X'_{R\sigma}}{X_{hd} + X'_{R\sigma}} \tag{14-25}$$

che è uguale alla equazione (14-19) se si pone $x_{2\sigma} = x_{R\sigma}$. La reattanza subtransitoria espressa nella forma data dalla equazione (14-23) corrisponde al circuito equivalente della fig. 14-1 se si trascurano le resistenze. Nel circuito equivalente si può trascurare la reattanza principale poichè essa è molto grande ($X_{hd} \approx \infty$) in confronto delle rispettive reattanze rotoriche $X_{2\sigma}$ e $X_{3\sigma}$.

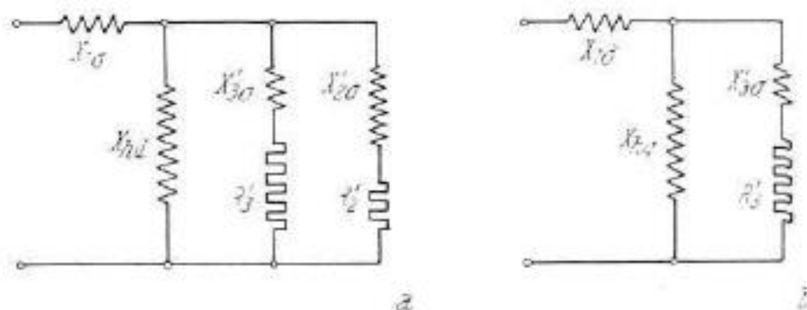


Fig. 14-1. - Schema equivalente della macchina sincrona: *a*) secondo l'asse longitudinale, *b*) secondo quello trasversale.

In definitiva la reattanza subtransitoria longitudinale si può esprimere come segue:

$$X_d'' \approx X_{1\sigma} + \frac{X'_{2\sigma} X'_{3\sigma}}{X'_{2\sigma} + X'_{3\sigma}}. \tag{14-26}$$

La stessa reattanza secondo l'asse trasversale, privo di avvolgimento di eccitazione, ($X_{2\sigma}' = \infty$) è:

$$X_q'' = X_{1\sigma} + X'_{3\sigma}. \tag{14-27}$$

È tuttavia necessario tener presente che, a causa della distribuzione della corrente nell'intervallo tra i poli, le reattanze di dispersione $X_{1\sigma}$ e $X'_{3\sigma}$ sono diverse secondo i due assi. Poichè generalmente è $X'_{3\sigma} < X'_{2\sigma}$, si può semplificare la (14-26) come segue:

$$X_d'' = X_{1\sigma} + X'_{3\sigma}. \tag{14-28}$$

Come risulta dai valori numerici riportati nella tab. 14-1, le reattanze subtransitorie sono praticamente uguali secondo i due assi. In questa tabella figurano i valori medi delle diverse reattanze delle macchine sincrone di produzione americana ed europea.

Infine riportiamo ancora la relazione tra reattanza transitoria e reattanza subtransitoria, valutato empiricamente [35]:

$$X'_d \approx 1{,}4\, X_d'' + 0{,}02. \tag{14-29}$$

14.1.5. Reattanza alla sequenza inversa

Nel caso di carico squilibrato si manifesta, nelle singole fasi della macchina, un sistema inverso di correnti e di tensioni.

TAB. 14-1. - Valori relativi delle diverse reattanze delle macchine sincrone.

	Reattanza sincrona		Reattanza				Rapporto di corto circuito (sat)	Reattanza di sequenza inversa omopolare		
			transitoria		subtransitoria					
	x_d	x_q	x_d'	x_q''	x_d''	x_q''	k_c	x_2	x_0	
2 p. turboalternatore . . .	1,1	1,05	0,16	1,05	0,09	0,09		0,09	0,015-0,05	Standard Handbook
Alternatore con poli salienti e con avvolgimento smorzatore	1,15–1,10	0,63–0,65	0,32–0,37	0,63–0,65	0,22–0,27	0,25–0,30		0,24–0,28	0,05–0,22	for Electrical Engeneering
2 p. turboalternatore con raffreddamento			(1)		(1)					Siemens-
indiretto	1,6–2,2	1,4–1,9	0,14–0,22		0,1–0,15		0,6–0,5	0,1–0,15	0,02–0,1	Handbuch
diretto	2,2–2,6	1,9–2,2	0,22–0,40		0,15–0,25		0,5–0,4	0,15–0,25		(1965)
Alternatore con poli salienti e con avvolgimento smorzatore $2p < 16$	0,85–1,4	0,52–0,9	0,22–0,35	(2)	0,14–0,23	(3)	1,25–0,75	0,14–0,25	0,03–0,22	
$2p > 16$	0,8–1,35	0,45–0,8	0,25–0,4		0,15–0,25		1,3–0,8	0,15–0,27		
Senza avvolgimento smorzatore $2p < 16$	0,85–1,4	0,52–0,9	0,22–0,35		0,22–0,35		1,25–0,75	0,36–0,63	0,04–0,3	
$2p > 16$	0,8–1,35	0,45–0,8	0,25–0,4		0,25–0,4		1,3–0,8	0,35–0,6		

(1) Valori di saturazione $x'_{d,\,sat} \approx 0,95 \div 0,85\, x'_d$, $x_d''{}_{,\,sat} \approx 0,95 \div 0,85\, x_d''$.

(2) $x'_q = x_q$.

(3) $x''_q \approx x_q$ alternatore con poli salienti e con avvolgimento smorzatore,
$x''_q \approx (0,9 \div 1,2)\, x''_d$ alternatore con poli salienti e senza avvolgimento smorzatore.

La reattanza inversa rappresenta la reattanza induttiva che la macchina sincrona presenta al sistema inverso delle tensioni. Poichè tale sistema genera negli avvolgimenti terziari (p.e. avvolgimenti di smorzamento o parti massicce) delle correnti, la reattanza inversa è circa uguale a quella subtransitoria. Contrariamente a quanto avviene nel caso di corto circuito, questi avvolgimenti terziari sono eccitati da correnti secondo entrambi gli assi di simmetria. Per tale ragione la reattanza inversa è espressa dalla:

$$X_2 = X_{1\sigma} + \frac{2\,(X_d'' - X_{1\sigma})\,(X_q'' - X_{1\sigma})}{X_d'' + X_q'' - 2X_{1\sigma}} \approx \frac{2X_d''X_q''}{X_d'' + X_q''} \qquad (14\text{-}30)$$

seconda la equazione (2-173), poichè il sistema simmetrico di tensioni è in questo caso la causa di eccitazione. Nell'avvolgimento rotorico simmetrico è $X_2 = X''$, così come la resistenza è $R_2 = R''$. Nella pratica questo caso può verificarsi solo per macchine a induzione sincronizzate. Se però non esiste avvolgimento terziario ($X_q = \infty$) si ha:

$$X_2 = X_{1\sigma} + 2X_{2\sigma}'. \qquad (14\text{-}31)$$

Ma in verità quasi sempre è $X_2 < X_d''$ perchè le correnti rotoriche per improvvisi corto circuiti hanno una frequenza propria uguale a quella di rete ed in caso di un sistema inverso hanno una frequenza propria uguale al doppio di quella di rete. Per conseguenza, nel secondo caso essendo la reazione delle correnti superficiali maggiore, ne risulta che la reattanza è più piccola.

Nelle macchine aventi avvolgimento smorzatore molto potente, poli laminati e quindi con un piccolo effetto di superficie, è $X_2 \approx 0{,}95\, X''_d$; nelle macchine aventi avvolgimento smorzatore ma con rotori massicci è $X_2 \approx (1{,}0 \div 1{,}15)\, X_d''$; nelle macchine aventi poli laminati ma sforniti di avvolgimento smorzatore è $X_2 \approx (1{,}3 \div 1{,}6)\, X_d''$ a causa del grande valore della reattanza trasversale.

14.1.6. Reattanza alla sequenza zero

Se durante il funzionamento alla macchina risulta applicato un sistema di tensioni di sequenza zero, la relazione tra tali tensioni e la corrispondente corrente è data dalla impedenza di sequenza zero. Si può riprodurre questo caso alimentando l'avvolgimento di indotto collegato a triangolo aperto. Calcoliamo anzi tutto il valore della reattanza principale in questo caso. Come si può vedere in fig. 14-2 al traferro (δ = costante) si determina un campo avente un numero triplo di poli. Il valore massimo dell'induzione è:

$$B = \frac{\sqrt{2}w_1\mu_0}{2p\delta} I_1. \qquad (14\text{-}32)$$

Il valore massimo dell'onda di induzione sinusoidale è:

$$B_3 = \frac{4}{\pi}\,\xi_3 B, \qquad (14.33)$$

in cui ξ_3 rappresenta il fattore di avvolgimento per l'armonica del terzo ordine. Il flusso concatenato con una spira è espresso dalla:

$$\Phi_3 = \frac{2\tau_p l}{3\pi} B_3. \tag{14-34}$$

Esso varia con la frequenza di rete f_1. La f.e.m. in una fase dell'indotto è:

$$E_3 = \sqrt{2}\pi f_1 w_1 \xi_3 \Phi_3 = X_{h3} I_1 \tag{14-35}$$

con

$$X_{h3} = X_{h1} \left(\frac{\xi_3}{\xi_1} \right)^2 \frac{2}{3m_1}. \tag{14-36}$$

Per $m_1 = 3$, $\xi_1 = 3/\pi$ e $\xi_3 = 2/\pi$ (senza raccorciamento del passo) si ha:

$$X_{h3} = \frac{8}{81} X_{h1} \approx 0,1\, X_{h1}. \tag{14-37}$$

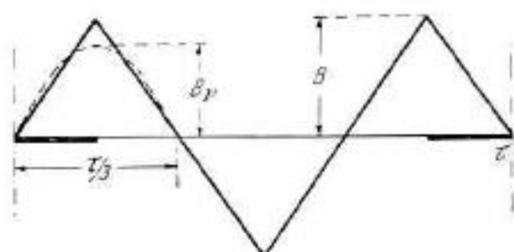


Fig. 14-2. - Forma del campo di armonica del terzo ordine.

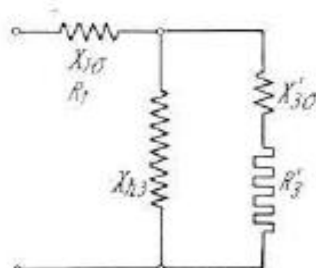


Fig. 14.3.

Tuttavia la reattanza X_{h3} dipende strettamente dal raccorciamento del *passo dell'avvolgimento di indotto*. Per passo $W = 2\tau/3$ si ha $\xi_3 = 0$ e quindi anche $X_{h3} = 0$. Per il passo normale $W = 5\tau/6$ è $\xi_3 = \sqrt{2}/\pi$ e

$$X_{h3} \approx 0,05\, X_{h1}. \tag{14-38}$$

Per determinare l'impedenza alla sequenza zero e la reattanza ci si può servire del circuito equivalente rappresentato dalla fig. 14-3, in cui è stato trascurato l'avvolgimento di eccitazione a causa dell'imperfetto concatenamento con il flusso di terza armonica. Se, essendo nullo il fattore di avvolgimento, è $X_{h3} \approx 0$, la reattanza alla sequenza zero è espressa dalla:

$$X_0 = X_{1\sigma} \tag{14-39}$$

e la resistenza dalla:

$$R_0 = R_1. \tag{14-40}$$

Se invece è $X_{h3} > 0$ [vedi ad esempio la (14-38)], l'impedenza alla sequenza zero è:

$$Z_0 = R_1 + jX_{1\sigma} + \frac{jX_{h3}(R'_3 + jX'_{3\sigma})}{R'_3 + j(X_{h3} + X'_{3\sigma})}. \tag{14-41}$$

I valori R'_3, $X'_{3\sigma}$ e X_{h3} sono dello stesso ordine di grandezza (circa $0{,}05X_{1h}$) e quindi per la (14-41) la resistenza è:

$$R_0 \approx R_1 \tag{14-42}$$

e la reattanza

$$X_0 \approx X_{1\sigma} + 0{,}02\, X_{1h}. \tag{14-43}$$

La reattanza di dispersione statorica $X_{1\sigma}$ della equazione (14-43) è nella maggior parte dei casi più piccola di quella che si ha in avvolgimenti con alimentazione simmetrica, perchè a causa del raccorciamento in una parte delle cave, le correnti circolano in senso opposto nei conduttori dei due strati per questo la dispersione alla cava assume valori inferiori. Per lo stesso motivo diventa minore anche la dispersione alle testate dell'avvolgimento che risultano più corte. La riduzione della dispersione alle testate dell'avvolgimento è piccola ed inoltre non è facilmente calcolabile, cosicchè è sufficiente ammettere che sia:

$$X_{1\sigma 0} \approx X_{1\sigma}\,(2W/\tau - 1).$$

Secondo [2-11] la reattanza alla sequenza omopolare degli usuali avvolgimenti con passo di avvolgimento $W = 5/6\tau$ è uguale a $X_d''/3$ e con passo di avvolgimento $W = 2/3\tau$ è uguale a $X_d''/6$. Secondo [15-27] i valori usuali sono compresi tra 0,03 e 0,15 e sono sempre minori della reattanza subtransitoria e precisamente:

$$X_0 \approx \left(\frac{1}{6} \div \frac{1}{4}\right) X_d''$$

14.1.7. Reattanza pendolare

Il concetto di reattanza pendolare si basa sull'ipotesi che il flusso Φ_p resti costante anche in caso di oscillazioni. In pratica tale ipotesi è sufficientemente approssimata, benchè il valore del flusso dipenda in larga misura dalla frequenza delle oscillazioni e dal tipo di macchina considerato. In fig. 14-4 a e b sono tracciati i diagrammi del flusso al traferro di una macchina senza e con avvolgimento smorzatore (o con rotore massiccio nel caso di macchina a poli non salienti). Φ è il flusso di indotto, Φ_d la sua componente longitudinale e Φ_q quella trasversale. Poichè la costante di tempo del flusso longitudinale è assai elevata, il flusso risultante Φ_r resta invariato ($\Phi_p = \Phi_r$) (entrambi rappresentati da linee in grassetto in fig. 14-4a) durante le oscillazioni, esattamente come il flusso Φ_d. I

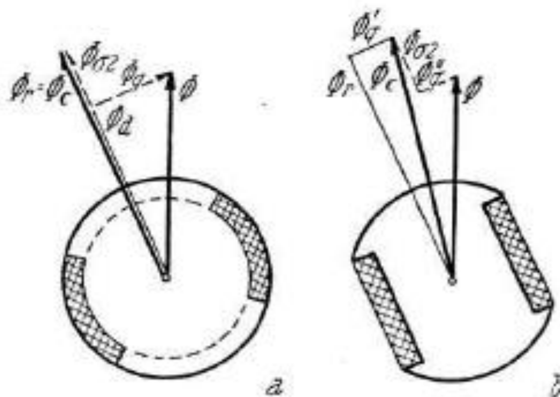


Fig. 14-4. - Flussi costanti durante le oscillazioni (in grassetto); a) macchina a poli non salienti, b) macchina a nuclei polari.

flussi di indotto Φ_d e Φ_q (così come il flusso di dispersione dell'indotto) sono soggetti a oscillazioni; essi sono rappresentati in fig. 14-4*a* con linee tratteggiate. Nelle macchine con uno smorzamento elevato secondo l'asse trasversale, causato da correnti parassite nelle parti massicce (macchina a poli non salienti), o da un avvolgimento di smorzamento, si può suddividere il flusso trasversale in due flussi parziali. Mentre il primo di essi Φ'_q, concatenato con l'avvolgimento smorzatore, resta invariato, il secondo, Φ_q'', non concatenato, oscillerà. Di questo ultimo tipo sono i campi di dispersione dell'avvolgimento di smorzamento e di quello di indotto e i campi di ordine superiore dovuti alle correnti superficiali nel rotore massiccio. In fig. 14-4 i flussi che si ritengono costanti sono rappresentati da linee in grassetto, quelli variabili durante le pendolazioni da linee tratteggiate. Se dal diagramma dei flussi si passa a quello delle tensioni, i flussi ora considerati vengono sostituiti dalle f.e.m. relative. La differenza tra la tensione di rete U e la f.e.m. interna costante E_c è costituita dalla caduta di tensione dovuta alla reattanza che chiameremo pendolare (poichè il flusso ad essa relativo è soggetto appunto ad oscillazioni). Nelle macchine prive di smorzamento tale reattanza è espressa dalla:

$$X_{pen} = X_{1\sigma} + X_{hq} \tag{14-44}$$

e nelle macchine con smorzamento secondo l'asse trasversale:

$$X_{pen} = X_{1\sigma} + qX_{hq}. \tag{14-45}$$

In base alla fig. 14-4*b* risulta:

$$q = \frac{\Phi_q''}{\Phi_q' + \Phi_q''} < 1. \tag{14-46}$$

Il fattore di oscillazione q tiene conto delle oscillazioni del flusso trasversale e della diminuzione di tale flusso, quando esso passa dalla situazione di campo costante a quello alternato di frequenza νf_1. In determinati casi è possibile calcolare tale diminuzione. Se la macchina ha un avvolgimento smorzatore si ottiene il circuito equivalente di fig. 14-4*b*. Le reattanze indicate in tale circuito sono calcolate per la frequenza di rete f_1. Consideriamo solo la parte che si riferisce al rotore, cioè il collegamento in parallelo della reattanza νX_{hq} e della impedenza $R'_3 + j\nu X_3'_\sigma$. L'impedenza risultante è:

$$Z = \frac{j\nu X_{hq}\,(R'_3 + j\nu X'_{3\sigma})}{R'_3 + j\nu\,(X_{hq} + X'_{3\sigma})}\,. \tag{14-47}$$

La reattanza, cioè la parte immaginaria della (14-47) è:

$$X = \nu X_{hq}\,\frac{R'^2_3 + \nu^2 X'_{3\sigma}\,(X_{hq} + X'_{3\sigma})}{R'^2_3 + \nu^2\,(X_{hq} + X'_{3\sigma})^2}\,. \tag{14-48}$$

Al diminuire della frequenza la reattanza si avvicina al valore limite

$X_0 = \nu X_{hq}$ e quindi il fattore di oscillazione sarà espresso dalla:

$$q = \frac{X}{X_0} = \frac{R'_3{}^2 + \nu^2 X'_{3\sigma}(X_{hq} + X'_{3\sigma})}{R'_3{}^2 + \nu^2 (X_{hq} + X'_{3\sigma})^2}. \qquad (14\text{-}49)$$

Se la frequenza delle oscillazioni è $\nu = 0$, si ha $q = 1$ e per $\nu = \infty$:

$$q_\infty = \frac{X'_{3\sigma}}{X_{hq} + X'_{3\sigma}} = \frac{\sigma_3}{1 + \sigma_3}. \qquad (14\text{-}50)$$

Il circuito di fig. 14-4*b* può essere sostituito da una resistenza in parallelo con una reattanza. La parte immaginaria dell'impedenza risultante è allora la reattanza di pendolazione:

$$X_{pen} = \frac{X_{hq}(R'_3{}^2 + \nu^2 X'_{3\sigma}{}^2)}{R'_3{}^2 + \nu^2 X_3'{}_\sigma (X_{hq} + X'_{3\sigma})} + X_{1\sigma}. \qquad (14\text{-}51)$$

Mentre i valori al limite per $\nu = 0$ e ∞ coincidono con quelli risultanti dalla (14-45), i valori intermedi divergono.

Per rotore massiccio, ad esempio nel caso di macchine a poli non salienti, non è possibile stabilire un circuito equivalente semplice per calcolare poi in base ad esso il fattore q. Tuttavia cercheremo di effettuare almeno approssimativamente tale calcolo seguendo la teoria di Timascheff [4-1]. Come si è visto, la variazione del flusso magnetico nel ferro massiccio avviene secondo una legge esponenziale con due costanti di tempo. Per tale ragione Timascheff ha realizzato un modello in cui alle variazioni di flusso nella macchina corrispondono variazioni di una corrente elettrica in un circuito costituito dal parallelo di due impedenze $R_h + jX_h$ e $R_0 + jW_0$ con costanti di tempo T_h e T_0. I primi valori (indice h) corrispondono a quella parte di flusso che si estingue lentamente (flusso fondamentale), gli altri (indice 0) a quella parte che si estingue rapidamente (insieme dei campi di ordine superiore). L'impedenza di tale circuito, proporzionale alla corrente, si ricava dalla:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_h + j\nu X_h} + \frac{1}{R_0 + j\nu X_0}. \qquad (14\text{-}52)$$

Per $\nu \to 0$ si ottiene:

$$\frac{1}{Z_0} = \frac{R_h + R_0}{R_h R_0} \qquad (14\text{-}53)$$

donde deriva il fattore di oscillazione:

$$q = \frac{Z_0}{Z}. \qquad (14\text{-}54)$$

Si introduce ora la durata dell'oscillazione $T\nu = 1/\nu\omega_1$, il rapporto delle costanti di tempo

$$\beta = T_0/T_h \qquad (14\text{-}55)$$

e il rapporto tra i valori resistenze

$$a = R_0/R_h. \tag{14-56}$$

Il fattore di oscillazione sarà allora:

$$q = \sqrt{\frac{(1+a)^2 + (2\pi^2 T_h/T_v)^2\,(1+a\beta)^2}{(1+4\pi^2 T_h^2/T_v^2)\,(1+4\pi^2\beta^2 T_h^2/T_v^2)\,(1+a)^2}}. \tag{14-57}$$

Per ferro massiccio è $\beta \approx 0{,}1$ e $a \approx 1$. Teoricamente per questo ultimo è $a = 0{,}66/0{,}34 = 1{,}95$, ma secondo Timascheff l'azione dei campi di ordine elevato è sempre superiore al valore calcolato in teoria. Quindi, per rotore massiccio si ottiene il fattore:

$$q \approx \sqrt{\frac{1 + 12\,(T_h/T_v)^2}{1 + 40\,(T_h/T_v)^2 + 16\,(T_h/T_v)^2}}. \tag{14-58}$$

Questo fattore può essere determinato sperimentalmente, e cioè considerando la frequenza di pendolazione di due generatori in una prova a carico impulsivo o in corto circuito oppure studiando le oscillazioni delle correnti e delle tensioni in funzionamento combinato asincrono di due macchine sincrone. In fig. 14-5 sono appunto riportate le curve stabilite in tal modo [4-1]. La curva empirica è quella in grassetto. Esso è dello stesso tipo di quella calcolata e per piccoli valori del periodo coincide con quest'ultima. Per valori di T_v più elevati, però, la curva sperimentale è notevolmente più alta. Timascheff spiega tale fatto dicendo che la curva calcolata tien conto solo delle oscillazioni del campo trasversale e presuppone la costanza del campo longitudinale, condizioni che nel caso di oscillazioni lente non si verificano.

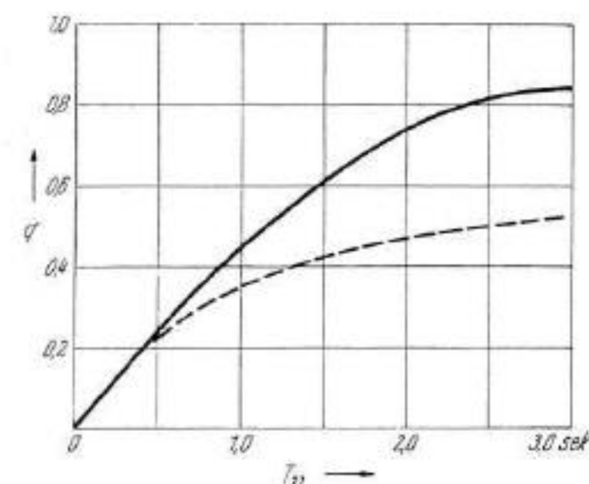


Fig. 14-5. - Fattore di oscillazione del campo trasversale in funzione della durata dell'oscillazione stessa [4-1].

Benchè il fattore di oscillazione non sia calcolabile con precisione, è bene conoscere il valore della reattanza pendolare che è molto importante e spesso nella pratica viene considerato. In tal modo è possibile studiare almeno approssimativamente diversi fenomeni di oscillazione, spesso assai complessi.

14.1.8. Reattanza transitoria a vuoto

La reattanza transitoria X'_{d0} è la reattanza dell'avvolgimento induttore quando il circuito di statore sia aperto. Questa reattanza è determinante per alcuni transitori che si hanno nell'avvolgimento induttore. Il

valore riportato a statore della reattanza è:

$$X'_{d0} = X_{hd} + X'_{2\sigma}. \tag{14-59}$$

Nel riferire al circuito induttore sono da osservare il numero delle spire, i fattori di avvolgimento e il numero delle fasi.

Nelle macchine a poli salienti compare il fattore di reazione al posto del fattore di avvolgimento dell'avvolgimento induttore. La reattanza transitoria a vuoto ha espressione simile a quella della reattanza sincrona, in cui il termine che rappresenta la dispersione statorica è sostituita con il termine che rappresenta la dispersione rotorica. Per la determinazione dei valori di saturazione valgono le stesse regole che sono valide per la reattanza sincrona. Se nella direzione longitudinale è presente un avvolgimento smorzatore oppure una parte massiccia, ne consegue che l'aumento nel tempo del campo e della corrente induttiva non è definito da una sola funzione esponenziale bensì da due funzioni esponenziali.

14.1.9. Reattanza di Potier

Il calcolo della reattanza di Potier serve per la determinazione dell'eccitazione a pieno carico di una macchina sincrona. Essa è una grandezza fittizia e consiste della reattanza di dispersione statorica e di un termine dipendente dalla reattanza di dispersione rotorica. Questa seconda parte tiene conto della caduta di tensione magnetica addizionale dovuta all'aumento del campo di dispersione rotorica in presenza di carico. Purtroppo l'ultima parte non è facilmente esprimibile matematicamente e la reattanza di Potier è sempre maggiore della reattanza di dispersione statorica misurata. La differenza è forte specialmente nelle macchine a poli salienti.

Quasi sempre la reattanza di Potier viene determinata sperimentalmente.

È da osservare anche che spesso, come per esempio nelle VDE 0530/ /IEC, non si parla della reattanza definita da Potier bensì di una modificazione secondo Fischer-Hinnen [2-3]. In questa modificazione appare tanto la reattanza quanto la reazione di indotto come grandezza fittizia perchè è stato ammesso che la reattanza di Potier è indipendente dalla tensione. Per la determinazione della reattanza di Potier è più appropriato il procedimento di calcolo che usufruisce della caratteristica a vuoto e della caratteristica di carico a $\cos\varphi = 0$. Quando il carico con $\cos\varphi = 0$ non è possibile, allora le VDE 0530/66/IEC raccomandano di usare come base per la determinazione della reattanza di Potier la reattanza statorica misurata nella macchina priva di rotore. In base all'esperienza la reattanza di Potier viene considerata pari alla reattanza totale misurata nelle macchine a poli salienti, mentre nelle macchine a rotore liscio viene considerata uguale allo 0,6 della reattanza misurata.

A rotore estratto si misura insieme alla reattanza di dispersione statorica anche la reattanza relativa al flusso esistente nella cavità. Una parte

di quest'ultima rappresenta la reattanza di dispersione fittizia, che tiene conto dell'aumento della tensione magnetica nel rotore. La reattanza di Potier ha una maggiore corrispondenza nella realtà, se nella determinazione si parte dalle grandezze, che sono con essa in connessione causale, cioè la reattanza di dispersione statorica e rotorica, la cui somma è uguale alla reattanza transitoria X'_d. A causa dei diversi rapporti della reattanza di Potier e della reattanza transitoria si considererà solo una parte di quest'ultima come reattanza di Potier [14-20, 14-21]. Si hanno due casi estremi e cioè il caso in cui il rotore non è saturo ed il caso in cui si manifesta la saturazione solo nel rotore.

Nel primo caso si ha che la reattanza di Potier è uguale alla reattanza statorica, mentre nel secondo caso essa è uguale alla somma della reattanza di dispersione statorica e della reattanza di dispersione rotorica e cioè alla reattanza transitoria. In media la reattanza di Potier può essere espressa con la:

$$X_p = (0,7 \div 0,8)\, X_d' \tag{14-60}$$

ed è praticamente indipendente dal fatto che si tratti di macchine a poli salienti oppure a rotore liscio.

14.2. Macchine asincrone

14.2.1. Reattanza principale

Poichè la macchina asincrona ha un traferro costante, per il calcolo della reattanza principale si può applicare il sistema adottato nella macchina a poli lisci. Il valore della reattanza è dato dalla (14-5). Nel caso di macchine monofasi la reattanza principale risulta dalla (14-5) in cui sia $m = 1$.

14.2.2. Reattanza di funzionamento a vuoto o reattanza sincrona

La reattanza sincrona o reattanza per ideale funzionamento a vuoto della macchina, cioè senza scorrimento, è costituita dalla reattanza principale X_{1h} e dalla reattanza di dispersione dell'avvolgimento statorico. Per la normale macchina trifase vale la:

$$X_0 = X_{1h} + X_{1\sigma} \tag{14-61}$$

indipendentemente dal fatto che l'avvolgimento secondario sia aperto o chiuso. Nella macchina monofase invece il tipo di avvolgimento rotorico ha una grande importanza. Per avvolgimento rotorico aperto i due campi rotanti sono entrambi non smorzati e la reattanza sincrona è espressa dalla:

$$X_0 = 2X_{1h} + X_{1\sigma}. \tag{14-62}$$

Se invece l'avvolgimento è chiuso, il campo inverso si smorza e il valore della corrispondente reattanza è circa $X_{2\sigma}'$, così che la reattanza sincrona

sarà data dalla:

$$X_0 \approx X_{1h} + X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}. \tag{14-63}$$

Essa è circa la metà della reattanza sincrona che si ha per avvolgimento rotorico aperto.

La reattanza sincrona nel collegamento in cascata e quella che si ha nella macchina asincrona per asimmetria dell'avvolgimento statorico o di quello rotorico sono pure espresse dalla combinazione della reattanza principale e di quella di dispersione. Poichè questo problema è trattato esaurientemente nella descrizione delle macchine asincrone [2-3], è superfluo parlarne più a lungo in questa sede.

La resistenza, che costituisce la parte reale della impedenza sincrona, è data dalla resistenza dell'avvolgimento statorico e da una resistenza fittizia che tiene conto delle perdite nel ferro. La resistenza dell'avvolgimento statorico nel circuito equivalente è collegata in serie con le altre reattanze. Solo le perdite nel ferro statorico si possono rappresentare mediante una resistenza fittizia. Se si suppone che le perdite nel ferro siano in un rapporto di dipendenza quadratica con la tensione, si può collegare la resistenza fittizia tanto in serie quanto in parallelo con la reattanza principale. In tutti i fenomeni che si verificano in una macchina asincrona tale resistenza ha un'importanza molto relativa e quindi in pratica viene per lo più trascurata.

14.2.3. Reattanza di dispersione

Le reattanze di dispersione della macchina asincrona sono costituite da tre termini relativi rispettivamente alla dispersione alle cave, alla dispersione frontale e a quella al traferro. Nel capitolo 13 si è già visto come si possono calcolare le reattanze determinate da tali dispersioni; qui se ne considererà solo la loro somma. Pur essendo la reattanza di dispersione frontale X_s indipendente dal carico, la sua suddivisione in dispersione rotorica e dispersione statorica è difficile. Generalmente si calcola l'intera dispersione frontale attribuendola allo statore e solo raramente la si attribuisce in parti uguali allo statore e al rotore. Nel caso di rotore a gabbia la dispersione frontale è poco elevata e può essere trascurata. La reattanza di dispersione alle cave X_N dipende dal carico (cioè dalla saturazione) e quindi si deve sviluppare il calcolo applicando un valore entro certi limiti approssimato. La dispersione alla testa dei denti assume un valore notevole solo nel caso di macchine grandi, comportandosi per il resto come la dispersione alle cave. Il calcolo della reattanza di dispersione al traferro X_O viene fatto a mezzo del coefficiente di dispersione σ_O e della reattanza principale X_{1h}. Tale dispersione diminuisce tuttavia per effetto delle aperture di cava ($K_N \approx 0,8$) e dello smorzamento (ϱ) dell'avvolgimento di rotore. Lo smorzamento ha una grande importanza nel caso che questo avvolgimento sia a gabbia ($\varrho \approx 0,8$), negli avvolgimenti normali invece è assai scarso ($\varrho \approx 1$). La reattanza di dispersione dovuta all'inclinazione delle cave è considerata come reattanza di dispersione statorica; essa è

$X_{Sch} = \sigma_{Sch} X_{1h}$. Se però le barre dell'avvolgimento rotorico non sono isolate, questa reattanza di dispersione diminuisce approssimativamente della metà ($x \approx 0{,}5$). La reattanza di dispersione statorica totale è espressa dalla:

$$X_{1\sigma} \approx X_{1N} + X_S + X_{1h}\,(k_{1N}\varrho\sigma_{1O} + \varkappa\sigma_{Sch}). \qquad (14\text{-}64)$$

Di norma la reattanza di dispersione rotorica è ridotta all'avvolgimento statorico. La dispersione rotorica consiste della dispersione al traferro e di quella alle cave. La dispersione frontale viene inclusa generalmente in quella statorica. A causa delle aperture di cava la reattanza di dispersione al traferro $X_{20}' = \sigma_{2\sigma} X_{1h}$ diminuisce secondo un fattore $k_N \approx \approx 0{,}7 - 0{,}85$, mentre non si ha praticamente smorzamento alcuno per effetto dell'avvolgimento statorico. La reattanza di dispersione rotorica è espressa dalla:

$$X'_{2\sigma} \approx X_{2N} + X_{1h} k_{2N} \sigma_{2O} \qquad (14\text{-}65)$$

e la reattanza di dispersione totale della macchina:

$$X_\sigma \approx X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} = X_{1N} + X_{2N} + X_S + X_{1h}\,(k_{1N}\varrho\sigma_{1O} + k_{2N}\sigma_{2O} + \varkappa\sigma_{Sch}). \quad (14\text{-}66)$$

Le (14-65) e (14-66) valgono per frequenze della corrente rotorica non elevate.

14.2.4. Reattanza di corto circuito

Per reattanza di corto circuito si intende la reattanza della macchina a rotore frenato. Anche in questo caso, come al paragrafo 14.2.3, si trascura l'effetto della reattanza principale ($X_{1h} = \infty$) che nel circuito equivalente risulta in parallelo con l'impedenza rotorica. In tale ipotesi la frequenza delle correnti rotoriche è uguale alla frequenza di rete e conseguentemente nelle barre dell'avvolgimento rotorico si verifica un addensamento di corrente assai rilevante. A causa di tale addensamento la reattanza di dispersione alle cave diminuisce notevolmente. La reattanza rotorica è costituita dalla così detta reattanza esterna $X_{a\sigma}$, indipendente dall'addensamento di corrente, e dalla così detta reattanza interna $X_{i\sigma}$ dipendente dall'addensamento. La reattanza esterna è dovuta ai flussi di dispersione esterni alle cave, cioè dalla dispersione alla testa dei denti e da quella al traferro. La reattanza interna è determinata dai flussi di dispersione interni alle cave. Se con K_B si indica un fattore che tenga conto della diminuzione della dispersione in seguito all'addensamento di corrente, la reattanza di dispersione rotorica in corto circuito è data da:

$$X_{2\sigma} = X_{a\sigma} + K_B X_{i\sigma}. \qquad (14\text{-}67)$$

Si tenga presente che la dispersione al traferro di un avvolgimento rotorico normale dipende inoltre dalla posizione relativa del rotore e dello statore. Poichè tale fenomeno non riveste importanza di principio, viene eliminato con l'artifizio di far ruotare lentamente il rotore. Tale fenomeno comunque è più rilevante nel caso del regolatore, come si vedrà più oltre al paragrafo 14.3.1.

A causa della saturazione del ferro la resistenza di corto circuito dipende inoltre dalla corrente. La stessa considerazione vale per la dispersione alle cave e al traferro; per maggiori chiarimenti si veda al paragrafo 13.11.

La resistenza di corto circuito è data dalla resistenza statorica e da quella rotorica ridotta a statore. La resistenza rotorica può a sua volta essere considerata somma di due termini, uno dei quali R_R (R_R = resistenza dell'anello nell'avvolgimento a gabbia) è indipendente dall'addensamento di corrente, l'altro (R_S resistenza delle barre) dipendente dall'addensamento.

Benchè negli avvolgimenti normali l'effetto dell'addensamento non sia rilevante, tuttavia in generale è:

$$R_K = R_1 + R'_R + K_W R'_S \tag{14-68}$$

in cui K_W rappresenta il fattore di resistenza (vedi paragrafo 10.1).

Con reattanza di corto circuito espressa dalla:

$$X_K = X_{1\sigma} + X'_{a\sigma} + K_B X'_{t\sigma} \tag{14-69}$$

l'impedenza di corto circuito è:

$$Z_K = R_K + jX_K. \tag{14-70}$$

14.3. Collegamenti speciali della macchina asincrona

14.3.1. Regolatore di velocità di tipo normale

Il calcolo della reattanza di dispersione del regolatore di velocità è uguale a quello della reattanza di dispersione della macchina asincrona. Poichè in questo caso non si ha nè addensamento, nè smorzamento dei campi superiori, nè correnti trasversali, è $\varkappa = \varrho = K_B = K_W = 1$ e la dipendenza della dispersione al traferro dalla posizione degli assi degli avvolgimenti statorico e rotorico (vedi paragrafo 10.1) è evidente. Il valore medio della dispersione al traferro è uguale a quello che si ha per macchina in movimento. Al ruotare del rotore la dispersione varia con legge sinusoidale con un periodo di 60 gradi elettrici. Mentre i campi di ordine superiore di cava (per un numero di cave diverso nel rotore e nello statore) non si compensano e per ogni posizione del rotore danno lo stesso contributo alla reattanza di dispersione al traferro, il comportamento dei campi di ordine superiore di avvolgimento è diverso. Quando gli assi degli avvolgimenti sono coincidenti, i campi superiori d'avvolgimento si elidono e la dispersione relativa è nulla. Se gli assi vengono ruotati di 30 gradi elettrici i campi superiori d'avvolgimento si sommano e la dispersione relativa è pari al doppio del valore medio che si ha per macchina in movimento.

Per ogni avvolgimento la dispersione al traferro nella posizione in cui gli assi degli avvolgimenti formano l'angolo di 30° — detta seconda posizione principale — è approssimativamente il doppio della dispersione

che si avrebbe per $q = \infty$. Tenendo conto che è $\xi_\nu = 3/\pi\nu$, per l'avvolgimento diametrale si ottiene:

$$\sigma_O = 2 \sum_{\nu=-5,7,-11,\ldots} \left(\frac{\xi_\nu}{\nu\xi_1}\right)^2 = 2 \sum \frac{1}{\nu^4} = 0{,}00430. \qquad (14\text{-}71)$$

Tuttavia Richter [2-3] ha dimostrato che in tale posizione le armoniche di ordine $\nu = -11, 13, -23, 25 \ldots$ nello statore e nel rotore si annullano reciprocamente, così che la sommatoria della (14-71) può essere estesa solo alle armoniche restanti. Il coefficiente di dispersione sarà allora $\sigma_O = 0{,}00408$. Poichè però la differenza tra i due valori è minima, non si procederà oltre.

14.3.2. La macchina asincrona in funzionamento come trasformatore

In casi particolari, ad esempio per motori trifasi a collettore, la macchina asincrona viene usata come trasformatore. Il tipo più semplice di tale collegamento è illustrato in fig. 14-6*a*; i due avvolgimenti sono col-

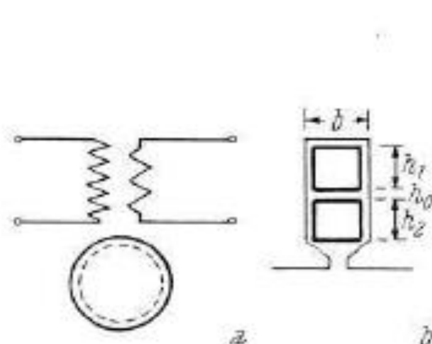


Fig. 14-6. - Macchina asincrona usata come trasformatore: *a*) collegamento, *b*) disposizione degli avvolgimenti nella cava.

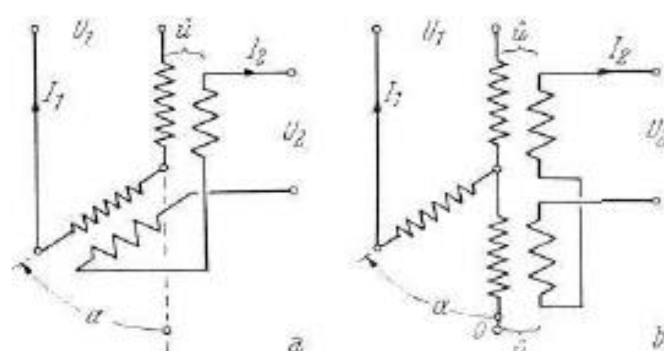


Fig. 14-7. - Collegamenti particolari del regolatore di velocità: *a*) senza e *b*) con traformatore intermedio.

locati nelle stesse cave, il rotore ha un'avvolgimento a gabbia e aziona un ventilatore di potenza tanto piccola, da poter essere trascurata. Le f.m.m. dei due avvolgimenti nello statore sono uguali e quindi, in base alle dimensioni di fig. 14-6*b*, si ha:

$$\lambda_N = (h_1 + h_2)/3b + h_0/b. \qquad (14\text{-}72)$$

Poichè i collegamenti frontali dei due avvolgimenti sono praticamente coincidenti, la dispersione frontale è piccola. L'autore ha appurato che per entrambi gli avvolgimenti è $\lambda_S \approx 0{,}1 - 0{,}15$. La dispersione al traferro in questo caso è nulla.

Il collegamento di fig. 14-7*a* viene realizzato nei motori trifasi a collettore per la regolazione della velocità. Tanto nello statore quanto nel rotore sono collocati due avvolgimenti con uguale numero di spire. Se si trascura la corrente di magnetizzazione si può stabilire la seguente ugua-

glianza:

$$\dot{I}_1 - \ddot{u}\dot{I}_2 + (\dot{I}_1 + \ddot{u}\dot{I}_2)\varepsilon^{-j\alpha} = 0 \qquad (14\text{-}73)$$

in cui è $\ddot{u} = w_2/w_1$. Il rapporto delle correnti è quindi:

$$\frac{\dot{I}_1}{I_2} = \frac{\ddot{u}\,(1 - \varepsilon^{-j\alpha})}{1 + \varepsilon^{-j\alpha}} = j\,\ddot{u}\,\mathrm{tg}\,\alpha/2. \qquad (14\text{-}74)$$

Poichè le correnti $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ sono sfasate di 90°, la mutua induttanza tra i due avvolgimenti è nulla. Se con λ' si indica il coefficiente della permeanza relativo all'avvolgimento primario (collocato generalmente sul fondo della cava) e con λ'' il coefficiente della permeanza per l'avvolgimento secondario, si ha:

$$X_{1\sigma} = \text{cost.}\; w_1^2\lambda' \qquad (14\text{-}75)$$

e

$$X_{2\sigma} = \text{cost.}\; w_2^2\lambda''. \qquad (14\text{-}76)$$

Generalmente si richiede il valore della reattanza di dispersione totale ridotto all'avvolgimento secondario; così per lo statore si ha:

$$X'_{1\sigma} = X_{1\sigma}\,(I_1/I_2)^2 = \text{cost.}\; w_2^2\,\lambda'\,\mathrm{tg}^2\,\alpha/2 \qquad (14\text{-}77)$$

e

$$X'_{1\sigma} + X_{2\sigma} = \text{cost.}\; w_2^2\,(\lambda'' + \lambda'\,\mathrm{tg}^2\,\alpha/2). \qquad (14\text{-}78)$$

Per $\alpha = 0$ la reattanza totale è uguale a $X_{2\sigma}$ e per $\alpha = 90°$ è data dalla somma delle due reattanza $X_{1\sigma} + X_{2\sigma}$. I coefficienti λ' e λ'' tengono conto della dispersione alle cave e di quella frontale. Con un'altezza di cava h, ampiezza b e un numero di cave q per polo e fase si ha:

$$\lambda' \approx h/6b + h/2b + (\lambda_2,\ \lambda_3 \text{ e } \lambda_4) + \lambda_S\, l_S/lq \qquad (14\text{-}79)$$

$$\lambda'' \approx h/6b + (\lambda_2,\ \lambda_3 \text{ e } \lambda_4) + \lambda_S\, l_S/lq. \qquad (14\text{-}80)$$

Il coefficiente della permeanza del circuito di dispersione frontale di ogni avvolgimento è $\lambda_S \approx 0{,}1 \div 0{,}15$; λ' è sempre maggiore di λ''. Per $\alpha < 90°$, il primo addendo della (14-78) è generalmente prevalente. Se si suppone che sia $\lambda' = \lambda''$, la (14-78) si trasforma in:

$$X'_{1\sigma} + X_{2\sigma} \approx (X'_{1\sigma} + X_{2\sigma})_{\alpha=0}/\cos^2\alpha/2. \qquad (14\text{-}81)$$

La dispersione al traferro è proporzionale al quadrato della f.m.m. nelle cave, cioè a:

$$|\,I_1 \pm \ddot{u}I_2|^2 = \ddot{u}^2 I_2^2\,(1 + \mathrm{tg}^2\,\alpha/2) = \frac{\ddot{u}^2 I_2^2}{\cos^2\alpha/2}. \qquad (14\text{-}82)$$

La reattanza di dispersione al traferro è allora:

$$\frac{X_O = (X_O)_{\alpha=0}}{\cos^2\alpha/2.}. \qquad (14\text{-}83)$$

La (14-81) rappresenta quindi la legge generale di dipendenza della reat-

tanza di dispersione dall'angolo formato dagli assi degli avvolgimenti ed è valida tanto per l'avvolgimento statorico quanto per quello rotorico.

La resistenza del regolatore è data dalla somma della resistenza del primario riportata al secondario e di quella del secondario. Calcolando le resistenze in base al valore delle perdite si ottiene:

$$V = R_2 I_2^2 + R_1 I_1^2 = (R_2 + R'_1 \operatorname{tg}^2 \alpha/2)\, I_1^2. \tag{14-84}$$

Se ora è $R_2 \approx R_1$, si avrà:

$$V \approx \frac{R_{\alpha=0}}{\cos^2\alpha/2.} \tag{14-85}$$

La reattanza e la resistenza del regolatore, riferite al circuito secondario, variano secondo una stessa legge in funzione dell'angolo α.

Spesso, per ragioni di spazio, si colloca l'avvolgimento secondario del rotore in un trasformatore particolare e quindi l'avvolgimento primario del trasformatore viene collegato alla tensione rotorica. Si può scrivere allora (vedi fig. 14-7b):

$$\dot{I}_L = \dot{I}_1 + \dot{I}_T = \dot{I}_1 + \ddot{u}\dot{I}_2 \tag{14-86}$$

e

$$\dot{I}_1 - \ddot{u}\dot{I}_2 + \dot{I}_L \varepsilon^{-j\alpha} = 0 \tag{14-87}$$

donde derivano le correnti:

$$\dot{I}_1 = j\, \ddot{u}\, \dot{I}_2 \operatorname{tg} \alpha/2 \tag{14-88}$$

e

$$\dot{I}_L = \frac{2\ddot{u}\dot{I}_2}{1 + \varepsilon^{-j\alpha}} \quad \text{e} \quad I_L = \frac{\ddot{u} I_2}{\cos \alpha/2}. \tag{14-89}$$

Poichè la (14-88) e la (14-74) sono uguali, la reattanza di dispersione dello statore è data ancora dalla (14-81). La reattanza del rotore è proporzionale al quadrato della corrente rotorica, la quale a sua volta varia in funzione dell'angolo di sfasamento come la reattanza statorica [vedi la (14-86)]. Per tale ragione si può calcolare la reattanza rotorica con il metodo consueto in funzione del valore che la reattanza stessa assume per $\alpha = 0$. Per angolo di sfasamento generico α è:

$$X_{L\sigma}' = \frac{(X_{L\sigma}')_{\alpha=0}}{\cos^2 \alpha/2}. \tag{14-90}$$

La reattanza di dispersione totale del regolatore ridotta al circuito secondario è espressa dalla:

$$X_\sigma = \frac{(X_{1\sigma}' + X_{2\sigma} + X_{L\sigma}')_{\alpha=0}}{\cos^2 \alpha/2.}. \tag{14-91}$$

Se per migliorare il fattore di potenza si realizzano rapporti di trasformazione nello statore del regolatore ($\ddot{u}_R$) e nel trasformatore ($\ddot{u}_T$) diversi tra loro (ad esempio $\ddot{u}_R > \ddot{u}_T$), variano i valori della reattanza calcolati per $\alpha = 0$, mentre la dipendenza dall'angolo di sfasamento resta immutata, ed è data dalla (14-91). Si calcola quindi semplicemente:

$$\dot{I}_1 = \frac{\ddot{u}_R - \ddot{u}_T \varepsilon^{j\alpha}}{1 + \varepsilon^{-j\alpha}} \dot{I}_2 \tag{14-92}$$

e

$$\dot{I}_L = \frac{\ddot{u}_R + \ddot{u}_T}{1 + \varepsilon^{-j\alpha}} \dot{I}_2. \tag{14-93}$$

Alla reattanza statorica va poi aggiunto il seguente, piccolo valore:

$$X'_{1\sigma,\, \alpha=0} \approx \text{cost}\, w_2^2\, \lambda'' \left(\frac{\ddot{u}_R - \ddot{u}_T}{2\ddot{u}_R}\right)^2 \tag{14-94}$$

mentre si deve moltiplicare la reattanza rotorica per il fattore di riduzione $(\ddot{u}_R + \ddot{u}_T)^2/4\ddot{u}_R^2$. La differenza rispetto al caso in cui $\ddot{u}_R = \ddot{u}_T$ è però piccola e il suo valore è dello stesso ordine degli errori che si possono commettere nel calcolo.

In fig. 14-8, è tracciata la curva dei valori misurati della reattanza in funzione dell'angolo di sfasamento. Come si può chiaramente vedere, la reattanza aumenta costantemente con l'angolo α e oscilla periodicamente per effetto dei campi di ordine superiore di avvolgimento. Nella stessa figura è tracciata pure la curva dei valori medi calcolati, che concorda con la precedente. A questo proposito si deve tuttavia tenere presente che per $\alpha = 0$ la concordanza tra le curve è condizionata dai valori assunti per la dispersione frontale.

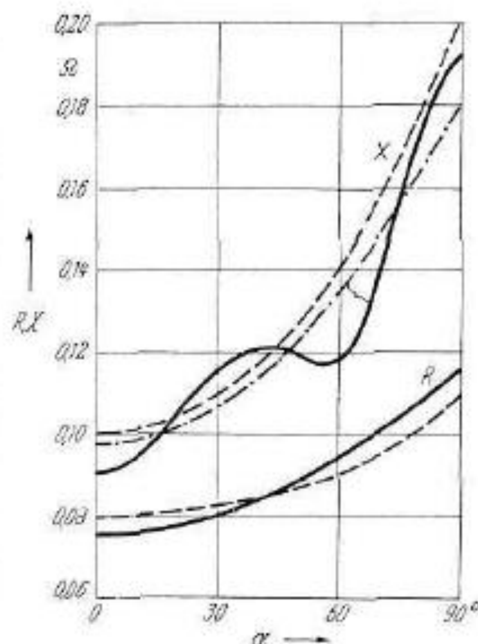


Fig. 14-8. - Reattanza di dispersione e resistenza, per collegamento secondo fig. 14-7b, in funzione dell'angolo di sfasamento α del rotore. Le curve in grassetto rappresentano valori misurati, le curve tratteggiate valori medi calcolati.

La resistenza del regolatore, ridotta al secondario, si calcola in base alle perdite:

$$V = R_2 I_2^2 + R_1 I_1^2 + R_L I_L^2 + R_T I_T^2 \tag{14-95}$$

in cui R_T rappresenta la resistenza e $I_T = \ddot{u}_T I_2$ la corrente nel circuito primario del trasformatore. Se nella (14-95) si sostituiscono a I_L e I_T i loro valori, si ottiene la seguente resistenza totale del regolatore ridotta al secondario:

$$R = R_2 + R_T + R_1\, \text{tg}^2\, \alpha/2 + R_L/\cos^2 \alpha/2. \tag{14-96}$$

I valori calcolati e quelli misurati di tale resistenza sono indicati in fig. 14-8. Sostanzialmente essi coincidono.

In fig. 14-9 è illustrata pure un tipo particolare di collegamento impiegato nel caso di macchine a collettore. Esso è costituito da una macchina asincrona frenata, con ugual numero di spire nello statore e nel rotore, collegata ad un trasformatore. Per rotore sfasato di un angolo α, tra i punti medi del trasformatore e del regolatore si determina una tensione che viene utilizzata per la manovra. Se con I_2 si indica la corrente di carico secondaria, negli avvolgimenti del regolatore e del trasformatore circolano le correnti:

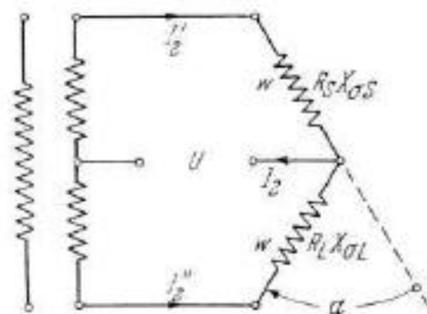


Fig. 14-9. - Collegamento particolare del regolatore di velocità in combinazione con il trasformatore.

$$\dot{I}_2' = \frac{\dot{I}_2}{2}(1 + j \operatorname{tg} \alpha/2) \qquad (14\text{-}97)$$

e

$$\dot{I}_2'' = \frac{\dot{I}_2}{2}(1 - j \operatorname{tg} \alpha/2). \qquad (14\text{-}98)$$

Le perdite nel regolatore sono date dalla:

$$V = R_S I'^2_1 + R_L I''^2_1 \qquad (14\text{-}99)$$

in cui R_S ed R_L sono le resistenze del circuito statorico e rotorico rispettivamente. Tenendo presente le (14-98) e (14-99) si ottiene la seguente resistenza totale del regolatore, ridotta al secondario:

$$R = \frac{R_S + R_L}{4 \cos^2 \alpha/2}\,. \qquad (14\text{-}100)$$

Analogamente, per la reattanza di dispersione si ottiene:

$$X_\sigma = \frac{X_{\sigma S} + X_{\sigma L}}{4 \cos^2 \alpha/2} \qquad (14\text{-}101)$$

essendo la reattanza statorica e quella rotorica indipendenti fra loro.

14.4. Reattanze di dispersione delle macchine a collettore

14.4.1. Macchine monofasi

La reattanza di dispersione del motore monofase eccitato in serie è data dalla somma della reattanza alle cave, di quella frontale e di quella alla testa dei denti di tutti gli avvolgimenti. La dispersione al traferro non può essere trattata in questo caso come per le macchine trifasi. Per calcolarla, come per calcolare la dispersione alla testa dei denti, è consi-

gliabile applicare la (13-69), la quale per macchine trifasi dà valori che sono circa il doppio di quelli reali. Non è stato ancora provato se ciò si verifichi anche per le macchine monofasi a corrente alternata.

Poichè nei motori a repulsione si ha un campo ellittico, si può calcolare la dispersione al traferro con lo stesso procedimento che si adotta per le macchine a campo rotante.

14.4.2. Macchine trifasi ad alimentazione statorica

La reattanza di dispersione dell'avvolgimento statorico di macchine trifasi a collettore si calcola con lo stesso metodo applicato per le macchine asincrone, con la sola eccezione del termine relativo alla dispersione al traferro, di cui si tratterà più oltre. Generalmente il coefficiente della permeanza del circuito di dispersione frontale viene calcolato globalmente per l'avvolgimento statorico e quello rotorico. Se è necessario conoscere, di tale dispersione, il termine relativo all'avvolgimento di statore e il termine relativo all'avvolgimento di rotore, si può approssimare ritenendoli praticamente uguali. Si calcola la reattanza di dispersione rotorica applicando la (13-6) e la (13-40) con $q = N/6p$. Il numero di spire dell'avvolgimento equivalente è $w = z/12c$ (per sistema trifase di spazzole) e $w = z/6c$ (per sistema esafase). La dispersione al traferro nei motori a collettore è diversa da quella che si ha nelle macchine asincrone. Se la si suddivide in dispersione alle cave e in dispersione dovuta alle armoniche di avvolgimento, come si è già fatto al paragrafo 13.6.5, si nota che il primo termine è identico a quello calcolato per le macchine asincrone [vedi la (13-61)], mentre il secondo è del tipo di quello calcolato per il regolatore di velocità, dato che l'asse dell'avvolgimento rotorico è determinato dalla posizione delle spazzole. La dispersione dovuta alle armoniche di avvolgimento dipende dalla posizione degli avvolgimenti statorico e rotorico, cioè dalla posizione delle spazzole ed è compreso tra 0 e $2 \cdot 0{,}0021 = 0{,}0042$.

A rotore fermo i campi superiori ruotano ad una velocità $v_\nu = v_1/\nu$ inducendo nell'avvolgimento rotorico delle f.e.m. a frequenza di rete. Come si è detto, la reattanza di dispersione si calcola in funzione della posizione delle spazzole. Poichè l'asse dell'avvolgimento rotorico è fissato dalla posizione delle spazzole, per motore in esercizio la velocità dei campi superiori rispetto a tale avvolgimento è uguale alla velocità dei campi statorici superiori rispetto al rotore stesso. Per la (5-8) tale velocità è espressa dalla:

$$v_{\nu-2} = v_\nu \,[1 - (1 - s)\,\nu] = v_1\,[1/\nu - (1 - s)]. \qquad (14\text{-}102)$$

Nello stesso rapporto delle velocità varia pure il valore della reattanza rotorica. Il coefficiente di dispersione dell'avvolgimento diametrale nella seconda posizione principale ($\alpha = 30°$) è:

$$\sigma_{2,O} = 2 \sum_{\nu = -5, 7, -17, 19, \ldots} \left[\frac{1 - \nu}{\nu^4} + \frac{s}{\nu^3}\right] \approx 0{,}0144 - 0{,}0103\,s. \qquad (14\text{-}103)$$

Nel motore a collettore la reattanza di dispersione al traferro dovuta ai campi di ordine superiore di avvolgimento dipende dallo scorrimento con legge completamente diversa da quella che si ha per la macchina asincrona. Mentre per quest'ultima la reattanza rotorica totale è proporzionale allo scorrimento, ciò non si verifica per motore a collettore alimentato dallo statore, e precisamente nella seconda posizione principale solo una parte della dispersione al traferro del rotore dipende dallo scorrimento.

Nei motori a collettore trifasi anche le altre reattanze di dispersione rotorica — indipendenti dallo scorrimento nelle macchine asincrone — contengono termini dipendenti dallo scorrimento. I campi di dispersione delle fasi dell'avvolgimento rotorico non sono sempre tali da dar luogo ad un campo rotante. Una parte dei campi di dispersione è concatenata solo a conduttori singoli o a fasci di conduttori di una fase rotorica, senza concatenarsi con le altre fasi. Nel caso di macchine asincrone tale circostanza non ha alcuna importanza, dato che l'asse dell'avvolgimento rotorico ruota con il rotore. Ciò non si verifica per i motori a collettore. Il calcolo della parte di reattanza statorica dipendente dallo scorrimento è praticamente impossibile. Secondo misure eseguite da Richter [2-3] nella prima posizione principale, per la quale è nulla la dispersione al traferro dovuta ai campi di ordine superiore d'avvolgimento, tale parte costituisce il 13% dell'intera reattanza rotorica.

Da quanto si è detto risulta evidente che la reattanza di dispersione rotorica del motore a collettore a corrente trifase alimentato dallo statore non è costante, ma varia con lo scorrimento e con la posizione delle spazzole. Per il calcolo pratico, tuttavia, è necessario determinare un valore fittizio di reattanza indipendente dalla posizione delle spazzole e proporzionale allo scorrimento. Poichè tuttavia gli scarti dei valori effettivi dai valori di questa reattanza fittizia sono di piccola entità, per necessità pratiche si può calcolare la dispersione del motore a collettore alimentato dallo statore con lo stesso metodo impiegato per le macchine asincrone.

14.4.3. Macchine a collettore trifasi alimentate dal rotore

La reattanza di dispersione del motore a collettore a corrente trifase alimentato dal rotore consta di più termini, il primo dei quali è quello relativo all'avvolgimento primario $X_{1\sigma}$, dovuto alla dispersione alle cave, alla testa dei denti, frontale e al traferro. Essa si calcola esattamente come la reattanza di dispersione di una macchina asincrona. Inoltre si ha la reattanza di dispersione $X'_{2\sigma}$ dell'avvolgimento secondario (statorico), riferita al primario. Anche essa è calcolabile, nel solito modo, come la reattanza del primario. Si ha poi la reattanza di dispersione dell'avvolgimento di manovra (avvolgimento del commutatore) $X'_{3\sigma}$, dovuta essa pure alle dispersioni sopra citate. Si deve però tener conto che in tal caso per dispersione frontale si intende la dispersione rispetto all'avvolgimento secondario. Il coefficiente della permeanza relativo è $\lambda_S \approx 0,2$ (solo per un avvolgimento). La reattanza $X'_{3\sigma}$ si calcola per la posizione diametrale

delle spazzole. L'avvolgimento del commutatore ha generalmente un piccolo raccorciamento del passo, ma spesso, per semplicità, viene considerato come avvolgimento diametrale. Infine si ha la reattanza X_{13} dovuta al flusso di mutua induzione tra l'avvolgimento primario e quello di manovra. Tale reattanza è pure calcolata nella posizione diametrale delle spazzole ed è data principalmente dalla dispersione alle cave, alla testa dei denti e al traferro; la dispersione frontale non è elevata ($\lambda_S \approx 0{,}05$) e viene quindi spesso trascurata. La differenza tra le reattanze $X_{1\sigma}$, $X'_{2\sigma}$ e X_{13} è pure piccola. In pratica si può introdurre nel calcolo un valore medio che indicheremo con $X_{1\sigma}$. Inoltre, nel caso di motori alimentati dal rotore, si definiscono anche le seguenti grandezze: rapporto $\ddot{u}_0 = E_{30} w_2 \xi_2 / E_{20} w_3 \xi_3$, tra tensione terziaria (nell'avvolgimento di regolazione) e tensione rotorica, angolo di spostamento fisso α dell'avvolgimento terziario rispetto al primario (per compensare la fase) e angolo β, variabile tra 0 e 180°, (per regolare la velocità). Il rapporto tra la tensione di regolazione e la tensione a vuoto è dato allora da $w = \ddot{u}_0 \cos(\alpha + \beta) \approx \ddot{u}_0 \cos \beta$, mentre il rapporto tra la tensione di compensazione e la tensione a vuoto è $b = \ddot{u}_0 \sin \alpha \cos \beta \approx w\alpha$.

Si consideri dapprima la disposizione riportata in fig. 14-10, che rappresenta un motore alimentato dallo statore con avvolgimento ausiliario sullo statore. In questo caso, per le correnti vale la:

$$\dot{I}_\mu + \dot{I}_V = \dot{I}_1 + (1 - \ddot{u}\, \varepsilon^{j\alpha})\, \dot{I}_2' = \dot{I}_1 + (1 - \ddot{u} \cos \alpha)\, \dot{I}_2' - j\, \ddot{u} \,\mathrm{sen}\, \alpha\, \dot{I}'_2 \quad (14\text{-}104)$$

in cui $\dot{I}_\mu$ è la corrente di magnetizzazione, $\dot{I}_V$ la componente della corrente che tiene conto delle perdite, $\ddot{u}$ il rapporto di trasformazione tra avvolgimento terziario e secondario. Poste le premesse di cui sopra ($\alpha =$ = cost. e uguale velocità di spostamento delle due spazzole) nelle macchine alimentate dal rotore, l'asse dell'avvolgimento terziario resta fisso, il suo numero di spire varia con il $\cos \beta$ e il rapporto di trasformazione è $\ddot{u} = \ddot{u}_0 \cos\beta$. La (14-104) diventa allora:

$$\dot{I}_\mu + \dot{I}_V = \dot{I}_1 + (1 - w)\, \dot{I}_2' - j\, b\, \dot{I}_2'. \quad (14\text{-}105)$$

Le equazioni della macchina sono [2-3]:

$$\dot{U}_1 + (R_1 + jX_{1\sigma})\, \dot{I}_1 + (bX_{1\sigma} - jwX_{1\sigma})\, \dot{I}_2' = \dot{E}_1 \quad (14\text{-}106)$$

$$[R_2' + j\,(sX_{2\sigma}' + \ddot{u}^2 X_{1\sigma})]\, \dot{I}_2' - (bX_{1\sigma} + jwX_{1\sigma})\, \dot{I}_1 = (s - w + jb)\, \dot{E}_1 \quad (14\text{-}107)$$

in cui $\dot{E}_1$ è la f.e.m. interna. Si sostituisca nelle (14-106) e (14-107) l'espressione di $\dot{I}_1$ che si ottiene dalla (14-105) trascurando la piccola corrente di perdita $\dot{I}_V$. Si separino inoltre la corrente di magnetizzazione $\dot{I}_\mu$ e la corrispondente caduta di tensione nell'avvolgimento primario. Introducendo la tensione di rete fittizia:

$$\dot{U}_f = \dot{U}_1 + (R_1 + jX_{1\sigma})\dot{I}_\mu, \quad \dot{U}_f \approx \dot{U}_1 - X_{1\sigma} I_\mu. \quad (14\text{-}108)$$

Nelle equazioni l'unica incognita resterà la corrente secondaria I'_2 ridotta all'avvolgimento primario. Questo metodo viene applicato anche per le macchine asincrone, per semplificare il circuito equivalente e il calcolo (vedi paragrafo 2.4). Le (14-106) e (14-108) diventano quindi

$$\dot{U}_f - [(1-w)R_1 + j(X_{1\sigma} - bR_1)]\dot{I}_2' = \dot{E}_1 \qquad (14\text{-}109)$$

$$[(R_2' + bX_{1\sigma}) + j(sX_{2\sigma}' + wX_{1\sigma})]\dot{I}_2' = (s - w + jb)\dot{E}_1. \qquad (14\text{-}110)$$

Si ricava:

$$I_2' = \frac{\dot{U}_f(s - w + jb)}{r + jx} \qquad (14\text{-}111)$$

in cui

$$r = R_2' + [(1-w)(s-w) + b^2]R_1 \qquad (14\text{-}112)$$

e

$$x = (1-s)bR_1 + s(X_{1\sigma} + X_{2\sigma}'). \qquad (14\text{-}113)$$

Applicando la (14-105) e la (14-111), trascurando la corrente di magnetizzazione e quella di perdita, si ottiene la seguente corrente primaria:

$$\dot{I}_1 = -(1 - w - jb)\dot{I}_2' = \frac{\dot{U}_f}{R + jX} \qquad (14\text{-}114)$$

in cui è:

$$R = R_1 + \frac{[(1-w)(s-w) + b^2]R_2' + s(1-s)b(X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')}{[(1-w)(s-w) + b^2]^2 + b^2(1-s)^2} \qquad (14\text{-}115)$$

e

$$X = \frac{s(X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')[(1-w)(s-w) + b^2] - b(1-s)R_2'}{[(1-w)(s-w) + b^2]^2 + b^2(1-s)^2}. \qquad (14\text{-}116)$$

Il rapporto b generalmente è poco elevato e può essere trascurato; si ottiene quindi:

$$R \approx R_1 + \frac{R_2'}{(1-w)(s-w)} \qquad (14\text{-}117)$$

e

$$X \approx (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')\frac{s}{(1-w)(s-w)}. \qquad (14\text{-}118)$$

Altrettanto semplici sono le espressioni per il motore fermo, cioè per resistenza e reattanza di corto circuito. In questo caso non è neppure necessario trascurare il rapporto b. Per $s = 1$ è:

$$R_K = R_1 + \frac{R_2'}{(1-w)^2 + b^2} \qquad (14\text{-}119)$$

e

$$X_K = \frac{X_{1\sigma} + X_{2\sigma}'}{(1-w)^2}. \qquad (14\text{-}120)$$

In tal caso si osserva che la resistenza dell'avvolgimento terziario, com-

presa nella resistenza R'_2 ha un valore costante solo per valori dell'angolo β minori o uguali a 30°, mentre per valori superiori diminuisce linearmente fino a zero (per $\beta = 90°$). Nelle macchine alimentate dal rotore la reattanza secondaria è proporzionale allo scorrimento [vedi la (14-105)] e non ha termini indipendenti dallo scorrimento come nelle macchine alimentate dallo statore. Ciò si spiega se si considera che l'asse dell'avvolgimento secondario non è fissato nello spazio dalla posizione delle spazzole, ma ruota come nelle macchine asincrone.



Fig. 14-10. - Macchina a collettore trifase alimentata dallo statore, con l'avvolgimento di manovra sullo statore.

Le espressioni qui ottenute sono valide anche per la macchina alimentata dallo statore, se il rotore è alimentato da un avvolgimento di regolazione ausiliario collocato sullo statore (vedi fig. 14-10). In tal caso la tensione dell'avvolgimento terziario ha una fase fissa, e solo il modulo della tensione, cioè il coefficiente di trasformazione $\ddot{u}$, è variabile e quindi si ha $w = \ddot{u} \cos \alpha$ e $b = \ddot{u} \operatorname{sen}\alpha$.

14.5. Autotrasformatore

Nell'autotrasformatore esiste un unico avvolgimento e si preleva la bassa tensione realizzando una presa sull'avvolgimento ad alta tensione (fig. 14-11). Se con

$$\ddot{u} = U_2/U_1 \tag{14-121}$$

si indica il rapporto di trasformazione delle tensioni, la $\ddot{u}$-sima parte dell'avvolgimento sarà attraversata dalla differenza delle correnti:

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 = \dot{I}_1(1 - 1/\ddot{u}).$$

Nella $(1 - \ddot{u})$-sima restante parte dell'avvolgimento circolerà quindi una corrente I_1. Le perdite totali nell'avvolgimento saranno:

$$V_{WS} = \dot{I}_1{}^2R(1 - \ddot{u}) + \dot{I}_1{}^2(1 - 1/\ddot{u})^2\ddot{u}R = \dot{I}_1{}^2R(1/\ddot{u} - 1) \tag{14-122}$$

in cui R è la resistenza di tutto l'avvolgimento. Le perdite sono tanto più piccole, quanto più il rapporto di trasformazione si avvicina all'unità.

Confrontiamo le perdite di un trasformatore con avvolgimento unico e quelle di un normale trasformatore a due avvolgimenti. A tal fine supponiamo di avere in entrambi i casi la stessa densità di corrente, il che corrisponde approssimativamente ad ugual riscaldamento. Le perdite saranno allora proporzionali al volume dell'avvolgimento o al prodotto della corrente e del numero di spire. Nel trasformatore ad avvolgimento unico è:

$$V_{WS} = \text{cost}\,[I_1(1 - \ddot{u}) + I_1(1 - 1/\ddot{u})\ddot{u}] = \text{cost} \cdot 2(1 - \ddot{u})I_1 \tag{14-123}$$

e in quello normale:

$$V_g = \text{cost}\,[I_1 + I_2\ddot{u}] = \text{cost} \cdot 2I_1 \tag{14-124}$$

Le perdite e il volume dell'avvolgimento del trasformatore ad avvolgimento unico sono solo la $(1 - \ddot{u})$-esima parte di quelle del trasformatore a due avvolgimenti di uguale potenza nominale.

La reattanza di dispersione del trasformatore ad avvolgimento unico è calcolabile semplicemente solo per lo schema di fig. 14-11. In esso la presa per la tensione secondaria è collocata in modo tale che la distribuzione della corrente in direzione assiale è simmetrica. Nella pratica si sceglie appunto tale disposizione per diminuire le forze meccaniche in senso radiale e la dispersione. Se w è il numero di spire complessive dei due avvolgimenti, le amperspire complessive della parte a sinistra in fig. 14-11 dell'avvolgimento sono $(1 - \ddot{u})wI_1$ e quelle della parte destra $(\ddot{u} - 1)wI_1$. La distribuzione del campo in dire. zione trasversale rispetto all'asse dell'avvolgimento è uguale a quella che si ha nel trasformatore a due avvolgimenti (vedi fig. 13-43), ma con valore massimo del campo ridotto a $(1 - \ddot{u})$ volte. A parità di spessore degli avvolgimenti e di spessore di isolamento tra gli stessi la reattanza di dispersione del trasformatore ad avvolgimento unico è minore di $(1 - \ddot{u})^2$ volte rispetto alla reattanza di dispersione del trasformatore a due avvolgimenti. Però, a causa del minor volume d'avvolgimento, gli spessori degli avvolgimenti del trasformatore ad avvolgimento unico sono minori di quelli che si hanno nel normale trasformatore. Così pure lo spessore di isolamento tra le due parti dell'avvolgimento può essere notevolmente minore di quello che si ha in un trasformatore a due avvolgimenti a causa della piccola differenza di tensione. Da tali considerazioni si deduce che la reattanza di dispersione di un autotrasformatore può essere inferiore alla $(1 - \ddot{u})^2$-esima parte della reattanza di dispersione del trasformatore normale di uguale potenza nominale.

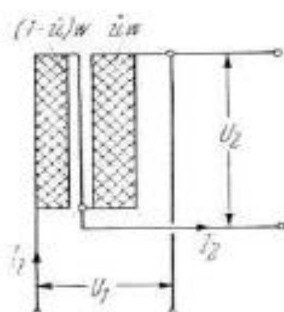


Fig. 14-11. - Schema dell'autotrasformatore.

15. FENOMENI TRANSITORI

Nelle macchine elettriche ogni cambiamento di stato è legato ad un fenomeno transitorio (o di compensazione) attraverso il quale si realizza il passaggio graduale da uno stato all'altro ed è caratterizzato dalla comparsa di correnti di compensazione, dei corrispondenti campi magnetici e di sovratensioni. In alcuni fenomeni, ad esempio per il corto circuito, si determinano degli innalzamenti di corrente e di coppia tanto forti da sollecitare energicamente le parti costruttive della macchina, come ad esempio l'albero, la piastra di fondazione e gli amaraggi degli avvolgimenti. Ai fini della determinazione delle sollecitazioni meccaniche, soprattutto all'albero e alla piastra di fondazione, oltre alle forze impresse di origine elettro- magnetico hanno grande importanza pure le oscillazioni proprie delle parti costruttive della macchina e i momenti d'inerzia delle parti ruotanti [2.7-15.12].

I fenomeni transitori delle macchine elettriche hanno assunto in questi ultimi tempi una grande importanza, tanto che si è sviluppata una branca indipendente dell'elettrotecnica, cioè la tecnica della manovra e della regolazione, che studia appunto questi fenomeni. I fenomeni transitori e il loro studio sono diversi a seconda del tipo di macchina. In questa sede ci si limiterà a descrivere i principi base di essi per facilitare poi lo studio più dettagliato che se ne farà, trattando i singoli tipi di macchine.

15.1. Macchine a corrente continua

15.1.1. Circuito di eccitazione

Nel caso di macchine a corrente continua l'andamento nel campo della corrente di eccitazione, della corrente di indotto e della velocità saranno oggetto del nostro studio.

Le soluzioni saranno date da una o più funzioni esponenziali.

Nel caso più semplice, quando al circuito di eccitazione viene applicata una tensione costante U_N, la corrente di eccitazione è data dalla:

$$i_E = i_{EN}\,(1 - \varepsilon^{-t/T_E}) \qquad (15\text{-}1)$$

in cui $i_{EN} = U_N/R_E$ è la corrente di eccitazione stazionaria e $T_E = L_E/R_E$ la costante di tempo del circuito di eccitazione, per il calcolo della quale si veda al cap. 16.

Se però l'eccitazione della macchina principale è fornita da una eccitatrice (fig. 15.1), ad esempio chiudendo l'interruttore S, per i due circuiti di eccitazione si ottiene:

$$U_f = i_f R_f + L_f di_f/dt \qquad (15\text{-}2)$$

$$U_E = k i_f = i_E R_E + L_E di_E/dt \qquad (15\text{-}3)$$

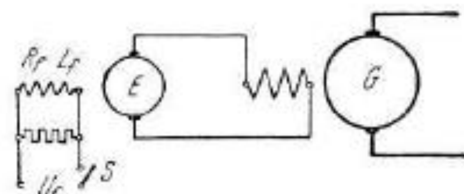


Fig. 15-1. - Inserzione del circuito di eccitazione di una eccitatrice.

in cui k rappresenta il fattore di proporzionalità tra la tensione dell'eccitatrice e la sua corrente di eccitazione i_f. Se le costanti di tempo sono $T_f = L_f/R_f$ per il primo circuito e T_E per il secondo, la soluzione del sistema delle (15-2) e (15-3) è data dalla:

$$i_E = i_{EN}\left[\frac{T_E}{T_E - T_f}(1 - \varepsilon^{-t/T_E}) - \frac{T_f}{T_E - T_f}(1 - \varepsilon^{-t/T_f})\right]. \qquad (15\text{-}4)$$

Per la (15-4) l'andamento nel tempo (curva 1 in fig. 15.2) della corrente di eccitazione della macchina principale Li_E è rappresentato dalla somma di due curve esponenziali. Poichè generalmente è $T_E \geqslant 4T_f$ il secondo esponenziale della (15-4) si annulla più rapidamente del primo. L'andamento del fenomeno nella sua parte finale può quindi essere rappresen-

tato con sufficiente esattezza mediante una sola curva:

$$i_E \approx i_{EN}\left(1 - \frac{T_E}{T_E - T_f}\,\varepsilon^{-t/T_E}\right) \tag{15-5}$$

(curva 2 di fig. 15.2); essa però non ha origine nel punto $i_E = 0$, ma in $i_E = -T_f/(T_E - T_f)$. In fig. 15.2 è tracciata inoltre la curva 3, valida nel caso in cui la costante T_f sia quasi nulla. Secondo un'altra rappresentazione semplificata, l'andamento della corrente di eccitazione i_e è espresso da una semplice curva esponenziale [vedi la (15-1)] e si tiene conto della presenza della eccitatrice considerando un tempo di ritardo t_t, di grandezza:

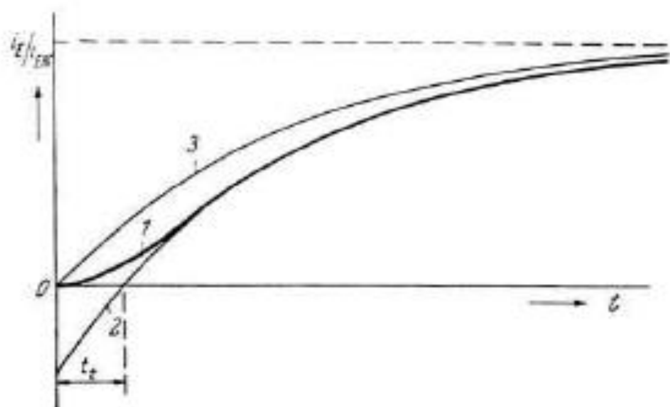


Fig. 15-2. - Variazione nel tempo della corrente di eccitazione del generatore collegato secondo lo schema di fig. 15-1.

$$t_t = T_E \ln \frac{T_E}{T_E - T_f}. \tag{15-6}$$

Per $T_E = 4$ sec. e $T_f = 1$ sec. si ottiene un ritardo $t_t = 4 \ln 4/3 = 0{,}5$ sec. in questo tempo la corrente di eccitazione resta nulla ed aumenta poi secondo la (15-1).

Per diminuire la durata del transitorio della corrente di eccitazione sono stati proposti diversi mezzi [15-1]. Quello più semplice consiste nell'aumentare la resistenza del circuito di eccitazione. Se si inserisce una resistenza R_V in serie all'avvolgimento, la costante di tempo $T_E = L_E/(R_E + R_V) = T_E/\gamma$ diminuisce di $\gamma = (R_V + R_E)/R_E$ volte. Aumenta però nello stesso rapporto $(R_V + R_E)/R_E$ la tensione di eccitazione; per tale ragione la eccitatrice deve essere dimensionata per una potenza maggiore. Inoltre la resistenza R_V dà luogo a perdite per effetto Joule (e il suo valore deve essere quindi limitato). Il metodo è tuttavia estremamente semplice e dà in molti casi buoni risultati.

Un altro metodo consiste nell'impiego provvisorio di una tensione di eccitazione più elevata. In pratica la tensione di eccitazione resta immutata, ma nel circuito di eccitazione durante la manovra di chiusura dell'interruttore S' viene chiusa in corto circuito una resistenza che, una volta raggiunto il funzionamento di regime, viene nuovamente inserita nel circuito. In tal caso si hanno alcuni svantaggi: una perdita addizionale in funzionamento normale, la necessità di una eccitatrice di potenza maggiore e la necessità di un organo di manovra. L'aumento della corrente di eccitazione è però sensibilmente più rapido e regolare che nel primo caso. La curva 1 di fig. 15.3 rappresenta la variazione nel tempo della corrente di eccitazione senza l'impiego di particolari accorgimenti, la curva 2 inserendo una resistenza doppia ($R_V = R_E$) e la curva 3 per ten-

sione di eccitazione doppia ($\gamma = 2$). Quanto più elevata è la tensione di eccitazione alla chiusura del circuito, tanto più rapido e regolare è l'aumento della corrente. Poichè d'altra parte il vantaggio non aumenta proporzionalmente all'aumento della tensione, in pratica si opera aumentando

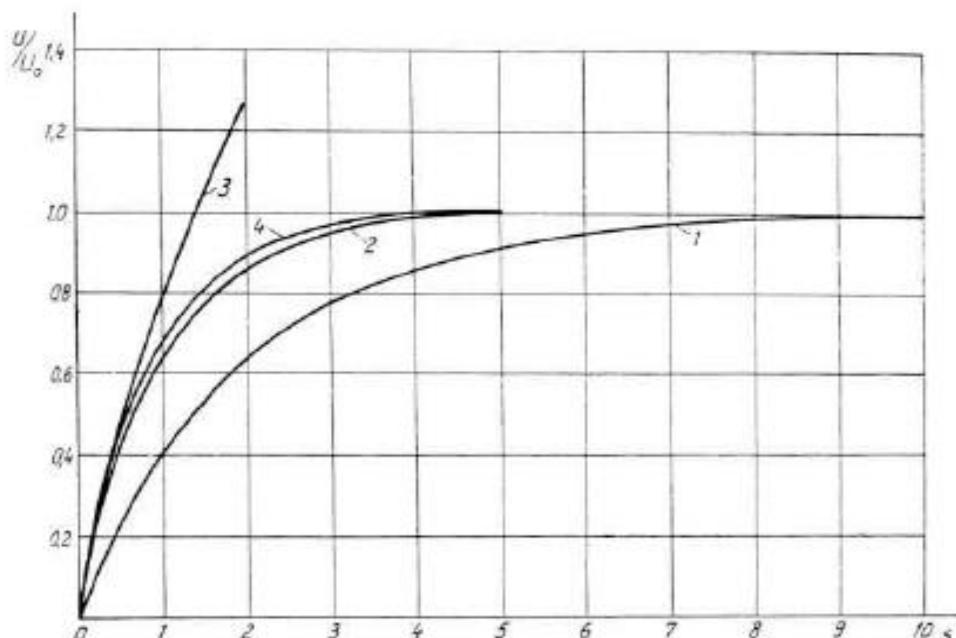


Fig. 15-3. - Variazione nel tempo della corrente di eccitazione: curva 1 senza eccitazione istantanea, curva 2 con resistenza di riduzione, curva 3 con aumento della tensione di eccitazione.

da tre a quattro volte la tensione di eccitazione. Se con γ si indica il rapporto tra la tensione di eccitazione che si applica per la durata del transitorio e il valore nominale, la corrente di eccitazione varia con la seguente legge esponenziale:

$$i_E = \gamma i_{EN} \left(1 - \varepsilon^{-t/T_E}\right). \qquad (15\text{-}7)$$

Il tempo in cui la corrente raggiunge il valore di regime i_{En} è:

$$t = T_E \ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} . \qquad (15\text{-}8)$$

Il terzo tipo di eccitazione rapida consiste nell'impiego di una reazione negativa (eccitazione in derivazione demagnetizzante) dipendente dalla tensione (vedi fig. 15.4).

Con reazione negativa priva di inerzia si riduce di γ volte la costante di tempo del circuito di eccitazione. Per l'andamento della corrente vale la curva 2 nella fig. 15.3.

Un significato particolare ha la regolazione della eccitazione della macchina eccitatrice o del gruppo eccita-

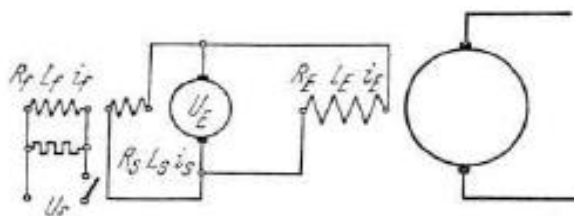


Fig. 15-4. - Eccitazione rapida con reazione demagnetizzante dipendente dalla tensione.

tore della macchina sincrona. Per l'accelerazione della regolazione il gruppo di eccitazione viene dimensionato in modo da poter fornire una tensione più alta della tensione nominale, di valore massimo (tensione di tetto) indicato con U_D. Come indice della bontà della regolazione viene data la rapidità di risposta relativa v della eccitatrice. Il valore medio dell'aumento di velocità della tensione durante il primo mezzo secondo si ha dal passaggio dalla tensione nominale a quella massima (di tetto). L'aumento della tensione di eccitazione avviene secondo una costante di tempo T_E:

$$U = \frac{U_D - U_N}{U_N}(1 - \varepsilon^{-t/T_E}) \tag{15-9}$$

e la rapidità di risposta relativa è:

$$v = \frac{2}{t^2}\int_0^t U\,dt = \frac{2\,(U_D - U_N)}{t^2 U_N}[t + T_E\,(1 - \varepsilon^{-t/T_E})] \tag{15-10}$$

oppure, con $t = 0{,}5\ s$ e $T_E > 1$ sec:

$$v \approx \frac{U_D - U_N}{U_N T_E}. \tag{15-11}$$

La rapidità di risposta relativa dipende dalla tensione di tetto e dalla costante di tempo a vuoto $T_E = T_{do}'$. Con tensione di tetto costante la rapidità di risposta è inversamente proporzionale alla costante di tempo T_E. Come valori minimi sono raccomandati dalle IEC e VDE

$$U_D/U_N \geq 1{,}4 \qquad \text{e} \qquad v \geq 0{,}5\ \text{sec}^{-1}.$$

15.1.2. Avviamento del motore

Il fenomeno transitorio più importante per le macchine a corrente continua è l'avviamento del motore; il transitorio non è infatti soltanto elettrico, ma anche meccanico ed esiste influenza reciproca tra i due transitori. Dallo studio del fenomeno si ottengono due equazioni differenziali del primo ordine in due variabili, una meccanica (numero di giri) ed una elettrica (corrente). Se si riduce il sistema a due equazioni di una sola variabile, nella prima delle quali figuri solo il numero di giri, nella seconda la corrente, le equazioni risultano del secondo ordine. La soluzione è del tipo:

$$y = y_0 + C_1\,\varepsilon^{w_1 t} + C_2\,\varepsilon^{w_2 t} \tag{15-12}$$

in cui le costanti w_1 e w_2 sono le soluzioni dall'equazione algebrica associata alla equazione differenziale e le costanti C_1 e C_2 si ricavano in base alle condizioni ai limiti. Per alcuni problemi le equazioni possono essere di ordine ancora più elevato di due, tuttavia, per evitare le difficoltà di ordine matematico, in pratica si cerca di ridurre l'ordine a due, stabilendo alcune ipotesi semplificative.

Come primo esempio si consideri l'inserzione diretta di un motore a vuoto, alla tensione fissa U_N. Le equazioni differenziali fondamentali sono:

$$U_N = L_A \frac{dI_A}{dt} + R_A I_A + E \tag{15-13}$$

e

$$\frac{EI_A}{\omega} = J \frac{d\omega}{dt}. \tag{15-14}$$

L_A ed R_A sono l'induttanza e la resistenza del circuito di indotto, $E = U_N n/n_0$ la f.e.m., J il momento di inerzia e $\omega = 2\pi n$ la velocità angolare del motore. Se con $\varkappa = U_N/R_A I_{AN}$ si indica il rapporto fra la corrente di corto circuito $I_{Ak} = U_n/R_A$ e la corrente nominale di indotto I_{AN}, con $T_A = L_A/R_A$ la costante di tempo del circuito di indotto e con $T_J = \omega J/M_N$ la costante di tempo meccanica le (15-13) e (15-14) sono riconducibili alla forma:

$$\frac{d^2n}{dt^2} + \frac{dn}{T_A dt} + \frac{(n - n_0)\varkappa}{T_J T_A} = 0 \tag{15-15}$$

$$\frac{d^2I_A}{dt^2} + \frac{dI_A}{T_A dt} + \frac{\varkappa I_A}{T_J T_A} = 0. \tag{15-16}$$

Le soluzioni sono del tipo:

$$n = n_0 + C_1 \varepsilon^{w_1 t} + C_2 \varepsilon^{w_2 t} \tag{15-17}$$

$$I_A = C'_1 \varepsilon^{w_1 t} + C'_2 \varepsilon^{w_2 t}. \tag{15-18}$$

Dall'equazione algebrica associata:

$$w^2 + \frac{w}{T_A} + \frac{\varkappa}{T_J T_A} = 0 \tag{15-19}$$

si ottengono i valori di w_1 e w_2:

$$w_{1,\,2} = -\frac{1}{2T_A}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4\varkappa T_A/T_J}\right). \tag{15-20}$$

Le costanti delle (15-17) e (15-18) si ricavano dalle condizioni ai limiti. Nel momento in cui si opera l'inserzione, quando cioè è $t = 0$, è anche $I_A = 0$ ed $n = 0$; inoltre è $dn/dt = 0$ e, per la (15-13), $dI_A/dt = U_N/L_A$. Tenendo presenti tali condizioni si ottiene:

$$C_1 + C_2 = -n_0 \qquad w_1 C_1 + w_2 C_2 = 0 \qquad (15\text{-}21),\ (15\text{-}22)$$

$$C'_1 + C'_2 = 0 \qquad w_1 C'_1 + w_2 C'_2 = U_N/L_A. \qquad (15\text{-}23),\ (15\text{-}24)$$

Risolvendo il sistema si ricavano le seguenti costanti:

$$C_1 = \frac{n_0 w_2}{w_1 - w_2}, \qquad C_1' = \frac{U_N}{L_A (w_1 - w_2)} = - C_2', \qquad C_2 = \frac{n_0 w_1}{w_1 - w_2}. \qquad (15\text{-}25),\ (15\text{-}26),\ (15\text{-}27)$$

Per la velocità e la corrente si ha dunque:

$$n = n_0 + \frac{n_0}{2\sqrt{1 - 4\varkappa T_A/T_J}} [(1 - \sqrt{1 - 4\varkappa T_A/T_J}) \cdot \varepsilon^{w_1 t} - (1 + \sqrt{1 - 4\varkappa T_A/T_J})\, \varepsilon^{w_2 t}] \qquad (15\text{-}28)$$

$$I_A = \frac{\varkappa I_{AN}}{\sqrt{1 - 4\varkappa T_A/T_J)}} (\varepsilon^{w_1 t} - \varepsilon^{w_2 t}). \qquad (15\text{-}29)$$

Poichè nella (15-18) il termine tra parentesi quadra con segno positivo è maggiore di quello con segno negativo, la velocità tende a raggiungere un valore di regime. Nella (15-29), invece, i termini tra parentesi sono uguali, così che l'andamento della corrente presenta un valore massimo. All'avviamento la corrente aumenta dapprima rapidamente, raggiunge un valore massimo e poi discende al suo valore nominale che, per avviamento a vuoto, è uguale a zero.

Tra i valori degli esponenti w_1 e w_2 presenti nelle equazioni (15-28) e (15-29) uno è sempre maggiore dell'altro. Il fenomeno si può dividere in due periodi come gli altri fenomeni transitori elettrici: un periodo cosidetto subtransitorio, ed un periodo detto transitorio. Questa suddivisione è specialmente evidente per il caso di avviamento lento, cioè per $T_A \ll T_J/\varkappa$ se il fenomeno è aperiodico. Inoltre diventa $w_1 = - \varkappa/T_J$ e $w_2 = - 1/T_A$ cioè le costanti sono indipendenti l'uno dall'altra e di esse una rappresenta la costante di tempo meccanica, l'altra la costante di tempo elettromagnetica. Il termine di corrente e rispettivamente di numero di giri, che dipendono dalla seconda costante di tempo rappresentano il termine subtransitorio, mentre i termini che dipendono dalla prima costante rappresentano il termine transitorio, il quale rappresenta anche l'avviamento del motore senza tener conto dei fenomeni elettrici.

Studiamo ora il comportamento del motore quando sia avviato per mezzo di un generatore di manovra secondo lo schema Leonard. La tensione di manovra non assume immediatamente il suo valore nominale, ma lo raggiunge lentamente in dipendenza della costante di tempo del circuito di eccitazione del generatore. Si ha così:

$$U = U_N (1 - \varepsilon^{-t/T_E}). \qquad (15\text{-}30)$$

Questa è la tensione che bisogna introdurre nella (15-13) in luogo della tensione costante U_N. Si determina così un sistema a tre costanti di tempo, cioè T_E del circuito di eccitazione del generatore, T_A del circuito di indotto e T_J meccanica. A causa delle difficoltà matematiche che tale si-

stema comporta, si trascura T_A — che è molto piccola — ottenendo quindi un sistema a due costanti di tempo T_E e T_J. Per il circuito di indotto invece della (15-13) vale la:

$$U_N\,(1-\varepsilon^{-t/T_E}) = R_A I_A + E. \qquad (15\text{-}31)$$

Con la (15-14) si ottiene allora per la velocità la seguente equazione differenziale:

$$\frac{dn}{dt} + \frac{\varkappa n}{T_J} = \frac{\varkappa n_0}{T_J}\,(1-\varepsilon^{-t/T_E}) \qquad (15\text{-}32)$$

la cui soluzione è:

$$n = \frac{n_0}{\varkappa T_E - T_J}\,[\varkappa T_E\,(1-\varepsilon^{-t/T_E}) - T_J\,(1-\varepsilon^{-\varkappa t/T_J})]. \qquad (15\text{-}33)$$

Analogamente, per la corrente si ottiene:

$$I_A = \frac{\varkappa T_J I_{AN}}{\varkappa T_E - T_J}\,(\varepsilon^{-t/T_E} - \varepsilon^{-\varkappa t/T_J}). \qquad (15\text{-}34)$$

L'andamento della velocità e della corrente in funzione del tempo è analogo a quello per inserzione diretta del motore alla tensione costante [vedi le (15-28) e (15-29)]. La corrente raggiunge il suo valore massimo per:

$$t = \frac{T_E T_J}{\varkappa T_E - T_J}\ln\frac{\varkappa T_E}{T_A} \approx \frac{T_J}{\varkappa T_E}\ln\frac{\varkappa T_E}{T_J} \qquad (15\text{-}35)$$

ed è:

$$I_{A,\,\max} = \varkappa I_{AN}\left(\frac{T_J}{\varkappa T_E}\right)^{\frac{\varkappa T_E}{\varkappa T_E - T_J}} \approx I_{AN}\frac{T_J}{T_E}. \qquad (15\text{-}36)$$

Per ragioni di manovra e di regolazione, il circuito Leonard viene dotato spesso di un dispositivo che realizzi una eccitazione rapida. I fenomeni transitori per questo tipo di inserzione si possono trattare in modo analogo [15-1].

15.1.3. Riscaldamento all'avviamento

In fase di avviamento nell'avvolgimento di indotto ha luogo una certa perdita di energia, che si trasforma in calore. Una perdita analoga si ha anche in fase di frenata o di inversione del moto del motore. Qui ci limiteremo a trattare il caso più semplice, cioè l'avviamento di un motore a vuoto, dato che le perdite in frenata e per inversione del moto sono determinabili con metodo analogo [15.1].

Si consideri in primo luogo l'avviamento per inserzione diretta del motore su una tensione costante. L'andamento della corrente è dato dalla (15-29). L'energia trasformata in calore per effetto Joule nell'avvolgimento

di indotto è espresso dalla:

$$V_a = R_A \int_0^\infty I_A^2\, dt = \frac{1}{2} R_A \varkappa T_J I_{AN}^2. \tag{15-37}$$

Si può tuttavia dimostrare che è:

$$R_A \varkappa T_J I_{AN}^2 = J \omega_0^2 \tag{15-38}$$

cioè uguale al doppio dell'energia cinetica delle parti ruotanti del motore e delle parti delle macchine ad esso accoppiate. L'energia perduta sotto forma di calore all'avviamento è quindi:

$$V_a = \tfrac{1}{2} J \omega_0^2 \tag{15-39}$$

cioè uguale all'energia cinetica delle parti ruotanti.

Nel caso di avviamento a mezzo di generatore di comando l'andamento della corrente è dato dalla (15-34). L'energia trasformata in calore all'avviamento è espressa dalla

$$V_a = R_a \int_0^\infty I_A^2 dt = \frac{1}{2} R_A I_{AN}^2 \frac{\varkappa T_J^2}{\varkappa T_E + T_J} = \frac{J\omega_0^2}{2} \frac{T_J}{\varkappa T_E + T_J} \approx \frac{J\omega_0^2}{2} \frac{T_J}{\varkappa T_E}. \tag{15-40}$$

Il rapporto $T_J/\varkappa T_E$ è piccolo, dell'ordine di grandezza compreso tra 0,02 e 0,05 per tale ragione, il riscaldamento del motore all'avviamento con inserzione Leonard è notevolmente minore di quello che si ha per inserzione diretta.

15.2. Macchine polifasi

I fenomeni transitori che si verificano nelle macchine polifasi si possono studiare applicando la teoria dei campi rotanti o la teoria biassiale. La prima si limita alle macchine simmetriche, cioè alle macchine dotate di traferro simmetrico e avvolgimenti distribuiti uniformemente. Solo in casi particolari si può applicare questa teoria anche alle macchine asimmetriche, per le quali si raggiungono risultati esatti solo applicando la teoria biassiale. È bene tuttavia rilevare che le soluzioni ottenute con questa ultima non si discostano di molto da quelle approssimate che si ottengono applicando la teoria dei campi rotanti, notevolmente più semplice e chiara di quella biassiale. Per tale ragione, essa viene usata in Europa, mentre negli U.S.A. si preferisce ancora la teoria biassiale. Le difficoltà di calcolo che si incontrano nello studio dei fenomeni transitori nelle macchine elettriche hanno indotto ultimamente alla ricerca di nuovi metodi, fra i quali citiamo il metodo di studio con modelli di macchine [19.17, 19.18, 19.19] e il metodo di studio con impiego della macchina calcolatrice [15.19, 15.20, 15.31, 15.37]. Secondo il primo metodo, si costruisce una piccola

macchina modello e si osserva direttamente l'andamento dei diversi fenomeni transitori. La macchina deve essere progettata in modo da presentare tutte le caratteristiche della macchina originale (vedi cap. 19.1.2.). Con il secondo metodo si stabilisce un circuito equivalente di resistenze e di reattanze. L'andamento dei diversi fenomeni elettrici e meccanici si deduce secondo leggi analogiche dal comportamento delle grandezze elettriche nel circuito equivalente. Per utilizzare i risultati è consigliabile l'uso di una calcolatrice elettronica. L'intero complesso è detto calcolatrice analogica.

15.2.1. Principi della teoria dei campi rotanti

Su tale teoria, trattata dettagliatamente nell'opera fondamentale di Rüdenberg [4.3], è basato il nostro studio. Data la simmetria della macchina, non è necessario che le correnti di statore e di rotore siano riferite ad una determinata fase dello statore o del rotore, rispettivamente. Si considera solo una densità lineare di corrente sullo statore e sul rotore. Le correnti transitorie (o di compensazione) nell'avvolgimento statorico e rotorico sono:

$$i_1 = \dot{I}_1 \varepsilon^{j\dot{\mu}_1 t} \qquad \text{e} \qquad i_2 = \dot{I}_2 \varepsilon^{j\dot{\mu}_2 t}. \qquad (15\text{-}41)\ (15\text{-}42)$$

La pulsazione complessa è espressa dalla:

$$\dot{\mu} = j\varrho + \nu \qquad (15\text{-}43)$$

e cioè è costituita da una pulsazione costante ν e dallo smorzamento $-\varrho$. Alle correnti transitorie indicate nelle (15-41) e (15-42) corrispondono, sulla periferia dell'indotto, densità lineari di corrente (scomponibili in armoniche) distribuite sinusoidalmente; tali densità ruotano con velocità costante e si annullano nel tempo con legge esponenziale. Le armoniche non compaiono isolate su un avvolgimento, ma sempre appaiate. Tra la pulsazione della corrente di statore μ_1, la pulsazione della corrente di rotore μ_2 e la velocità angolare del rotore ω esiste la seguente relazione:

$$\dot{\mu}_2 + \omega = \dot{\mu}_1 \quad \text{o} \quad \nu_2 + \omega = \nu_1. \qquad (15\text{-}44)\ (15\text{-}45)$$

Con le correnti determinate dalle (15-41) e (15-42), si ottengono le seguenti equazioni in termini di tensione per le correnti di compensazione:

$$j\dot{\mu}_1 L_1 \dot{I}_1 + j\dot{\mu}_1 L_{1h} \dot{I}'_2 + R_1 \dot{I}_1 = 0 \qquad (15\text{-}46)$$

$$j\dot{\mu}_2 L_2 \dot{I}'_2 + j\dot{\mu}_2 L_{1h} \dot{I}_1 + R'_2 \dot{I}'_2 \approx 0. \qquad (15\text{-}47)$$

Introducendo le seguenti abbreviazioni:

$$\varrho_1 = \frac{R_1}{\sigma L_1} \qquad \text{e} \qquad \varrho_2 = \frac{R_2}{\sigma L_2} \qquad (15\text{-}48),\ (15\text{-}49)$$

dalle (15-46) e (15-47) si ottiene la seguente espressione fondamentale:

$$\dot{\mu}_1^2 - \dot{\mu}_1 [\omega + j(\varrho_1 + \varrho_2)] - \sigma\varrho_1\varrho_2 + j\omega\varrho_1 = 0 \qquad (15\text{-}50)$$

da cui si ricava la pulsazione delle correnti transitorie polifasi nell'avvolgimento statorico; essa è espressa dalla:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{\omega}{2} + j\,\frac{\varrho_1 + \varrho_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega}{2} + j\,\frac{\varrho_1 + \varrho_2}{2}\right)^2 + \sigma\varrho_1\varrho_2 - j\omega\varrho_1}. \qquad (15\text{-}51)$$

Se le costanti di tempo dei due avvolgimenti sono uguali, se cioè è $\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho$, condizione che è soddisfatta con buona approssimazione nelle macchine asincrone, la pulsazione sarà:

$$\dot{\mu}_1 = j\varrho + \omega\left[\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{\varrho}{\omega}\right)^2 (1-\sigma)}\right] \qquad (15\text{-}52)$$

nello statore è:

$$\dot{\mu}_2 = j\varrho + \omega\left[-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{\varrho}{\omega}\right)^2 (1-\sigma)}\right] \qquad (15\text{-}53)$$

nel rotore.

Se si considerano inoltre i segni delle radici, nello statore e nel rotore si hanno due pulsazioni diverse, e precisamente:

$$\dot{\mu}_1{}' = j\varrho + \nu_1{}', \qquad \dot{\mu}_1{}'' = j\varrho + \nu_1{}'' \qquad (15\text{-}54),\ (15\text{-}55)$$

e

$$\dot{\mu}_2{}' = j\varrho + \nu_2{}', \qquad \dot{\mu}_2{}'' = j\varrho + \nu_2{}''. \qquad (15\text{-}56),\ (15\text{-}57)$$

Tutte le armoniche hanno quindi smorzamento uguale e differiscono solo per la pulsazione e quindi per la velocità dei corrispondenti campi rotanti. Le pulsazioni con un apice corrispondono alla coppia di armoniche, il cui campo ruota in senso positivo rispetto allo statore con velocità dipendente dalla pulsazione

$$\nu_1{}' = \omega\left[\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{\varrho}{\omega}\right)^2 (1-\sigma)}\right]$$

e in senso negativo rispetto al rotore con velocità dipendente dalla pulsazione $\nu_2{}' = \nu_1{}' - \omega$. Le pulsazioni con due apici corrispondono alla coppia di armoniche il cui campo ruota in senso positivo rispetto allo statore con velocità dipendente dalla pulsazione

$$\nu_1{}'' = \omega\left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{\varrho}{\omega}\right)^2 (1-\sigma)}\right]$$

e in senso negativo rispetto al rotore con velocità dipendente dalla pulsazione $\nu_2{}'' = \nu_1{}'' - \omega = -\nu_1{}'$. Complessivamente si hanno quindi solo due campi ruotanti a velocità diversa nello spazio. Ognuno di essi, però, consta di un campo dovuto allo statore e di uno dovuto al rotore, aventi uguale velocità. A macchina ferma è $\omega = 0$ e quindi, per le (15-52), (15-53), (15-54), (15-55), (15-56) e (15-57) risulta:

$$\nu_1{}' = \nu_2{}' = -j\varrho\sqrt{1-\sigma}, \qquad \nu_1{}'' = \nu_2{}'' = j\varrho\sqrt{1-\sigma} \quad (15\text{-}58),\ (15\text{-}59)$$

e
$$\dot{\mu}_1' = \dot{\mu}_2' = j\varrho\,(1 - \sqrt{1-\sigma}) = j\varrho' \qquad (15\text{-}60)$$
$$\dot{\mu}_1'' = \mu_2'' = j\varrho\,(1 + \sqrt{1-\sigma}) = j\varrho''. \qquad (15\text{-}61)$$

Le espressioni immaginarie per la pulsazione significano che la velocità dei campi è nulla, cioè che essi sono dovuti a correnti unidirezionali e quindi sono fermi nello spazio. Le correnti si annullano tuttavia secondo due costanti di smorzamento diverse, una piccola [vedi la (15-60)] ed una grande [vedi la (15-61)]. Se a questo punto si introducono i valori di ϱ e di σ, si ha:
$$\varrho' = \frac{R}{L + L_h} \quad \text{e} \quad \varrho'' = \frac{R}{L - L_h}. \qquad (15\text{-}62), (15\text{-}63)$$

La corrente di compensazione statorica è:
$$i_1 = K_1 \varepsilon^{-\varrho' t} + K_2 \varepsilon^{-\varrho'' t} \qquad (15\text{-}64)$$

e la corrente di compensazione rotorica
$$i_2 = K_3 \varepsilon^{-\varrho' t} + K_4 \varepsilon^{-\varrho'' t} \qquad (15\text{-}65)$$

in cui le costanti si ricavano dalle condizioni ai limiti. Se la macchina ruota alla velocità nominale, è $\omega = \omega_1$ e quindi, nel caso di bassi valori delle resistenze ($\varrho_1 \approx \varrho_2 \approx 0$) si ottiene:
$$\nu_1' = \omega_1\,(\varrho/\omega_1)^2\,(1-\sigma) \approx 0, \qquad (15\text{-}66)$$
$$\nu_1'' = \omega_1\,[1 - (\varrho/\omega_1)^2\,(1-\sigma)] \approx \omega_1, \qquad (15\text{-}67)$$
$$\nu_2' = \omega_1\,[(\varrho/\omega_1)^2\,(1-\sigma) - 1] \approx -\,\omega_1, \qquad (15\text{-}68)$$
$$\nu_2'' = -\,\omega_1\,(\varrho/\omega_1)^2\,(1-\sigma) \approx 0. \qquad (15\text{-}69)$$

Dal punto di vista dello statore è:
$$\nu_2' \approx 0 \quad \text{e} \quad \nu_2'' \approx \omega_1. \qquad (15\text{-}70),\ (15\text{-}71)$$

Il fattore di smorzamento ϱ è dell'ordine di grandezza compreso tra 30 e 75 sec^{-1} e quindi il valore di $(\varrho/\omega_1)^2$ sarà compreso tra 0,01 e 0,06. Per tale ragione si possono applicare i valori approssimati delle (15-66), (15-67), (15-68), (15-69), (15-70) e (15-71) in tutti i casi normali. Di tali espressioni si deduce che esistono due campi risultanti; l'uno ruota al traferro con velocità sincrona e quindi è fermo rispetto al rotore, mentre l'altro è fermo al traferro e ruota con velocità sincrona in direzione contraria rispetto al rotore.

Se la resistenza degli avvolgimenti è sensibilmente più elevata di quella che si ha nei casi normali, anche il campo che in condizioni normali è fermo rispetto allo statore (e, rispettivamente, al rotore) ruota con una certa velocità, mentre contemporaneamente la velocità dell'altro campo diminuisce di uno stesso valore. Al limite i due campi, all'aumentare della resistenza, assumono la stessa velocità, cioè la metà della velocità

sincrona. Se la resistenza aumenta ulteriormente, aumenta solo lo smorzamento. Se i fattori di smorzamento dei due avvolgimenti non sono uguali ($\varrho_1 \gtrless \varrho_2$), secondo Rüdenberg per piccoli valori di ϱ_1 e ϱ_2 si può determinare approssimativamente la pulsazione applicando le (15-60), (15-61) e la (15-51) e ponendo $\varrho = \sqrt{\varrho_1 \varrho_2}$. Per lo smorzamento dei campi, però, sono determinanti i singoli fattori di smorzamento ϱ_1 ed ϱ_2. Se si considerano due frequenze, si ottengono le seguenti correnti transitorie per lo statore e per il rotore:

$$i_1 = K_1 \varepsilon^{-\varrho_1 t} \varepsilon^{j\nu_1' t} + K_2 \varepsilon^{-\varrho_2 t} \varepsilon^{j\nu_1'' t} \approx K_1 \varepsilon^{-\varrho_1 t} + K_2 \varepsilon^{-\varrho_2 t} \varepsilon^{j\omega_1 t} \tag{15-72}$$

$$i_2 = K_3 \varepsilon^{-\varrho_1 t} \varepsilon^{j\nu_2' t} + K_4 \varepsilon^{-\varrho_2 t} \varepsilon^{j\nu_2'' t} \approx K_3 \varepsilon^{-\varrho_1 t} \varepsilon^{-j\omega_1 t} + K_4 \varepsilon^{-\varrho_2 t}. \tag{15-73}$$

La (15-73) dà solo l'andamento della corrente riferito ad un osservatore solidale con il rotore; riferendosi invece allo statore la i_2 varia con legge:

$$i_2 = K_3 \varepsilon^{-\varrho_1 t} \varepsilon^{j\nu_1' t} + K_4 \varepsilon^{-\varrho_2 t} \varepsilon^{j\nu_1'' t} \approx K_3 \varepsilon^{-\varrho_1 t} + K_4 \varepsilon^{-\varrho_2 t}\, \varepsilon^{j\omega_1 t}\,. \tag{15-74}$$

Le costanti K_1 e K_3, K_2 e K_4 non sono indipendenti e tra loro esistono le relazioni:

$$\frac{K_1}{K_3} = \frac{R_2 - j\omega_1 L_2}{j\omega_1 L_h} \approx \frac{L_2}{L_h} \varepsilon^{j\psi_2} \tag{15-75}$$

e

$$\frac{K_2}{K_4} = \frac{-j\omega_1 L_h}{R_1 + j\omega_1 L_1} = -\frac{L_h}{L_1} \varepsilon^{j\psi_1}\,. \tag{15-76}$$

Nelle macchine senza addensamento di corrente gli angoli

$$\psi_2 = \text{arc. tg}\, \frac{R_2}{\omega_1 L_2} \quad \text{e} \quad \psi_1 = \text{arc. tg}\, \frac{R_1}{\omega_1 L_1} \tag{15-77}$$

sono praticamente uguali alle costanti di smorzamento $\varrho_2/\sigma\omega_1$ e $\varrho_1/\sigma\omega_1$.

La corrente di compensazione nello statore, per velocità del rotore uguale alla velocità sincrona ($\omega = \omega_1$), è dato dalla (15-72). Per la corrente di compensazione rotorica, riferendosi al rotore si ottiene

$$i_2 = -\frac{L_h}{L_2} K_1 \varepsilon^{-\varrho_1 t} \varepsilon^{j\nu_2' t} \varepsilon^{-j\psi_2} - \frac{L_1}{L_h} K_2 \varepsilon^{-\varrho_2 t} \varepsilon^{j\nu_2'' t} \varepsilon^{-j\psi_1}, \tag{15-78}$$

e riferendosi allo statore, con $\nu_1' = 0$ e $\nu_1'' = \omega_1$

$$i_2 \approx -\frac{L_h}{L_2} K_1 \varepsilon^{-\varrho_1 t} \varepsilon^{-j\psi_2} - \frac{L_1}{L_h} K_2 \varepsilon^{-\varrho_2 t} \varepsilon^{-j\psi_1} \varepsilon^{j\omega_1 t}. \tag{15-79}$$

Volendo determinare solo l'andamento della corrente, si può senz'altro porre $\psi_1 = \psi_2 = 0$. Nella determinazione della coppia, invece, questa semplificazione non è lecita e bisogna considerare entrambi gli angoli.

La coppia che si determina durante i fenomeni transitori risulta

espressa in funzione delle correnti di statore I_1 e di rotore I_2' e dell'angolo ψ di sfasamento tra di loro

$$M = mpL_{1h}I_1I_2' \operatorname{sen}\psi. \quad (15\text{-}80)$$

Se si riferiscono le due correnti allo statore, bisogna riferire allo statore anche l'induttanza mutua contrassegnandola con l'apice '. Secondo la (15-80) il momento statico d'avviamento del motore a induzione è espresso dalla:

$$M_a = mpL_{1h}\frac{I_{a1}^2}{1+\sigma_2} \operatorname{sen}\psi. \quad (15\text{-}81)$$

Se i campi dovuti alle correnti sopraindicate sono in moto relativo, l'angolo di sfasamento varia nel tempo o può essere espresso da $\psi = \omega t$ in cui ω rappresenta la pulsazione di questo moto relativo.

La coppia varia quindi alternativamente nel tempo. Tanto i campi rotanti quanto quelli fermi rispetto allo statore danno luogo a coppie. Se si trascurano le resistenze, i campi statorici e quelli rotorici ruotanti con la stessa velocità — o immobili — risultano di fase esattamente contraria ($\psi = 180°$) e non possono quindi dar luogo a coppie. In questo casi si determinano delle coppie di tipo alternativo tra i campi rotanti e quelli immobili di statore e di rotore, in totale quindi due coppie. Se invece non si trascurano le resistenze, i campi rotanti con uguale velocità (o immobili) formano anche essi due coppie, aventi valore costante e non variabile nel tempo. Poichè in tal caso si hanno pure le coppie alternative prima citate, si determinano complessivamente 4 coppie che si sovrappongono.

15.2.2. Fenomeni transitori nelle macchine a induzione

Per le (15-48) e (15-49) nelle macchine asincrone le costanti di smorzamento sono praticamente uguali, e cioè:

$$\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho. \quad (15\text{-}82)$$

Più importanti sono i valori reciproci e cioè le costanti di tempo

$$T_{\sigma 1} = 1/\varrho_1 \quad T_{\sigma 2} = 1/\varrho_2 \quad \text{e} \quad T_\sigma = 1/\varrho,$$

per il calcolo delle quali si veda il cap. 16. Poichè i fenomeni transitori nelle macchine asincrone sono stati già diffusamente trattati da numerosi studiosi [15-10, 15-16], in questa sede si riporteranno solo i principi del calcolo.

I fenomeni più importanti sono l'inserzione del motore fermo, il corto circuito e l'inserzione del motore ruotante a velocità praticamente sincrona. A motore fermo le costanti di tempo sono [vedi le (15-62), (15-63), (15-48), (15-49)]:

$$1/\varrho' = T_{02} \quad \text{e} \quad 1/\varrho'' = T_{2\sigma} \approx 2/\varrho = 2\,T_{\sigma 2} \quad (15\text{-}83),\ (15\text{-}84)$$

Le costanti K_1 e K_2 si ricavano dalle condizioni — per $t = 0$ — (vedi

le (15-64), (15-65)]:

$$(i_1)_{t=0} = -\sqrt{2}\,\dot{I}_{a1} = K_1 + K_2 \tag{15-85}$$

$$(i_2)_{t=0} = -\sqrt{2}\,\dot{I}_{a2} = K_1 - K_2 \tag{15-86}$$

in cui I_{a1} e I_{a2} rappresentano rispettivamente la corrente d'avviamento (corrente di corto circuito) dell'avvolgimento statorico e di quello rotorico. Le correnti di compensazione sono espresse dalle:

$$i_1 = \sqrt{2}\,[-\dot{I}_{a1}\,\varepsilon^{-t/T_{2\sigma}} + \tfrac{1}{2}\,I_\mu'\,(\varepsilon^{-t/T_{2\sigma}} - \varepsilon^{-t/T_{02}})] \tag{15-87}$$

$$i_2 = \sqrt{2}\,[\dot{I}_{a1}\,\varepsilon^{-t/T_{2\sigma}} - \tfrac{1}{2}\,I_\mu'\,(\varepsilon^{-t/T_{2\sigma}} - \varepsilon^{-t/T_{02}})]. \tag{15-88}$$

La corrente magnetizzante I_μ' in condizioni di corto circuito è circa la metà di quella nominale ed è molto piccola rispetto alle correnti di corto circuito I_{a1} o I_{a2}. Per tale ragione si può trascurare e porre $I_{a1} \approx I_{a2} \approx I_a$. Le correnti transitorie sono espresse quindi dalla

$$i_1 \approx -i_2 = \sqrt{2}\,\dot{I}_a\,\varepsilon^{-t/T_{2\sigma}} \tag{15-89}$$

in cui $T_{2\sigma} = 1/\varrho''$ è determinabile in base alla (15-63). Per motore frenato le due correnti di compensazione sono in relazione di fase costante e la loro rappresentazione vettoriale relativa a un certo istante t è quella tracciata in fig. 15.5a.

La corrente totale nell'avvolgimento



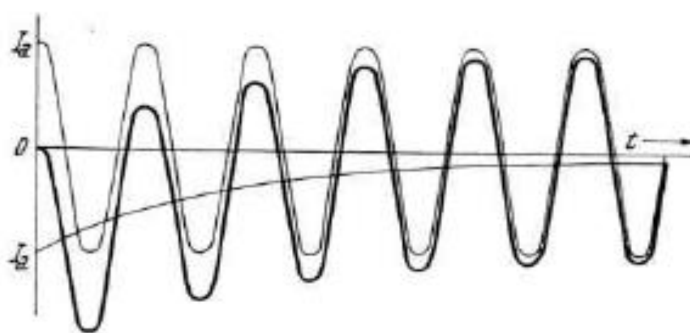


Fig. 15-5. - a) diagramma delle correnti e b) andamento della corrente statorica per inserzione della macchina asincrona frenata.

statorico è costituita da una corrente unidirezionale di ampiezza decrescente [vedi la (15-89)] e dalla corrente di regime I_a con frequenza di rete [vedi fig. 15.5b]. Dopo un semiperiodo ($t = 0{,}01$ sec) le due correnti hanno uguale direzione e la corrente statorica assume il valore massimo. Se I_a è il valore efficace della corrente d'avviamento, il valore massimo che la corrente di inserzione può assumere è:

$$i_{a,\,\max} = \sqrt{2}\,(1 + \varepsilon^{-0{,}01/T_{2\sigma}})\,I_a. \tag{15-90}$$

Con il valore medio di $T_{2\sigma}$ compreso tra 0,03 e 0,006 sec si ha:

$$i_{a,\,\max} \approx (1{,}7 \div 2{,}5)\, I_a \tag{15-91}$$

in cui i valori minori sono riferiti ai motori più piccoli. Per $I_a = 5\, I_N$ e $T_{2\sigma} = 0{,}02$ sec si ottiene $i_{a,\,\max} = 11{,}2\, I_N$. Se all'avviamento si inserisce una resistenza di riduzione, la corrente diminuisce, mentre aumenta lo smorzamento. Il valore massimo della corrente di inserzione diminuisce sensibilmente.

Per la (15-80) la coppia fornita dal motore è espressa dalla:

$$M = k\, I_1\, I_2 \operatorname{sen} \psi \tag{15-92}$$

in cui k è una costante uguale a pmL_{1h}.

Per determinare il senso della coppia si applica la seguente regola. Il vettore che rappresenta la corrente rotorica tende ad assumere la stessa direzione del vettore rappresentativo della corrente statorica. Se la coppia che si determina in tal modo ha la stessa direzione del campo rotante, la coppia è positiva.

In totale si hanno 4 coppie: una tra i campi statorici e rotorici stazionari, che non è altro che un momento statico d'avviamento M_a; la seconda tra i campi transitori dell'avvolgimento statorico e di quello rotorico. Poichè entrambe le correnti che sostengono questi campi hanno senso opposto rispetto a quello che determinano i campi stazionari, la coppia ha la stessa direzione della precedente; la terza tra il campo statorico stazionario e il campo transitorio dell'avvolgimento rotorico; tale coppia nel momento dell'inserzione ($t = 0$) è uguale alla prima coppia M_a, ma di direzione opposta; la quarta tra il campo transitorio dell'avvolgimento statorico e il campo stazionario dell'avvolgimento rotorico. Come la coppia precedente, al momento dell'inserzione è uguale alla coppia di avviamento M_a, ma di direzione opposta. La coppia risultante è espressa dalla:

$$M = M_a\,(1 + \varepsilon^{-2t/T_{2\sigma}} - 2\varepsilon^{-t/T_{2\sigma}} \cos \omega_1 t). \tag{15-93}$$

In fig. 15.6 è tracciato l'andamento nel tempo della coppia per inserzione diretta di un motore asincrono con indotto in corto circuito. È stato considerato a tale scopo un piccolo motore con smorzamento relativamente elevato ($T_{2\sigma} = 0{,}013$ sec). Dalla figura si nota che il valore massimo della coppia supera notevolmente il momento d'avviamento statico.

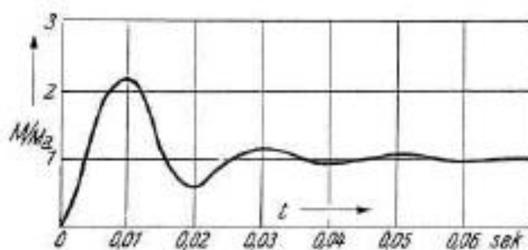


Fig. 15-6. - Andamento della coppia per inserzione della macchina asincrona ferma.

Il valore massimo si verifica dopo circa un semiperiodo ($t \approx T$) e il valore minimo dopo circa un periodo ($t = T$). Si ha:

$$M_{\max} \approx M_a\,(1 + \varepsilon^{-T/2T_{2\sigma}})^2 < 4\, M_a \tag{15-94}$$

$$M_{\max} \approx M_a\,(1 - \varepsilon^{-T/T_{2\sigma}})^2 > 0. \tag{15-95}$$

A motore frenato il valore massimo della coppia è sempre minore del quadrulo del momento statico d'avviamento. Il valore minimo è sempre positivo. Tutto ciò vale solo a condizione che si trascuri la corrente di magnetizzazione, che fa aumentare il valore massimo mentre può rendere anche negativo il valore minimo.

Se nella rete che alimenta un motore trifase ha luogo improvvisamente un corto circuito, la tensione applicata al motore diminuisce immediatamente. Poichè però nel motore è accumulata una notevole quantità di energia magnetica che non si può annullare istantaneamente, ma lentamente, si determinano delle sovracorrenti. Dato che i due avvolgimenti del motore sono chiusi in corto circuito, non compaiono sovratensioni. Per semplificare lo studio, si supponga che il motore funzioni a vuoto. Esso richiede, prima del corto circuito, una corrente di magnetizzazione I_μ. Al momento del corto circuito ($t = 0$) si ottengono quindi per la (15-78) e la (15-79) le correnti transitorie:

$$i_1 = K_1 + K_2 = \sqrt{2}\,\dot{I}_\mu \tag{15-96}$$

$$i_2 = -\frac{L_h}{L_2} K_1 \varepsilon^{-j\psi} - \frac{L_1}{L_h} K_2 \varepsilon^{-j\psi} = 0 \tag{15-97}$$

per $\psi_1 = \psi_2 = \psi$. Da tali espressioni si ricavano le costanti K_1 e K_2. Se si considera che la corrente di avviamento è $I_a \approx I_\mu/\sigma$, le correnti totali in ogni avvolgimento saranno:

$$i_1 = \sqrt{2}\,\dot{I}_a\, \varepsilon^{-t/T_{\sigma 2}}\,[1 - (1 - \sigma)\,\varepsilon^{j\omega_1 t}], \tag{15-98}$$

$$i_2 = -\frac{\sqrt{2}\,\dot{I}_a}{1 + \sigma_2}\,\varepsilon^{-t/T_{\sigma 2}}\,\varepsilon^{-j\psi}\,(1 - \varepsilon^{j\omega_1 t}). \tag{15-99}$$

Nella seconda espressione figura il rapporto $1/(1 + \sigma_2) = L_h/L_2$. Si è scritto di proposito σ_2, per sottolineare il riferimento al circuito rotorico, mentre naturalmente è $\sigma_1 = \sigma_2$. Il valore massimo della corrente statorica si verifica dopo circa un semiperiodo ($t = T/2$) ed è:

$$i_{1,\,\max} \approx \sqrt{2}\, I_a\,(2 - \sigma) \cdot \varepsilon^{-T/2T_{\sigma 2}}. \tag{15-100}$$

L'andamento della corrente è analogo a quello che si ha per inserzione del motore asincrono, se si accettua il fatto che la corrente di regime è uguale a zero nel caso di corto circuito sulla rete di alimentazione e uguale alla corrente di magnetizzazione nel caso di inserzione. In base alla (15-100) per $T_{\sigma 2} = 0{,}02$ sec, $\sigma = 0{,}07$ e $I_a = 5\,I_N$ il valore massimo della corrente è $i_{1,\,\max} = 8{,}5\,I_N$.

Nel caso di avviamento a mezzo di commutatore stella-triangolo, il motore, dopo aver quasi raggiunto, nel collegamento a stella, la sua velocità sincrona, viene disenserito dalla rete e inserito nuovamente con collegamento a triangolo. Nella fase di reinserzione si determinano delle cor-

renti di compensazione. Allo scopo di rendere il problema più semplice, si suppone che l'avviamento stella-triangolo avvenga a vuoto. La reinserzione avviene quindi praticamente alla velocità sincrona. La corrente di regime sarà uguale a quella di magnetizzazione I_μ. Inoltre si supponga che al traferro del motore durante la reinserzione non esista alcun campo rotante, cioè che il periodo di interruzione sia abbastanza lungo da permettere l'annullamento del campo rotante dovuto al collegamento a stella. Nel momento della reinserzione, tanto la corrente statorica quanto quella rotorica sono quindi nulle. La corrente statorica di regime sarà uguale alla corrente di magnetizzazione, la corrente rotorica invece sarà nulla. All'istante $t = 0$ le correnti di compensazione saranno le seguenti:

$$i_1 = -i_\mu \quad \text{e} \quad i_2 = 0 \qquad (15\text{-}101),\ (15\text{-}102)$$

in base alle quali è possibile determinare le due costanti di integrazione. Le correnti totali nell'avvolgimento statorico e in quello rotorico sono espresse allora dalle

$$i_1 = \sqrt{2}\, \dot{I}_a\, \varepsilon^{-t/T_{\sigma_1}} \left[1 - (1 - \sigma)\, \varepsilon^{j\omega_1 t}\right] + \sigma \dot{I}_a\, \varepsilon^{j\omega_1 t} \qquad (15\text{-}103)$$

$$i_2 = \frac{\sqrt{2}\, \dot{I}_a}{1 + \sigma_2}\, \varepsilon^{-t/T_{\sigma_1}}\, \varepsilon^{-j\psi} \left(1 - \varepsilon^{-j\omega_1 t}\right). \qquad (15\text{-}104)$$

Le perdite che si determinano durante i fenomeni transitori sono già state diffusamente trattate [2.13]. Nel caso di una semplice accelerazione di masse, le perdite rotoriche delle macchine asincrone sono uguali a quelle che si hanno nelle macchine a corrente continua (per la loro determinazione vedi paragrafo 15.1.3). All'avviamento esse sono uguali all'energia cinetica delle masse in movimento, per frenatura in controcorrente sono il triplo e per inversione di marcia il quadruplo dell'energia cinetica. Le perdite nell'avvolgimento statorico dipendono dalla resistenza dell'avvolgimento statorico e di quello rotorico e dall'addensamento di corrente nell'avvolgimento rotorico. La presenza di una coppia resistente di carico fa aumentare tutte le perdite.

15.2.3. Applicazione della teoria dei campi rotanti ad una macchina sincrona

15.2.3.1. *Macchina simmetrica*

Il più importante fenomeno transitorio che si verifica nella macchina sincrona è il corto circuito; per studiarlo ci si servirà delle espressioni generali già introdotte, valide solo nel caso di macchina simmetrica. Per tale ragione, è necessario supporre che nel rotore, oltre all'avvolgimento di eccitazione, esista anche un altro avvolgimento chiuso in corto circuito, avente la stessa resistenza e la stessa reattanza del primo; il suo asse deve essere inoltre perpendicolare a quello dell'avvolgimento di eccitazione. Le variazioni della velocità durante il fenomeno saranno trascurate.

Le costanti indicate nella (15-72) e (15-73) si ricavano in base alle condizioni al limite. Prima del corto circuito la corrente statorica è nulla ed impiega un tempo considerevole per raggiungere il valore della corrente permanente di corto circuito I_K. La corrente rotorica è la corrente di magnetizzazione $I_\mu = I_E/\sqrt{2}$ tanto prima quanto dopo il corto circuito. Al tempo $t = 0$ le correnti di compensazione hanno i valori:

$$i_1 = K_1 + K_2 = -\sqrt{2}\, I_K \tag{15-105}$$

e

$$i_2 = -\frac{L_h}{L_2} K_1 - \frac{L_1}{L_h} K_2 = 0. \tag{15-106}$$

Dalle espressioni precedenti si ricavano le seguenti costanti:

$$K_1 = -\frac{\sqrt{2} I_K}{\sigma}, \tag{15-107}$$

e

$$K_2 = \frac{1-\sigma}{\sigma} \sqrt{2}\, I_K. \tag{15-108}$$

Per le macchine sincrone si usano i seguenti simboli:

$$1/\varrho_1 = T_{\sigma 1} = T_a \tag{15-109}$$

per la costante di tempo della componente aperiodica e

$$1/\varrho_2 = T_{\sigma 2} = T' \tag{15-110}$$

per la costante di tempo transitoria.

La corrente statorica totale di corto circuito è espressa dalla:

$$i_1 = \sqrt{2}\, I_K \left\{ \cos \omega_1 t - \frac{1}{\sigma} [\varepsilon^{-\varrho_1 t} \cos \nu_1' t - (1-\sigma)\, \varepsilon^{-\varrho_2 t} \cos \nu_1'' t] \right\}. \tag{15-111}$$

L'andamento nel tempo di tale corrente è tracciato in fig. 15.7a e risulta simile all'andamento della corrente di corto circuito di un motore asincrono; a seguito dell'elevato valore del termine unidirezionale (o meglio a piccola frequenza ν_1'), giace completamente da una parte rispetto all'asse delle ascisse. Essendo il valore della reattanza di dispersione molto piccolo, la corrente è molto elevata. Dal confronto fra le costanti determinate mediante le (15-107) e (15-108) e le corrispondenti costanti che si hanno per corto circuito di un motore asincrono, risulta evidente che le prime sono di I_K/I_μ volte più elevate. Se si assumono i valori medi $I_\mu \approx \approx 0{,}35\, I_N$ e $I_K \approx I_N$ rispettivamente per il motore asincrono e per la macchina asincrona, la sovracorrente che si ha in quest'ultima è circa il triplo di quello che si ha nella macchina asincrona. Inoltre si può notare che la costante di tempo T_a della macchina sincrona è sensibilmente mag-

giore di T'. Di conseguenza, nello statore il termine unidirezionale della corrente di compensazione si annulla più rapidamente del termine alternativo, mentre nel rotore si verifica il fenomeno contrario. La sovracorrente massima ha luogo un semiperiodo dopo il verificarsi del corto circuito. Trascurando la resistenza, la corrente è espressa dalla:

$$i_1 = -\frac{\sqrt{2} I_K}{\sigma}(1 - \varepsilon^{j\omega_1 t}) \tag{15-112}$$

e il suo valore massimo da:

$$i_{1,\,\max} = -\frac{2\sqrt{2}}{\sigma} I_K. \tag{15-113}$$

Per determinare la corrente rotorica (corrente di eccitazione) si applica la (15-78), tenendo presente tuttavia che le due correnti $\dot{I}_K$ e $\dot{I}_\mu$ sono di fase contraria

$$I_K = -\frac{I'_\mu}{1+\sigma_1} = -\frac{L_h}{L_1} I_\mu' = -\frac{L_h}{L_1}\left(\frac{m_1 w_1 \xi_1}{2 w_2 \xi_2}\right)\frac{I_E}{\sqrt{2}}. \tag{15-114}$$

Per mezzo di questa relazione è possibile esprimere le costanti K_1 e K_2 in funzione della corrente di eccitazione nominale I_E, invece di quella di corto circuito I_K. Si avrà allora:

$$\frac{L_h}{L_2} K_1 = \frac{1-\sigma}{\sigma}\,\frac{I_E'}{\sqrt{2}} \tag{15-115}$$

$$\frac{L_1}{L_h} K_2 = -\frac{1-\sigma}{\sigma}\,\frac{I_E'}{\sqrt{2}}\ . \tag{15-116}$$

Utilizzando questi valori si ottiene la corrente di eccitazione:

$$i_2 = I_E\left[1 - \frac{1-\sigma}{\sigma}(\varepsilon^{-t/T_a}\cos \nu_2' t - \varepsilon^{-t/T'}\cos \nu_2'' t)\right]. \tag{15-117}$$

L'andamento della corrente rotorica nel tempo è tracciata in fig. 15.7*b*. Come si vede, il valore massimo si verifica dopo un semiperiodo. Trascurando le resistenze, si ottiene la corrente:

$$i_2 = \frac{I_E}{\sigma}[1 - (1-\sigma)\,\varepsilon^{-j\omega_1 t}] \tag{15-118}$$

e il valore di corrente massimo:

$$i_{2,\,\max} = \left(\frac{2}{\sigma} - 1\right) I_E. \tag{15-119}$$

I valori di corrente espressi dalla (15-114) e dalla (15-119) subiscono una riduzione a causa dello smorzamento, i cui fattori ϱ_1 e ϱ_2 sono dati dalle (15-48) e (15-49). Per calcolare la diminuzione della corrente dopo un tempo $t = T/2 = 0{,}01$ sec si possono applicare le seguenti espressioni approssimate:

$$\varepsilon^{-t/T_a} \approx 1 - \frac{R_1}{100\sigma L_1} \quad (15\text{-}120)$$

e

$$\varepsilon^{-t/T_a} \approx 1 - \frac{R_2}{100\sigma L_2} \quad (15\text{-}121)$$

in cui R_1 e R_2 sono espressi in Ohm ed L_1, L_2 in Henry. Poichè per corto circuito ai morsetti della macchina si ha $\varrho_1 > \varrho_2$, il termine unidirezionale della corrente nella (15-111) si annulla in un tempo considerevolmente più breve di quello corrispondente alla componente alternata.

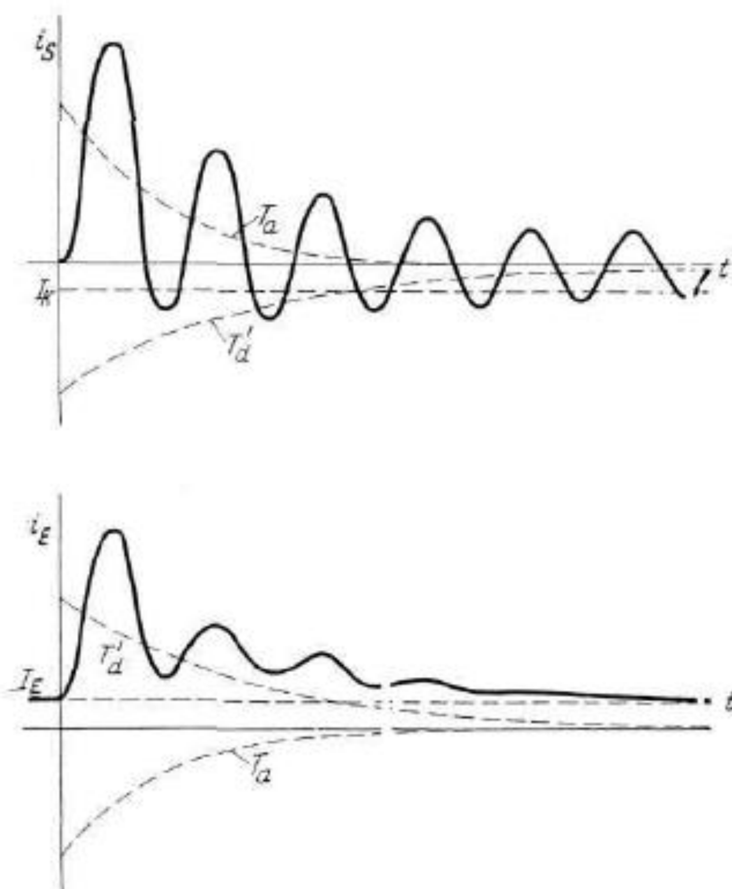


Fig. 15-7. - Corrente statorica (*a*) e rotorica (*b*) di corto circuito in una macchina sincrona.

15.2.3.2. *Macchina asimmetrica senza avvolgimento smorzatore.*

La macchina sincrona è in realtà asimmetrica; infatti, mentre sull'asse longitudinale del rotore è collocato un potente avvolgimento di eccitazione, sull'asse trasversale non esiste alcun avvolgimento di tale tipo. L'accoppiamento magnetico tra lo statore simmetrico e il rotore asimmetrico dipende dalla velocità tra il campo di statore e quello di rotore. Se i campi ruotano entrambi con la stessa velocità, l'accoppiamento magnetico dipende dalla loro posizione reciproca. Se poi essi coincidono, l'accoppiamento è massimo. Il rotore si comporta quindi come se fosse simmetrico e avesse un secondo avvolgimento uguale sull'asse trasversale. Se per altro si provvedesse effettivamente il rotore di tale secondo avvolgimento, non si raggiungerebbe altro effetto. Se il campo di statore si trova a 90° elettrici rispetto a quello di eccitazione, il circuito rotorico e quello statorico non risultano magneticamente concatenati e possono quindi essere studiati indipendentemente l'uno dall'altro. Se invece i due campi ruotano con velocità diversa, l'accoppiamento magnetico varia dal suo valore massimo a zero. Il valore medio sarà uguale alla metà del valore massimo, il che significa che per l'induttanza principale si può assumere il valore $L_h/2$.

Nella macchina sincrona il termine alternativo della corrente dà luogo ad un campo rotante che ha la stessa velocità, nello spazio, del rotore. Durante il corto circuito inoltre, gli assi del campo statorico e di quello di eccitazione coincidono. Ai fini dello studio di tale funzionamento la macchina è simmetrica e il fattore di smorzamento è espresso dalla (15-49). La reattanza principale L_h è uguale a quella della macchina bifase. Il termine unidirezionale della corrente statorica dà luogo ad un campo fisso nello spazio che si comporta in modo diverso rispetto al precedente; infatti, essendo fisso nello spazio, dà luogo ad un accoppiamento magnetico definito dall'induttanza $L_h/2$. Una tale diminuzione della reattanza principale comporta circa il raddoppiamento del coefficiente di dispersione. La costante di tempo del termine unidirezionale della corrente sarà quindi:

$$T_a = \frac{1}{\varrho_a} = \frac{2\sigma L_1}{R_1} \tag{15-122}$$

cioè sarà il doppio di quella che si ha per le macchine simmetriche [2.3]. Inoltre, in seguito alla scomposizione del campo rotorico in due componenti simmetriche, si determina un campo rotante in senso contrario. Mentre una delle componenti (diretta) è ferma nello spazio e costituisce il termine unidirezionale di cui ora si è parlato, l'altra (inversa) ruota con velocità sincrona rispetto al rotore e con velocità sincrona doppia rispetto allo statore. Nell'avvolgimento statorico si determina quindi una corrente di frequenza doppia avente la stessa costante di tempo della componente unidirezionale. Praticamente ogni macchina sincrona ha un avvolgimento smorzatore che fa diminuire notevolmente tale componente. Ma, poichè non se ne può provare l'esistenza mediante oscillogrammi, non è necessario studiare oltre questo fenomeno.

15.2.3.3. *Macchina con avvolgimento smorzatore*

La presenza di un avvolgimento smorzatore ha una grande importanza per i fenomeni transitori delle macchine sincrone. Dapprima ci occuperemo della macchina simmetrica, supponendo che sul rotore siano collocati due avvolgimenti simmetricamente disposti. Con l'indice 1 contrassegnamo le grandezze relative all'avvolgimento statorico, con l'indice 2 quelle dell'avvolgimento rotorico e con l'indice 3 quelle dell'avvolgimento smorzatore. Si ottengono tre equazioni le cui incognite sono le tre correnti di compensazione. Le loro frequenze complesse e le costanti di integrazione risultano rispettivamente dall'equazione algebrica associata di 3 grado e dalle condizioni ai limiti. Tuttavia tale calcolo, assai complesso, è ingiustificato, dato che è possibile ottenere una soluzione sufficientemente esatta mediante semplici osservazioni. Come si è già notato, praticamente le frequenze dei termini di corrente sono uguali a zero o alla frequenza nominale della macchina, con un piccolo, trascurabile scarto imputabile alla resistenza dello statore. Poichè i due avvolgimenti rotorici si compor-

tano nello spazio come un unico avvolgimento, per le frequenze delle correnti di compensazione sono valide ancora le (15-66), (15-67), (15-68), (15-69), (15-70), (15-71) e quindi esse hanno valore zero o sono uguali alla frequenza nominale della macchina. Le costanti di tempo sono diverse per ciascuna delle tre correnti di compensazione. Il campo relativo allo statore genera nel circuito statorico la componente unidirezionale della corrente, che si annulla secondo le costanti di tempo determinate dal rapporto tra l'induttanza di dispersione del circuito statorico e rotorico [vedi la (15-48)] e la resistenza statorica. Poichè i due avvolgimenti rotorici sono collegati in parallelo, il coefficiente di dispersione è $\sigma_2\sigma_3/(\sigma_2 + \sigma_3)$; quello risultante dei tre avvolgimenti sarà:

$$\sigma_r = 1 - \frac{1}{(1+\sigma_1)\left(1 + \dfrac{\sigma_2\sigma_3}{\sigma_2+\sigma_3}\right)}. \tag{15-123}$$

La costante di tempo della componente unidirezionale della corrente di statore o della componente alternata della corrente di rotore è espresso dalla:

$$T_a = \frac{\sigma_r L_1}{R_1} = \frac{1}{\varrho_a}. \tag{15-124}$$

Il comportamento del rotore simmetrico con avvolgimento smorzatore è analogo a quello del rotore della macchina asincrona con doppia gabbia. In ogni avvolgimento si hanno due termini di corrente di compensazione con smorzamento diverso. Le equazioni relative ai due avvolgimenti rotorici sono secondo Reiser [15.15]:

$$j\mu_2 L_2' \dot{I}_2 + j\mu_2 L_{23}' \dot{I}_3 + R_2 \dot{I}_2 = 0 \tag{15-125}$$

$$j\mu_2 L_3' \dot{I}_3 + j\mu_2 L_{32}' \dot{I}_2 + R_3 \dot{I}_3 = 0. \tag{15-126}$$

Nelle (15-125) e (15-126) non compare la corrente statorica. Tuttavia la presenza dell'avvolgimento statorico chiuso in corto circuito influisce sulla diminuzione di $\sigma_1/(1+\sigma_1)$ volte della permeanza del circuito magnetico del flusso principale. Per le induttanze che figurano nelle (15-125) e (15-126) valgono quindi i seguenti valori:

$$L'_2 = L_{2h}\left(\frac{\sigma_1}{1+\sigma_1} + \sigma_2\right) \tag{15-127}$$

$$L'_3 = L_{3h}\left(\frac{\sigma_1}{1+\sigma_1} + \sigma_3\right) = L_{2h}\left(\frac{w_3\xi_3}{w_2\xi_2}\right)\left(\frac{\sigma_1}{1+\sigma_1} + \sigma_3\right) \tag{15-128}$$

$$L'_{23} = L'_{32} = L_{2h}\left(\frac{w_3\xi_3}{w_2\xi_2}\right)\left(\frac{\sigma_1}{1+\sigma_1}\right). \tag{15-129}$$

La soluzione delle (15-125), (15-126) dà i seguenti fattori di smorzamento

delle correnti di compensazione:

$$\varrho', \varrho'' = \frac{L_2'R_3 + L_3'R_2}{2(L_2'L_3' - L'_{23}{}^2)} \mp \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{L_2'R_3 + L_3'R_2}{L_2'L_3' - L'_{23}{}^2}\right)^2 - \frac{R_2R_3}{L_2'L_3' - L'_{23}{}^2}}. \tag{15-130}$$

Se si considera che il secondo addendo sotto radice quadrata è notevolmente minore del primo e lo si trascura, per i fattori di smorzamento si ottengono i seguenti valori approssimati:

$$\varrho' \approx \frac{L_2'R_3 + L_3'R_2}{L_2'L_3' - L'_{23}{}^2} = \frac{T_2(\sigma_1+\sigma_2) + T_3(\sigma_1+\sigma_3)}{T_2T_3[\sigma_1(\sigma_2+\sigma_3)+\sigma_2\sigma_3]} \approx \frac{\sigma_1+\sigma_2}{T_3[\sigma_1(\sigma_2+\sigma_3)+\sigma_2\sigma_3]} \tag{15-131}$$

$$\varrho'' \approx \frac{R_2R_3}{L_2'R_3 + L_3'R_2} = \frac{1}{T_2(\sigma_1+\sigma_2) + T_3(\sigma_1+\sigma_3)} \approx \frac{1}{T_2(\sigma_1+\sigma_2)} \tag{15-132}$$

in cui

$$T_2 = L_{2h}/R_2 \tag{15-133}$$

e

$$T_3 = L_{3h}/R_3 \tag{15-134}$$

sono le costanti di tempo proprie rispettivamente dell'avvolgimento di eccitazione e di quello di smorzamento. Il fattore di smorzamento ϱ'' è molto maggiore di ϱ' (al minimo 10 volte). I valori delle correnti in ogni avvolgimento si ottengono imponendo le condizioni ai limiti. Per $t = 0$ si ha:

$$i_1 = -\sqrt{2}\, I_K, \quad i_2 = 0, \quad i_3 = 0. \qquad (15\text{-}135),\ (15\text{-}136),\ (15\text{-}137)$$

In base al calcolo di Reiser [15.15], che non riporteremo, le correnti totali negli avvolgimenti sono:

$$i_1 \approx \sqrt{2} I_K \left\{ \cos\omega_1 t + \frac{1-\sigma_r}{\sigma_r}\left[\left(1 - \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_1+\sigma_2)(\sigma_2+\sigma_3)}\right)\varepsilon^{-\varrho' t} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_1+\sigma_2)(\sigma_2+\sigma_3)}\varepsilon^{-\varrho'' t}\right]\cos\omega_1 t - \frac{1}{\sigma_r}\varepsilon^{-\varrho_a t}\right\} \tag{15-138}$$

$$i_2 \approx I_E \left\{ 1 + \frac{\sigma_3(1-\sigma_r)}{\sigma_r(\sigma_2+\sigma_3)}\left[\left(1 - \frac{(\sigma_1+\sigma_3)\,R_2}{(\sigma_1+\sigma_2)\,R_3'}\right)\varepsilon^{-\varrho' t} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{(\sigma_1+\sigma_3)\,R_2}{(\sigma_1+\sigma_2)\,R_3'}\varepsilon^{-\varrho'' t} - \varepsilon^{-\varrho_a t}\cos\omega_1 t\right]\right\} \tag{15-139}$$

$$i_3 \approx I_E'' \frac{\sigma_2(1-\sigma_r)}{\sigma_r(\sigma_2+\sigma_3)}\left(\frac{R_2''}{R_3}\varepsilon^{-\varrho' t} + \frac{R_3 - R_2''}{R_3}\varepsilon^{-\varrho'' t} - \varepsilon^{-\varrho_a t}\cos\omega_1 t\right). \tag{15-140}$$

I_K rappresenta la corrente permanente di corto circuito secondo la (15-114), $R_3' = R_3\,(w_2\xi_2/w_3\xi_3)^2$ la resistenza dell'avvolgimento smorzatore ridotta al-

l'avvolgimento di eccitazione, $R_2'' = R_2 (w_3\xi_3/w_2\xi_2)^2$ la resistenza dell'avvolgimento di eccitazione ridotta all'avvolgimento smorzatore e infine $I_E'' = I_E(w_2\xi_2/w_3\xi_3)$ la corrente di eccitazione ridotta all'avvolgimento smorzatore.

Confrontando le (15-138) e (15-139) con le (15-112) e (15-117) si nota che il termine alternativo della corrente di compensazione consta a sua volta di due componenti, di cui la prima, che è la maggiore, si annulla lentamente, essendo il fattore di smorzamento ϱ' piccolo. La seconda componente è minore e si annulla abbastanza rapidamente, essendo il fattore di smorzamento ϱ'' elevato.

Per $\sigma_1 = 0{,}15$, $\sigma_2 = 0{,}12$ e $\sigma_3 = 0{,}06$ la prima componente costituisce il 70% e la seconda il 30% dell'intero termine alternativo della corrente di compensazione. Se inoltre è $T_3/T_2 = 10$, si ha $\varrho''/\varrho' = 21$. Attualmente non si conoscono denominazioni per queste componenti di corrente, mentre si parla invece ad esempio di reattanza transitoria e di reattanza subtransitoria. Per analogia, si può indicare con il nome di corrente « transitoria » la componente di corrente alternata che scompare lentamente e col nome di corrente « subtransitoria » la componente che scompare rapidamente. Dalla somma delle due correnti risulta la corrente istantanea. Una tale denominazione sarebbe fisicamente più giustificata per le correnti che per le reattanze, dato che queste ultime non variano nel tempo, mentre variano le correnti di compensazione. È possibile determinare empiricamente le due correnti, tracciando il termine alternativo della corrente in scala semilogaritmica (cfr. fig. 18-26).

Le correnti delle (15-138), (15-139) e (15-140) sono state calcolate in funzione dei coefficienti di dispersione; in pratica si usa determinarle — soprattutto negli U.S.A. — in funzione delle reattanze di dispersione. Tra le reattanze e i coefficienti di dispersione esistono le seguenti relazioni:

$$X_{1\sigma} = \sigma_1 X_h,\ \ X'_{2\sigma} = \sigma_2 X_h,\ \ X'_{3\sigma} = \sigma_3 X_h \qquad (15\text{-}141)$$

e

$$\sigma_r X_h = X_{1\sigma} + \frac{X'_{2\sigma} X'_{3\sigma}}{X'_{2\sigma} + X'_{3\sigma}}. \qquad (15\text{-}142)$$

La reattanza:

$$X' \approx X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} \qquad (15\text{-}143)$$

viene chiamata reattanza transitoria e la reattanza

$$X'' \approx X_{1\sigma} + \frac{X'_{2\sigma} . X'_{3\sigma}}{X'_{2\sigma} + X'_{3\sigma}} \qquad (15\text{-}144)$$

reattanza subtransitoria. Se si introducono questi valori nella (15-138) e si tiene presente che è $1 - \sigma_r \approx 1/(1 + \sigma_1)$, si ha:

$$i_1 \approx \sqrt{2}\, I_K \left\{ \cos\omega_1 t + \frac{X_h}{1+\sigma_1} \left[\frac{1}{X'} \varepsilon^{-\varrho' t} + \left(\frac{1}{X''} - \frac{1}{X'} \right) \varepsilon^{-\varrho'' t} \right] \cos\omega_1 t - \frac{X_h}{X''} \varepsilon^{-\varrho_a t} \right\}. \qquad (15\text{-}145)$$

La (15-145) è identica alla (15-157), calcolata in base alla teoria biassiale. La differenza si nota solo per la corrente « transitoria » e precisamente mentre per la (15-145), tale corrente è proporzionale a $1/X'$, per la (15-157) essa è proporzionale a $(1/X_d' - 1/X_d)$. Tale differenza si spiega con la definizione data di reattanza « transitoria » X', per cui si può tener conto o meno della corrente di corto circuito permanente. Nella definizione qui riportata secondo la (15-145) si è trascurata tale corrente.

Se il rotore è asimmetrico, le correnti differiscono solo poco da quelle sopraindicate. Come si è già visto, il valore massimo della componente alternativa della corrente di statore e il termine unidirezionale della corrente di rotore sono costanti. Per le reattanze si introducono i valori secondo l'asse longitudinale, cioè X_d'' e X_d'. Nella espressione della componente unidirezionale della corrente di statore e della componente alternativa della *corrente di rotore* figura la *reattanza equivalente* [vedi la (2-173)]:

$$X'' = 2X_d''X_q''/(X_d'' + X_q''). \tag{15-146}$$

Essa è espressa in funzione dei valori delle reattanze secondo l'asse longitudinale (X_d'') e l'asse trasversale (X_q''); anche la costante di tempo T_a è calcolabile in funzione di questa reattanza:

$$T_a = 1/\varrho_a = \frac{X''}{\omega_1 R_1}. \tag{15-147}$$

Se per il campo dovuto alla componente unidirezionale della corrente si vuol considerare solo il termine ruotante in senso diretto, si ricava il valore di X'' dalla (15-146). In quasi tutti i casi pratici è sufficiente introdurre solo il termine sopradetto nel calcolo. Il campo ruotante in senso inverso, cui corrisponde la reattanza

$$X_i'' = \frac{2X_d''X_q''}{X_q'' - X_d''} \tag{15-148}$$

è relativamente di piccola entità e quindi tener conto di esso ha solo importanza di principio, in quanto dà luogo alla corrente a frequenza doppia nello statore. In questo caso generale, nella (15-145) invece di una si ottengono due componenti unidirezionali della corrente e precisamente:

$$-\sqrt{2}\, I_K \frac{X_h}{2} \varepsilon^{-\varrho_a t}\left[\left(\frac{1}{X_q''} + \frac{1}{X_d''}\right) + \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''}\right)\cos 2\,\omega_1 t\right].$$

15.2.4. Applicazione della teoria dei due assi alla macchina sincrona

I principi di questa teoria e le equazioni della macchina senza avvolgimento di smorzamento (2-99), (2-100), (2-101) sono stati introdotti nel capitolo 2.6. Per l'avvolgimento di smorzamento si hanno ancora due

equazioni e precisamente:

$$0 = i_{3d}R_{3d} + d\psi_{3d}/dt \tag{15-149}$$

e:

$$0 = i_{3q}R_{3q} + d\psi_{3q}/dt \tag{15-150}$$

i flussi che qui compaiono sono dati dalle:

$$\psi_{1d} = i_{1d}L_{1d} + i_{3d}L_{3hd} - i_2L_{2hd} \tag{15-151}$$

$$\psi_{1q} = i_{1q}L_{1q} + i_{3q}L_{3hq} \tag{15-152}$$

$$\psi_2 = i_2L_2 - i_{3d}L_{23} - i_{1d}L_{1hd} \tag{15-153}$$

$$\psi_{3d} = i_{3d}L_{3d} - i_2L_{32} - i_{1d}L_{1hd} \tag{15-154}$$

$$\psi_{3q} = i_{3q}L_{3q} - i_{1q}L_{1hq}. \tag{15-155}$$

Inoltre si ha la seguente equazione del moto

$$m_A = m + T_J d\omega/dt = \psi_{1q}i_{1d} - \psi_{1d}i_{1q} + T_J d^2(\omega t)/dt^2 \tag{15-156}$$

in cui m_A rappresenta la coppia motrice e T_J la costante di tempo meccanica dell'avviamento. Si ottengono in tal modo 11 equazioni con 11 incognite, cioè un sistema di equazioni che in teoria è risolvibile, ma in pratica è di soluzione molto difficile a causa della non linearità di alcuni termini. Si è costretti a ricorrere o ad una integrazione grafica o ad una numerica. Recentemente si è introdotto anche l'uso di particolari calcolatrici. In molti casi però la velocità (ω) varia solo di poco durante il transitorio e può essere considerata costante. Si ottiene quindi un sistema di equazioni lineari, la cui soluzione è sì assai più semplice, ma richiede tuttavia molto tempo. Generalmente si ricorre quindi ad un calcolo operazionale o alla trasformazione di Laplace. Del calcolo, che non riporteremo, daremo solo i risultati finali [15.11]. Il calcolo si effettua generalmente con valori ridotti delle resistenze e delle reattanze. Come valore di riferimento si assume l'impedenza di carico nominale $Z_N = U_N/I_N$ della macchina. In corto circuito la corrente statorica della macchina sincrona, con valori ridotti delle reattanze, è data dalla:

$$i_1 = I_N\left[\frac{1}{x_d} + \left(\frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d}\right)\varepsilon^{-t/T_d'} + \left(\frac{1}{x_d''} - \frac{1}{x_d'}\right)\varepsilon^{-t/T_d''}\right]\cos\omega_1 t - \\ - \frac{I_N}{2}\left(\frac{1}{x_d''} + \frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a} - \frac{I_N}{2}\left(\frac{1}{x_d''} - \frac{1}{x_q''}\right)\varepsilon^{-t/T_a}\cos 2\omega_1 t. \tag{15-157}$$

Ad eccezione del termine a frequenza doppia, tale equazione coincide con la (15-145), dedotta sulla base della teoria dei campi rotanti. Il termine di corrente di compensazione a frequenza doppia non si determina per la macchina simmetrica. Nelle correzioni introdotte per la macchina simmetrica questa corrente non è stata considerata. Essa dà luogo a un campo inverso tanto piccolo, che in questa sede si è creduto opportuno non con-

siderarlo. Le reattanze che figurano nella (15-157) sono già state studiate e le loro grandezze sono state calcolate nel capitolo 14.1. Le costanti di tempo T_d', T_d'', T_a sono i valori reciproci dei fattori di smorzamento ϱ', ϱ'' e ϱ_a, dati dalla (15-131) e dalla (15-132).

16. COSTANTI DI TEMPO

Lo studio dei fenomeni transitori nel funzionamento delle macchine elettriche ha assunto una notevole importanza; basti pensare alle manovre di inserzione e disinserzione sulle reti e alla manovra e alla regolazione dei motori elettrici. L'andamento del fenomeno nel tempo è caratterizzato da diverse costanti di tempo che sono determinate dalle caratteristiche meccaniche, elettromagnetiche e termiche della macchina, della rete e del circuito di comando. Le costanti di tempo elettromagnetiche, che ci proponiamo di studiare dettagliatamente in questo capitolo, sono particolarmente numerose. Per le costanti termiche si veda il capitolo 18.

16.1. Costante di tempo dell'avviamento

Tale costante è un indice della durata dell'avviamento del motore sotto l'azione della coppia nominale, e si ricava dalla legge del moto: $M = Jd\omega/dt$ ed è espressa dalla:

$$T_J = \frac{\omega_1 J}{M_n} = n_1^2 \frac{\pi^2 GD^2}{P_N} \text{ sec.} \tag{16-1}$$

J rappresenta la somma dei momenti di inerzia del rotore, ridotti all'albero, e di tutte le parti ruotanti della macchina utilizzatrice. $GD^2 = 4 \cdot J$ (kg m²) è un momento di inerzia, che si considera spesso in pratica in luogo dell'effettivo momento di inerzia J. La grandezza ω_1 (sec^{-1}) è la velocità angolare relativa a n_1, ed n_1 (giri/sec) è il numero dei giri del rotore a regime. M_N (in N) rappresenta la coppia motrice nominale e P_N (W) la potenza nominale della macchina. Come è noto, è $M_N = P_N/\omega_1$. La costante d'avviamento esprime anche il momento di inerzia della macchina. Per piccoli motori da 1 a 10 KW, senza ulteriori masse rotanti collegate all'albero, il valore di tale costante è compreso tra 0,2 e 0,4 sec, mentre raggiunge i 5 sec circa per grandi turbogeneratori, per esempio da 50 MVA. In casi particolari, in cui si abbiano grandi masse rotanti accoppiate, tali valori possono essere molto più elevati; infatti si riscontrano anche costanti di avviamento pari a 50 sec. Per mezzo della costante di avviamento è possibile calcolare la durata dell'avviamento di una macchina, generalmente di un motore. Se con $m = M/M_N$ si indica la coppia media del motore durante l'avviamento, riferita al valore nominale, e con $b = M_b/M_N$ il valore relativo della coppia resistente, la durata dell'avviamento da fermo fino al raggiungimento della velocità nominale è espresso

dalla:

$$t_a \approx T_J/(m - b). \tag{16-2}$$

Per valori costanti di m e di b e a condizione di trascurare lo scorrimento a regime, generalmente poco elevato, la (16-2) dà un valore esatto. Ma anche per scarti dai valori medi di m e b pari al $\pm 50\%$, tale espressione fornisce valori praticamente accettabili.

16.2. Costanti di tempo elettromagnetiche

16.2.1. Costanti di tempo dei circuiti elettrici

Il circuito elettrico più semplice, che del resto si incontra spesso nella pratica, è costituito da una induttanza L e da una resistenza R collegate in serie. Se lo si collega ad un generatore a corrente continua con tensione U, o lo si chiude in corto circuito improvvisamente, quando esso è percorso da una corrente, non si raggiunge il regime permanente istantaneamente, cioè non si ha istantaneamente il valore $I = U/R$ oppure $I = 0$, rispettivamente nei due casi. Si ha invece una corrente transitoria (o di compensazione) che si sovrappone a quella permanente e che tende a zero con l'aumentare del tempo. Tale corrente transitoria soddisfa la equazione:

$$L di/dt + Ri = 0 \tag{16-3}$$

donde deriva

$$i = K\varepsilon^{-Rt/L}. \tag{16-4}$$

La costante K è determinabile mediante le condizioni ai limiti. Per $t = 0$ nel caso del corto circuito è $i = -I$ e la corrente transitoria è espressa dalla

$$i = I\varepsilon^{-t/T} \tag{16-5}$$

in cui è

$$T = L/R. \tag{16-6}$$

La grandezza T è detta costante di tempo del circuito, poichè determina l'andamento nel tempo del fenomeno. Quanto più piccola è tale costante, tanto più rapidamente si estingue il transitorio. Poichè generalmente non è possibile diminuire l'induttanza, si può ridurre la costante di tempo solo aumentando la resistenza. In tal modo, diminuisce pure la corrente permanente a meno che non si aumenti la tensione. Il flusso concatenato con il circuito varia secondo la stessa legge di variazione della corrente.

Il caso è sensibilmente più complesso se il flusso magnetico è concatenato con due circuiti. Se si contrassegnano con l'indice 1 le grandezze del circuito di eccitazione alimentato con tensione continua o che si chiude in corto circuito e con l'indice 2 le grandezze del secondo circuito chiuso su se stesso, per il transitorio valgono le seguenti espressioni:

$$L_1 di_1/dt + R_1 i_1 + M di_2/dt = 0 \tag{16-7}$$

$$L_2 di_2/dt + R_2 i_2 + M di_1/dt = 0. \tag{16-8}$$

La soluzione è del tipo:

$$i_1 = K_1 \varepsilon^{-t/T'} + K_2 \varepsilon^{-t/T''}. \qquad (16\text{-}9)$$

Le costanti di tempo T' e T'' che determinano lo smorzamento sono espresse dalla

$$T',\ T'' = \frac{T_1 + T_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)^2 - \sigma_{12} T_1 T_2} \qquad (16\text{-}10)$$

in cui è

$$T_1 = \frac{L_1}{R_1}, \quad T_2 = \frac{L_2}{R_2} \quad \text{e} \quad \sigma_{12} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 L_2}. \qquad (16\text{-}11),\ (16\text{-}12),\ (16\text{-}13)$$

Sostituendo l'espressione di $\frac{di_1}{dt}$ ricavata dalla (16-9) nella (16-9) e risolvendo la equazione risulta

$$i_2 = -\frac{M}{L_2}\left[\frac{T''K_1}{T' + T''}\varepsilon^{-t/T'} + \frac{T'K_2}{T_1 + T_2}\varepsilon^{-t/T''}\right]. \qquad (16\text{-}14)$$

Le costanti K_1 e K_2 sono determinabili in base alle condizioni iniziali, per cui per $t = 0$ è $i_1 = I$ e $i_2 = 0$. Nel presente studio però ci limiteremo ad esaminare l'importante caso pratico in cui i due circuiti siano accoppiati strettamente, in modo che il coefficiente di dispersione σ_{12} sia minore di 0,3. Si ha quindi:

$$T' \approx T_1 + T_2 - T'' \approx T_1 + T_2, \quad T'' \approx \sigma_{12}\frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2}. \qquad (16\text{-}15),\ (16\text{-}16)$$

Le correnti sono date dalla

$$i_1 \approx I\left[\frac{T_1}{T_1 + T_2}\varepsilon^{-t/T'} + \frac{T_2}{T_1 + T_2}\varepsilon^{-t/T''}\right] \qquad (16\text{-}17)$$

e dalla

$$i_2 \approx I\frac{M}{L_2}\frac{T_2}{T_1 + T_2}[\varepsilon^{-t/T'} - \varepsilon^{-t/T''}]. \qquad (16\text{-}18)$$

In fig. 16.1 è tracciato l'andamento della corrente nei due circuiti in seguito ad una diminuzione della corrente nel circuito di eccitazione dal valore I_1 al valore I_2. La corrente di compensazione nei due circuiti è costituita da due componenti, l'una che si attenua rapidamente e l'altra lentamente. La prima ha una costante di tempo T'' proporzionale alla dispersione tra i due circuiti, e per dispersione poco elevata si annulla quasi istantaneamente (curve tratteggiate in fig. 16.1). Le correnti di compensazione nei due circuiti sono inversamente proporzionali alle loro costanti del tempo. In fig. 16.1 è $T_1 > T_2$ e quindi nel secondo circuito circola una corrente di compensazione maggiore che nel primo. Se i due circuiti elettrici hanno diverso numero di spire, quanto detto vale in generale per le f.m.m. di compensazione.

Più importante dell'andamento delle correnti è l'andamento del flus-

so comune ai due circuiti, flusso proporzionale alla corrente di magnetizzazione $i_\mu = i_1 + i_2$ e alla f.m.m. di magnetizzazione:

$$\Phi = M(i_1 + i_2) \approx$$
$$\approx \frac{\Phi_{h0}}{T_1 + T_2}[(T_1 + T_2 M/L_2)\varepsilon^{-t/T'} + T_2(1 - M/L_2)\varepsilon^{-t/T''}] \approx \Phi_{h0}\varepsilon^{-t/T'}. \tag{16-19}$$

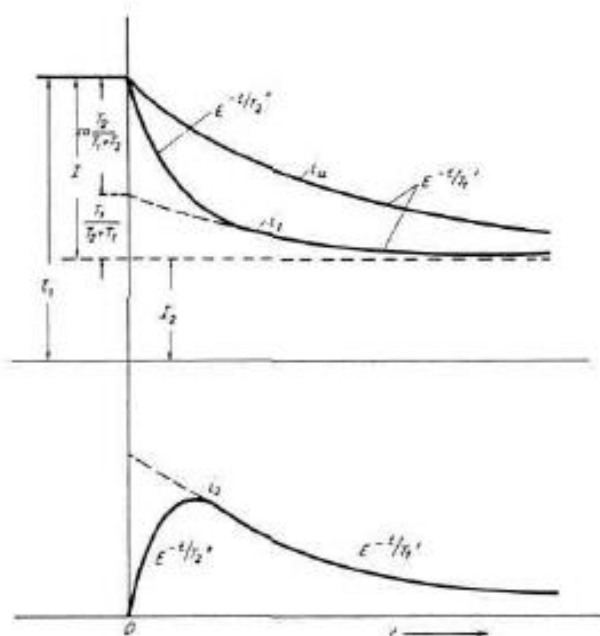


Fig. 16-1. - Andamento delle correnti di compensazione in circuiti magneticamente concatenati per una diminuzione $(I_1 - I_2)$ della corrente nel circuito 1.

Durante il transitorio, quindi, il flusso comune Φ_{h0} varia con una costante di tempo uguale alla somma delle costanti relative ai singoli circuiti. La presenza di un avvolgimento chiuso in corto circuito non influisce solo sulla distribuzione delle correnti, ma fa aumentare anche la costante di tempo del flusso. Questo fatto si spiega anche in base a ragioni puramente fisiche. Per la (16-6) la costante di tempo di un circuito semplice, per permeanza magnetica data, è proporzionale alla lunghezza dell'avvolgimento e dipende dal materiale di cui esso è costituito:

$$T = L/R = \frac{wq\Lambda}{\varrho l} = \frac{\Lambda Q}{\varrho l} \tag{16-20}$$

tale costante dipende cioè solo dalla sezione dell'avvolgimento $Q = qw$ quindi dal volume dell'avvolgimento. Quanto maggiore è il volume dell'avvolgimento, tanto più elevata è la costante del tempo. Se il secondo avvolgimento chiuso in corto circuito è concatenato con lo stesso flusso magnetico, aumenta il volume complessivo dell'avvolgimento e quindi anche la costante del tempo del flusso.

L'effetto della dispersione sull'andamento del campo principale è espresso dal secondo termine della (16-19). Numericamente tale effetto non è importante e inoltre scompare assai rapidamente. Il flusso di dispersione complessivo, tuttavia, varia secondo la costante di tempo della corrente e precisamente con la costante più piccola (vedi la fig. 16.1). Ma il comportamento dei flussi di dispersione relativi ai singoli circuiti è diverso. Il flusso di dispersione del primo avvolgimento (di eccitazione) si comporta come il flusso comune, scomparendo cioè in fase di interruzione del circuito e comparendo in fase di inserzione. Il flusso di dispersione del secondo avvolgimento assume rapidamente il va-

lore massimo e si annulla poi lentamente con la costante di tempo T' più elevata.

Il flusso totale concatenato al primo circuito è:

$$\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \approx \Phi_{10} \left[\frac{T_1 + T_2 (1 - \sigma)}{T_1 + T_2} \varepsilon^{-t/T'} + \frac{\sigma T_2}{T_1 + T_2} \varepsilon^{-t/T''} \right]. \quad (16\text{-}21)$$

In questo caso l'influenza della dispersione è circa due volte più grande di quella che si ha nella (16-19).

I fenomeni transitori seguono l'andamento ora descritto solo se i circuiti sono ben concatenati ($\sigma < 0{,}3$). Per circuiti debolmente concatenati l'azione del secondo circuito chiuso su se stesso è poco efficace e il fenomeno avviene sostanzialmente come se ci fosse un solo circuito.

Fino ad ora si è descritto il comportamento del flusso concatenato in circuiti in posizione reciproca fissa. Le circostanze mutano completamente se i circuiti sono in moto relativo nello spazio, come ad esempio gli avvolgimenti statorico e rotorico delle macchine rotanti. Per corto circuito del secondo avvolgimento il flusso magnetico concatenato al primo avvolgimento ha un valore pari a 6 volte quello che si ha per avvolgimento aperto. Anche l'induttanza diminuisce secondo questo rapporto, mentre le resistenze dei due avvolgimenti mantengono il loro valore. In conseguenza di ciò, anche le costanti di tempo degli avvolgimenti diminuiscono e sono espresse dalla

$$T_{\sigma 1} = \sigma T_1 = \sigma L_1 / R_1 \quad (16\text{-}22)$$

$$T_{\sigma 2} = \sigma T_2 = \sigma L_2 / R_2. \quad (16\text{-}23)$$

16.2.2. Costante di tempo dell'avvolgimento di eccitazione

Per costante di tempo di un avvolgimento si intende la costante del flusso con esso concatenato. Per avvolgimento di eccitazione si intende l'avvolgimento collocato sui poli di una macchina a corrente continua o sincrona. Tale avvolgimento, detto anche induttore, è percorso da corrente continua. Se si suppone che nel circuito magnetico non esistono parti massicce, o che su di esso sia collocato un secondo avvolgimento chiuso in corto circuito, si può calcolare la costante di tempo applicando la (16-20). Se si considera che è $\Lambda = \mu_0 \dfrac{l_i b_i}{2p\delta''}$, risulta:

$$T_e = \frac{\mu_0 l_i b_i w_E^2 \xi_E^2}{2p\delta'' R_E} \text{ sec.} \quad (16\text{-}24)$$

in cui l_i e b_i sono rispettivamente la lunghezza ideale di indotto e la larghezza ideale di indotto. Per curva di campo sinusoidale è $b_i = 2\tau/\pi$. La grandezza δ'' è l'ampiezza fittizia del traferro che tiene conto anche della riluttanza magnetica delle vie nel ferro. l_E è la lunghezza media di una

spira dell'avvolgimento di eccitazione, w_E il numero di spire per polo, ξ_E il fattore dell'avvolgimento di eccitazione (nelle macchine a poli salienti è $\xi_E = 1$ e nei turbogeneratori $\xi_E \approx 0,83$), R_E la resistenza di tutto l'avvolgimento di eccitazione (su $2p$ poli). A seconda della potenza della macchina, la costante di tempo T_e varia da 1 a 10 sec. Generalmente però il flusso è concatenato con uno o più avvolgimenti chiusi in corto circuito, come l'avvolgimento smorzatore, i circuiti delle correnti parassite nel ferro massiccio e, nel caso di macchine a corrente continua, le spire chiuse in corto circuito attraverso le spazzole.

L'effetto delle correnti parassite è già stata studiata nei capitoli 4.5.4. e 15.2.1. Per la (16-19) la costante di tempo risultante è

$$T_E \approx T_e + T_{W1}. \tag{16-25}$$

Si calcola T_e mediante la (16-24); per la (4-164) e la (4-172), T_{W1} è espressa da

$$T_{W1} \approx \frac{\mu_0 l_K b_i}{\pi^2 \varrho \delta'' b_K} \frac{b_K l_p}{b_K/l_p + l_p/b_K} \text{ sec} \tag{16-26}$$

se è massiccio solo il nucleo polare, e da

$$T_{W1} \approx \frac{\mu_0 l_j q_K}{4\pi^2 \varrho \delta_j q_j} \frac{b_j h_j}{b_j/h_j + h_j/b_j} \text{ sec} \tag{16-27}$$

se è massiccio solo il giogo. $q_K = b_K l_p$ è la sezione del nucleo polare, $q_j = b_j h_j$ la sezione del giogo, δ_j il traferro tra il nucleo polare e il giogo, l_j la lunghezza del giogo tra i due poli e l_p la lunghezza del nucleo polare. L'influenza dei campi armonici (μ e $\nu > 1$) sui fenomeni transitori è estremamente modesta, essendo imperfetto il loro concatenamento con l'avvolgimento. La direzione dei campi armonici rispetto alla superficie di sezione del nucleo massiccio è diversa e il flusso risultante è piccolo. Così, ad esempio, per $\nu = \mu = 3$ si hanno 9 flussi parziali, mentre il flusso risultante ha un valore uguale a quello di un solo flusso parziale. Per tale ragione, considerando un avvolgimento di eccitazione è possibile trascurare la totalità dei campi superiori.

Poichè le correnti parassite sono localizzate in prossimità della superficie del nucleo polare, cioè in vicinanza dell'avvolgimento di eccitazione, la concatenazione tra quest'ultimo e il flusso dovuto alle correnti parassite stesse è molto elevata. In pratica si può quindi trascurare nella (16-20) l'azione del campo di dispersione.

Come si vedrà al paragrafo 16.2.3, può essere trascurata anche l'azione delle spire di indotto chiuse in corto circuito nella zona di commutazione di una macchina a corrente continua. La costante di tempo dell'avvolgimento di indotto di tale tipo di macchina è già sensibilmente inferiore rispetto a quella dell'avvolgimento di eccitazione. La resistenza di contatto delle spazzole riduce ulteriormente la costante di tempo delle

matasse chiuse o in corto circuito, in modo che essa influisce assai poco sulla costante di tempo risultante.

L'effetto dell'avvolgimento smorzatore nelle macchine sincrone non può invece essere trascurato. Ci si occuperà quindi in modo particolare della costante di tempo dell'avvolgimento smorzatore. Esiste infatti una particolare concatenazione di questo avvolgimento con il campo principale e una non trascurabile dispersione tra l'avvolgimento smorzatore e quello d'eccitazione. La costante di tempo con cui variano le correnti parassite, può essere determinata sperimentalmente se non si ha nessun altro avvolgimento chiuso in corto circuito (ad esempio avvolgimento smorzatore). A tal fine si traccia per mezzo di un oscillografo l'andamento della tensione ai capi dell'avvolgimento di eccitazione o di quello di indotto quando l'avvolgimento di eccitazione viene disinserito. Un oscillogramma di questo tipo è riportato in fig. 16.2. Esso rappresenta l'andamento della tensione di indotto quando si disinserisce l'avvolgimento di eccitazione di una macchina a corrente continua. Una parte del flusso, che corrisponde all'insieme dei campi superiori (57% circa) si annulla assai rapidamente in concordanza con la (4-173). Il flusso residuo si annulla secondo una costante di tempo $T_{W1} \approx 0{,}34$ sec.

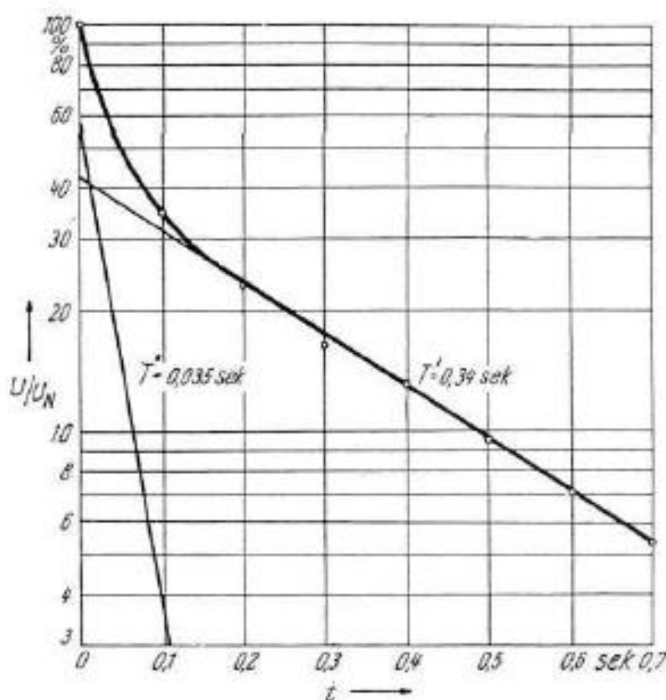


Fig. 16-2. - Andamento della tensione di indotto di una macchina a corrente continua per disinserzione dell'eccitazione.

La costante di tempo T_{W1} con cui variano le correnti parassite è compresa tra 0,1 e 0,5 sec circa. Se si indica con d l'altezza complessiva dei conduttori nudi di un lato di matassa dell'avvolgimento di eccitazione, è $Q_{E,\,Cu} = bl_K$ ed $l_E \approx 2(b_K + l_p)$. Il rapporto tra le due costanti è quindi espresso da

$$\frac{T_{W1}}{T_e} \approx \frac{\varrho_{Cu} b_K}{\pi^2 \varrho_{Fe} d} \, \frac{2\,(1 + l_p/b_K)}{b_K/l_p + l_p/b_K} \,. \tag{16-28}$$

Per $l_p/b_K > 1$ il secondo fattore della (16-28) è circa 2,2, inoltre è $\varrho_{Cu}/\varrho_{Fe} \approx \approx 0{,}1$. Per il rapporto delle costanti di tempo si ottiene quindi la seguente espressione:

$$\frac{T_{W1}}{T_e} \approx 0{,}022\, b_K/d.$$

La costante di tempo delle correnti parassite per nuclei polari mas-

sicci è tanto più elevata quanto più grandi sono le dimensioni dei nuclei polari e quanto più sottili le matasse di eccitazione. Nei turbogeneratori essa è quindi massima.

Per il caso in cui si abbia un giogo massiccio, non è possibile stabilire nessun rapporto semplice tra le due costanti di tempo. Dalle (16-28) e (16-27), tuttavia, si riconosce che la costante di tempo delle correnti parassite non dipende solo dal rapporto l_j/δ_j ma anche dalla forma della sezione del giogo. Così per $b_j/h_j = 10$ la costante diminuisce fino a un decimo del valore che ha per $b_j = h_j$.

La costante di tempo dell'avvolgimento induttore viene spesso denominata costante di tempo a vuoto, come nelle macchine sincrone. Specialmente nei paesi anglosassoni viene chiamata anche costante di tempo a circuito aperto. Per i generatori a corrente continua e a corrente alternata il fatto che l'avvolgimento di indotto sia aperto significa che la macchina è in funzionamento a vuoto. Nelle macchine a induzione il funzionamento a vuoto, cioè il funzionamento sincrono, può essere immaginato anche come funzionamento con avvolgimento rotorico aperto. La costante di tempo a vuoto viene indicata per questo con l'indice 0. Il flusso è dato dalla somma del flusso fondamentale e di quello disperso. Quando sono presenti le correnti parassite, si hanno due costanti di tempo e cioè la transitoria

$$T_{d_0}' \approx T_E\,(1 + \sigma_E) + T_{W1} \qquad (16.29)$$

e la subtransitoria secondo la equazione:

$$T_{d0}'' \approx \frac{\sigma_{EW} T_E (1 + \sigma_E) T_{W1}}{T_E(1 + \sigma_E) + T_{W1}} \qquad (16\text{-}30)$$

dove σ_E è il coefficiente di dispersione dell'avvolgimento induttore e σ_{EW} il coefficiente di dispersione tra i circuiti delle correnti parassite e l'avvolgimento induttore.

La costante di tempo dell'avvolgimento induttore, cioè la costante di tempo a vuoto transitoria, si può esprimere anche attraverso i valori della reattanza e della resistenza e cioè con la

$$T_{d0}' = \frac{X_{hd} + X_{2\sigma}}{\omega_1 R_2}\,. \qquad (16\text{-}31)$$

16.2.3. Costante di tempo dell'avvolgimento di indotto di una macchina a corrente continua

L'avvolgimento di indotto di una macchina a corrente continua è concatenato con diversi campi che ne determinano la costante di tempo. Il campo più importante è quello trasversale (o di reazione di armatura) che si chiude attraverso le espansioni polari, inoltre si hanno i campi di dispersione e quello di commutazione.

In primo luogo determineremo la costante di tempo del campo trasversale, il cui andamento al traferro è tracciato in fig. 16.3a. Il valore massimo dell'induzione alla estremità dell'espansione polare è

$$B_m = \frac{\mu_0 A b}{2\delta}. \tag{16-32}$$

Possiamo ricondurre l'andamento del campo a quello di un campo di cava (fig. 13.3b); in tal caso il numero di spire di una matassa collocata in una cava sarà espresso dalla

$$w_\tau = z/8ap$$

in cui z è il numero totale dei conduttori di indotto.

Di queste spire è concatenata con il flusso solo la parte

$$S = w_\tau \frac{b}{\tau} = \frac{zb}{8ap\tau},$$

dato che trascuriamo di proposito il flusso nell'intervallo tra i poli. Questo flusso è ben concatenato con l'avvolgimento di indotto, ma viene ridotto dal flusso di commutazione di segno contrario. Il flusso di commutazione, cui corrisponde una induttanza che verrà sommata a quella dell'avvolgimento di indotto, ha una direzione opposta rispetto a quella del flusso di indotto. Per tale ragione si possono sommare le due induttanze. Si tornerà ancora sul problema della valutazione dell'induttanza corrispondente al flusso di commutazione; ma per ora si considererà solo il flusso sotto le espansioni polari.

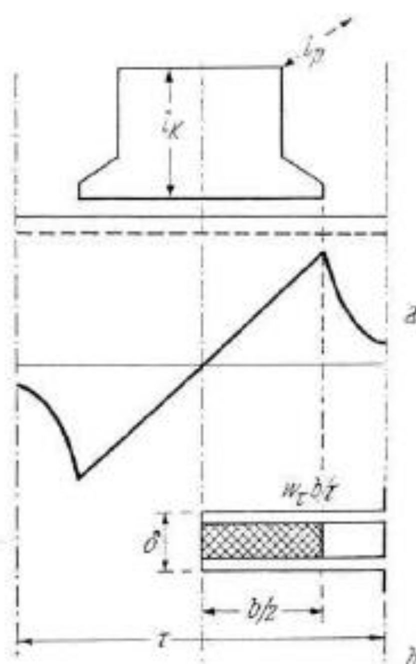


Fig. 16-3. - a) andamento del campo trasversale di una macchina a corrente continua e b) schema equivalente per il campo trasversale.

Si suppone dapprima che le espansioni polari siano lamellate, così che non si debba tener conto delle correnti parassite. Per il calcolo dell'induttanza si può applicare la

$$L_a = 2pqS^2\mu_0 l_p \lambda_N \tag{16-33}$$

che dà l'induttanza di una fase di un avvolgimento di indotto [cfr. la (13-2)]. È bene tener presente che in questo caso il numero di spire per fase è $w = bz/4a\tau$, il numero di cave per polo e fase è $q = 2$, il coefficiente della permeanza è $\lambda_N = b/6\delta$ e il numero di conduttori per cava è $S = w/pq = zb/4ap\tau$. Con questi valori si ottiene la seguente induttanza dell'avvolgimento di indotto:

$$L_a = \frac{\mu_0}{24}\left(\frac{z}{c}\right)^2\left(\frac{b}{\tau}\right)^3 \frac{\tau l_p}{p\delta} \tag{16-34}$$

in cui z rappresenta il numero totale dei conduttori di indotto e $c = 2a$ il numero delle vie in parallelo. La costante di tempo è

$$T_a = L_a/R_a. \tag{16-35}$$

Se le espansioni polari non sono lamellate, ma ricavate insieme al nucleo da un pezzo massiccio, si deve considerare pure l'effetto dei circuiti delle correnti parassite. Si determinerà appunto la costante di tempo ad essi relativa, costante che per la (13-20) dovremo sommare a quella dell'avvolgimento già ottenuta. Servendoci dello schema equivalente di fig. 16.3*b*, possiamo stabilirne un'altro, indicato in fig. 16.4*a*. In questo ultimo schema si suppone che il flusso totale d'indotto sia localizzato su di un terzo dell'altezza di una cava fittizia, cioè su un tratto alto $b/6$, e che tale tratto si trovi a una altezza $b/3$ dal fondo della cava. La parte massiccia che rappresenta l'espansione e il nucleo polare è indicata a destra. Questa disposizione può inoltre essere ricondotta a quella di fig. 16.4*b*. La larghezza del pezzo massiccio è la lunghezza l_K del nucleo polare e la sua lunghezza è $b/3$. Per la (4-172) la costante di tempo del polo massiccio è espressa dalla:

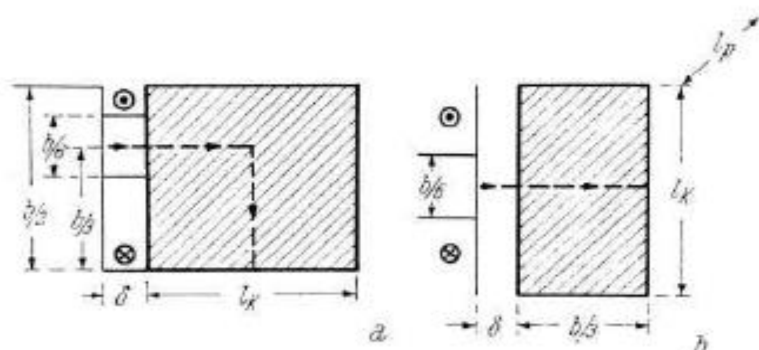


Fig. 16-4. -

$$T_{W1} \approx \frac{\mu_0 b^2}{18\pi^2 \varrho_{Fe} \delta} \frac{l_p}{l_K/l_p + l_p/l_K} \text{ sec.} \tag{16-36}$$

Se ad esempio è $l_p = 0{,}5$ m, $b = 0{,}3$ m, $l_K = 0{,}2$ m, $\delta = 0{,}005$ m e $\varrho = 0{,}25 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m, la costante di tempo del polo massiccio è

$$T_{W1} = \frac{0{,}4\,\pi\,10^{-6} \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}5}{18 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}005\,(2{,}5 + 0{,}4)} = 0{,}088 \text{ sec.}$$

Si calcoli ora il contributo dei campi di dispersione all'induttanza dell'avvolgimento di indotto. L'induttanza relativa al flusso di dispersione alle cave è [cfr. la (13-2)]:

$$L_N = \frac{X_N}{2\pi f} = \frac{2w^2 \Lambda_N}{pq}. \tag{16-37}$$

Se si considera che è $w = z/2c$, $q = N/2p$ e $\Lambda_N = \mu_0 l \lambda_N$, essa sarà espressa dalla:

$$L_N = \left(\frac{z}{c}\right)^2 \frac{\mu_0 l \lambda_N}{N}. \tag{16-38}$$

Analogamente, l'induttanza relativa al flusso di dispersione frontale è:

$$L_S = \frac{2}{p} w^2 \mu_0 l_S \lambda_S = \left(\frac{z}{c}\right)^2 \frac{\mu_0 l_S \lambda_S}{2p} . \tag{16-39}$$

Per poter calcolare il valore dell'induttanza, scriviamo in altra forma la (16-38) e la (16-39), sostituendo z/c con le espressioni:

$$\frac{z}{c} = \frac{U_N}{2pnB_L bl} \quad \text{e} \quad \frac{z}{c} = \frac{2p\tau A}{I_N} . \qquad (16\text{-}40),\ (16\text{-}41)$$

Si ha:

$$L_N = \frac{\mu_0 U_N}{pnI_N} \frac{\tau p A \lambda_N}{bNB_L} \tag{16-42}$$

e

$$L_S = \frac{\mu_0 U_N}{pnI_N} \frac{\tau l_S A \lambda_S}{blB_L} \tag{16-43}$$

in cui U_N è la tensione nominale, I_N la corrente nominale, n il numero di giri, A la densità lineare di corrente, B_L l'induzione al traferro, l_S la lunghezza dei collegamenti frontali, l la lunghezza di indotto, λ_N il coefficiente della permeanza del circuito di dispersione alle cave, λ_S il coefficiente della permeanza del circuito di dispersione frontale ed N il numero delle cave. Molti fattori che figurano nelle (16-42) e (16-43) possono essere valutati approssimativamente, e cioè $\tau/b \approx 1{,}5$, $N/p \approx 20$, $A/B_L \approx \approx 10^5/3$, $l_S/l \approx 1$, $\lambda_N \approx 2$ e $\lambda_S \approx 0{,}25$. Si ottiene quindi:

$$L_N \approx 0{,}00625 \cdot U_N/I_N pn \tag{16-44}$$

e

$$L_S \approx 0{,}00785 \cdot U_N/I_N pn. \tag{16-45}$$

Analogamente si semplificano le (16-25) e (16-26), tenendo presente la (16-40) e le due relazioni

$$\tau/\delta = \varkappa B_L/A \tag{16-46}$$

e

$$\frac{b}{\tau} AB_L = \frac{P_N}{\pi^2 n D^2 l} = \frac{P_N}{4p^2\tau^2 nl} . \tag{16-47}$$

L'induttanza relativa al flusso di indotto risulta quindi

$$L_a = \left(\frac{b}{\tau}\right)^2 \frac{U_N}{pnI_N} \frac{\varkappa \mu_0}{24} . \tag{16-48}$$

Con i normali valori di $\varkappa \approx 3 \cdot 10^{-6}$ e $b/\tau \approx 1{,}5$, si ottiene:

$$L_a \approx 0{,}070 \cdot U_N/I_N pn. \tag{16-49}$$

Resta ancora da eseguire la valutazione approssimata dell'induttanza relativa al flusso di commutazione. Per semplicità si considera il caso in

cui è $p = 1$. La f.e.m. indotta nella matassa in commutazione è espressa dalla:

$$e = \frac{2\,(L_N + L_S)}{N}\,\frac{\Delta I}{\Delta t}\,. \tag{16-50}$$

Con $\Delta I = 2I_n$ e $\Delta t = b_{Kz}/v_a$, in cui b_{Kz} è l'ampiezza della zona di commutazione e v_a la velocità periferica di indotto, si ottiene la seguente f.e.m.:

$$e = \frac{4\,(L_N + L_S)\,I_N\,v_a}{Nb_{KZ}}\,. \tag{16-51}$$

La f.e.m. indotta dal flusso di commutazione Φ_K è:

$$e = 2v_a B_{LK} l = 2v_a \Phi_K / b_{KZ} = v_a L_K I_n / b_{KZ}. \tag{16-52}$$

Poichè la f.e.m. di autoinduzione dovuta ai campi di dispersione è uguale a quella indotta dal flusso di commutazione, dalla (16-51) e dalla (16-52) si ottiene:

$$L_K = 4\,(L_N + L_S)/N. \tag{16-53}$$

A causa della elevata dispersione tra il flusso di commutazione e l'avvolgimento di commutazione, tale flusso deve essere sensibilmente più elevato del valore teorico che risulterebbe dalla (16-53). Si valuta che sia:

$$L_K \approx 12\,(L_N + L_S)/N. \tag{16-54}$$

Per numero di cave per paia di poli pari a $N = 20$ si ottiene:

$$L_K \approx 0{,}6\,(L_N + L_S). \tag{16-55}$$

L'induttanza dell'avvolgimento di indotto, compresa l'induttanza relativa ai flussi di dispersione e quella dell'avvolgimento collocato sui poli ausiliari è

$$L_A \approx L_a + 1{,}6\,(L_N + L_S) \approx 0{,}093 \cdot U_N / I_N pn. \tag{16-56}$$

Per le macchine con avvolgimento compensatore manca il termine L_a, mentre figura quello relativo ai flussi di dispersione dell'avvolgimento di compensazione. Con il valore $L_{comp} \approx 0{,}7\,(L_N + L_S)$, valutato approssimativamente, si ottiene l'induttanza:

$$L_A \approx 2{,}3\,(L_N + L_S) \approx 0{,}033\,U_N / I_N pn. \tag{16-57}$$

Umansky e Linville hanno proposto per l'induttanza dell'avvolgimento di indotto una formula sperimentale [16.1]. Essa è simile alla (16-56) e alla (16-57) rispettivamente nei due casi considerati, solo che i coefficienti sono 0,095 e 0,039, e concorda quindi abbastanza bene con la formula da noi introdotta. La (16-56) è stata confermata anche da prove sperimentali e si è dimostrata applicabile in pratica.

Se si indica con $\varkappa = U_N / R_A I_N$ l'inverso della caduta di tensione ohmica riferita alla tensione nominale, nella serie costituita dall'avvolgi-

mento di indotto, dall'avvolgimento di commutazione, dall'avvolgimento compensatore e dal contatto spazzole-lame, la costante di tempo dell'avvolgimento di indotto è espressa dalla:

$$T_A \approx (0{,}093 \div 0{,}033) \frac{\varkappa}{pn} \text{ sec.} \tag{16-58}$$

Un grande generatore a corrente continua a poli lamellati ha le seguenti caratteristiche: $p = 4$, $n = 750$ U/min e $\varkappa = 66{,}6$. Se non esiste nessun avvolgimento compensatore, la costante di tempo dell'avvolgimento di indotto è $T_A = 0{,}093 \cdot 66{,}6/4 \cdot 12{,}5 = 0{,}124$ sec e se si ha avvolgimento compensatore è $T_A \approx 0{,}044$ sec.

16.2.4. Costanti di tempo relative al flusso longitudinale e a quello trasversale di una macchina sincrona per lenti cambiamenti di stato (Pendolazioni)

L'andamento nel tempo del flusso di una macchina sincrona durante le pendolazioni del rotore dipende dalle costanti di tempo del flusso longitudinale e di quello trasversale. Come è noto, per semplificare il calcolo matematico, si scompone il flusso totale della macchina in flusso longitudinale e flusso trasversale. La presenza dell'avvolgimento statorico non influisce sensibilmente sull'andamento del fenomeno nel funzionamento a vuoto o a carico nominale. La resistenza che rappresenta il carico è molto elevata e la costante di tempo dell'avvolgimento statorico risulta tanto piccola che la si può trascurare. Diverso è invece il comportamento dell'avvolgimento di eccitazione, di quello smorzatore e dei circuiti sede delle correnti parassite. Essi sono chiusi in corto circuito ed esercitano quindi un'azione determinante sul flusso magnetico.

L'andamento nel tempo del flusso longitudinale è determinato principalmente dall'avvolgimento di eccitazione, la cui costante di tempo è stata già studiata nel capitolo 15.2.2. Essa è dell'ordine di grandezza variabile tra 3 e 15 sec. Ad essa si deve aggiungere poi la costante di tempo dell'avvolgimento smorzatore e quella dei circuiti sede delle correnti parassite, relative al campo fondamentale. Tuttavia l'apporto di questi ultimi circuiti alla costante risultante è relativamente piccolo. L'andamento del tempo del flusso trasversale è determinato solo dalla costante di tempo dell'avvolgimento smorzatore e dei circuiti delle correnti parassite (nel caso di poli massicci).

È da notare che le costanti di tempo dell'avvolgimento smorzatore e dei circuiti delle correnti parassite per il flusso longitudinale e per quello trasversale sono diverse.

Calcoliamo ora le costanti di tempo relative ai circuiti delle correnti parassite nel caso di poli massicci. Per ottenere formule semplici, è necessario però apportare delle considerevoli semplificazioni. I risultati del calcolo debbono pertanto essere considerati valori non esatti, ma solo approssimati. Ciò vale soprattutto lungo l'asse trasversale.

In primo luogo si consideri il campo longitudinale della macchina a

poli salienti. Per poter applicare la (4-172) è necessario ricondurre il campo distribuito sinusoidalmente al traferro ad un campo fittizio con induzione costante B_K, avente sezione uguale a quella del nucleo polare massiccio $b_K lp = b_K l$. Eguagliando i due flussi si ricava la condizione:

$$B_L \beta 2\tau/\pi = B_K b_K \tag{16-59}$$

in cui $B_L\beta = B_1$ rappresenta il valore dell'induzione al traferro di armonica fondamentale. Inoltre si impone che le tensioni magnetiche per il traferro effettivo δ_0 e per quello fittizio δ siano uguali, cioè:

$$B_L \delta_0 = B_K \delta. \tag{16-60}$$

Si ricava quindi il valore del traferro fittizio:

$$\delta = \delta_0 \frac{\pi b_K}{2\beta\tau} \tag{16-61}$$

e la costante di tempo

$$T_{3do} = \frac{2\mu_0 l_K \beta\tau}{\pi^3 \delta_0 \varrho_{Fe}} \frac{l}{b_K/l + l/b_K}. \tag{16-62}$$

Per $b_K = l_K = 0{,}20$ m, $\delta_0 = 0{,}01$ m, $\tau = l = 0{,}50$ m, $\beta = 1$ e $\varrho_{Fe} = 0{,}2 \cdot \cdot 10^{-6}$ Ωm risulta la seguente costante di tempo relativa al flusso longitudinale:

$$T_{3d} = \frac{0{,}8\,\pi \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}2 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5}{\pi^3\, 0{,}01 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6}\,(2{,}5 + 0{,}4)} = 0{,}70 \text{ sec.}$$

Consideriamo ora l'asse trasversale e supponiamo che la metà dell'armonica fondamentale del flusso (superficie tratteggiata di fig. 16.5) attraversi il nucleo polare in senso trasversale. In realtà è solo una piccola parte del flusso (in prossimità della mezzeria del polo) che attraverso l'espansione polare, caricando il nucleo polare solo parzialmente. Questo flusso è tuttavia piccolo e anche i campi di ordine superiore non esercitano una influenza determinante, dato che si chiudono sulle espansioni polari e non penetrano nel nucleo del polo. Riconduciamo ora l'armonica fondamentale del flusso trasversale con induzione B_q ad un flusso fittizio a induzione costante B. Se si indica con δ_q il traferro nel primo caso e con δ quello fittizio nel secondo, uguagliando i due flussi, si avrà:

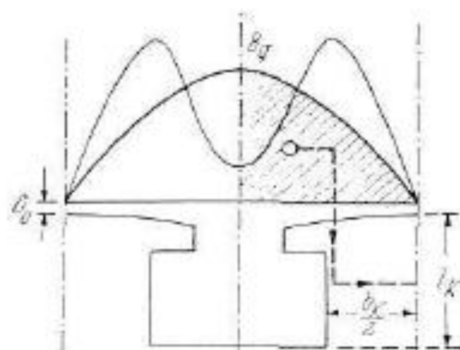


Fig. 16-5. - Per il calcolo della costante di tempo del flusso trasversale.

$$\frac{1}{2} \frac{2}{\pi} \tau B_q = B\, l_K. \tag{16-63}$$

Inoltre, uguagliando le tensioni magnetiche, che devono essere uguali nei

due casi, si ha:

$$B\delta = B_q\delta_q. \tag{16-64}$$

Se si traspone la stessa tensione magnetica dall'asse trasversale a quello longitudinale, è:

$$B_q\delta_q = B_1\delta_0 \tag{16-65}$$

in cui B_1 rappresenta il valore dell'armonica fondamentale dell'induzione secondo l'asse longitudinale. Dalle (16-63) e (16-64) risultano il traferro fittizio:

$$\delta = \delta_0 \frac{\pi l_K}{\tau k_q} \tag{16-66}$$

e la costante di tempo del flusso trasversale

$$T_{3qo} = \frac{\mu_0 b_K \tau k_q}{2\pi^3 \delta_0 \varrho_{Fe}} \frac{l}{l_K/l + l/l_K} \tag{16-67}$$

in cui $k_q = B_q/B_1$ è il fattore di campo trasversale. Per l'esempio assunto precedentemente con $k_q = 0{,}45$, si ottiene la seguente costante di tempo per il flusso trasversale:

$$T_{3q} = \frac{0{,}4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}5}{2\,\pi^3 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6}\,(2{,}5 + 0{,}4)} = 0{,}08 \text{ sec.}$$

La costante di tempo del flusso trasversale è quindi notevolmente minore (circa 10 volte) di quella del flusso longitudinale. Ciò si spiega se si considera che il flusso magnetico trasversale ha un percorso più lungo in aria.

Nelle macchine a poli non salienti la differenza nella costruzione del rotore rispetto ai due assi è piccola. Per tale ragione le costanti di tempo del flusso longitudinale e di quello trasversale sono praticamente uguali. Se si sostituisce il motore a sezione circolare con un rotore fittizio a sezione quadrata (vedi la fig. 16.6) con lato uguale $\Delta \approx a \approx \approx D/\sqrt{2}$, $b = l$ e $\delta = 2\delta_0$, per la (4-171) la costante di tempo è espressa dalla:

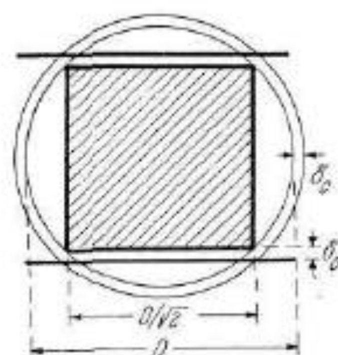


Fig. 16-6. - Schema equivalente per il rotore massiccio a sezione circolare.

$$T_{3q} \approx T_{3d} \approx \frac{D^2\mu_0}{4\sqrt{2}\pi^2 \varrho_{Fe}\delta_0} \frac{l}{l/D + D/2l}. \tag{16-68}$$

Nelle macchine bipolari è $l \gg D$ e quindi la costante di tempo è praticamente indipendente dalla lunghezza del rotore per cui è:

$$T_{3q} \approx T_{3d} \approx \frac{D^3\mu_0}{4\sqrt{2}\pi^2 \varrho_{Fe}\delta_0}. \tag{16-69}$$

In un turbogeneratore avente $D = 1$ m, $\delta_0 = 0{,}04$ m e $\varrho_{Fe} = 0{,}25 \cdot 10^{-}$ Ωm le costanti di tempo sono:

$$T_{3q} \approx T_{3d} \approx \frac{0{,}4 \cdot \pi \cdot 10^{-6}}{4\sqrt{2}\pi^2 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-6}} = 2{,}25 \text{ sec.}$$

È possibile determinare la costante di tempo del flusso trasversale anche sperimentalmente. L'angolo ϑ di sfasamento tra la f.e.m. indotta dalla ruota polare e la tensione ai morsetti della macchina è praticamente proporzionale alla caduta di tensione, e dipende dal campo trasversale e dalla dispersione statorica. Se si disinserisce improvvisamente la macchina dalla rete sotto carico, i campi di dispersione scompaiono istantaneamente e l'angolo ϑ si riduce quindi di una certa parte ϑ_G. La differenza $(\vartheta - \vartheta_G)$, dipendente dalla caduta di tensione trasversale, si annulla invece lentamente secondo le costanti di tempo del flusso trasversale. Come si è già trovato al paragrafo 4.5.4, il rapporto delle due costanti di tempo è circa $1/10 \div 1/30$. Il contributo dei campi superiori è invece generalmente più elevato di quello calcolato teoricamente per un nucleo massiccio, e cioè il 34% (vedi paragrafo 4.5.4). Ciò dipende in primo luogo dal fatto che il rotore non ha forma quadrata (fig. 16-6) e in secondo luogo dalla presenza di una specie di avvolgimento smorzatore costituito dalle chiavette delle cave e dalle cappe rotoriche.

Nel caso di poli laminati, l'avvolgimento smorzatore è quello che determina le costanti di tempo dei due flussi. Se si suppone che nelle barre circolino correnti uguali e che il traferro della macchina sia costante (circa $1{,}5\ \delta_0$), si può ricondurre il campo sotto la metà del passo polare al campo trasversale in una cava. Se si trascura il campo nell'intervallo tra i poli, le induttanze relative al flusso longitudinale e a quello trasversale sono uguali. Si ottiene:

$$\lambda_N = b/2 \cdot 3 \cdot 1{,}5\delta_0 = b/9\delta_0, \quad L = \mu_0\left(\frac{N}{4p}\right)^2 \frac{bl}{9\delta_0}, \quad R = \varrho_{Cu} \cdot \frac{N_D l}{4pq_D}$$

(16-70), (16-71), (16-72)

e per le costanti di tempo:

$$T_{3d} = T_{3q} = \frac{L}{R} = \frac{\mu_0 N_D q_D b}{32\varrho_{Cu} p \delta_0} \tag{16-73}$$

in cui N_D è il numero di cave dell'avvolgimento smorzatore e q_D la sezione di una barra di smorzamento; nel calcolo si è trascurato di considerare la resistenza dell'anello che riduce la costante di tempo, ma è sufficiente considerare la resistenza della barra maggiorata di una certa quantità. La correzione è necessaria solo nel calcolo della costante di tempo del flusso trasversale, dato che in questo caso, a causa dell'intervallo tra i poli, la lunghezza dell'anello di corto circuito da considerare è sensibilmente maggiore che nello studio secondo l'asse longitudinale. Per una macchina con $b = 0{,}333$ m, $\delta_0 = 0{,}01$ m, $N_D/p = 12$, $q_D = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ m² e $\varrho_{Cu} = 0{,}02 \cdot$

$\cdot 10^{-6}\ \Omega$m si ottengono le seguenti costanti di tempo:

$$T_{3d} = T_{3q} = \frac{0{,}4\pi \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}333}{32 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}01} = 0{,}196 \text{ sec.}$$

Volendo calcolare più esattamente le costanti di tempo, è necessario considerare l'effettiva distribuzione della corrente nell'avvolgimento smorzatore e l'ampiezza variabile del trasferro. La distribuzione della corrente nella barra, se la frequenza non è elevata, è data con una certa approssimazione da un tratto di curva sinusoidale, come si vede da fig. 16.7*b*

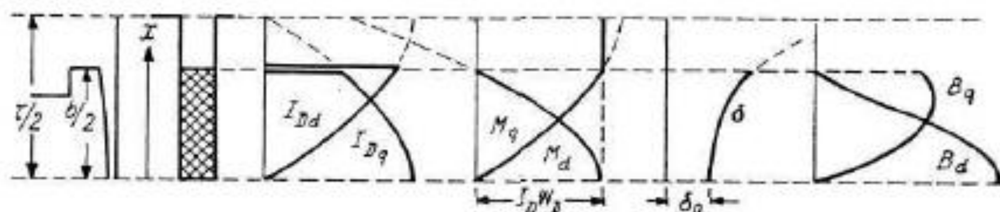


Fig. 16-7. - *a*) macchina a poli salienti con avvolgimento smorzatore; *b*) distribuzione della corrente nell'avvolgimento smorzatore secondo i due assi di simmetria per frequenza di pendolazione bassa; *c*) distribuzione delle tensioni magnetiche; *d*) ampiezza del traferro; *e*) distribuzione delle induzioni.

[2-13]. Lungo l'asse diretto la tensione magnetica tra la superficie statorica e quella polare ad una distanza x dalla mezzeria del polo è:

$$M(x) = I_D w_D \frac{\cos \pi x/\tau - \cos \pi b/2\tau}{1 - \cos \pi b/2\tau} \tag{16-74}$$

e l'intensità di campo:

$$H(x) = \frac{I_D w_D}{\delta_0} \frac{(\cos \pi x/\tau - \cos \pi b/2\tau) \cos \pi x/\tau}{1 - \cos \pi b/2\tau} \tag{16-75}$$

in cui $I_D w_D$ rappresenta la f.m.m. totale sotto un mezzo passo polare. L'induttanza dell'avvolgimento smorzatore sotto una metà di polo si ricava dall'espressione dall'energia magnetica al traferro. Per $I_D = 1$, $w_D = N_D/4p$ e $dv = \delta_0 dx/\cos \pi x/\tau$, si ricava:

$$L_d = \frac{\mu_0 l}{2} \int_0^{b/2} H^2 dv = \frac{\mu_0 l \tau}{2\pi\delta_0} \left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \frac{\frac{3}{2} \operatorname{sen} \pi b/2\tau + \frac{1}{6} \operatorname{sen} 3\pi b/2\tau - \frac{\pi b}{2\tau} \cos \pi b/2\tau}{(1 - \cos \pi b/2\tau)^2}. \tag{16-76}$$

Per $b/\tau = 2/3$ l'espressione si semplifica e diventa:

$$L_d = \frac{l\tau}{\delta_0} \left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 10^{-7} \text{ Henry.} \tag{16-77}$$

La costante di tempo del flusso longitudinale per resistenza data dalla (16-72) è espressa dalla:

$$T_{3d} = L/R = \frac{N_D \tau q_D \cdot 10^{-7}}{4p\delta_0 \varrho_{Cu}} \text{ sec.} \tag{16-78}$$

Nell'esempio numerico già citato questa costante sarà:

$$T_{3d} = \frac{12 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6}} = 1{,}9 \text{ sec.}$$

All'induttanza secondo l'asse trasversale contribuiscono sia il flusso sotto il polo quanto il flusso nell'intervallo tra i poli. Per il primo flusso si ha:

$$M(x) = I_D w_D \frac{\operatorname{sen} \pi x/\tau}{\operatorname{sen} \pi b/2\tau} \tag{16-79}$$

e

$$H(x) = \frac{I_D w_D}{\delta_0} \frac{\operatorname{sen} \pi x/\tau \cos \pi x/\tau}{\operatorname{sen} \pi b/2\tau}. \tag{16-80}$$

L'induttanza è

$$L_q' = \frac{l\mu_0}{2}\int_0^{b/2} H^2 dv = \frac{l\mu_0\tau}{6\pi\delta_0}\left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \operatorname{sen} \pi b/2\tau. \tag{16-81}$$

Per il flusso nell'intervallo tra i poli è

$$H(x) = \frac{I_D w_D}{\delta_0} \cos \pi x/\tau \tag{16-82}$$

e l'induttanza relativa è:

$$L_q'' = \frac{l\mu_0}{2}\int_{b/2}^{\tau/2} H^2 dv = \frac{l\mu_0\tau}{2\pi\delta_0}\left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 (1 - \operatorname{sen} \pi b/2\tau). \tag{16-83}$$

L'induttanza totale secondo l'asse trasversale è

$$L_q = L_q' + L_q'' = \left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \frac{l\mu_0\tau}{2\pi\delta_0} (1 - \tfrac{2}{3} \operatorname{sen} \pi b/2\tau). \tag{16-84}$$

Per $b/\tau = 2/3$ diventa:

$$L_q = 0{,}422\left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \frac{l\mu_0\tau}{2\pi\delta_0} \tag{16-85}$$

e la costante di tempo:

$$T_{3q} = L_q/R_q = 0{,}422 \frac{\mu_0 N_D \tau q_D}{8\pi p\delta_0 \varrho_{Cu}} \text{ sec.} \tag{16-86}$$

Nell'esempio citato, la costante di tempo vale:

$$T_{3q} = \frac{0{,}422 \cdot 0{,}4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot \pi \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6}} = 0{,}16 \text{ sec.}$$

Tale costante diminuisce se si considera la resistenza dell'anello, qui trascurata.

Nei turbogeneratori si ha spesso un avvolgimento smorzatore costituito dalle chiavette di chiusura delle cave e dalle cappe rotoriche. La disposizione delle barre rispetto alla mezzeria del polo è quindi diversa da quella che si ha nelle macchine a poli salienti. Supponendo uguali le correnti nelle barre [cfr. la (16-17)], l'induttanza longitudinale per metà del passo polare è:

$$L_d \approx \mu_0 l \left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \left(\frac{b}{6\delta} + \frac{\tau - b}{2\delta}\right). \tag{16-87}$$

Per $b/\tau = 2/3$ (b è la parte di passo polare provvista di cave) si ha:

$$L_d = \frac{\mu_0 l \tau}{\delta_0} \left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \frac{5}{18} \tag{16-88}$$

e la costante di tempo

$$T_{3d} = \frac{\mu_0 N_D q_D \tau}{\varrho_{Cu} p \delta} \, \frac{5}{72} \text{ sec.} \tag{16-89}$$

Secondo l'asse trasversale è quindi

$$L_q \approx \mu_0 l \left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \frac{b}{6\delta} \approx \frac{\mu_0 l \tau}{9\delta} \left(\frac{N_D}{4p}\right)^2 \tag{16-90}$$

e la costante di tempo è

$$T_{3q} = \frac{\mu_0 N_D q_D \tau}{\varrho_{Cu} p \delta} \, \frac{1}{36} \text{ sec.} \tag{16-91}$$

Il fenomeno transitorio secondo l'asse longitudinale nelle macchine fornite di avvolgimento smorzatore (con avvolgimento statorico aperto) viene determinato da due costanti di tempo. Esse si ottengono dalle equazioni (16-15) e (16-16) attraverso le sostituzioni seguenti:

$$T_1 = T_{2do}, \quad T_2 = T_{3do} \quad \text{e} \quad \sigma_{13} = \frac{(X_{hd} + X_{2\sigma})(X_{hd} + X_{3\sigma}) - X^2_{hd}}{(X_{hd} + X_{2\sigma})(X_{hd} + X_{3\sigma})}$$

da cui risulta

$$T' = T_{2do} + T_{3do} = \\ = \frac{(X_{hd} + X_{2\sigma})R_3 + (X_{hd} + X_{3\sigma})R_2}{\omega_1 R_2 R_3} \approx \frac{X_{hd} + X_{2\sigma}}{\omega_1 R_2} = T'_{do} \tag{16-92}$$

e

$$T'' = T_{do}'' = \frac{\sigma_{13} T_{2do} T_{3do}}{T_{2do} + T_{3do}} = \frac{X_{hd}(X_{2\sigma} + X_{3\sigma})}{\omega_1 R_3 (X_{hd} + X_{2\sigma}) + \omega_1 R_2 (X_{hd} + X_{3\sigma})} \approx \\ \approx \frac{1}{\omega_1 R_3} \left[X_{3\sigma} + \frac{X_{hd} X_{2\sigma}}{X_{hd} + X_{2\sigma}} \right] \tag{16-93}$$

dove T_{do}' e T_{do}'' sono rispettivamente le costanti di tempo a vuoto transitoria e subtransitoria. $T_{2do} = T_e$ è la costante di tempo propria dell'avvolgimento induttore e cioè con gli avvolgimenti statorico e smorzatore aperti. Essa differisce solo di poco dalla costante di tempo a vuoto transitoria. T_{3do} è la costante di tempo propria dell'avvolgimento smorzatore e cioè con gli avvolgimenti di statore e di induttore aperti. Gli indici o e d significano rispettivamente circuito di statore aperto e direzione longitudinale. In direzione trasversale esiste solo l'avvolgimento smorzatore con la costante di tempo

$$T_{qo}' = \frac{X_{hq} + X_{3\sigma}}{\omega_1 R_3}. \tag{16.94}$$

16.2.5. La costante di tempo delle macchine sincrone in corto circuito

Per rapidi fenomeni transitori si determinano fondamentalmente tre componenti di corrente di compensazione con le rispettive costanti di tempo ed una quarta componente a frequenza doppia che, essendo piccola rispetto all'altra, viene trascurata. Dalla (15-131) si ottiene la costante subtransitoria in corto circuito:

$$T_d'' \approx T_{3do}\left[\sigma_3 + \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}\right] \tag{16-95}$$

e la costante di tempo transitoria dalla equazione (15-129)

$$T_d' = T_{2do}(\sigma_1 + \sigma_2) + T_{3do}(\sigma_1 + \sigma_3) \approx T_{2do}(\sigma_1 + \sigma_2). \tag{16-96}$$

Queste costanti di tempo possono anche essere determinate per mezzo delle equazioni (15-120) e (15-121), se si osserva che con l'avvolgimento statorico in corto circuito, il campo al traferro si smorza fino al valore corrispondente alla reattanza

$$\frac{X_{hd}X_{1\sigma}}{X_{hd} + X_{1\sigma}} \approx X_{1\sigma}.$$

Se nelle equazioni (15-120) e (15-121) si sostituisce il valore indicato al posto della reattanza fondamentale X_{hd} si ottiene:

$$T_d' = \frac{1}{\omega_1 R_2}\left[X_{2\sigma} + \frac{X_{1\sigma}X_{hd}}{X_{1\sigma} + X_{hd}}\right] = \frac{X_d'}{\omega_1 R_2} \approx \frac{X_{1\sigma} + X_{2\sigma}}{\omega_1 R_2} \tag{16-97}$$

e

$$T_d'' = \frac{1}{\omega_1 R_3}\left[X_{3\sigma} + \frac{X_{1\sigma}X_{2\sigma}X_{hd}}{X_{1\sigma}X_{2\sigma} + X_{2\sigma}X_{hd} + X_{1\sigma}X_{hd}}\right] \approx$$

$$\approx \frac{1}{\omega_1 R_3}\left[X_{3\sigma} + \frac{X_{1\sigma}X_{2\sigma}}{X_{1\sigma} + X_{2\sigma}}\right]. \tag{16-98}$$

Per i fenomeni transitori secondo l'asse trasversale vengono determinate

le costanti di tempo T_q' e T_q'' i cui valori si ottengono dalle equazioni 16-97 e 16-98, se si pone per la reattanza fondamentale $X_{hq} = \infty$ e per la reattanza di dispersione dell'avvolgimento induttore il valore

$$T_q' = \infty \tag{16-99}$$

e

$$T_q'' = \frac{1}{\omega_1 R_3}\left[X_{3\sigma} + \frac{X_{1\sigma}X_{hq}}{X_{1\sigma} + X_{hq}}\right] \approx \frac{1}{\omega_1 R_3}[X_{1\sigma} + X_{3\sigma}]. \tag{16-100}$$

In generale tanto la resistenza R_3 quanto la reattanza di dispersione $X_{3\sigma}$ dell'avvolgimento smorzatore secondo i due assi possono essere diverse. Per ragione di semplicità, non facciamo ulteriori considerazioni in merito poichè di questa asimmetria si può certamente tener conto senza difficoltà. Nelle macchine con poli massicci la corrente transitoria consiste di parecchie componenti con le rispettive costanti di tempo. Queste componenti si possono determinare mediante una analisi grafica dell'oscillogramma su carta semilogaritmica. In certi casi è necessario determinare una costante di tempo transitoria equivalente per il fenomeno transitorio completo; si procede allora nel modo seguente. Le ricerche mostrano che la corrente transitoria consiste fondamentalmente di due parti: un piccolo termine di valore, I_A', a cui corrisponde una piccola costante di tempo T_A' ed un termine di maggiore entità, I_B' a cui corrisponde una grande costante di tempo T_B'.

La costante di tempo equivalente viene poi determinata per mezzo dell'equazione:

$$\int_0^\infty [I_A'\varepsilon^{-t/T_A'} + I_B'\varepsilon^{-t/T_B'}]\,dt = \int_0^\infty I_d'\varepsilon^{-t/T_d'}\,dt$$

da cui si ottiene:

$$T_d' = \frac{I_A'T_A' + I_B'T_B}{I_A' + I_B'}\,. \tag{16-101}$$

Nei grandi turboalternatori si ha:

$$I_A' = 0{,}3I_d', \quad T_B' = 1{,}7\,\text{sec} \quad \text{e} \quad T_A' = 0{,}65\,\text{sec},$$

da cui si ottiene il valore della costante di tempo equivalente:

$$T_d' = 1{,}7\;0{,}7 + 0{,}3 \cdot 0{,}65 \approx 1{,}38\,\text{sec.}$$

Per un generatore per impianti idraulici con poli lamellati e avvolgimento smorzatore si ha ad esempio $T_{2d} = 5$ sec, $T_{3d} = 0{,}3$ sec, $\sigma_1 = 0{,}13$, $\sigma_2 = 0{,}15$ e $\sigma_3 = 0{,}04$ per cui risulterà

$$T_d' \approx 5 \cdot 0{,}28 + 0{,}3 \cdot 0{,}17 = 1{,}45\ \text{sec}$$

e

$$T_d'' \approx 0{,}3\,(0{,}04 + 0{,}13 \cdot 0{,}15/0{,}28) = 0{,}033\ \text{sec},$$

tali valori coincidono con buona approssimazione con quelli di tab. 16.1.

TAB. 16-1. - Costanti di tempo delle macchine sincrone.

Sec.	T_a	T_{d_0}'	T_d'	T_d''
Poli lisci 500 MVA	0,6	10	1,3	0,025
200 MVA	0,35	8	1,2	»
50 MVA	0,20	12	1,0	»
Poli salienti 7,0 MVA/polo . . .	0,20	10	2,2	0,04
3,0 » . . .	0,18	8	1,8	»
1,0 » . . .	0,15	6	1,2	»

Per un turbogeneratore avente $D = 0{,}65$ m, $\delta = 0{,}021$ dalla (16-69) si ha:

$$T_{3d} \approx \frac{0{,}65^3 \cdot 0{,}4\pi \cdot 10^{-6}}{4\sqrt{2}\,\pi^2 \cdot 0{,}021 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-6}} = 1{,}2 \text{ sec.}$$

Per $T_{2d} = 4{,}5$ sec, $\sigma_1 = 0{,}12$, $\sigma_2 = 0{,}06$ e $\sigma_3 = 0{,}01$ si ottiene allora il seguente valore

$$T_d' \approx 4{,}5 \cdot 0{,}18 + 1{,}2 \cdot 0{,}13 = 0{,}97 \text{ sec.}$$

La costante di tempo subtransitoria è:

$$T_d'' \approx 1{,}2\,(0{,}01 + 0{,}12 \cdot 0{,}06/0{,}18) = 0{,}06 \text{ sec.}$$

La terza componente della corrente di compensazione è determinata dal flusso magnetico di statore. Per l'annullarsi di tale campo sono determinanti la resistenza utile di statore e l'induttanza di dispersione tra l'avvolgimento statorico e l'avvolgimento di eccitazione e quello smorzatore. L'induttanza di dispersione citata determina pure il valore massimo della corrente. Per le macchine simmetriche si ha:

$$T_a = \frac{X''}{\omega_1 R_1} \tag{16-102}$$

in cui R_1 è la resistenza dell'avvolgimento statorico aumentata di circa il $20 \div 30\%$ a causa delle perdite addizionali e X'' la reattanza subtransitoria. Per le macchine asimmetriche si ha

$$T_a = \frac{X''}{\omega R_1} = \frac{2X_d'' \cdot X_q''}{\omega R_1\,(X_d'' + X_q'')}\,. \tag{16-103}$$

Secondo la teoria biassiale si distinguono due induttanze di dispersione o due reattanze, e precisamente una secondo l'asse longitudinale X_d'' e l'altra secondo quello trasversale X_q''. Le reattanze X_d'' e X_q'' sono date spesso come valori riferiti all'impedenza di carico U_N/I_N. Se quindi per R_1 si assume pure il valore relativo, la (16-102) è valida anche per i

valori relativi. Per un turbogeneratore è $x_d'' = x_q'' = x'' = 0{,}15$ ed $r_1 = 0{,}002$ e per la (16-102) la costante di tempo è

$$T_a = \frac{0{,}15}{2\pi \cdot 50 \cdot 0{,}002} = 0{,}24 \text{ sec.}$$

16.2.6. Costanti di tempo della macchina asincrona

I fenomeni transitori che si verificano nelle macchine asincrone sono definiti da due costanti di tempo (vedi paragrafo 15.2.2), la prin a delle quali si riferisce all'annullarsi del campo dell'avvolgimento statorico e dipende dall'induttanza di dispersione σL_1 e dalla resistenza statorica R_1:

$$T_{\sigma 1} = \frac{\sigma L_1}{R_1}. \tag{16-104}$$

La seconda costante si riferisce all'annullarsi del campo dell'avvolgimento rotorico e il suo valore è

$$T_{\sigma 2} = \frac{\sigma L_2}{R_2}. \tag{16-105}$$

Data la struttura simmetrica del rotore e dello statore, le due costanti di tempo sono praticamente *uguali* e *cioè:*

$$T_{\sigma 1} \approx T_{\sigma 2} \approx T_\sigma. \tag{16-106}$$

Il valore di T_σ è dato in fig. 16.8 in funzione della potenza. I valori misurati sono inferiori di circa il $15 \div 30\%$ rispetto a quelli calcolati. La costante T_σ è determinante *per i fenomeni che si verificano a velocità elevata.* Per macchina ferma sono determinanti altre costanti di tempo (cfr. paragrafo 15.2.1) e cioè:

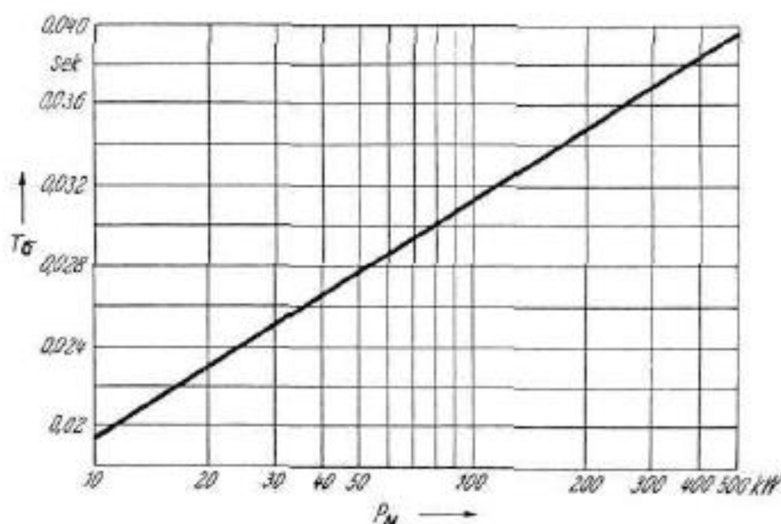


Fig. 16-8. - La costante di tempo delle macchine asincrone.

$$T_{\sigma 12} = \frac{L + L_h}{R} \tag{16-107}$$

e

$$T_{2\sigma} = \frac{L - L_h}{R}. \tag{16-108}$$

La prima ($T_{\sigma 12}$) esprime il tempo in cui si annullano il campo principale

e la corrente di magnetizzazione ed è sensibilmente maggiore di T_σ; la seconda ($T_{2\sigma}$) esprime il tempo in cui si annullano i campi di dispersione e della corrente di compensazione. Essa è circa pari alla metà di T_σ, essendo $L_1 - L_h \approx L_2 - L_h \approx L_2\sigma/2$.

Se si disinserisce dalla rete la macchina asincrona con avvolgimento rotorico chiuso in corto circuito, il suo campo rotante si annulla secondo la costante di tempo:

$$T_{o2} = \frac{L_2}{R_2} \approx \frac{1}{2} T'_{o12} \qquad (16\text{-}109)$$

dell'ordine di grandezza compreso tra 0,1 e 0,5 sec.

L'andamento dei fenomeni transitori è definito dal valore della reattanza di dispersione delle macchine a induzione con rotore avvolto, poichè esiste solo un termine di corrente transitoria. In analogia con le macchine sincrone si avranno due termini di corrente transitoria nei motori con rotore a doppia gabbia [15.24, 15.29]. Queste componenti di corrente si manifestano all'atto della reinserzione delle macchine sulla rete mentre sono ancora in movimento, ovvero quando si verifichi un corto circuito sulla rete di alimentazione. Infine la reattanza di dispersione X_σ risulta analoga alla reattanza transitoria e la reattanza di cortocircuito X_K alla reattanza subtransitoria.

17. FORZE MECCANICHE

Nei fenomeni di trasformazione dell'energia elettrica in energia meccanica si determinano nei motori forze diverse che sollecitano le varie parti dei motori stessi. Per poter contenere le sollecitazioni entro limiti consentiti, è necessario conoscere l'entità di tali forze.

17.1. Forze assiali

Su di un rotore, a causa della sua posizione non simmetrica e della sua conicità, si determina una forza assiale, che, nelle macchine normali, non è generalmente desiderata perchè dà luogo ad una ulteriore sollecitazione dei supporti. Poichè nel montaggio della macchina è inevitabile che si determini una piccola asimmetria, si deve tener sempre conto della comparsa di una forza assiale più o meno elevata. In motori speciali con indotto a spinta lo spostamento in senso assiale del rotore viene utilizzato per la frenatura. Contrariamente a quel che avviene per le macchine normali, in questo caso si cerca di avere una forza assiale la più elevata possibile e si dà quindi al rotore una forma conica (fig. 17.5).

Le forze assiali, determinate dalla posizione asimmetrica del rotore, tendono a riportare il rotore nella posizione simmetrica. Fa eccezione la forza assiale dovuta ai collegamenti frontali dell'avvolgimento (vedi para-

grafo 17.4.6); essa agisce infatti generalmente nella direzione dello spostamento e tende ad aumentarlo.

Sensibilmente minore della forza assiale di origine elettromagnetica è quella determinata dal ventilatore, che ha luogo però solo quando la ventilazione è assiale e quando il ventilatore viene montato su di un solo lato. Praticamente tali forze hanno importanza solo nelle macchine veloci con supporti scorrevoli.

17.1.1. Forze agenti su rotori asimmetrici sprovvisti di canali di ventilazione

Consideriamo in primo luogo il caso in cui rotore e statore abbiano uguale lunghezza. Ricaviamo l'equazione dell'energia magnetica, per posizione simmetrica del rotore, dalle dimensioni della macchina e dal valore dell'induzione al traferro. Essa è espressa dalla:

$$W_s = \int_0^{\pi D} \frac{b^2 \cdot dV}{2\mu_0} \text{ Ws} \tag{17-1}$$

in cui $dV = \delta l dy$ è l'elemento di volume, δ l'ampiezza del traferro, l la lunghezza del ferro e dy un elemento di lunghezza infinitesima lungo la periferia dell'indotto, D è il diametro interno e b il valore locale dell'induzione. Per corrente alternata è

$$\int_0^{\pi D} b^2 dy = \frac{\pi}{2} D B_L^2 \tag{17-2}$$

in cui B_L rappresenta il valore massimo dell'induzione al traferro. L'energia magnetica al traferro è quindi

$$W_s = \frac{\pi D l \delta B_L^2}{4\mu_0} \text{ Ws.} \tag{17-3}$$

L'energia magnetica aumenta a causa delle oscillazioni del campo, determinate dalle cave. Ma poichè si tratta di una correzione piccola, cercheremo di rendere il calcolo il più semplice possibile. Se si suppone che le oscillazioni siano costituite da un campo sinusoidale di ampiezza $(k_c - 1)B_L$ sovrapposto a quello fondamentale, il contributo all'energia magnetica risulterà proporzionale all'espressione $(k_c - 1)^2 B_L^2$. L'energia al traferro sarà allora:

$$W_s = \frac{\pi D l \delta \left[1 + (k_c - 1)^2\right] B_L^2}{4\mu_0}. \tag{17-4}$$

Si trascurerà invece l'energia magnetica nel ferro, essendo il suo valore generalmente piccolo.

Se il rotore si sposta dalla posizione simmetrica, l'energia varia e, indicando con λ il fattore di riduzione dell'induttanza in seguito a tale spostamento, si ha:

$$\lambda = L/L_s. \tag{17-5}$$

Nel caso di corrente alternata si può inoltre supporre con buona approssimazione che il flusso magnetico al traferro resti invariato e indipendente dalla posizione del rotore. Se la macchina è in movimento, tale ipotesi è valida solo a condizione che si trascurino la resistenza statorica e la reattanza di dispersione, il che è ammissibile anche in pratica. L'induzione al traferro è definita allora dalla tensione di rete, diminuita della caduta di tensione nella resistenza statorica e nella reattanza statorica, rispettivamente. Nel caso di motore asincrono in funzionamento come freno, l'induzione al traferro non è determinata dalla tensione totale, ma dalla tensione $U_N Z_2(Z_1 + Z_2)$ in cui Z_1 è l'impedenza statorica e Z_2 quella rotorica. Poichè le due impedenze sono piccole (rispetto alla reattanza principale X_h), il valore della tensione parziale citata è praticamente indipendente dalla posizione del rotore. Altrettanto dicasi per il valore del flusso al traferro. Certo si deve tener presente, che in entrambi i casi, l'indipendenza del flusso dalla posizione del rotore vale solo per spostamenti non troppo rilevanti (al massimo un quarto della lunghezza di indotto). Se però gli spostamenti, sono notevoli non è più possibile trascurare la resistenza, la reattanza dello statore nonchè la saturazione magnetica, che provocano una diminuzione del flusso. In pratica, il rotore non viene spostato rispetto allo statore di più di un quarto della sua lunghezza, così che la nostra ipotesi si rivela attendibile. Dalla:

$$\Phi = LI = L_s I_s = \text{cost}$$

risulta:

$$I = I_s L_s / L$$

e

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = W_s / \lambda. \tag{17-6}$$

Il fattore di riduzione dell'induttanza può essere calcolato per mezzo delle rappresentazioni conformi o determinato sperimentalmente mediante modelli elettrici, 17.4]. Kucera [17.3] non ha calcolato λ, ma:

$$\frac{d(\lambda - 1)}{dx} = -\frac{2}{\pi l} \text{arc tg} \frac{x}{\delta} \tag{17-7}$$

donde risulta:

$$\lambda = 1 - \frac{2x}{\pi l} \text{arc tg} \frac{x}{\delta} + \frac{\delta}{\pi l} \ln \left[1 + \left(\frac{x}{\delta} \right)^2 \right]. \tag{17-8}$$

Per spostamenti notevoli ($x \gg \delta$) il campo esterno al traferro non è molto importante e può quindi essere trascurato. In questo caso si ha:

$$\lambda \approx 1 - x/l \tag{17-9}$$

$$\frac{d\lambda}{dx} \approx -\frac{1}{l}. \tag{17-10}$$

La forza assiale che si determina per uno spostamento del rotore

viene calcolato in base alla variazione dell'energia magnetica per mezzo della:

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{W_s}{\lambda^2}\frac{d\lambda}{dx} \tag{17-11}$$

e, tenendo presente la (17-4) e la (17-7):

$$F \approx [1 + (k_c - 1)^2]\frac{\delta D}{2\mu_0\lambda^2} B^2 \text{ arc tg } \frac{x}{\delta} \text{ N.} \tag{17-12}$$

La forza risultante dalla (17-12) è nulla per posizione simmetrica del rotore ($x = 0$) ed aumenta all'aumentare dello spostamento. Questo aumento è rapido in fase iniziale e diventa poi più lento, proporzionale a $1/\lambda^2$ per $x \to \infty$. Per spostamenti non troppo grandi la forza assiale dipende principalmente da $d\lambda/dx$.

Per le macchine a corrente continua non è possibile esprimere l'integrale $\int b^2 dy$ con una espressione semplice come quella adottata per la macchina a corrente alternata [vedi la (17-2)]. Generalmente è:

$$\int_o^{\pi D} b^2 dy = (0{,}52 \div 0{,}57)\,\pi D B_L^2. \tag{17-13}$$

Il valore massimo dell'induzione è costante, essendo la corrente di magnetizzazione determinata solo dalla resistenza dell'avvolgimento di eccitazione. La forza, determinata in base alla variazione dell'energia magnetica in questo caso è:

$$F = -\frac{dW}{dx} = -W_s\frac{d\lambda}{dx} = \frac{0{,}55 D l \delta [1 + (k_c - 1)^2] B_L^2}{2\mu_0}\frac{d\lambda}{dx} \tag{17-14}$$

o, in forma analoga alla (17-12):

$$F \approx \frac{0{,}55}{\mu_0}\,[1 + (k_c - 1)^2]\,\delta l D B_L^2 \text{ arc tg } x/\delta. \tag{17-15}$$

Se le lunghezze dello statore e del rotore non sono uguali e la loro differenza è ad esempio $2l''$, la (17-7) e la (17-8) risultano somma di due funzioni di argomento $(x - l'')/\delta$ e $(x + l'')/\delta$, rispettivamente. Si avrà quindi:

$$\frac{d(\lambda - 1)}{dx} = -\frac{1}{\pi l}\left(\text{arc tg}\frac{x - l''}{\delta} + \text{arc tg}\frac{x + l''}{\delta}\right), \tag{17-16}$$

$$\lambda = 1 - \frac{x - l''}{\pi l}\text{ arc tg}\frac{x - l''}{\delta} - \frac{x + l'}{\pi l}\text{ arc tg}\frac{x + l''}{\delta} +$$

$$+ \frac{\delta}{2\pi l}\ln\left[1 + \left(\frac{x - l''}{\delta}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{x - l''}{\delta}\right)^2\right]. \tag{17-17}$$

La (17-7) e la (17-8) rappresentano un caso particolare delle (17-16) e (17-17) per $l'' = 0$. In fig. 17.1 e 17.2 sono tracciate le curve di $l d\lambda/dx$ e $(l - \lambda)/\delta$ in funzione del rapporto x/δ per valori diversi di l''/δ_1 calcolate secondo la (17-16) e la (17-17). Mediante tali curve si possono poi determinare i valori di λ e $d\lambda/dx$ in qualsiasi caso. I valori di $d\lambda/dx$ esprimono in sostanza anche i valori della forza per posizioni diverse del rotore. Mentre l'entità della forza per spostamenti rilevanti è indipendente dalla differenza $2l''$ tra le lunghezze di rotore e di statore, ciò non si verifica nel caso di piccoli spostamenti. Quanto più elevato è $2l''$, tanto minori sono le forze. Se per determinati motivi, ad esempio per scaricare i supporti, si vuol limitare la forza assiale per spostamenti piccoli rispetto alla posizione simmetrica, è necessario dimensionare la macchina in modo tale che rotore e statore abbiano lunghezze diverse; in pratica difficilmente tali lunghezze sono uguali. Inoltre i pacchi di lamierini nello statore e nel rotore sono sempre un poco spostati gli uni rispetto agli altri e l'entità e la direzione di tali spostamenti variano lungo la periferia rotorica. Nella posizione che abbiamo chiamato simmetrica, si hanno quindi delle forze assiali locali che si equilibrano vicendevolmente. Per spostamento da questa posizione simmetrica si determina una forza assiale uguale per grandezza e andamento a quella che si ha per rotore e statore di lunghezza diversa ($l'' > 0$). Per tale ragione nelle macchine con lunghezze uguali di rotore e statore la forza assiale non avrà i valori deducibili dalla curva teorica per $l'' = 0$, ma quelli che derivano da una curva più appiattita.

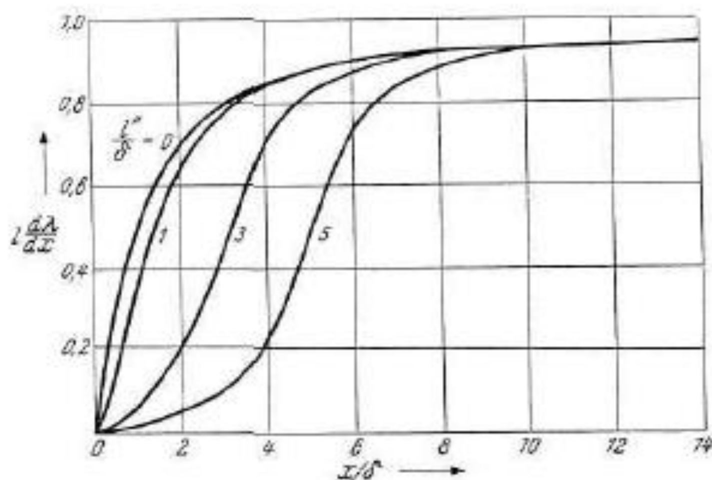


Fig. 17-1. - Valori di $l\, d\lambda/dx$ in funzione del rapporto x/δ per valori diversi di l''/δ. Le curve rappresentano anche l'andamento della forza assiale in funzione dello spostamento del rotore.

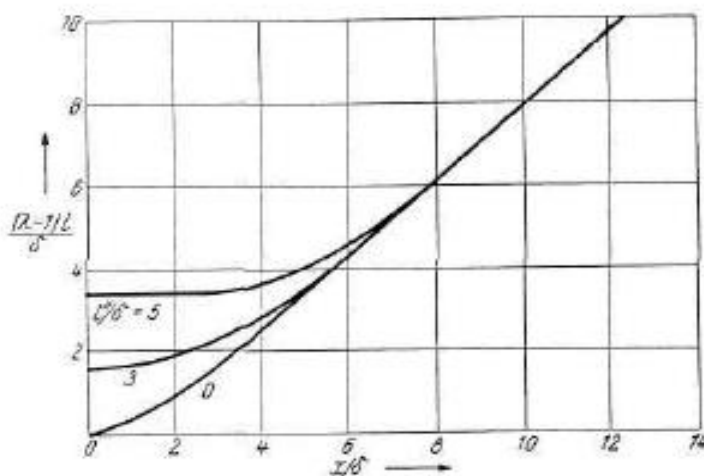


Fig. 17-2. - Valori di $(l - \lambda)l/\delta$ per macchina senza canali di ventilazione, in funzione del rapporto x/δ.

17.1.2. Forze determinate dai canali di ventilazione

Se lo statore ed il rotore sono dotati di canali di ventilazione esattamente coincidenti, per uno spostamento del rotore dalla posizione di

simmetria si determina ancora una forza assiale, per il cui calcolo si applica la (17-11), con altri valori di λ e $d\lambda/dx$. Tali valori sono stati calcolati da Kucera [17.3] a mezzo di alcune semplificazioni e determinate da Bradford e Rhudy [17.4] mediante modelli elettrici. La differenza dei risultati tra i due sistemi adottati è piccola e in fig. 17.3 e 17.4 sono tracciati i valori sperimentali di $ld\lambda/dx$ e di $(l - \lambda)l/\delta$ per diverse ampiezze di canale l_v (propriamente l_v/δ) in funzione dello spostamento del rotore x/δ. L'andamento della forza, tracciato in fig. 17.3, è diverso da quello che si ha in una macchina sprovvista di canali ($l_v/\delta = 0$). Per $x = 0$ la forza ha valore nullo, aumenta poi con lo spostamento x, raggiunge il suo valore massimo e infine si annulla nuovamente. Il valore massimo dipende dall'ampiezza dei canali ed è sempre minore della forza che si ha per le macchine prive di canali. La 17.3 è valida nel caso che esista un solo canale; se invece i canali sono più di uno, la forza aumenta in conformità. In pratica i canali del rotore e dello statore non coincidono esattamente e quindi la curva che rappresenta l'andamento della forza risulta più appiattita, e il valore massimo della forza è minore. Nella pratica i valori teorici non vengono mai raggiunti.

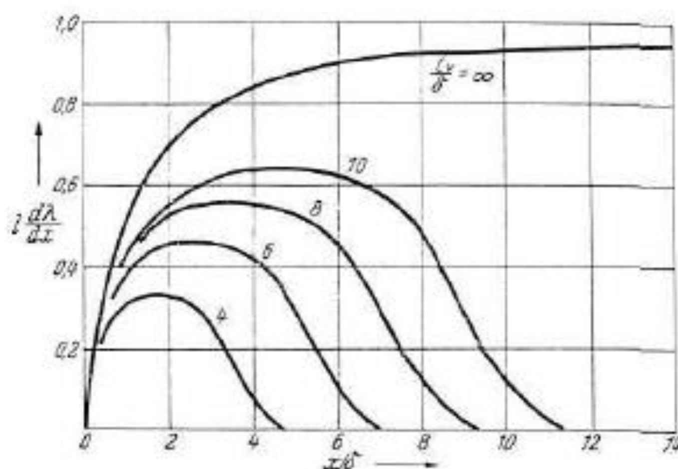


Fig. 17-3. - Valori di $l\,d\lambda/dx$ in funzione del rapporto x/δ, per valori diversi di lv/δ per macchina provvista di un solo canale di ventilazione. Le curve rappresentano contemporaneamente l'andamento della forza assiale in funzione dello spostamento del rotore. Con l si indica la lunghezza del pacco ($l = l'$).

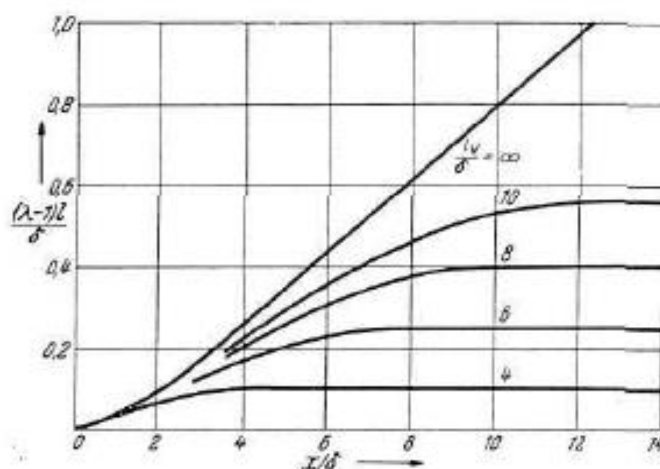


Fig. 17-4. - Valori di $\frac{(1 - \lambda)l}{\delta}$ per macchina provvista di un canale di ventilazione. Con l si indica la lunghezza del pacco ($l = l'$).

17.1.3. Forze che si determinano nel caso di rotore carico

Per motori speciali con indotto di spinta si vuole ottenere, al contrario di quanto avviene per i motori normali, una forza assiale la più grande possibile, in quanto essa viene utilizzata per frenare il rotore stesso. Tale aumento della forza assiale si può ottenere adottando un rotore conico, calettato in uno statore il cui diametro interno sia pure conico. [17.7]. In tal modo, per uno spostamento x del rotore, non solo varia la lunghezza attiva della macchina, ma anche l'ampiezza del traferro. Se si indica con α l'angolo di conicità, sempre

piccolo in pratica, l'ampiezza del traferro è espressa dalla:

$$\delta_x = \delta + \alpha x \tag{17-18}$$

in cui δ è il traferro per posizione simmetrica, con statore e rotore esattamente di fronte. Per il calcolo della forza si può applicare ancora nuovamente la (17-11). Il rapporto λ può essere calcolato mediante la (17-8); in essa si deve sostituire la lunghezza del traferro δ con quella δ_x della (17-18). Inoltre si deve considerare che, in seguito alla variabilità dell'ampiezza del traferro, l'induttanza diminuisce nel rapporto δ/δ_x. Si ottiene dunque:

$$\lambda \approx \frac{\delta}{\delta + \alpha x}\left\{1 - \frac{2x}{\pi l}\operatorname{arc\,tg}\frac{x}{\delta + \alpha x} + \frac{\delta + \alpha x}{\pi l}\ln\left[1 + \left(\frac{x}{\delta + \alpha x}\right)^2\right]\right\} \tag{17-19}$$

da cui deriva:

$$\frac{d(\lambda - 1)}{dx} \approx -\frac{\delta}{(\delta + \alpha x)^2}\left[\alpha + \frac{2\delta}{\pi l}\operatorname{arc\,tg}\frac{x}{\delta + \alpha x}\right]. \tag{17-20}$$

In un calcolo approssimato, per spostamenti non troppo grandi, nel caso che sia $\alpha \geq 2°$, si possono semplificare la (17-19) e (17-20) come segue:

$$\lambda \approx \delta/(\delta + \alpha x) \tag{17-21}$$

$$\frac{d(\lambda - 1)}{dx} \approx -\frac{\alpha\delta}{(\delta + \alpha x)^2}. \tag{17-22}$$

La forza assiale è espressa allora da:

$$F \approx \pi\,[1 + (k_c - 1)^2]\, D\, l\, \alpha\, B_L^2/4\,\mu_0. \tag{17-23}$$

Contrariamente a quanto si verifica per le macchine a rotore cilindrico, la forza assiale è diversa da zero già nella posizione simmetrica. La variazione della forza assiale con lo spostamento x del rotore dipende dall'ampiezza dell'angolo α. Poichè in pratica esso è maggiore di 2°, il primo termine della (17-20) risulta maggiore del secondo che può essere quindi trascurato. La forza aumenterà in misura minima. Per questo caso vale anche la (17-23).

Per le macchine a corrente alternata la forza aumenta assai poco e in questo caso è valida ancora la (17-23). Per le macchine a c.c., in seguito ad uno spostamento del rotore, varia anche l'induzione. Applicando la (17-18) si deve determinare il traferro per ogni posizione del rotore e con esso l'induzione B_L. L'induzione e quindi la forza sono minimi per il rotore sfilato. Per rotore infilato la forza aumenta e varia secondo B_L^2.

La forza assiale per macchine a corrente alternata e per rotore cilindrico è tracciata in fig. 17.5 (curva I); solo un valore è stato misurato e precisamente $F = 15{,}7$ N (per $x = 1$ cm). Se dalla curva si ricava il valore della forza per questo valore di x, si trova che essa vale **19,6 N**,

cioè è poco più intensa. La differenza può essere ascritta in parte alla differenza di lunghezza. Se lo stesso motore viene dotato di rotore conico ($\alpha = 5° = 0{,}0875$ Rad.), per la forza vale la curva II di fig. 17.5. In questo caso la forza assiale per $x = 1$ cm è circa 20 volte maggiore di quella che si ha per rotore cilindrico.

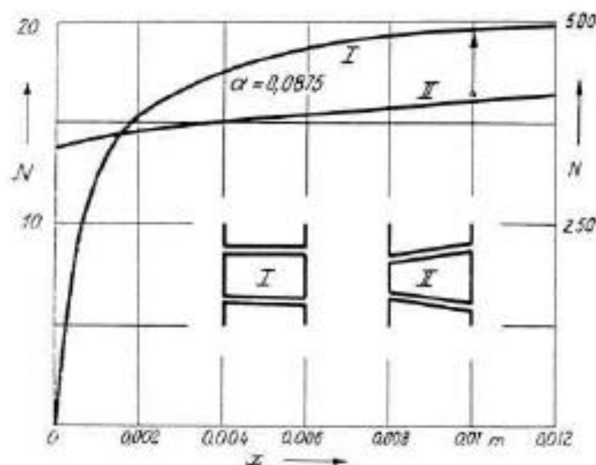


Fig. 17-5. - Forza assiale per rotore cilindrico (I) e conico (II).

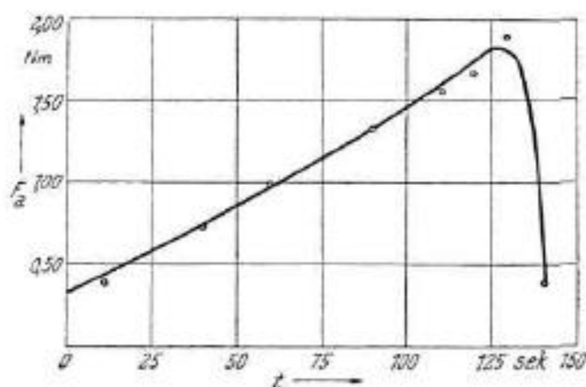


Fig. 17-6. - Valori misurati della forza assiale, determinata dalla posizione inclinata delle cave, all'avviamento di un regolatore di fase di 75 MVA e 750 giri/min.

17.1.4. Forze dovute alla inclinazione delle cave

Tale fôrza è calcolabile semplicemente in base alla forza tangenziale normale relativa alla coppia del motore ($F_t = 2M/D$) e all'angolo di inclinazione $\beta \approx b/l$. Precisamente si ha:

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta = F_t \, b/l. \tag{17-24}$$

La forza è indipendente dalla posizione del rotore rispetto allo statore e proporzionale alla coppia del motore.

In fig. 17-6 sono indicati i valori della forza assiale misurati all'avviamento per un regolatore sincrono di fase di 75 MVA, 750 giri/min. Il momento torcente d'avviamento è $M_a = 32.500$ Nm e il momento torcente massimo asincrono $M_K = 91.000$ Nm; il diametro del rotore è $D = 2{,}5$ m e $\operatorname{tg} \beta = 0{,}0233$. Da tali valori si ricava la seguente forza assiale per macchina ferma: $0{,}0233 \cdot 32.500/2{,}5 = 610$ N e il valore massimo della forza durante l'avviamento $0{,}0233 \cdot 91.000/2{,}5 = 1700$ N. La differenza tra il valore misurato e quello calcolato per macchina ferma è probabilmente imputabile a diversi errori di misura, poichè l'attrito e altri fattori rendono poco attendibile la misurazione stessa.

17.2. Forze radiali

Le forze radiali possono avere diversa origine. Di esse, alcune (ad es. le forze radiali dovute ai campi superiori) possono essere evitate eseguendo una progettazione accurata, mentre altre non possono essere evi-

tate (ad es. la forza determinata dal peso del rotore o quelle causate dalla distribuzione sinusoidale del campo rotante, distribuite su un numero $2p$ di punti della periferia di indotto). Infine esiste un'altra forza che in pratica non è eliminabile, ed è l'attrazione magnetica dovuta alla posizione, eccentrica del rotore. Tale forza raggiunge un valore notevole e nel calcolo dei supporti e dell'albero è d'importanza fondamentale.

17.2.1. Forze radiali per posizione simmetrica del rotore

Per un campo simmetrico ed un traferro uniforme la forza di attrazione tra statore e rotore è distribuita uniformemente lungo la periferia di indotto, e precisamente varia secondo il $\text{sen}^2 x$. Tale forza consta di un termine costante nel tempo e di uno variabile con frequenza doppia rispetto a quella della tensione di rete. In corrispondenza di alcuni punti, (sotto le mezzerie dei poli) tale forza è esattamente il doppio di quella media radiale. Il valore massimo della forza per unità di superficie, calcolato in base all'energia magnetica è:

$$\hat{F} = -\frac{dW_s}{d\delta} = -\frac{B_L^2[1+(k_c-1)^2]}{2\mu_0} \approx -0{,}4\, B_L^2 \cdot 10^6 \quad \text{N/m}^2 \qquad (17\text{-}25)$$

e quello medio:

$$F_m = \frac{\hat{F}}{2} \approx -0{,}2\, B_L^2 \cdot 10^6 \quad \text{N/m}^2. \qquad (17\text{-}26)$$

L'andamento della forza lungo il traferro è dato dalla seguente espressione:

$$F = F_m\,(1 - \cos 2\,\pi\, x/\tau). \qquad (17\text{-}27)$$

Volendo stabilire la forza attiva su una determinata superficie, nella somma bisogna tener conto della direzione delle singole forze. La forza risultante su di un passo polare è

$$F_p = l \int_0^\tau F \cos\frac{\pi}{p\tau}\,(x - \tau/2)\, dx. \qquad (17\text{-}28)$$

Integrando si ottiene:

$$F_p = \frac{l\tau}{\pi}\,\frac{8p^3}{4p^2-1}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2p}\,. \qquad (17\text{-}29)$$

Per $p = 1$ è $F_p = 8\tau l/2\pi\, F_m = 0{,}85\, \tau l F_m$, per $p = 2$ è $F_p = 0{,}96\, \tau l F_m$ e per $p = \infty$ è $F_p = \tau l F_m$.

17.2.2. Attrazione magnetica causata dall'eccentricità del rotore

L'attrazione magnetica causata dall'eccentricità del rotore si può calcolare conoscendo l'andamento della induzione al traferro. Se i valori dell'eccentricità sono piccoli, allora l'ampiezza del traferro è data dalla

seguente espressione [17-6]

$$\delta(x,t) = \delta_0\left[1 - \varepsilon\cos\left(\frac{\pi x}{p\tau} - \omega_\varepsilon t + \varphi_\varepsilon\right)\right] \tag{17-30}$$

dove δ_0 è il valore del traferro in caso di simmetria, ε è il valore della eccentricità relativa, $\omega_\varepsilon = (1-s)\omega_1/p$ è il valore della velocità angolare del punto eccentrico e φ_ε è il valore dell'angolo di fase tra il punto eccentrico e il campo rotante nell'istante $t = 0$.

Nel caso di eccentricità statica ω_ε è uguale a zero. L'andamento dell'induzione al traferro è dato dalla seguente espressione

$$b(x,t) = B_0\frac{\delta_0}{\delta(x,t)}\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t\right) \tag{17-31}$$

in cui B_0 è l'induzione magnetica al traferro nel caso di simmetria. Dallo sviluppo della equazione (11-36) per $p = 1$, nel caso che i flussi unipolari siano trascurabili, si ottiene:

$$b(x,t) = B_0\left\{\varrho_2\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t\right) - \frac{\varepsilon}{2}\varrho_\varepsilon\cos\left[\frac{2\pi x}{\tau} - (\omega_1 + \omega_\varepsilon)t + \varphi_\varepsilon\right]\right\}. \tag{17-32}$$

Accanto al flusso fondamentale ($p = 1$) esiste anche un flusso addizionale a quattro polarità, la cui grandezza è proporzionale all'eccentricità. Nel caso di velocità non sincrona del rotore e con avvolgimento rotorico in corto circuito il flusso fondamentale viene ridotto secondo il fattore ϱ_2. Analogamente viene ridotto secondo il fattore ϱ_ε nel caso che sia presente il flusso addizionale a quattro poli. Entrambi i fattori sono trattati e spiegati al capitolo 17.2.3. Per le forze radiali è data l'espressione $b^2(x,t)$ per l'attrazione laterale è certamente solo la parte della sopraddetta espressione che esprime la distribuzione a due poli e cioè:

$$[b^2(x,t)]' = \frac{\varrho_2\varrho_\varepsilon\varepsilon}{2}B_0^2\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega_\varepsilon t + \varphi_\varepsilon\right) \tag{17-33}$$

la forza attrattiva laterale, tenendo conto della direzione radiale e della saturazione del ferro (fattore f, cap. 17.2.4.) è data dalla seguente espressione:

$$F = \frac{l}{2\mu_0}\int_0^{2\tau}[b^2(x,t)]'\cos\frac{\pi x}{\tau}\,dx = \frac{\varepsilon B_0^2\varrho_2\varrho_\varepsilon f\pi Dl}{8\mu_0}\cos\omega_\varepsilon t. \tag{17-34}$$

La forza ha intensità costante e una determinata direzione nel caso di eccentricità statica, cioè con ω_ε uguale a zero, mentre nel caso di eccentricità rotante (dinamica) essa ha una intensità costante e una direzione rotante. Per completezza dovrebbe essere detto che, nel caso di eccentricità statica, la forza radiale è stata considerata come una forza pul-

sante a frequenza doppia, il cui valore viene determinato in base alla equazione (11-34). Con eccentricità dinamica la forza dovrebbe essere rotante. Poichè si è sprovvisti di dati sperimentali, non si può fino a questo momente dare alcun giudizio sopra la natura di questa forza. Con $p > 1$ si ottengono, oltre al flusso fondamentale, altri due campi addizionali, di cui uno è a $(p - 1)$ paia di poli e l'altro a $(p + 1)$ paia di poli; l'andamento dell'induzione al traferro è allora:

$$b(x, t) = B_0 \left\{ \varrho_2 \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t\right) - \frac{\varepsilon \varrho_{\varepsilon 1}}{2} \cos\left[\frac{\pi x (p-1)}{p\tau} - (\omega_1 - \omega_\varepsilon) t - \varphi_\varepsilon\right] - \frac{\varepsilon \varrho_{\varepsilon 2}}{2} \cos\left[\frac{\pi x (p+1)}{p\tau} - (\omega_1 + \omega_\varepsilon) t + \varphi_\varepsilon\right]\right\}. \quad (17\text{-}35)$$

Nello sviluppo della equazione (17-35) al quadrato si osserva che solo il seguente termine:

$$[b^2 (x, t)]' = B_0^2 \varepsilon \varrho_2 \left[\frac{\varrho_{\varepsilon 1} + \varrho_{\varepsilon 2}}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{p\tau} - \omega_\varepsilon t + \varphi_\varepsilon\right)\right] \quad (17\text{-}36)$$

interessa per il calcolo dell'attrazione laterale. Essa è data dalla seguente espressione:

$$F = \frac{lf}{2\mu_0} \int_0^{2p\tau} [b^2 (x, t)]' \cos \frac{\pi x}{p\tau} dx = \frac{\varepsilon \varrho_2 \pi D l f B_0^2}{4\mu_0} \frac{\varrho_{\varepsilon 1} + \varrho_{\varepsilon 2}}{2} \cos \omega_\varepsilon t. \quad (17\text{-}37)$$

La forza è circa due volte più intensa di quella per una macchina bipolare.

17.2.3. Fattore di riduzione

Il fattore di riduzione ϱ_2 interessa per le macchine rotanti asincrone ed ammonta a:

$$\varrho_2 \approx \frac{R_2 + js X_{2\sigma}}{R_2 + js (X_{1\sigma} + X_{2\sigma})}. \quad (17\text{-}38)$$

Esso è pari a circa 0,5 a rotore fermo e durante l'avviamento aumenta lentamente per poi aumentare celermente in corrispondenza del numero di giri di sincronismo, fino ad assumere il valore 1. Il fattore di riduzione ϱ_ε della macchina bipolare si riferisce al campo addizionale a quattro poli, il quale ruota con una velocità relativa $(\omega_1 + \omega_\varepsilon)$ rispetto al rotore. Questo campo addizionale non può indurre alcuna tensione negli avvolgimenti statorici bipolari i quali siano sprovvisti di vie in parallelo, negli avvolgimenti rotorici ad anelli così come negli avvolgimenti induttori delle macchine sincrone. Al contrario esso può certamente indurre f.e.m. negli avvolgimenti a gabbia e negli avvolgimenti statorici aventi vie in parallelo e passo raccorciato. La frequenza della f.e.m. indotta è

$$s_\varepsilon \omega_1 = \omega_\varepsilon - \omega_1 (1 - 2s) \quad (17\text{-}39)$$

che, in caso di eccentricità statica ($\omega_\varepsilon = 0$) assume la seguente espressione:

$$s_\varepsilon \omega_1 = -\omega_1 (1 - 2s) \tag{17-40}$$

e nel caso di eccentricità dinamica diventa

$$s_\varepsilon \omega_1 = s\omega_1. \tag{17-41}$$

Per gli avvolgimenti a gabbia il fattore di riduzione si ottiene dalla equazione (5-30) e assume il seguente valore:

$$\varrho_\varepsilon \approx \frac{R_2 + js_\varepsilon X_{2\sigma}}{R_2 + js_\varepsilon (X_{2h}/2 + X_{2\sigma})} \tag{17-42}$$

se $X_{2\sigma}$ e X_{2h} sono le reattanze delle macchine bipolari. Per gli altri avvolgimenti vale ancora l'equazione (17-42); naturalmente nel calcolo del fattore d'avvolgimento si deve tener conto che la reattanza fondamentale così come le corrispondenti reattanze di dispersione, e rispettivamente, le resistenze, siano relative al flusso addizionale. Nella equazione (17-42) la reattanza X_{2h} è moltiplicata per il fattore 1/2 perchè il campo è a quattro poli anzichè a due poli. Nelle macchine multipolari ($p > 1$) si manifestano due campi addizionali con un numero di coppie polari ($p \mp 1$) i quali ruotano con velocità relativa $\omega_1 \pm \omega_\varepsilon$ rispetto allo statore. Questi campi inducono f.e.m. e quindi correnti smorzanti sia nell'avvolgimento rotorico sia in quello statorico, nel caso in cui questi sono eseguiti con vie in parallelo, e sempre nell'avvolgimento a gabbia. La frequenza delle correnti smorzanti negli avvolgimenti rotorici è

$$s_\varepsilon \omega_1 = (\omega_1 \pm \omega_\varepsilon) - \frac{p \mp 1}{p} \omega_1 (1 - s) \tag{17-43}$$

che nel caso di eccentricità statica diventa

$$s_\varepsilon \omega_1 = \left(s \mp \frac{1 - s}{p}\right) \omega_1 \tag{17-44}$$

e nel caso di eccentricità dinamica

$$s_\varepsilon \omega_1 = s\omega_1. \tag{17-45}$$

La grandezza del fattore di riduzione negli avvolgimenti a gabbia è

$$\varrho_{\varepsilon 1,2} \approx \frac{R_2 + js_\varepsilon X_{2\sigma}}{R_2 + js_\varepsilon \left(\dfrac{p}{p \mp 1} X_{2h} + X_{2\sigma}\right)}. \tag{17-46}$$

Il fattore di riduzione per gli altri avvolgimenti può essere calcolato allo stesso modo secondo l'equazione (17-42), se alle resistenze e alle reattanze si sostituiscono i corrispondenti valori. È importante il fattore d'avvolgi-

mento nella espressione della reattanza fondamentale. In media tale fattore ammonta a circa 0,2.

17.2.4. Effetto della saturazione

Questo effetto viene tenuto in conto mediante il fattore

$$f = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma_a} \tag{17-47}$$

in cui γ è l'angolo di inclinazione della tangente alla curva di magnetizzazione nel punto a cui corrisponde il valore di induzione $B = \varrho_1 B_0$ e γ_a è l'angolo d'inclinazione della parte rettilinea della curva di magnetizzazione, cioè in assenza di saturazione.

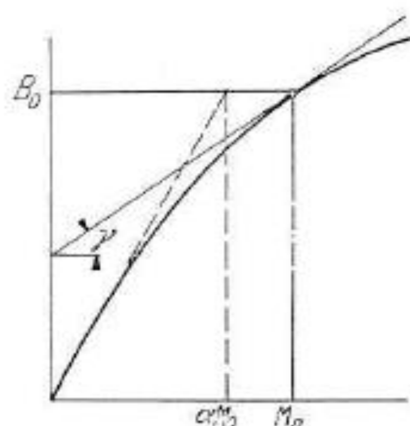


Fig. 17-7. - Determinazione della grandezza ausiliaria γ in base alla curva di magnetizzazione.

Nelle macchine prive di saturazione f è uguale ad 1, mentre nelle macchine in stato di saturazione f è minore di 1. Indichiamo con B_0 e M_0 l'induzione e la f.m.m. di magnetizzazione per funzionamento a vuoto; per la parte non satura della curva della magnetizzazione (fig. 17-7) vale la:

$$\operatorname{tg} \gamma_a = \frac{1}{a} \frac{B_0}{M_0} \tag{17-48}$$

aM_0 è la f.m.m. rappresentata dal segmento staccato sulla retta $B_0 =$ cost. dal prolungamento del tratto rettilineo della curva di magnetizzazione. La curva stessa è a sua volta espressa con sufficiente esattezza dalla:

$$\frac{M}{M_0} = a \frac{B}{B_0} + (1 - a)\left(\frac{B}{B_0}\right)^m . \tag{17-49}$$

in cui la potenza m ha un valore calcolato in base all'esperienza, compreso tra 6 e 9. Differenziando, dalla (17-49) si ottiene:

$$\frac{d\,(B/B_0)}{d\,(M/M_0)} = \frac{1}{a + m\,(1 - a)\,(B/B_0)^{m-1}} \tag{17-50}$$

donde deriva:

$$f = \frac{a}{a + m\,(1 - a)\,(B/B_0)^{m-1}} . \tag{17-51}$$

La forza radiale può essere espressa in funzione dell'induzione mediante la seguente relazione:

$$F = F_{un} f (B/B_0)^2 = F_{un} \zeta . \tag{17-52}$$

in cui F_{un} rappresenta la forza che si avrebbe in assenza di saturazione ($f = a = 1$) e in funzionamento a vuoto ($B = B_0$). Il fattore ζ rappresenta

il fattore di riduzione della forza in seguito alla saturazione. Se in una macchina si aumenta la tensione da zero fino al suo valore nominale, l'induzione assume tutti i valori compresi tra zero e il valore nominale della induzione. L'andamento della forza è dato dalla curva tracciata in fig. 17-8. A causa della saturazione, nel funzionamento a vuoto (praticamente anche in esercizio nominale), la forza è minore del valore massimo che si ha in corrispondenza di un valore critico dell'induzione. Poichè in ogni macchina all'inserzione l'induzione passa attraverso questo valore critico ($0 > B > B_0$), nei calcoli della resistenza meccanica non si considera la forza che si ha in funzionamento a vuoto, ma il valore massimo che si verifica durante l'inserzione. La forza F_{un} della (17-52) si può calcolare semplicemente secondo la (17-34) — con $B = B_0$ ed $f = 1$ —. Si calcolerà ora la grandezza ζ, che è espressa dalla:

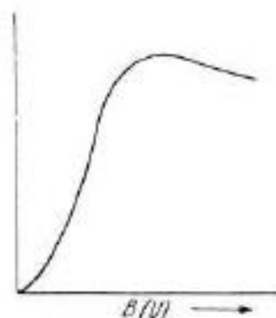


Fig. 17-8. - Andamento della forza assiale in funzione dell'induzione.

$$\zeta = \frac{a\,(B/B_0)^2}{1 + m\,(1 - a)\,(B/B_0)^{m-1}}\,. \qquad (17\text{-}53)$$

Il valore massimo si ha per

$$(B/B_0)^{m-1} = \frac{2}{m\,(1 + a)\,(m - 3)}$$

ed è

$$\zeta_{\max} = \frac{a\left[\dfrac{2}{m\,(1 - a)\,(m - 3)}\right]^{2/m-1}}{1 + 2/(m - 3)}\,. \qquad (17\text{-}54)$$

Per valori diversi di a, la grandezza $\zeta_{\max}$ è tracciata in fig. 17-9 in funzione di m. Per valori di a variabili tra 0,5 e 0,75 e di m tra 6 e 10, $\zeta_{\max}$ varia solo entro limiti relativamente ristretti. Facendo una media, si può assumere per esso il valore 0,35.

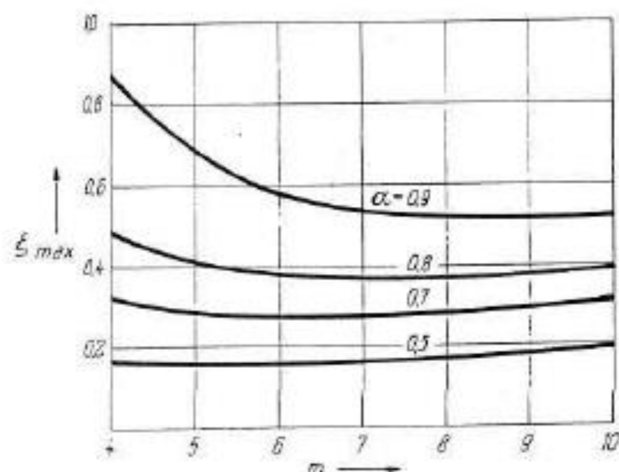


Fig. 17-9. - ζ_{max} in funzione della potenza m.

In un grande motore a gabbia a 4-poli con $D = 0{,}65$ m, $l = 0{,}9$ m e $B_0 = 1{,}0$ Wb/m² è stata misurata l'attrazione laterale sotto diverse condizioni per una eccentricità del 10%. I risultati sono riportati nella tab. 17-1. L'avvolgimento statorico era disinserito e quindi l'attrazione poteva essere misurata nelle condizioni di collegamento in serie di tutte le vie, così come con due vie oppure con quattro vie in parallelo. Come valore di riferimento

TAB. 17-1. - Forza unilaterale con una eccentricità statica del 10%.

Collegamento delle vie dell'avvolgimento statorico	Collegamento in serie N	2 vie in parallelo N	4 vie in parallelo N
1. Calcolata	36500		
2. Misurata con corrente magnetizzante continua corrispondente			19000
3. Misurata in funzionamento a vuoto.	4500	3700	3250
4. Misurata con rotore bloccato come massimo valore (con $U = 0{,}5\, U_N$) .	8400	6600	5600

è stato preso il valore teorico calcolato con $\varrho_2 = \varrho_{\varepsilon 1} = \varrho_{\varepsilon 2} = f = 1$ (riga 1). In riga 2 è riportato il valore misurato con rotore bloccato e alimentazione con corrente continua. In base a questo valore si ottiene il fattore $f = 0{,}52$, concordante con il valore ottenuto dalla curva di magnetizzazione. Nella riga 3 è indicato il valore corrispondente al funzionamento a vuoto del motore. Si nota chiaramente l'effetto smorzante delle correnti interne statoriche nel caso di collegamento delle vie in parallelo. Dal confronto tra le misure riportate nelle righe 3 e 2 si deduce il fattore di riduzione $(\varrho_{\varepsilon 1} + \varrho_{\varepsilon 2})/2$ compreso tra 0,235 e 0,165. L'attrazione unilaterale è stata misurata anche a rotore bloccato. La forza attrattiva aumenta dapprima proporzionalmente al quadrato della tensione fino a raggiungere un massimo per poi diminuire nuovamente all'aumentare della tensione. Il valore massimo della forza si calcola nel caso di collegamento in serie con $(\varrho_{\varepsilon 1} + \varrho_{\varepsilon 2}) = 0{,}47$ e $\zeta_{\max} \approx 0{,}3$ (figura 17-9 in corrispondenza di $\alpha = 0{,}67$) e vale:

$$36.500 \cdot 0{,}47 \cdot 0{,}3 = 5.150 \text{ N}.$$

mentre il valore misurato era di 8400 N, cioè notevolmente più alto. Purtroppo la differenza non può essere spiegata.

17.2.5. Calcolo della forza radiale, tenuto conto delle condizioni pratiche

L'entità della forza radiale dipende anche dal tipo di collegamento dell'avvolgimento statorico. Infatti, se l'avvolgimento è provvisto di vie in parallelo collegate in modo da costituire un circuito per le correnti di compensazione, la forza diminuisce. La corrente di compensazione equilibra più o meno la differenza tra i flussi magnetici dei diversi poli. Tale azione equilibratrice, e quindi la riduzione della forza, dipendono dal collegamento e dal numero delle vie in parallelo, nonchè dalla grandezza della reattanza di dispersione dell'avvolgimento [17-9].

Di recente si è introdotto l'uso di avvolgimenti per i quali non si determina alcuna corrente di compensazione; essi sono 1) gli avvolgimenti

senza vie in parallelo, 2) gli avvolgimenti a due strati con due vie in parallelo e 3) gli avvolgimenti nei quali ogni ramo consta di due gruppi di matasse affacciati e collegati in serie. Per tutti questi tipi vale la (11-15). Se in essi una via viene casualmente interrotta, in teoria non dovrebbe determinarsi nessuna forza radiale, in pratica invece quella che compare è molto piccola. Questa circostanza e il funzionamento senza scosse del motore hanno contribuito decisamente alla diffusione di questi tipi di avvolgimento. Negli altri avvolgimenti aventi vie in parallelo adiacenti l'eccentricità dà luogo a forze radiali minori, mentre si hanno forze radiali molto elevate se si interrompe una via. In pratica si trascura l'azione della corrente di compensazione e si calcola la forza radiale per macchine dotate di questi avvolgimenti ancora mediante la (17-34).

Per poter calcolare l'entità della forza radiale, si deve determinare prima il valore dell'eccentricità (che indicheremo con $e = \varepsilon\delta$). Il peso del rotore e il carico delle cinghie fanno flettere l'albero; indichiamo con e_G l'eccentricità del rotore dovuta a queste cause, uguale alla freccia dell'albero o minore di essa, a seconda del tipo di rotore. Nelle macchine piccole, per le quali dopo il montaggio il traferro non viene più controllato, si deve calcolare una eccentricità di montaggio permanente pari a $e_M \approx \approx 0{,}25\,\delta$. L'eccentricità totale per macchina non eccitata è espressa da $e_G + e_M$. Nelle macchine grandi e di media grandezza dopo il montaggio si controlla il traferro a macchina non eccitata (macchina ferma); l'eccentricità in questo caso è minore e vale $e_G + e_M \approx (0{,}1 \div 0{,}15)\,\delta$.

Se la macchina è eccitata ed in movimento, l'eccentricità aumenta ancora per effetto della attrazione magnetica. Poichè la forza dipende dalla grandezza, momentaneamente ancora incognita, dell'eccentricità totale e (per macchina in movimento), si determina in primo luogo lo spostamento fittizio del rotore per eccentricità unitaria ($e = 1$), indicando tale spostamento con e_1. L'effettivo spostamento del rotore dovuto all'attrazione magnetica è allora $e \cdot e_1$. Si determina così l'espressione:

$$e = e_G + e_M + e \cdot e_1 \tag{17-55}$$

donde si ricava l'eccentricità risultante del rotore per macchina eccitata

$$e = \varepsilon\delta = \frac{e_G + e_M}{1 - e_1}. \tag{17-56}$$

Tale spostamento non deve mai superare il 50% dell'ampiezza del traferro. L'entità dell'attrazione magnetica, determinante per il carico dei supporti, deriva dalla (11-45) con ε espresso secondo la (17-56).

17.2.6. Attrazione magnetica ai poli

Se la posizione del rotore è simmetrica rispetto allo statore (cioè senza eccentricità), e se i poli sono simmetricamente eccitati, anche le forze di attrazione magnetica sono distribuite simmetricamente lungo la

periferia statorica. Poichè l'induzione varia sinusoidalmente sotto il polo, la distribuzione della pressione in corrispondenza del polo è proporzionale al quadrato del seno. Se si suppone la forza concentrata nella mezzeria del polo, la sua grandezza risulta dalla (17-30) e la sua direzione è tale da attrarre il polo verso l'indotto. Sullo statore tale forza è sempre presente con l'intensità data dalla (17-30). Il polo subisce inoltre l'azione di altre forze magnetiche, in modo che la forza risultante su di esso può differire notevolmente dal valore indicato dalla (17-30) e a volte può persino avere direzione diversa.

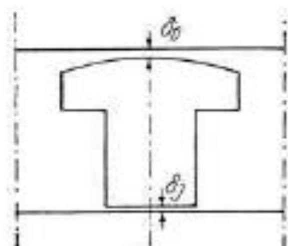


Fig. 17-10. - Il polo e i suoi traferri.

Generalmente il polo ha due traferri, l'uno tra espansione polare e statore, che chiameremo δ_0 e l'altro tra nucleo polare e giogo rotorico che chiameremo δ_j (fig. 17-10). La somma $\delta = \delta_0 + \delta_j$ è una grandezza costante. Il flusso magnetico che attraversa un passo polare può seguire tre circuiti aventi permeanze diverse. In primo luogo tutto il flusso deve attraversare il traferro δ_j. Trascurando la riluttanza magnetica del ferro e per valori poco elevati del traferro δ_j, la permeanza è espressa dalla:

$$\Lambda_j = \frac{\mu_0 q_K}{\delta_j} \tag{17-57}$$

in cui è $\mu_0 = 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-6}$ H/m e q_K rappresenta la sezione del nucleo polare. Dopo aver attraversato il traferro δ_j, il flusso si divide in flusso di dispersione avente conduttanza Λ_σ e flusso principale che attraversa il traferro δ_0. La permeanza di quest'ultimo tratto di circuito è espressa dalla:

$$\Lambda_h = \frac{2\mu_0 \tau l}{\pi \delta_0}\,. \tag{17-58}$$

In base alla relazione

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\Lambda_j} + \frac{1}{\Lambda_h + \Lambda_\sigma}$$

si ottiene la seguente permeanza risultante per un passo polare

$$\Lambda = \frac{\mu_0 q_K (\Lambda_\sigma \delta_0/\mu_0 + 2\tau l/\pi)}{2\tau l \delta_j/\pi + \Lambda_\sigma \delta_0 \delta_j/\mu_0 + q_K \delta_0}\,. \tag{17-59}$$

Inoltre, introducendo il coefficiente di dispersione:

$$\sigma = \Lambda_\sigma/\Lambda_h \tag{17-60}$$

(con Λ_h relativo al traferro $\delta = \delta_0 + \delta_j$) e il rapporto delle sezioni

$$\gamma = \pi q_K/2\tau l \tag{17-61}$$

si ottiene la permeanza risultante:

$$\Lambda = \frac{2}{\pi}\,\mu_0 \tau l \,\frac{\gamma\,(1 + \sigma\delta_0/\delta)}{\delta_j\,(1 + \sigma\delta_0/\delta) + \gamma\delta_0}\,. \tag{17-62}$$

Il rapporto delle sezioni è determinabile o mediante la (17-61) o in base al rapporto dell'induzione al traferro (B_L) e dell'induzione nel nucleo polare (B_K); si ha quindi $\gamma = (1 + \sigma)B_L/B_K$, dell'ordine di grandezza compreso tra 0,6 e 0,7.

Se nella (17-62) si introduce $\delta_j = \delta - \delta_0$ e se si differenzia rispetto a δ_0 si ottiene la seguente forza sul polo:

$$F = \frac{\Theta^2}{2}\frac{d\Lambda}{d\delta_0} = \frac{\mu_0}{\pi}\,\Theta^2\tau l\gamma\,\frac{(1 + \sigma\delta_0/\delta)^2 - \gamma}{[\delta_j\,(1 + \sigma\delta_0/\delta) + \gamma\delta_0]^2} \tag{17-63}$$

in cui Θ rappresenta la f.m.m. di eccitazione di un polo. Per $\delta_j + \delta_0 = \delta = \text{cost}$, tale forza dipende dal traferro δ_j e, precisamente, è massima per $\delta_j = 0$ cioè quando il polo è calettato direttamente sul giogo. In questo caso la forza è espressa dalla:

$$F = -F_p\frac{(1 + \sigma)^2 - \gamma}{\gamma}\,. \tag{17-64}$$

Per $\gamma = 0{,}6$ e $\sigma = 0{,}2$ è $F = -1{,}4F_p$. La forza è maggiore di quella risultante dalla (17-30) e inoltre ha direzione opposta, cioè il polo è attratto verso il giogo di rotore, e non verso lo statore.

Se i poli ed il giogo sono costruiti in un sol pezzo massiccio è $\Lambda_j = \infty$ e $\Lambda = (1 + \sigma)\Lambda_h$. La forza è allora data dalla:

$$F = F_p\,(1 + \sigma). \tag{17-65}$$

Essa è $(1 + \sigma)$ volte maggiore di quella risultante dalla (17-29), dato che nel calcolo si è trascurato il flusso di dispersione.

Se i poli sono calettati sul giogo con innesto a coda di rondine o a *pettine, il traferro δ_j è teoricamente nullo, mentre in pratica tra nucleo* polare e giogo è presente una non trascurabile riluttanza magnetica di contatto. Tale riluttanza, però, non varia affatto o assai poco in caso di spostamento assiale del polo e quindi si può porre $\delta_j = \delta - \delta_0 = \text{cost}$. La forza è allora espressa dalla:

$$F = F_p\,\frac{\gamma^2\,(\delta^2 + \sigma\delta_0{}^2)}{[\delta_j\,(1 + \sigma\delta_0/\delta) + \gamma\delta_0]^2}\,. \tag{17-66}$$

Essa è massima per $\delta_j = 0$, cioè uguale alla forza data dalla (17-65). Per $\delta_j > 0$ la forza diminuisce; per $\gamma = 0{,}6$, $\sigma = 0{,}2$ e $\delta_j = 0{,}01\,\delta_0$, ad esempio, essa è 0,9 volte la forza che si ha per $\delta_j = 0$; per $\delta_j = 0{,}1\,\delta_0$ il fattore di riduzione è 0,67. La sua direzione è poi rivolta verso lo statore.

Per fissaggio a coda di rondine o a pettine si ottiene quindi una forza diversa per grandezza e direzione da quella che si ha per fissaggio a mezzo di bulloni.

Una distribuzione asimmetrica dell'induzione dovuta ad una anomalia di un polo dà luogo ad una forza unilaterale che agisce nella direzione del polo in questione. Per determinarne il valore basta fare una semplice

osservazione: per non avere forze unilaterali si deve aumentare l'induzione B' sotto il polo anomalo fino al valore normale B; in tal modo si ottiene nuovamente una distribuzione simmetrica del campo. La forza unilaterale è espressa allora dalla:

$$F = F_p \, [1 - (B'/B)^2]. \tag{17-67}$$

Per corto circuito di una matassa di polo essa è uguale a quella che agisce su un polo regolare. La direzione è tuttavia opposta e il rotore viene attratto nella direzione del polo anomalo.

17.3. Forze elettromagnetiche che agiscono sui conduttori collocati in cava

Come è noto, alla formazione della coppia di una macchina contribuiscono le forze applicate ai denti [17-10, 17-11]; solo una piccola parte di tali forze e, precisamente quella corrispondente al campo longitudinale di cava, agiscono sui conduttori collocati nella cava stessa. Il flusso longitudinale di cava è piccolo rispetto al flusso nel dente. Nel caso di cave aperte, il flusso principale attraversa per un certo tratto l'apertura di cava senza però interessare il conduttore. Solo se i denti sono saturi, il campo longitudinale risulterà concatenato con il conduttore e si determinerà una forza che premerà il conduttore contro la parete laterale della cava. Per valutare tale forza, supponiamo che la induzione nei denti sia ad esempio di 1,8 Wb/m²: l'induzione del campo longitudinale di cava sarà quindi circa $\mu_0 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4} = 0{,}019$ Wb/m² e il rapporto tra le forze che agiscono sul conduttore e quelle nel dente sarà circa $0{,}019/1{,}8 \approx 0{,}01$. La grandezza della forza per unità di lunghezza del conduttore può essere calcolata anche mediante la (17-89); in questo caso risulta:

$$F \approx iB \quad \text{N/m} \tag{17-68}$$

in cui figura la corrente nel conduttore espressa in A. Per una induzione longitudinale di 0,019 Wb/m² e una corrente efficace di cava $I = 900$ A (relativa ad un motore di 740 kW) la forza è:

$$F \approx \sqrt{2} \cdot 900 \cdot 0{,}019 = 24 \quad \text{N/m}.$$

Oltre che a questa forza tangenziale, il conduttore è soggetto anche ad una forza radiale, determinata dal campo trasversale dovuto alla corrente del conduttore. Questa forza preme il conduttore verso il fondo della cava; la sua grandezza si calcola in base alla variazione dell'energia magnetica. L'energia magnetica che si ritiene immagazzinata, nella cava nello spazio al di sopra del conduttore, per un metro di lunghezza di indotto è

$$W = b_N x \frac{\mu_0 H_q^2}{2} \quad \text{Ws} \tag{17-69}$$

in cui b_N è la larghezza, x l'altezza della cava libera non impegnata dai

conduttori e $H_q = i/b_N$ l'intensità del campo trasversale. Per uno spostamento del conduttore lungo l'altezza della cava varia solo questo termine di energia e la forza è allora:

$$F = \frac{dW}{dx} = \frac{\mu_0 i^2}{2b_N} \quad \text{N/m.} \tag{17-70}$$

Un motore da 740 kw ha una corrente efficace di cava $I = 900$ A (cioè $i = \sqrt{2}\ 900$ A) e una ampiezza di cava $b_N = 1{,}5$ cm. In funzionamento nominale la forza radiale sul conduttore per unità di lunghezza di indotto è:

$$F = \frac{0{,}4\,\pi \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 81 \cdot 10^4}{2 \cdot 0{,}015} = 68 \quad \text{N/m.}$$

All'inserzione del motore, la corrente di avviamento può raggiungere un valore circa dieci volte superiore a quello nominale e la forza sarà allora di 6800 N/m.

Dall'esempio citato si può notare che la forza tangenziale che agisce sul conduttore è di scarsa intensità. La forza radiale può raggiungere invece un valore notevole, che però non è tale da mettere in pericolo la resistenza meccanica dell'isolamento.

Se in una cava sono collocati più conduttori o se il conduttore è costituito da più conduttori parziali, la forza massima si esercita sul conduttore più esterno, dato che esso è situato nel punto in cui il campo è più intenso. Se i è la corrente di tale conduttore (parziale) ed i_u la corrente totale che circola nei conduttori al di sotto di esso, l'induzione trasversale nel centro del conduttore è $B = \mu_0(i_u + i/2)/b_N$ e la forza per unità di lunghezza è:

$$F_m = \mu_0 i\ (i_n + i/2)\ b_N \quad \text{N/m} \tag{17-71}$$

se per le correnti si introducono i valori istantanei. Se nella cava sono collocati dei conduttori percorsi da uguali correnti, tra la forza F totale sul fondo della cava e quella F_m che agisce sul conduttore più esterno esiste la seguente relazione:

$$F = F_m \frac{m^2}{2\,m - 1}\,. \tag{17-72}$$

Nell'avvolgimento a due strati ($m = 2$) la forza sul lato di matasse superiore rappresenta i 3/4 e quella sul lato inferiore 1/4 della forza totale sul fondo della cava. L'isolamento tra i lati di matassa subisce una sollecitazione inferiore di 1/4 rispetto a quella esercitata sul fondo della cava.

Le forze massime hanno luogo al verificarsi del corto circuito. Nelle macchine a corrente continua la forza è diretta sempre contro il fondo della cava e la sua intensità varia in conformità della corrente. Nelle macchine a corrente alternata, se i due lati di matassa appartengono alla stessa fase, la forza varia nel tempo con una frequenza doppia rispetto a quella

di rete, da zero fino al valore massimo ed è sempre diretta contro il fondo della cava. Nel caso di avvolgimenti a passo raccorciato in alcune cave sono collocati dei lati di matassa appartenenti a fasi diverse. Per un sistema simmetrico trifase di correnti saranno $i_U = \hat{I}$ sen ωt (ad es. sul lato superiore) e $i_{-V} = \hat{I}$ sen $(\omega t + 60°)$ (nel lato inferiore) le correnti che circolano nei lati di matassa di una cava, la forza sul lato superiore è

$$F_o = \frac{\mu_0}{b_N}(i_U i_{-V} + i_U^2/2) = \frac{\mu_0}{b_N}\hat{I}^2\left[0{,}5 + \frac{\sqrt{7}}{4}\cos(2\omega t + 41°)\right]. \quad (17\text{-}73)$$

Si hanno due valori massimi:

$$F_{o,\,\max} = \frac{\mu_0}{b_N}\hat{I}^2\,1{,}162 \quad (17\text{-}74)$$

e

$$F_{o,\,\max} = -\frac{\mu_0}{b_N}\hat{I}^2\,0{,}162. \quad (17\text{-}75)$$

Riducendo questi valori massimi alla forza totale sul fondo della cava, per correnti uguali nei due lati di matassa data dalla:

$$F_G = \frac{\mu_0}{b_N}\,2\,\hat{I}_2 \quad (17\text{-}76)$$

risulta:

$$\frac{F_{o,\,\max}}{F_G} = 0{,}521 \quad \text{e} \quad \frac{F_{o,\,\max}}{F_G} = -0{,}081. \quad (17\text{-}77)$$

La forza con segno positivo preme il lato di matassa contro il fondo, quella negativa contro l'apertura della cava. Quest'ultima forza è determinante per la sollecitazione a cui è sottoposta la chiavetta della cava.

La forza sul lato inferiore della matassa non dipende dallo spostamento di fase delle correnti. Invece la forza totale che agisce sull'isolamento del fondo della cava è:

$$F_G = \frac{\mu_0}{b_N}[i_U i_{-V} + i_U^2] = \frac{\mu_0}{b_N}\hat{I}^2\left[0{,}75 - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2\omega t + 30°)\right]. \quad (17\text{-}78)$$

I valori massimi riferiti al valore della forza per correnti di matasse uguali [vedi la (17-76)] sono rispettivamente 0,808 e — 0,058. La forza di compressione (valori positivi) è minore di quella che si ha per correnti di matassa uguali. La forza negativa, cioè quella diretta verso l'apertura di cava, è importante per la chiavetta solo se i lati di matassa sono fasciati insieme. In caso contrario, come accade generalmente in pratica, la forza determinante ai fini del calcolo della chiavetta è quella data dalla (17-75) o dalla (17-77), rispettivamente. Essa è un poco più elevata di quella risultante dalla (17-78), mancando l'azione del lato di matassa inferiore.

Per un sistema di correnti asimmetriche $i_U = \hat{I}\,(1 - \cos \omega t)/2$ e $i_{-V} = \hat{I}\,[0{,}5 - \cos(\omega t + 60°)]/2$ la forza sul lato di matassa superiore è:

$$F_o = \frac{\mu_0 \hat{I}^2}{4 b_N} [1 - \cos \omega t] \left[1 - \frac{\sqrt{7}}{2} \cos(\omega t + 41°) \right] \qquad (17\text{-}79)$$

con i due seguenti valori massimi

$$F_{o,\max} = \frac{\mu_0 \hat{I}^2}{4 b_N} 4{,}33 \qquad \text{e} \qquad F_{o,\max} = -\frac{\mu_0 \hat{I}^2}{4 b_N} 0{,}125. \qquad (17\text{-}80)$$

Se si riferiscono questi valori al valore della forza che agisce sul fondo della cava, per uguale corrente nei due lati della matassa [vedi la (17-76)] risulta:

$$\frac{F_{o,\max}}{F_G} = 0{,}528 \qquad (17\text{-}81)$$

$$\frac{F_{o,\max}}{F_G} = -0{,}016. \qquad (17\text{-}82)$$

La forza totale sul fondo della cava, per correnti differenti nei due lati di matassa, sarà espressa dalla:

$$F = \frac{\mu_0 \hat{I}_2}{b_N} [1 - \cos \omega t] [1{,}5 - \sqrt{3} \cos(\omega t + 30°)]. \qquad (17\text{-}83)$$

I due valori massimi ridotti alla forza che si ha per correnti uguali sono:

$$\frac{F_{\max}}{F_G} = 0{,}775 \qquad \frac{F_{\max}}{F_G} = -0{,}004. \qquad (17\text{-}84)$$

I due valori massimi sono minori di quelli che si hanno per sistema simmetrico di correnti, soprattutto la forza negativa che è praticamente uguale a zero.

17.4. Forze elettrodinamiche sulle testate degli avvolgimenti

17.4.1. Generalità

Come è noto, sulle testate degli avvolgimenti delle macchine elettriche si manifestano delle forze elettrodinamiche che possono assumere talvolta valori veramente elevati. Per la generale tendenza di costruire unità di potenza sempre maggiori, tali forze assumono un'importanza sempre crescente. Nella progettazione delle grandi macchine moderne la determinazione delle forze e in particolare delle forze elettrodinamiche sulle testate degli avvolgimenti costituisce pertanto una parte notevole del lavoro di calcolo.

Già da tempo [2-1], sono stati indicati dei procedimenti di calcolo delle forze; anche negli ultimi tempi numerosi studi sono stati pubblicati su questo argomento [17.15, 17.16, 17.17, 17.18, 17.19, 17.20]. Mentre il calcolo delle forze è fondamentalmente semplice, la sua applicazione alle macchine elettriche dà luogo a difficoltà notevolissime dovute alla forma e alla posizione che le testate degli avvolgimenti occupano reciprocamente o nei confronti del ferro. Per rendere quindi possibile il calcolo è necessario introdurre numerose semplificazioni; i risultati del calcolo seguente si considereranno pertanto come approssimati.

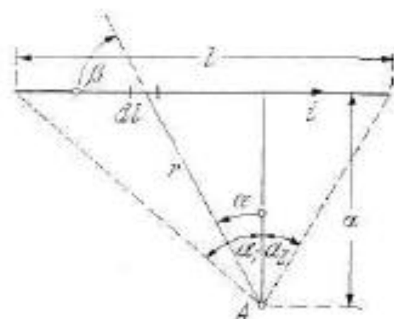


Fig. 17-11. - Per stabilire le relazioni dalla (17-85) alla (17-89).

Si consideri un conduttore di lunghezza l percorso da una corrente i_1 e si voglia determinare l'intensità di campo nel punto A (fig. 17-11). L'intensità di campo determinata dall'elemento del conduttore dl è

$$h = \frac{i_1 \cos \alpha \, dl}{r^2} \tag{17-85}$$

con $dl = r d\alpha / \cos \alpha$ ed $r = a/\cos \alpha$, in cui a rappresenta la distanza del punto A dal conduttore, si ottiene:

$$h = i_1 \cos \alpha \, d \, \alpha / a. \tag{17-86}$$

L'intensità di campo determinata da tutto il conduttore è

$$H = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} h \, dl = \frac{i_1}{a} (\operatorname{sen} \alpha_1 + \operatorname{sen} \alpha_2). \tag{17-87}$$

Nello stesso punto A l'induzione è:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi a} (\operatorname{sen} \alpha_1 + \operatorname{sen} \alpha_2) \quad \text{Wb/m}^2. \tag{17-88}$$

Se si dispone un altro conduttore (indice 2) percorso da una corrente i_2 parallelo al primo e passante per il punto A, la forza per unità di lunghezza che si esercita sul conduttore nel punto A sarà:

$$f_x = B i_2 = \frac{\mu_0}{4\pi a} i_1 i_2 (\operatorname{sen} \alpha_1 + \operatorname{sen} \alpha_2) \quad \text{N/m}. \tag{17-89}$$

Se il primo conduttore è infinitamente lungo, la forza per unità di lunghezza è espressa dalla:

$$f_\infty = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi a} = \frac{2}{a} i_1 i_2 10^{-7} \quad \text{N/m} \tag{17-90}$$

ed è distribuita uniformemente su tutta la lunghezza del conduttore 2.

Per lunghezza finita del primo conduttore la forza è minore di quella determinata secondo la (17-90) e precisamente:

$$f_x = f_\infty \, \eta_x \qquad (17\text{-}91)$$

con

$$\eta_x = \tfrac{1}{2}\,(\text{sen}\,\alpha_1 + \text{sen}\,\alpha_2). \qquad (17\text{-}92)$$

Essa è inoltre distribuita non uniformemente sulla lunghezza del conduttore 2; più precisamente, al centro essa sarà maggiore che alle estremità (fig. 17-12, curva 1). La forza totale cui sono sottoposti reciprocamente i due conduttori paralleli esattamente affacciati è espressa dalla:

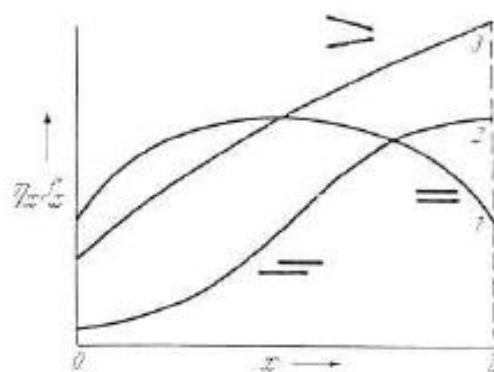


Fig. 17-12. - Grandezza $\eta(x)$ per diverse posizioni dei conduttori. Tale grandezza dà contemporaneamente l'andamento dell'intensità della forza (ortogonale al conduttore) lungo il conduttore considerato.

$$F = \int_0^l f_x \, dx = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi a}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} - \frac{a}{l}\right] = f_\infty \eta l = f_\infty L \qquad (17\text{-}93)$$

in cui è:

$$\eta = \sqrt{1 + (a/l)^2} - a/l. \qquad (17\text{-}94)$$

Il fattore η tiene conto del fatto che la lunghezza dei conduttori è finita ed è riportato in fig. 17-13 in funzione del rapporto a/l (curva $\beta = 0$).

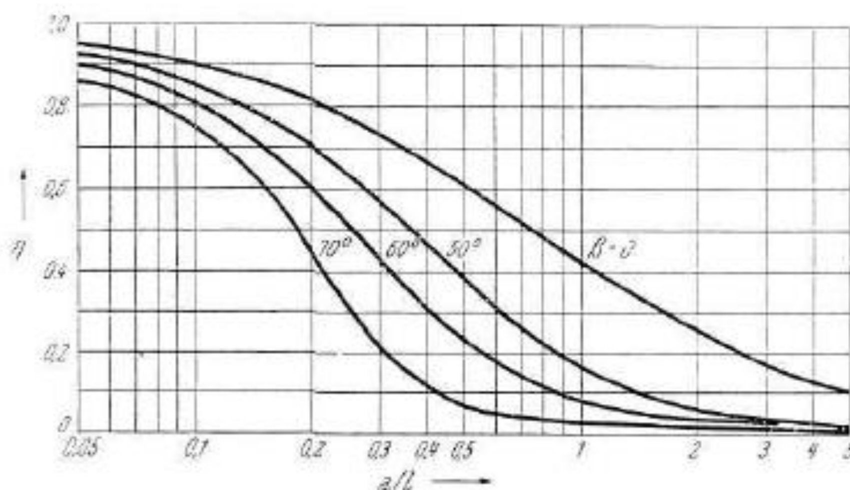


Fig. 17-13. - Grandezza η che dà la forza totale sul conduttore di lunghezza l, in funzione del rapporto a/l per valori diversi dell'angolo (v. fig. 17-14).

$L = \eta l$ è la lunghezza ridotta del conduttore. Qualche volta si presenta il caso in cui la corrente in uno o in entrambi i conduttori non è costante, bensì varia da punto a punto (secondo x) sinusoidalmente, come per esempio la corrente negli anelli di corto circuito di una gabbia. Il valore massimo della forza che si ha nel punto in cui la corrente ha il suo valore massimo si ottiene praticamente con sufficiente precisione con [17.2]:

$$f \approx \varkappa f_\infty. \qquad (17\text{-}95)$$

La grandezza $\varkappa$, dipendente dal rapporto τ/a, è indicata in fig. 17-14. I valori di $\varkappa$ sono un po' più piccoli dei valori di η, per rapporti l/a e τ/a uguali. Se si determina la forza risultante, ad esempio su di un passo polare, nel caso in cui la distribuzione di corrente ha forma sinusoidale, la forza risultante è più piccola, a parità di valore massimo di corrente, di quella che si ha nel caso di correnti costanti nei conduttori. Questa riduzione è di circa $2/\pi$ volte nel caso che la corrente vari sinusoidalmente lungo un conduttore, mentre, nel caso in cui le correnti variano sinusoidalmente su ambedue i conduttori, la riduzione è di 0,5 volte. I calcoli eseguiti confermano il valore di 0,67 per la riduzione nel primo caso e il valore di 0,485 nel secondo caso.

In molti avvolgimenti i conduttori paralleli risultano spostati l'uno

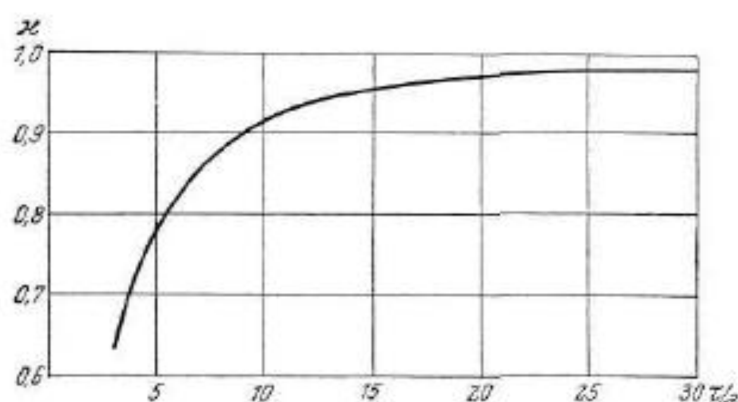


Fig. 17-14. - Grandezza $\varkappa$, dipendente dal rapporto τ/a.

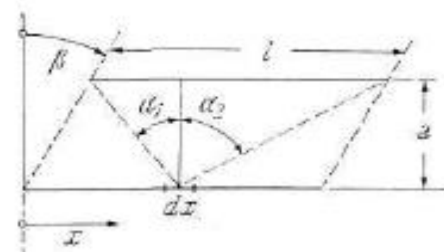


Fig. 17-15. - Per ottenere le (17-96) e (17-97).

rispetto all'altro in direzione assiale, come si vede da fig. 17-15. La forza nel punto x risulta dalla (17-89), tenuto conto che è:

$$\operatorname{sen} \alpha_1 = \frac{x - a \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{a^2 + (x - a \operatorname{tg} \beta)^2}} \tag{17-96}$$

e

$$\operatorname{sen} \alpha_2 = \frac{l - x + a \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{a^2 + (l - x + a \operatorname{tg} \beta)^2}}. \tag{17-97}$$

In questo caso il fattore di correzione η per tutto il conduttore è

$$\eta = \frac{1}{l} \int_0^l \eta_x \, dx = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{a}{l}\right)^2 + \left(1 - \frac{a}{l} \operatorname{tg} \beta\right)^2} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(\frac{a}{l}\right)^2 + \left(1 + \frac{a}{l} \operatorname{tg} \beta\right)^2} - 2 \frac{a}{l} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} \right]. \tag{17-98}$$

Esso è dato in fig. 17-13 per diversi valori dell'angolo β in funzione del rapporto a/l. Quanto più ampio è l'angolo β, tanto più piccolo è il fattore η e tanto più rapidamente diminuisce all'aumentare della distanza a tra

i conduttori. La distribuzione della forza lungo il conduttore è diversa da quella che si ha per conduttori esattamente affacciati (vedi la curva 2 in fig. 17-12). La forza è maggiore dove i conduttori sono più vicini. La presenza di materiale ferromagnetico in prossimità del conduttore è assai importante per la forza, poichè in tal modo il campo magnetico viene rafforzato. Lo studio viene condotto in questo caso con il metodo delle immagini. In fig. 17-16*a* è illustrato il caso in cui solo un avvolgimento, ad esempio quello statorico, sia percorso da correnti. Secondo il metodo delle immagini, bisogna considerare un conduttore fittizio percorso da corrente avente uguale direzione e collocato in posizione simmetrica rispetto alla superficie di separazione aria-ferro e inoltre un conduttore collocato nel traferro, percorso da corrente doppia in direzione opposta rispetto a quello della corrente nell'avvolgimento statorico dato. La forza che agisce sul conduttore in esame è quella dovuta ai due conduttori fittizi. La forza risultante è diretta verso destra, cioè il ferro respinge il conduttore. Se invece il traferro è infinitamente piccolo o in prossimità di esso esiste un secondo avvolgimento percorso da corrente di uguale intensità ma di direzione opposta, non si deve considerare il conduttore fittizio nel traferro sopracitato. Si ottiene quindi il sistema immagini riportato in fig. 17-16*b*. Su ogni conduttore agiscono tre forze che debbono essere calcolate separatamente. La componente verticale della forza risultante tende ad allontanare tra loro i due conduttori. La componente orizzontale dipende dalla posizione reciproca dei conduttori. Se la loro distanza dal ferro è uguale, i due conduttori vengono attirati in direzione del ferro con una forza relativamente poco elevata.

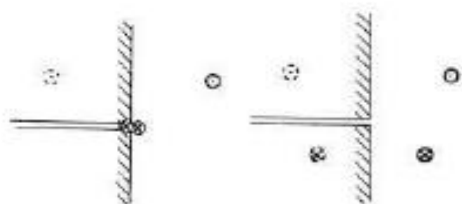


Fig. 17-16. - Riflessione del conduttore in presenza del ferro: *a*) caso di un conduttore, *b*) caso di due conduttori aventi correnti di uguale intensità ma direzione opposta.

Nelle macchine le forze massime hanno luogo rispettivamente durante il corto circuito e l'inserzione. In questi casi il flusso al traferro è piccolo e le correnti nell'avvolgimento statorico e in quello rotorico hanno intensità praticamente uguale, ma direzione opposta. Si ha quindi il caso già rappresentato in fig. 17-16*b*.

Se le correnti nei due conduttori sono costanti, la forza è invariabile nel tempo. Per correnti alternate senza sfasamento la forza è pulsante, cioè varia con frequenza doppia da zero al suo valore massimo. Per spostamento di fase φ tra due correnti sinusoidali la forza è espressa dalla:

$$F = f_\infty \frac{L}{2} [\cos \varphi - \cos (2\omega t + \varphi)] \tag{17-99}$$

o, in forma vettoriale:

$$F = f_\infty \frac{L}{2} \operatorname{Re} [\varepsilon^{j\varphi} - \varepsilon^{j\varphi} \varepsilon^{j2\omega t}] \tag{17-100}$$

in cui:

$$f_\infty = \mu_0 \frac{\hat{I}_1 \hat{I}_2}{2\pi a} \quad \text{N/m} \tag{17-101}$$

rappresenta il valore massimo della forza per unità di lunghezza per conduttore infinitamente lungo e $L = \eta l$ è la lunghezza ridotta di tale conduttore. In seguito, per mezzo di questa lunghezza ridotta, si considererà pure l'azione degli altri conduttori.

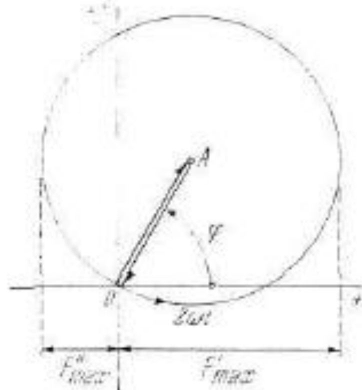


Fig. 17-17. - Rappresentazione grafica della (17-100).

La (17-100) è rappresentata graficamente in fig. 17-17. Il punto A è il centro della circonferenza descritta dall'estremo del vettore $(\varepsilon^{j\varphi} - \varepsilon^{j\varphi}\varepsilon^{j2\omega t})$. La proiezione di questo vettore sull'asse reale dà il valore istantaneo della forza. Generalmente risultano due valori massimi, l'uno positivo e l'altro negativo. Se le correnti nei due conduttori appartengono ad un sistema trifase, se cioè è $\varphi = \pm 120°$, l'andamento della forza nel tempo sarà espresso da una curva sinusoidale con valore medio spostato rispetto allo zero. I valori massimi della forza sono

$$F_{\max} = -\frac{f_\infty L}{2}\left(\frac{1}{2} \pm 1\right). \tag{17-102}$$

Il segno negativo sta ad indicare che la forza è di repulsione.

Se si hanno tre conduttori percorsi dalle correnti di un sistema simmetrico trifase, la forza esercitata su un conduttore (U) è

$$F_U = \frac{f_\infty}{2}\left[(L_V + L_W)\cos 120° - (L_V + L_W)\cos 120° \cos 2\omega t\right]. \tag{17-103}$$

Le lunghezze ridotte L_V e L_W tengono conto della lunghezza finita dei conduttori e della loro diversa distanza reciproca. Se f_∞ è calcolato per una distanza qualsiasi, ad esempio per un valore medio a, si ha $L_V = l\eta a_v/a$. La forza (17-103) presuppone inoltre che tutti i tre conduttori siano disposti su un piano. In caso contrario, bisogna sommare geometricamente in conformità alla loro posizione le forze, dovute alle correnti I_V e I_W, tenendo conto della loro direzione. Se i conduttori sono disposti su un piano l'uno accanto all'altro ad una distanza a (e $2a$, rispettivamente), per $L_V = \pm L$ e $L_W \approx \pm 0{,}5L$ la loro forza sui conduttori esterni è espressa dalla:

$$F = \pm \frac{3f_\infty L}{8}\left[1 - \cos(2\omega t \pm 60°)\right]. \tag{17-104}$$

L'andamento della forza nel tempo è rappresentato da una curva sinusoidale con valor medio diverso da zero. I valori massimi per ciascun

conduttore sono:

$$F_{\max} = f_\infty L \frac{2\sqrt{3} \pm 3}{8} . \tag{17-105}$$

Se è $L_V = \pm L$ ed $L_W = \mp L$, per il conduttore intermedio si ha:

$$F = \frac{f_\infty L \sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} 2\omega t \tag{17-106}$$

quindi con valor medio nullo. Il valore massimo è pari a $\sqrt{3}/2$ volte la forza che si ha per correnti alternate in fase ($\varphi = 0$).

Un caso molto importante nella pratica è quello illustrato in fig. 17-18. Un conduttore che si trova al limite tra due fasi adiacenti dell'avvolgimento e che conduce la corrente i_U viene influenzato contemporaneamente da due gruppi di conduttori. I conduttori del primo gruppo sono percorsi dalla stessa corrente i_U e hanno lunghezza ridotta L; quelli del secondo hanno la stessa lunghezza ridotta L ma sono percorsi da una corrente i_{-V}. Si supponga inoltre che le correnti appartengono ad un sistema trifase. Tenuto conto della posizione dell'avvolgimento, esse sono date dalle seguenti espressioni:

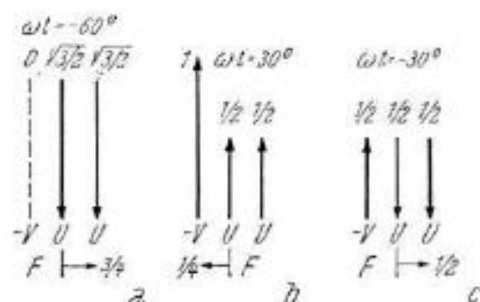


Fig. 17-18. - Forza sul conduttore che si trova al limite tra due fasi adiacenti dell'avvolgimento: *a*) $\omega t = 60°$, *b*) $\omega t = 30°$ e *c*) $\omega t = -30°$.

$$i_U = \hat{I} \operatorname{sen} \omega t, \tag{17-107}$$

$$i_{-V} = -\hat{I} \operatorname{sen} (\omega t - 120°) = \hat{I} \operatorname{sen} (\omega t + 60°), \tag{17-108}$$

e

$$i_W = \hat{I} \operatorname{sen} (\omega t + 120°) = \hat{I} \operatorname{sen} (\omega t - 60°). \tag{17-109}$$

La forza sul conduttore più esterno tra quelli del gruppo indicato con U, dovuta agli altri conduttori dello stesso gruppo è:

$$F' = \frac{f_\infty L}{2} [1 - \cos 2\omega t] \tag{17-110}$$

mentre quella dovuta ai conduttori del gruppo indicato con V, tenuto conto che questo gruppo è situato da parte opposta rispetto al primo, è:

$$F'' = -\frac{f_\infty L}{2} [\cos 60° - \cos (2\omega t + 60°)] = -\frac{f_\infty L}{2} [0{,}5 - \cos (2\omega t + 60°)]. \tag{17-111}$$

La prima forza è diretta sempre verso destra e noi chiameremo tale direzione positiva. La direzione della seconda forza è variabile. La forza risul-

tante è:

$$F = F' + F'' = \frac{f_\infty L}{2} [0{,}5 - \cos (2\omega t - 60°)]. \qquad (17\text{-}112)$$

Risultano due valori massimi e precisamente:

$$F_{\max} = \frac{3}{4} f_\infty L \quad \text{e} \quad F_{\max} = -\frac{1}{4} f_\infty L \qquad (17\text{-}113),\ (17\text{-}114)$$

che sollecitano a flessione il conduttore. Di essi il più elevato è il primo, cioè $3/4\, f_\infty L$. Generalmente il conduttore viene fasciato insieme a quelli vicini mediante un bandaggio di spago o con un sistema analogo. Alla sollecitazione maggiore è quindi sottoposto il bandaggio tra i conduttori esterni dei gruppi. La forza sul conduttore esterno del gruppo U è data dalla (17-112):

$$F_U = \frac{f_\infty L}{I_2} [i_U{}^2 - i_U i_{-V}] = \frac{f_\infty L}{2} [0{,}5 - \cos (2\omega t - 60°)]. \quad (17\text{-}115)$$

La forza nel primo conduttore del gruppo $-V$ è:

$$F_{-V} = -\frac{f_\infty L}{\hat{I}_2} [i_{-V}{}^2 - i_U i_{-V}] = -\frac{f_\infty L}{2} [0{,}5 + \cos 2\omega t]. \quad (17\text{-}116)$$

La forza sul bandaggio sarà espressa dalla:

$$F_B = F_U - F_{-V} = \frac{f_\infty L}{\hat{I}^2} (i_U - i_{-V})^2 =$$
$$= f_\infty L\, [\text{sen}\,(\omega t - 60°)]^2 = \frac{f_\infty L}{2} [1 + \cos (2\omega t + 60°)]. \qquad (17\text{-}117)$$

Il valore massimo di questa forza è $f_\infty L$. Per facilitare la comprensione dei risultati qui ottenuti, sono state indicate nella fig. 17-18 i valori delle correnti per le quali hanno luogo determinati valori massimi della forza. La fig. 17-18a corrisponde alla (17-113), che esprime la massima forza di flessione della barra, che è pure calcolabile in base alla fig. 17-18, e pre cisamente $F_{\max} = f_\infty L(\sqrt{3}/2 \cdot \sqrt{3}/2) = 0{,}75\, f_\infty L$. La fig. 17-18$b$ corrisponde alla (17-114) con forza massima $F_{\max} = f_\infty L(-1 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5) = -0{,}25\, f_\infty L$. Infine nella fig. 17-18c sono indicati i valori delle correnti che danno luogo alla massima forza sul bandaggio, in conformità con la (17-117). In base alla figura risulta: $F_U = f_\infty L[0{,}5 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5] = 0{,}5\, f_\infty L$, $F_{-V} = -F_U$ e $F_B = f_\infty L \cdot 0{,}5 \cdot 2 = f_\infty L$.

Le forze massime non hanno luogo per carico simmetrico, ma durante i fenomeni transitori. Di essi il corto circuito è quello durante il quale si determinano le correnti maggiori e quindi le forze più elevate. La corrente è costituita da una componente continua e una alternata di ampiezza decrescente. Mentre la componente alternata è uguale in tutte le

fasi dell'avvolgimento, l'intensità della componente continua dipende dall'istante in cui si verifica il corto circuito ed è generalmente diversa nelle varie fasi dell'avvolgimento. Le due componenti si annullano secondo costanti di tempo diverse e generalmente la costante di tempo della componente di corrente continua è sensibilmente inferiore a quella della componente alternata. Poichè tutte queste particolarità rendono più difficile il calcolo delle forze, trascureremo lo smorzamento. Per mantenere il più piccolo possibile l'errore che in tal modo si determina, introduciamo per le correnti i valori istantanei massimi, cioè i valori che si hanno dopo un semiperiodo circa dall'inizio del corto circuito e che vengono già determinati in sede di progettazione della macchina. Inoltre facciamo l'ipotesi che la fase U venga chiusa in corto circuito nel momento meno favorevole e che la corrente segua la legge:

$$i_U = \frac{\hat{I}}{2}\,[1 - \cos \omega t). \qquad (17\text{-}118)$$

La corrente nei lati di matassa adiacenti della fase $-V$ è espressa allora dalla:

$$i_{-V} = \frac{\hat{I}}{2}\,[0{,}5 - \cos(\omega t + 60°)] \qquad (17\text{-}119)$$

e nella fase W:

$$i_W = \frac{\hat{I}}{2}\,[0{,}5 - \cos(\omega t - 60°)]. \qquad (17\text{-}120)$$

La forza esercitata sul conduttore esterno (lato di matassa) dagli altri conduttori della stessa fase (fig. 17-18) è espressa dalla:

$$F' = \frac{f_\infty L}{\hat{I}_2}\, i_U{}^2 = \frac{f_\infty L}{4}\,[1 - \cos \omega t]^2. \qquad (17\text{-}121)$$

L'andamento nel tempo dell'intensità della forza, tracciato in fig. 17-19, è simile a quello della curva $\text{sen}^2\omega t$, però con periodo doppio. Il valore massimo è uguale a quello che si ha per sistema simmetrico delle correnti nei conduttori, e cioè $f_\infty L$.

La forza sullo stesso conduttore dovuta ai conduttori della fase adiacente è:

$$F'' = \frac{f_\infty L}{\hat{I}^2}\, i_U i_{-V} = -\frac{f_\infty L}{4}\,[1 - \cos \omega t]\,[0{,}5 - \cos(\omega t + 60°)]. \qquad (17\text{-}122)$$

Tale curva è tracciata in fig. 17-19 ed anche essa presenta una certa analogia con l'andamento della forza che si ha per sistema simmetrico di correnti. La forza risultante sul conduttore

$$F_U = F' + F'' = \frac{f_\infty L}{4}\,[1 - \cos \omega t]\,[0{,}5 - \cos(\omega t - 60°)] \qquad (17\text{-}123)$$

è rappresentata dalla curva F_U di fig. 17-19. Essa è uguale alla curva F'', ma ha un'altra distribuzione parametrica. Risultano due valori massimi, $0{,}645 f_\infty L$ e $-0{,}095 f_\infty L$, minori delle forze corrispondenti che si determinano per correnti simmetriche, e precisamente $0{,}75 f_\infty L$ e $-0{,}25 f_\infty L$.

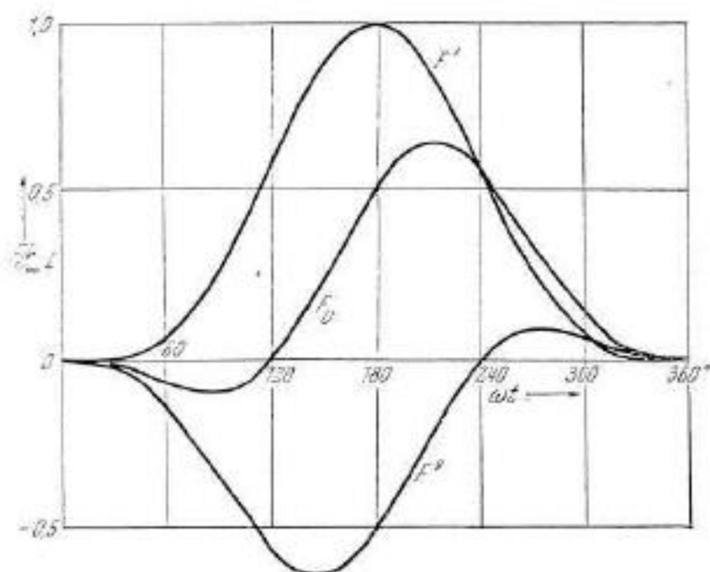


Fig. 17-19. - Andamento nel tempo dell'intensità della forza esercitata sul conduttore esterno, dagli altri conduttori della stessa fase (F'), dai conduttori della fase adiacente (F'') e forza risultante (F_U).

La forza che sollecita il bandaggio tra due conduttori adiacenti di fasi diverse è:

$$F_B = F_U - F_{-V} = \frac{f_\infty L}{4}\left[\frac{3}{2} - \sqrt{3}\cos(\omega t + 30°)\right]^2. \quad (17\text{-}124)$$

Si hanno due valori massimi, e precisamente:

$$F_{\max} = \frac{f_\infty L}{4}(0{,}5 \pm 1) = 0{,}375 f_\infty L \qquad (17\text{-}125)$$

e

$$F_{\max} = \frac{f_\infty L}{4}(0{,}5 \pm 1) = -0{,}125 f_\infty L. \qquad (17\text{-}126)$$

Nel caso di correnti simmetriche tali valori sono $f_\infty L$ e zero, rispettivamente.

TAB. 17-2. - Forza massima che si esercita sul conduttore e sul bandaggio tra i conduttori per disposizione degli stessi secondo lo schema di fig. 17-18, calcolata con il valore massimo della corrente $\hat{I}$.

	Correnti simmetriche (carico)	Correnti asimmetriche (corto circuito)
Forza F' dovuta ai conduttori della stessa fase	$1{,}00\, f_\infty L$	$1{,}00\, f_\infty L$
Forza F'' dovuta ai conduttori della fase adiacente	$-0{,}75$ risp. $0{,}25\, f_\infty L$	$-0{,}645$ risp. $0{,}095\, f_\infty L$
Forza F risultante sul conduttore	$0{,}75$ risp. $-0{,}25\, f_\infty L$	$0{,}645$ risp. $-0{,}095\, f_\infty L$
Forza F_B sul bandaggio	$1{,}00\, f_\infty L$	$0{,}375$ risp. $-0{,}125\, f_\infty L$

Si consideri ora il caso in cui i due conduttori, disposti su un piano,

formano un angolo β (fig. 17-20). Nel punto x l'induzione dovuta alla corrente del conduttore l ha direzione normale al piano del disegno. La forza f_x sull'elemento dx del conduttore 2 è normale alla direzione della corrente i_2 e la sua grandezza è data dalla:

$$f_x = \eta_x f_\infty dx \tag{17-127}$$

in cui η_x è dato dalla (17-92) e f_∞ dalla (17-90); inoltre si deve porre $a = r$. Si può scomporre questa forza in due componenti, l'una $-f_x' = f_x \cos\beta$, normale e l'altrà $-f_x'' = -f_x \operatorname{sen}\beta$, parallela al conduttore 1.

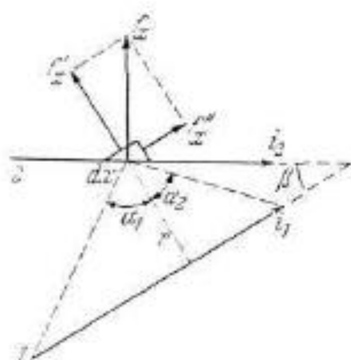


Fig. 17-20. - Due conduttori su un piano, inclinati di un angolo β.

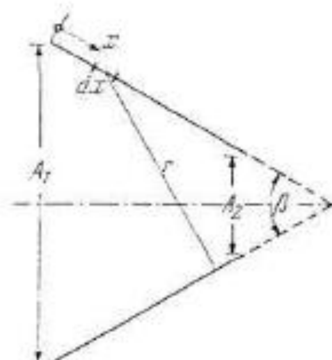


Fig. 17-21. - Come in fig. 17-20, ma per posizione simmetrica dei conduttori.

Per il caso più frequente in pratica, in cui i conduttori sono disposti simmetricamente (fig. 17.21), risulta:

$$r = A_1 \cos\beta/2 + (l + x)\operatorname{sen}\beta \tag{17-128}$$

$$\operatorname{sen}\alpha_1 = \frac{x/r + \operatorname{tg}\beta/2}{\sqrt{1 + (x/r + \operatorname{tg}\beta/2)^2}} \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}\alpha_2 = \frac{(l - x)/r - \operatorname{tg}\beta/2}{\sqrt{1 + [(l - x)/r - \operatorname{tg}\beta/2)^2}}.$$

(17-129), (17-130)

Si può quindi calcolare la forza applicando la (17-127). La distribuzione della forza lungo il conduttore 2 è indicata in fig. 17.12 (curva 3), per la cui determinazione si sono assunti i seguenti valori $l = 10$, $A_2 = 5$ e $A_1 = 1$ ($\beta = 22{,}5°$). Le curve 1 e 2 della stessa figura valgono per $l = 10$ e $a = (A_1 + A_2)/2 = 3$, cioè per una distanza media costante. La curva 3 indica che la forza per unità di lunghezza aumenta in corrispondenza delle minori distanze tra i conduttori. Mentre i valori massimi della curva 1 e 2 sono circa uguali, il valore massimo della 3 è notevolmente più elevato. Anche

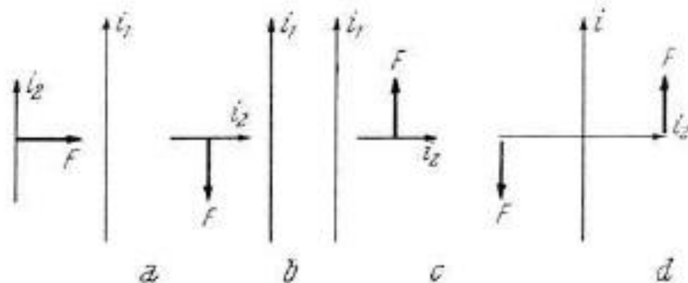


Fig. 17-22. - Casi particolari dello schema di fig. 17-21; F indica la direzione della forza.

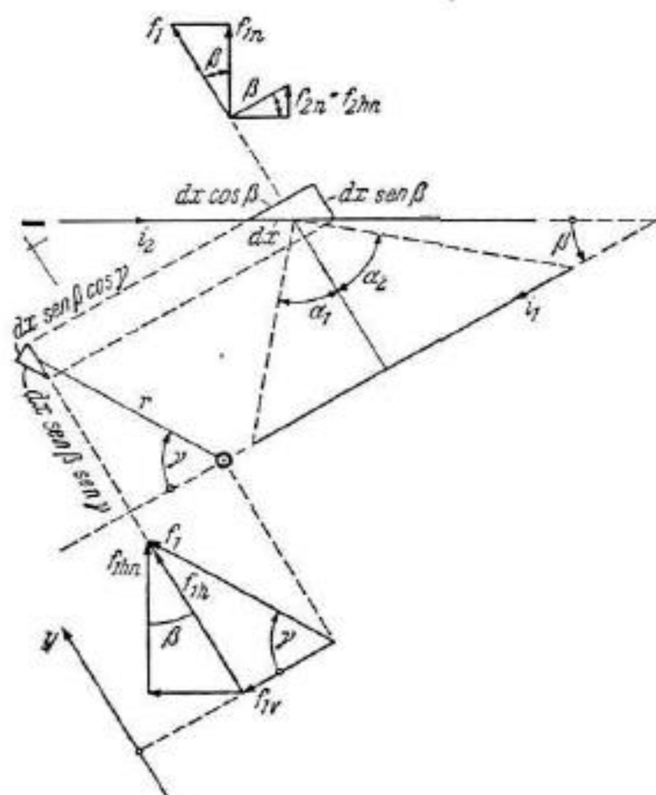


Fig. 17-23. - Due conduttori inclinati di un angolo β e disposti su piani diversi e paralleli.

la forza totale sul conduttore 2 è maggiore nel caso 3 che in quello 1.

Se è $\beta = 0$, se cioè i due conduttori sono paralleli (fig. 17.22*a*), il conduttore 2 è attratto in direzione normale al conduttore 1. Si determina allora una pura forza d'attrazione (o di repulsione, rispettivamente). Per $\beta = 90°$ (fig. 17.22*b*, *c*) *i conduttori sono simmetricamente disposti e perpendicolari* tra loro, la direzione della forza è parallela al conduttore 1 e si ottiene una coppia (fig. 17.22*d*).

In generale i conduttori sono disposti su piani diversi e paralleli. Scomponiamo l'elemento di corrente $i_2 dx$ nelle tre componenti:

$i_2 dx \cos\beta$ parallela al conduttore 1,
$i_2 dx \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\gamma$ normale al conduttore 1, ma parallela alla direzione r,
$i_2 dx \operatorname{sen}\beta \cos\gamma$ normale al conduttore 1 e alla direzione r.

La forza dovuta alla prima componente è data dalla:

$$f_1 = f_\infty\, \eta \cos\beta\, dx \tag{17-131}$$

essa è perpendicolare al conduttore 1. È possibile scomporla in una forza orizzontale (cioè nel piano parallelo al conduttore 1):

$$f_{1h} = f_1 \operatorname{sen}\gamma \tag{17-132}$$

e in una verticale:

$$f_{1v} = f_1 \cos\gamma = f_\infty\, \eta \cos\beta \cos\gamma\, dx. \tag{17-133}$$

Scomponiamo ulteriormente la forza orizzontale nella componente:

$$f_{1hn} = f_{1h} \cos\beta = f_\infty\, \eta \cos^2\beta \operatorname{sen}\gamma\, dx \tag{17-134}$$

normale al conduttore 2 e in una componente parallela al conduttore 2 che potrà essere trascurata.

La seconda componente della corrente dà luogo ad una forza:

$$f_2 = f_\infty\, \eta \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\gamma\, dx \tag{17-135}$$

che ha la direzione del conduttore 1. La sua componente normale al con-

duttore 2 è:

$$f_{2n} = f_2 \operatorname{sen} \beta = f_\infty \eta \operatorname{sen}^2 \beta \operatorname{sen} \gamma \, dx. \qquad (17\text{-}136)$$

Essa coincide con la componente orizzontale

$$f_{2n} = f_{2hn}. \qquad (17\text{-}137)$$

La componente verticale di f_{2n} è nulla.

La terza componente della corrente non produce nessuna forza, poichè le direzioni della corrente i_2 e dell'induzione sono parallele.

La componente orizzontale risultante della forza normale al conduttore 2 è espressa dalla

$$f_{hn} = f_{1hn} + f_{2hn} = f_\infty \eta \operatorname{sen} \gamma \, dx \qquad (17\text{-}138)$$

e la componente verticale dalla:

$$f_v = f_{1v} = f_\infty \eta \cos \beta \cos \gamma \, dx. \qquad (17\text{-}139)$$

È interessante notare che la direzione della forza orizzontale non dipende dall'angolo β, mentre la forza verticale inverte la propria direzione in corrispondenza di $\beta = 90°$.

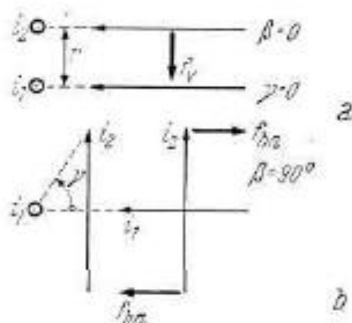


Fig. 17-24. - Due casi limite della fig. 17-23.

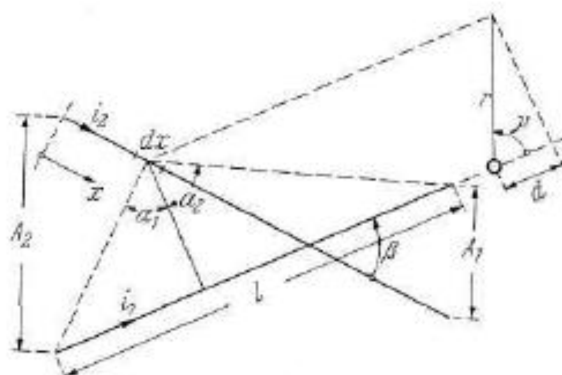


Fig. 17-25. - Caso di due conduttori che si incrociano ma in piani diversi.

Applichiamo ora la (17-132) e la (17-133) a due casi limite. Per $\beta = 0$ e $\gamma = 0$ si hanno due conduttori paralleli (fig. 17-24a). Per la (17-132) è $f_{hn} = 0$ per la (17-133) $f_v = f_\infty \eta \, dx$. In fig. 17.24$b$ è $\beta = 90°$ e si ottiene $f_{hn} = f_\infty \eta dx$ e $f_v = 0$. Se i due conduttori sono perpendicolari, si ha solo una coppia nel piano orizzontale. La forza verticale è però nulla.

Se i due conduttori si incrociano (fig. 17.25) si devono applicare nuovamente la (17-132) e la (17-133). I due angoli α_1 ed α_2 che figurano nell'espressione di η debbono essere determinati sul piano definito dal punto x e dal conduttore 1 ed è quindi necessaria la rappresentazione nello spazio del sistema. Per piccoli valori della distanza tra i conduttori, nel punto di incidenza d si può procedere ad un calcolo approssimativo proiettando tutte le direzioni su un piano determinato (ad esempio il

piano della fig. 15.27). Si ottiene quindi:

$$r = \sqrt{[2\,(l - x)\,\mathrm{sen}\,\beta/2 - A_2]^2 \cos^2\beta/2 + d^2} \qquad (17\text{-}140)$$

e si possono calcolare α_1 e α_2 applicando la (93a, b). Inoltre si ha:

$$\gamma = \mathrm{arc\,cos}\; d/r. \qquad (17\text{-}141)$$

17.4.2. Forze sui lati di matassa

Spesso gli avvolgimenti delle macchine elettriche sono costruiti in modo che alcuni lati di matassa vengono riuniti all'uscita dalle cave a formarne uno solo. Le singole matasse di un gruppo sono fissate mediante bandaggi e distanziatori (o altri mezzi di fissaggio). Da un punto di vista meccanico tutto il gruppo costituisce un'unità. Negli avvolgimenti a piani si fa uso appunto di una tale suddivisione in gruppi. Negli avvolgimenti a due strati ogni lato di matassa è collegato permanentemente con quelli vicini, senza costituire però gruppi particolari. Per non rendere il calcolo inutilmente più difficile, è consigliabile considerare il diametro interno dello statore come infinitamente grande e sviluppare gli avvolgimenti su di un piano.

Ciascun lato di matassa di un gruppo, costituito da q lati di una fase nell'avvolgimento a due piani e da $q/2$ nell'avvolgimento a 3 piani, subisce l'influenza degli altri lati di matassa del proprio gruppo e di quelli dei gruppi vicini. La forza risultante si trova quindi sommando le singole forze. È necessario tener presente che la forza diminuisce assai rapidamente con la distanza, per cui basta prendere in considerazione solo i lati di matassa adiacenti a quello in considerazione. Per tale ragione si possono spesso trascurare le forze dovute ai gruppi vicini ed ai lati immagine. La forza maggiore si esercita sui lati di matassa più esterni rispetto al centro di ciascuna fase.

Negli avvolgimenti a piani il lato di matassa più esterno di un gruppo è sottoposto alla forza maggiore (fig. 17.26), che cerca di comprimere il gruppo stesso. Tale forza è pulsante e varia tra zero ed il valore massimo $f_\infty L$; f_∞ è calcolabile mediante la (17-102) ed L è la lunghezza ridotta del lato di matassa, tenuto conto dell'azione degli altri lati di matassa. Tale lunghezza è data dalla:

Fig. 17-26. - Forza esercitata su un conduttore singolo.

$$L \approx \Sigma\, l\, \eta_x\, a/a_x \qquad (17\text{-}142)$$

in cui l rappresenta la lunghezza del lato di matassa considerato, a_x la distanza rispetto agli altri lati di matassa ed η_x il fattore di correzione relativo al lato di matassa considerato. Nel paragrafo 17.4.3 si calcolerà la lunghezza ridotta di uno schema di matassa caratteristico.

In modo analogo si calcola la forza tangenziale tra i lati di matassa

disposti in direzione assiale sul tratto fuori cava (fig. 17.27). La sollecitazione maggiore è quella alla quale sono sottoposti i lati al limite tra due fasi adiacenti. Consideriamo ad esempio il lato 1 della fase U. La forza sarà esercitata non solo dai lati di matassa della stessa fase U, ma anche da quelli della fase vicina V. Il primo gruppo ha un lato in meno rispetto a quello vicino. Poichè la forza dovuta al lato di matassa della fase V_0 più lontano è piccola per la grande distanza, per i due gruppi si può assumere un ugual numero $(q-1)$ di lati di matassa e calcolare la lunghezza ridotta applicando la (17-142). Si calcolerà la forza mediante le (17-113) e (17-114); essa è pulsante con i valori limite $-0{,}25 f_\infty L$ e $0{,}75 f_\infty L$, se tutti i lati di matassa vengono alimentati con un sistema simmetrico trifase di correnti. Il segno negativo sta ad indicare un'azione respingente dalla fase U e quello positivo un'azione di attrazione. Se le correnti appartengono a un sistema asimmetrico, come ad esempio nel caso di corto circuito, i valori limite sono 0,645 e $0{,}095 f_\infty L$ (vedi tav. 17-2). Il bandaggio di due lati di matassa di fasi d'avvolgimento adiacenti è sollecitato da una forza pari a $f_\infty L$, nel caso di correnti simmetriche, e pari a $0{,}375 f_\infty L$ nel caso di correnti asimmetriche.

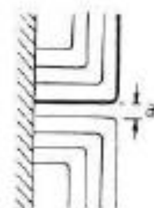


Fig. 17-27. - Determinazione della forza tangenziale.

Negli avvolgimenti a due strati si hanno forze orizzontali, cioè agenti sul piano dello strato, e verticali, cioè normali ad esso. Le prime sono determinate tanto dai conduttori del proprio strato quanto da quelli degli altri, mentre le seconde, a prescindere dalla curvatura dello strato, sono determinate solo dai conduttori dell'altro strato. I principi del calcolo delle due forze sono già stati illustrati.

La componente normale della forza orizzontale agente su di un conduttore è costituita dalla somma di più forze, i cui valori variano da punto a punto lungo il conduttore; per tale motivo non si calcolerà la forza risultante, ma quella unità di lunghezza in corrispondenza di tre punti del conduttore, cioè per $x = 0$, $l/2$ ed l (cfr. fig. 17-32). Consideriamo dapprima le forze dovute ai conduttori del proprio strato. Nel punto $x = 0$, sul conduttore considerato agiscono le forze dovute al gruppo di conduttori della stessa fase (a destra con corrente i_U) e quelle dovute al gruppo di conduttori della fase vicina (a sinistra con corrente i_{-V}). La forza è espressa dalla:

$$f = \frac{f_\infty}{\hat{I}^2} \left[i_U^2 \Sigma\eta' - i_U i_{-V} \Sigma\eta'' \right] \qquad (17\text{-}143)$$

in cui f_∞ rappresenta la forza tra due conduttori di lunghezza infinita, percorsi da una corrente $\hat{I}$ [vedi la (17-101)]; i_U e i_{-V} sono valori istantanei delle correnti di fase [vedi le (17-107), (17-108), (17-109)], η' il fattore di correzione relativo al gruppo di conduttori di destra (vedi fig. 17-13) ed η'' al gruppo di sinistra. Come si vede dalle figure citate, per $x = 0$ il fattore di y' è minore di y'' e può essere trascurato senza grave errore. Nel caso di sistema simmetrico di correnti la forza nel punto $x = 0$ è

allora:

$$f \approx -\frac{f_\infty}{2}\,[0{,}5 - \cos(2\omega t + 60°)]\,\Sigma\eta''. \qquad (17\text{-}144)$$

Per $x = l$ è al contrario $\eta'' < \eta'$ e quindi la forza sarà:

$$f \approx \frac{f_\infty}{2}\,[1 - \text{cost}\,2\omega t]\,\Sigma\eta'. \qquad (17\text{-}145)$$

In $x = l/2$ è $\eta' = \eta'' = \eta$ e la forza è:

$$f = \frac{f_\infty}{2}[0{,}5 - \cos(2\omega t - 60°)]\,\Sigma\eta. \qquad (17\text{-}146)$$

La forza orizzontale dovuta ai conduttori dell'altro strato è:

$$f = \frac{f_\infty}{\hat{I}_2}\,i_U i_K \Sigma\zeta_{h,x}. \qquad (17\text{-}147)$$

A seconda della fase della corrente i_K si ottiene:

per $k = U$ $\quad f = 0{,}5 f_\infty\,[1 - \cos 2\omega t]\,\Sigma\zeta_{h,x},$ (17-148)

per $k = -V$ $\quad f = 0{,}5 f_\infty\,[0{,}5 - \cos(2\omega t + 60°)]\,\Sigma\zeta_{h,x},$ (17-149)

per $k = W$ $\quad f = 0{,}5 f_\infty\,[0{,}5 - \cos(2\omega t - 60°)]\,\Sigma\zeta_{h,x}.$ (17-150)

Il fattore di correzione $\zeta_{h,x}$ è negativo per $x = 0$ e positivo per $x = l$. Per $x = l/2$ il suo segno dipende dal punto in cui i conduttori si incrociano e precisamente, se si incrociano nel tratto compreso tra 0 e $l/2$, $\zeta_{h,x}$ è negativo, mentre è positivo se l'incrocio avviene nel tratto compreso tra $l/2$ ed l. Per calcolare la forza dovuta ai conduttori dell'altro strato, bisogna disegnare una parte dell'avvolgimento per poter determinare il numero e a quale fase appartiene il conduttore. In genere è sufficiente considerare solo quei conduttori (lati di matassa) che incrociano il conduttore considerato, essendo trascurabili le forze dovute agli altri conduttori.

La forza orizzontale sul bandaggio tra due conduttori esterni è espressa da:

per $x = 0$ $\quad f \approx f_\infty\eta''(i_U{}^2 - i_U i_{-V}) = \dfrac{f_\infty\eta''}{2}[0{,}5 - \cos(2\omega t - 60°)],$ (17-151)

per $x = l/2$ $\quad f = f_\infty\eta(i_U - i_{-V})^2 = \dfrac{f_\infty\eta}{2}[1 + \cos(2\omega t + 60°)],$ (17-152)

per $x = l$ $\quad f \approx f_\infty\eta'(i_{-V}{}^2 - i_U i_{-V}) = \dfrac{f_\infty\eta}{2}[0{,}5 + \cos 2\omega t].$ (17-153)

Tale forza è massima nel punto $x = l/2$, in cui assume il valore $f_\infty\eta$. Il

segno positivo sta ad indicare forza d'attrazione e quello negativo forza di repulsione.

Per correnti asimmetriche valgono le stesse espressioni indicate per correnti simmetriche, in cui vanno introdotti i valori istantanei delle correnti secondo le (17-118), (17-119), (17-120). La forza orizzontale sul conduttore esterno della fase U è data allora dalle [vedi le (17-121, (17-122, (17-123), (17-143)]:

$$\text{per} \quad x = 0 \qquad f \approx -f_\infty \Sigma\eta'' i_U i_{-V}/\hat{I}^2 = -0{,}25 f_\infty \Sigma\eta''[1 - \cos\omega t]\,[0{,}5 - \cos(\omega t + 60°)], \tag{17-154}$$

$$\text{per} \quad x = l/2 \qquad f = f_\infty \Sigma\eta i_U (i_U - i_{-V})/\hat{I}^2 = 0{,}25 f_\infty \Sigma\eta[1 - \cos\omega t]\,[0{,}5 - \cos(\omega t - 60°)], \tag{17-155}$$

$$\text{per} \quad x = l \qquad f \approx f_\infty \Sigma\eta' i_U^2/\hat{I}^2 = 0{,}25 f_\infty \Sigma\eta'[1 - \cos\omega t]^2. \tag{17-156}$$

L'andamento di queste forze è indicato ancora dalle curve di fig. 17-19. La forza orizzontale dovuta ai conduttori dell'altro strato è data dalla (17-147), nella quale si debbono introdurre i relativi valori istantanei delle correnti.

Per quel che riguarda il segno, valgono gli stessi principi che si sono applicati nel caso di correnti simmetriche. Del resto si può sempre individuare la direzione della forza osservando semplicemente che correnti di uguale direzione si attirano, mentre correnti di direzione contraria si respingono.

La forza verticale sul conduttore si determina, per sistema di correnti sia simmetrico che asimmetrico, applicando la seguente espressione [vedi la (17-139) e la (17-180)]:

$$f = f_\infty(a) \cos\beta \, \Sigma\, \zeta_{v,x}\, i_1 i_2 \tag{17-157}$$

in cui il prodotto $\zeta_{v,x} i_1 i_2$ è derivabile dal disegno dell'avvolgimento e dalla curva di fig. 17.31*a*, *b*. Per un determinato punto del conduttore il fattore $\zeta_{v,x}$ è costante e la forza dipende unicamente dal prodotto delle correnti. Si indica tale prodotto con $\varphi = i_1 i_2/\hat{I}^2$ e si determina la sua grandezza per correnti diverse. Alle due estremità del conduttore ($x = 0$ e $x = l$) si hanno le quattro seguenti possibilità:

$$\varphi = i_U^2/\hat{I}^2, \quad i_{-V}^2/\hat{I}^2, \quad i_U i_{-V}/\hat{I}^2 \quad \text{e} \quad i_{-V} i_W/\hat{I}^2.$$

(17-158), (17-159), (17-160), (17-161)

Se il sistema delle correnti è simmetrico, si verificano solo due casi:

$$\varphi_1 = i_U^2/\hat{I}^2 = 0{,}5\,[1 - \cos 2\omega t] \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 1{,}00 \tag{17-162}$$

e

$$\varphi_2 = i_U i_{-V}/\hat{I}^2 = 0{,}5\,[0{,}5 - \cos(2\omega t + 60°)] \text{ con } \varphi_{max} = 0{,}75. \tag{17-163}$$

Se il sistema delle correnti è invece asimmetrico, si hanno tutti e quattro i casi:

$$\varphi_1 = i_U{}^2/\hat{I}^2 = 0,25\,(1 - \cos\omega t)^2 \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 1,00 \qquad (17\text{-}164)$$

$$\varphi_2 = i_{-V}{}^2/\hat{I}^2 = 0,25\,[0,5 - \cos(\omega t + 60°)]^2 \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 0,563 \qquad (17\text{-}165)$$

$$\varphi_3 = i_U i_{-V}/\hat{I}^2 = 0,25\,[1 - \cos\omega t]\,[0,5 - \cos(\omega t + 60°)] \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 0,640 \qquad (17\text{-}166)$$

$$\varphi_4 = i_{-V} i_W/\hat{I}^2 = 0,25\,[0,5 - \cos(\omega t + 60°)]\,[0\;5 - \cos(\omega t - 60°)] \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 0,250 \qquad (17\text{-}167)$$

Al centro del conduttore ($x = l/2$), per sistema di correnti simmetrico, si hanno nuovamente due casi, e precisamente:

$$\varphi_1 = i_U\,(i_{-V} + i_W)/\hat{I}^2 = 0,5\,[1 - \cos 2\omega t] \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 1,00 \qquad (17\text{-}168)$$

$$\varphi_2 = i_{-V}\,(i_U + i_{-V})/\hat{I}^2 = -\,0,5\sqrt{3}\cos(2\omega t + 30°) \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 0,867 \qquad (17\text{-}169)$$

Per sistema di correnti asimmetrico i casi sono nuovamente quattro:

$$\varphi_1 = i_U(i_U + i_{-V})/\hat{I}^2 = 0,25\,[1 - \cos\omega t]\,[1,5 - \cos\omega t - \cos(\omega t + 60°)] \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 1,56 \qquad (17\text{-}170)$$

$$\varphi_2 = i_U(i_{-V} + i_W)/\hat{I}^2 = 0,25[1 - \cos\omega t]^2 \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 1,00 \qquad (17\text{-}171)$$

$$\varphi_3 = i_{-V}(i_U + i_{-V})/\hat{I}^2 = 0,25\,[0,5 - \cos(\omega t + 60°)]\,[1,5 - \cos\omega t - \cos(\omega t + 60°)] \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 1,16 \qquad (17\text{-}172)$$

$$\varphi_4 = i_{-V}(i_{-V} + i_W)/\hat{I}^2 = 0,25\,[0,5 - \cos(\omega t + 60°)]\,[1 - \cos\omega t] \quad \text{con} \quad \varphi_{max} = 0,64 \qquad (17\text{-}173)$$

Le possibilità qui illustrate rappresentano tuttavia dei casi limite che si presentano solo quando tutti i conduttori della stessa fase dell'avvolgimento sono collocati su un lato rispetto al conduttore considerato (cioè quando si tratta del conduttore al limite di due fasi adiacenti). In caso contrario si determinano più combinazioni per le quali si deve applicare la (17-157).

Per determinare la forza verticale tra due conduttori che si incrociano e appartengono a strati diversi è necessario calcolare la forza su ogni conduttore. Poichè la forza massima si determina al centro del conduttore, ci si può limitare a considerare il caso di due conduttori che si incrociano al centro, per il quale non si può dare una formula generale. Di ciò si parlerà più ampiamente riportando un esempio numerico.

17.4.3. Lunghezza ridotta e fattore di correzione per conduttori di lunghezza finita e disposizioni diverse dei conduttori

Come si è già visto, la forza su un lato di matassa è data dall'azione combinata di più lati. Tale azione è stata calcolata mediante la lunghezza ridotta L, la cui definizione è data dalla (17-142). Si calcolerà ora tale lunghezza, che dipende dalle dimensioni (lunghezza, distanza) e dalla disposizione dei lati di matassa, per i casi che si verificano più spesso in pratica.

Il caso più semplice è quello illustrato in fig. 17.28, e riguarda un

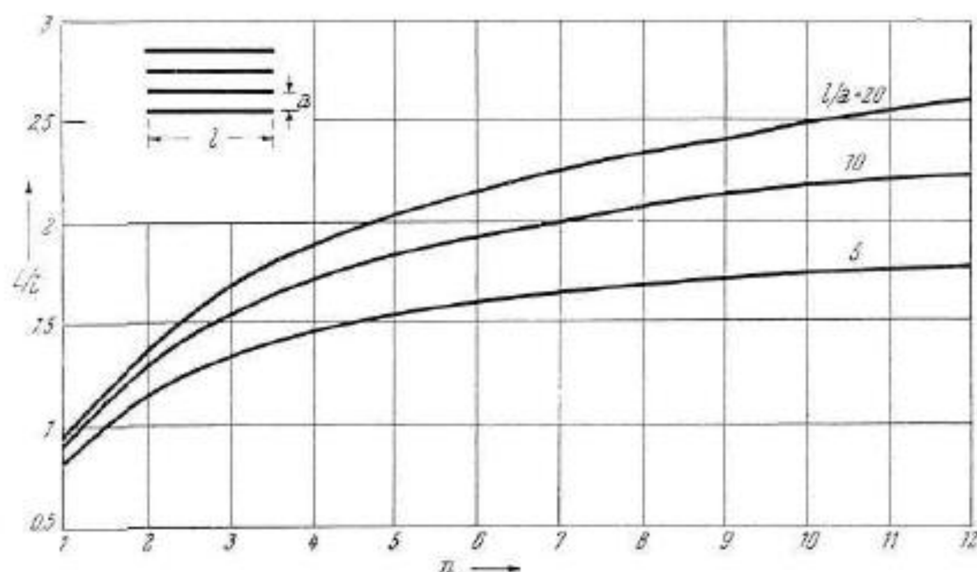


Fig. 17-28. - Rapporto L/l tra la lunghezza ridotta e quella reale in funzione del numero (n) dei conduttori. I conduttori hanno tutti uguale lunghezza, sono paralleli e non spostati tra loro.

gruppo di conduttori aventi uguale lunghezza e posti alla stessa distanza e inoltre aventi la stessa posizione rispetto al conduttore considerato. La lunghezza ridotta dell'ennsimo conduttore è data dalla:

$$L_n = \frac{l\eta_n}{na} = \frac{l}{na}\left[\sqrt{1 + (na/l)^2} - na/l\right] \tag{17-174}$$

e la lunghezza totale ridotta del gruppo è:

$$L = \Sigma L_n. \tag{17-175}$$

In fig. 17-28 sono tracciate le curve di L/l in funzione del numero dei conduttori n per valori diversi del rapporto l/a. A partire da $n > 5$, soprattutto per piccoli valori di l/a, la lunghezza ridotta aumenta assai poco. I conduttori più lontani contribuiscono assai scarsamente alla lunghezza ridotta e quindi possono essere trascurati in molti casi. Le curve tracciate in fig. 17-28 possono essere usate anche nel caso che il gruppo di conduttori sia alimentato da correnti diverse. Se si ha ad esempio un gruppo di 10 conduttori, 5 percorsi da una corrente (I_1) e 5 da un'altra

corrente (I_2), si determina dapprima la forza $f_{\infty,1}$ in base alla distanza a e alla corrente I_1 e la forza $f_{\infty,2}$ in base alla corrente I_2 e alla stessa distanza a. La lunghezza ridotta sarà L_1 ($n = 5$) per il primo gruppo e $L_2 = L(n = 10) - L(n = 5)$ per il secondo.

La forza $F = f_\infty L$, data dalla (17-93), è la forza risultante su tutto il conduttore considerato. Come si vede da fig. 17-12, la distribuzione di tale forza tuttavia non è uniforme. Nel caso di conduttori lunghi, che vengono fissati in più punti, si cerca generalmente di determinare il valore massimo della forza nel punto più sollecitato. Nello schema già considerato si ha la massima forza esattamente al centro del gruppo di matasse. Essa è espressa dalla:

$$f_{l/2} = f_n\left(\eta_1 + \frac{\eta_2}{2} + \ldots \frac{\eta_n}{n}\right) \tag{17-176}$$

in cui è

$$\eta_n = \sqrt{1 + (na/l)^2} - na/l. \tag{17-177}$$

In fig. 17-29 è indicato invece un sistema in cui i conduttori paralleli sono spostati gli uni rispetto agli altri in direzione assiale. Il fattore

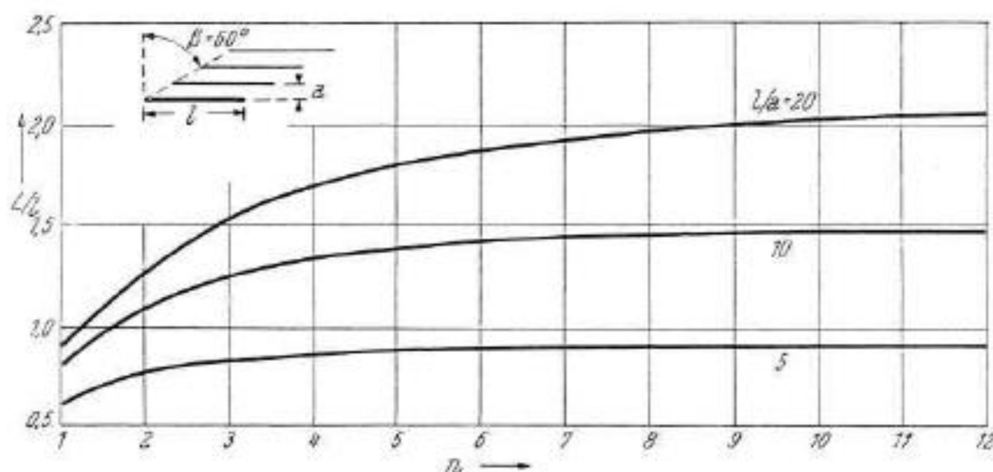


Fig. 17-29. - Rapporto L/l tra lunghezza ridotta e quella reale in funzione del numero (n) dei conduttori efficienti. I conduttori hanno tutti uguale lunghezza, sono paralleli e uniformemente spostati uno rispetto all'altro.

di correzione η è dato dalla (17-98), per cui la distanza tra i conduttori considerati è, per l'n-esimo conduttore, pari a na; è questo valore che deve essere introdotto al posto di a nella (17-98). La lunghezza ridotta è:

$$L = l\,\Sigma \frac{\eta_n}{na}. \tag{17-178}$$

In fig. 17-29 sono tracciate le curve per $\beta = 60°$ e per diversi valori del rapporto l/a, in funzione del numero n dei conduttori. L'andamento di tali curve è analogo a quello delle curve di fig. 17-28 ma i valori sono un poco minori. In fig. 17-30a, b, c sono riportati i valori del fattore

di correzione η per un conduttore n-esimo per i tre punti $x = 0$, $l/2$ e l.

Per lo schema indicato nella fig. 17-31 ha poco senso dare la lunghezza ridotta. Le forze sui diversi punti del conduttore agiscono in senso opposto e la loro risultante è molto piccola, mentre le forze locali possono essere sensibilmente più elevate. Per tale ragione calcoleremo quindi solo i

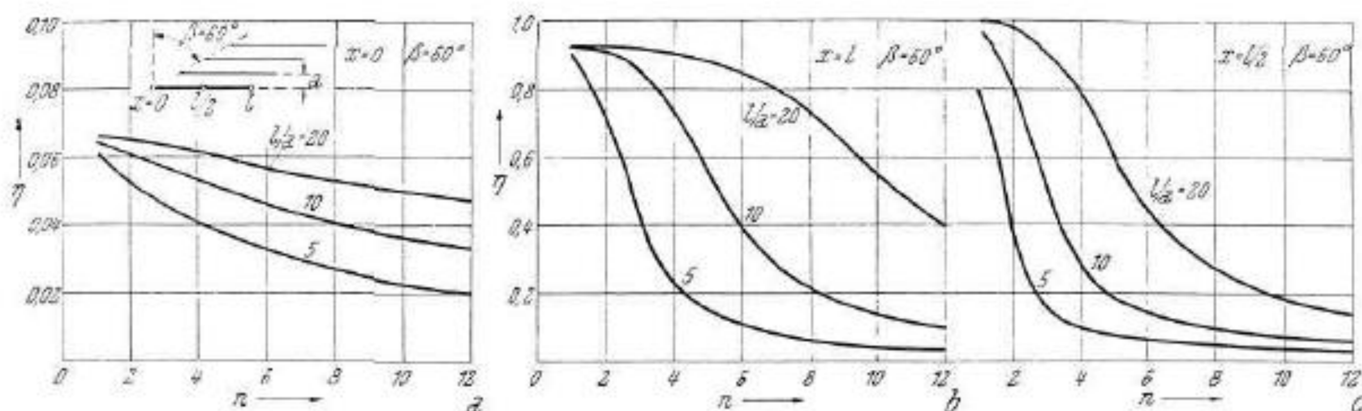


Fig. 17-30. - Fattore di correzione η, *a*) per $x = 0$, *b*) per $x = l$ e *c*) per $x = l/2$.

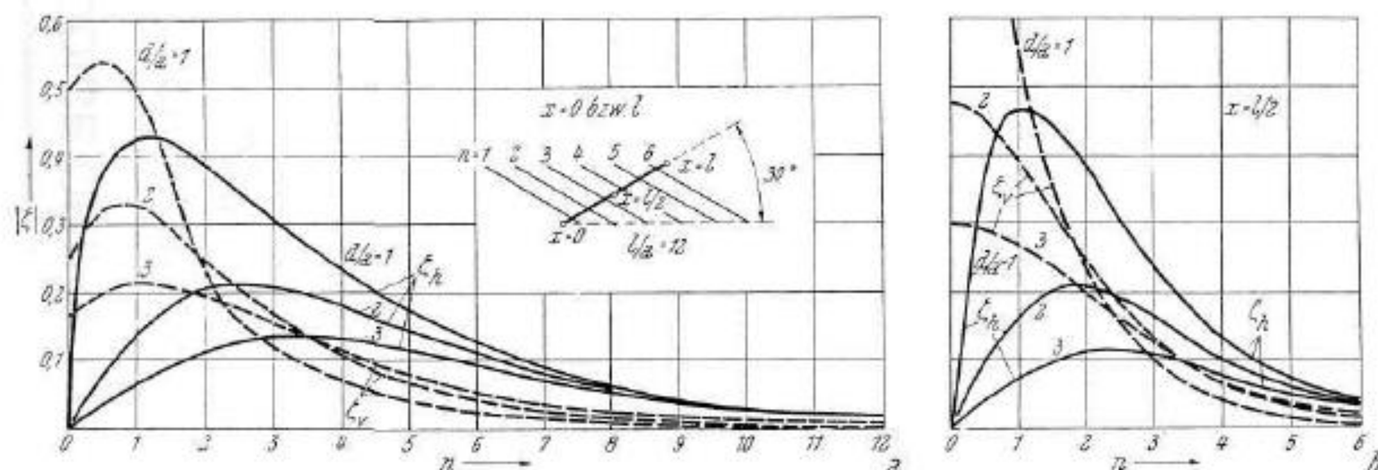


Fig. 17-31. - Fattori ζ_h e ζ_v per la forza orizzontale e quella verticale in funzione del numero dei conduttori che si incrociano: *a*) per gli estremi del conduttore ($x = 0$ e $x = l$, rispettivamente), e *b*) per il centro del conduttore ($x = l/2$).

valori delle forze locali. La (17-138) e la (17-139) che esprimono tali forze, contengono, oltre al fattore di correzione η, anche numerose grandezze incognite e precisamente f_∞, sen γ e cos γ, rispettivamente. In conformità alla (17-91), la forza f_∞ è calcolata in funzione della distanza r. Si vuole tuttavia esprimere tale forza mediante la distanza a tra due conduttori paralleli e affiancati. Quindi la forza orizzontale e quella verticale per unità di lunghezza del conduttore sono espresse dalle:

$$f_h = f_\infty(a) \frac{a}{r} \eta \operatorname{sen} \gamma = f_\infty(a)\, \zeta_h \tag{17-179}$$

$$f_v = f_\infty(a) \frac{a}{r} \eta \cos\gamma \cos\beta = f_\infty(a) \cos\beta\, \zeta_v. \tag{17-180}$$

Le grandezze r, a_1, a_2 e γ si deducono dal disegno e in base ad esse si possono poi calcolare i fattori di correzione ζ_h e ζ_v. Tali fattori sono stati calcolati per $\beta = 12°$, $a = 1$, $l = 12$ e $d \mp 1{,}2$ e 3 e riportati poi in fig. 17-31a e b. Le curve di fig. 17-31a valgono per il punto $x = 0$ del conduttore (o per il punto estremo $x = l$, rispettivamente); la 17-31b per il punto di mezzo del conduttore ($x = l/2$). In pratica l'angolo β è compreso tra 90° e 140° e le curve di fig. 17-31a e b danno il valore medio di β. Tutti i valori di ζ_v hanno ugual segno e, per correnti aventi la stessa direzione, in tutti i conduttori la forza risultante è data dalla somma aritmetica dei prodotti $i\zeta_v$. Ciò vale anche per le forze orizzontali per $x = 0$ o $x = l$. Per $x = l/2$, invece, cambia il segno di ζ_h, così che si deve fare la differenza dei prodotti di ζ_h relativi ai conduttori posti a destra e a sinistra rispetto al punto $x = l/2$. Se su entrambi i lati si ha un ugual numero di conduttori la forza è nulla.

17.4.4. Esempio numerico

Consideriamo, per fare un esempio numerico, l'avvolgimento di un turbogeneratore da 7800 kVA (fig. 17-32). In questo caso si tratta di un avvolgimento ad uno strato con matasse di ugual forma. La macchina ha 60 cave e il passo dell'avvolgimento è 1 — 26. La corrente di colpo di corto circuito in un lato di matassa, che per semplicità considereremo poi come un semplice conduttore, è $\hat{I} = 46{,}4$ kA. Benchè la distanza tra gli strati nei quali sono disposti i collegamenti frontali non sia costante, nel calcolo si assumerà una distanza media del valore di $d = 0{,}12$ m.

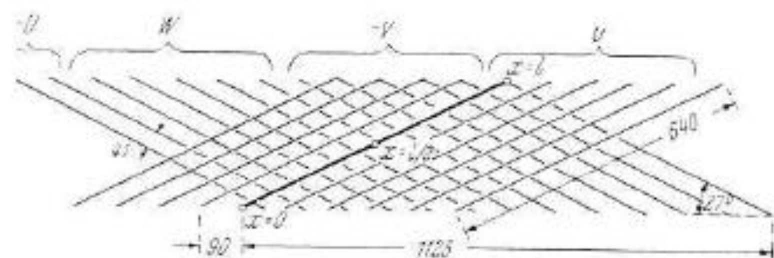


Fig. 17-32. - Avvolgimento ad uno strato di un turbogeneratore di 7800 kVA con matasse di ugual forma.

Determineremo in primo luogo le diverse forze supponendo che il sistema delle correnti sia simmetrico. Come valore massimo della corrente assumiamo $I = 46{,}4$ kA. La forza per unità di lunghezza per conduttori infinitamente lunghi collocati ad una distanza $a = 0{,}041$ m gli uni dagli altri, è:

$$f_\infty = \frac{0{,}4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot 46{,}4^2 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 0{,}041} = 10.500 \quad \text{N/m}.$$

Si consideri il primo conduttore della fase U, rappresentato in fig. 17-32 mediante una linea in grassetto, e si calcoli la forza orizzontale dovuta ai conduttori dello stesso strato. A sinistra sono disposti 5 conduttori della fase $-V$ e a destra 4 della stessa fase U. Per semplificare il calcolo supponiamo che sia a destra che a sinistra ci siano 5 conduttori. Con il rapporto $l/a = 64/4{,}1 = 15{,}6$ per il punto $x = 0$ si ottiene la somma dei

fattori di correzione relativi al conduttori della fase $-V$, ricorrendo alla fig. 17-30*b*; essa è:

$$\sum \eta' = \sum_5 \eta_x \frac{a}{a_x} = 0{,}935 + \frac{0{,}920}{2} + \frac{0{,}89}{3} + \frac{0{,}80}{4} + \frac{0{,}70}{5} = 2{,}04$$

e per la fase U (fig. 17-30*a*):

$$\sum \eta'' = 0{,}065 + \frac{0{,}063}{2} + \frac{0{,}060}{3} + \frac{0{,}056}{4} + \frac{0{,}050}{5} = 0{,}14.$$

Come risulta evidente dai valori sopraindicati, è possibile trascurare il fattore $\Sigma\eta''$. In tal modo, per la (17-144) si otterrà la seguente forza orizzontale nel punto $x = 0$:

$$f \approx -0{,}5 \cdot 10.500 \cdot 2{,}04\,[0{,}5 - \cos(2\omega t + 60°)]$$

e nel punto $x = l$, secondo la (17-145):

$$f \approx 0{,}5 \cdot 10.500 \cdot 2{,}04\,[0{,}5 - \cos(2\omega t - 60°)].$$

In tal modo risultano i seguenti valori massimi:

per $x = 0$ $\quad f_{\max} = -5250 \cdot 2{,}04 \cdot 1{,}5 = -16.000$ N/m

e per $x = l$ $\quad f_{\max} = 5250 \cdot 2{,}04 \cdot 2 = 21.400$ N/m.

Dalla fig. 17-30*c* per il punto $x = l/2$ si ottiene:

$$\sum \eta = 0{,}99 + \frac{0{,}89}{2} + \frac{0{,}70}{3} + \frac{0{,}50}{4} + \frac{0{,}35}{5} = 1{,}86$$

e, per la (17-146) la forza è:

$$f = 5250 \cdot 1{,}86\,[0{,}5 - \cos(2\omega t - 60°)].$$

L'andamento di tutte le forze è rappresentato in fig. 17-33 (curve in grassetto) in funzione del tempo; la forza massima si ha in corrispondenza del punto $x = l$. La forza è pulsante ed è sempre diretta nello stesso senso. Per $x = 0$ e $x = l/2$ le forze sono un poco inferiori, ma il loro segno è variabile; i valori massimi delle forze negli stessi punti si verificano contemporaneamente. Per tale motivo, oltre ad una forza risultante, si determina anche una coppia. La forza può essere ricavata in base alla lunghezza ridotta $L = 1{,}6\,l = 1{,}6 \cdot 0{,}64 = 1{,}02$ m (vedi fig. 17-29), applicando la (17-114):

$$F_{\max} = 0{,}75\, f_\infty\, L = 0{,}75 \cdot 10.500 \cdot 1{,}02 = 8000 \quad \text{N}.$$

Come valore medio per unità di lunghezza si ottiene $8000/0{,}64 = 12.500$ N/m. Il valore massimo trovato è di 21.500 N/m.

La forza orizzontale dovuta ai conduttori dell'altro strato si calcola mediante il fattore ζ_h, la cui curva è tracciata in fig. 17-31. Poichè i rap-

porti $d/a = 12/4,1 \approx 3$ ed $l/a = 15,6$ sono circa uguali a quelli della curva 3, si possono utilizzare appunto i valori dati da questa curva. Con riferimento ai conduttori della fase $-V$, in $x = l$ risulta:

$$\sum \zeta_h' = 0,065 + 0,115 + 0,135 + 0,130 + 0,115 = 0,58$$

e per i conduttori della fase U:

$$\sum \zeta_h'' = 0,09 + 0,07 + 0,05 + 0,04 + 0,03 = 0,28.$$

Per la (17-147) la forza dovuta ai conduttori delle due fasi è:

$$f = f_\infty [\Sigma \zeta_h' i_U i_{-V} + \Sigma \zeta_h'' i_U i_W]/\hat{I}^2 =$$
$$= 5250 \{0,58 [0,5 - \cos(2\omega t + 60°)] - 0,28 [0,5 - \cos(2\omega t - 60°)]\} .$$

Tenendo presente che i fattori ζ_h cambiano di segno, la forza nel punto $x = 0$ è:

$$f = 5250 \{0,58 [0,5 - \cos(2\omega t - 60°)] - 0,28 [0,5 - \cos(2\omega t + 60°)]\} .$$

Le due forze sono rappresentate in fig. 17-33 (curva non in grassetto) in funzione del tempo. La forza dovuta ai conduttori dell'altro strato nel punto $x = l/2$ è nulla.

Sommando le forze dovute a tutti i conduttori dei due strati si ottiene la forza orizzontale risultante. Come valore massimo per $x = l$ e $\omega t \approx 90°$ si ottiene $15.600 + 4900 = 20.500$ N/m. L'influenza esercitata dai conduttori dello strato inferiore sul valore massimo della forza orizzontale è però scarsa, così che spesso, per scopi pratici, è possibile trascurarla.

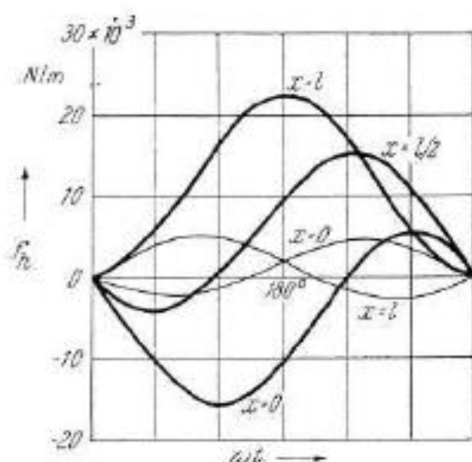


Fig. 17-33. - Forze orizzontali in diversi punti del conduttore U per correnti simmetriche in un semiperiodo. Le curve in grassetto si riferiscono alle forze dovute ai conduttori dello stesso strato del conduttore in esame, le altre rappresentano le forze dovute ai conduttori dello strato inferiore.

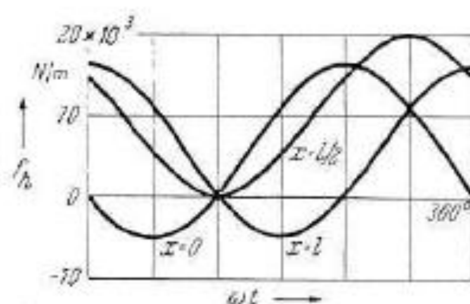


Fig. 17-34. - Forze orizzontali sul bandaggio di due conduttori affiancati U e $-V$ di uno strato per correnti simmetriche, in funzione del tempo.

La forza orizzontale sul bandaggio tra i conduttori esterni della fase U e della fase $-V$ è data dalle (17-151), (17-152, (17-153). La forza massima si verifica nel punto $x = l/2$ e il suo valore è $10.500 \cdot 1,86 = 19.600$ N/m (fig. 17-34).

La forza oscilla tra 0 e 19.600 N/m, cioè il bandaggio subisce solo lo sforzo di trazione, e non quello di pressione. Nei punti $x = 0$ ed $x = l$ i valori massimi della forza sono — 5300 e 16.000 N/m. Il bandaggio è sollecitato sia a trazione (dalla forza con segno positivo) sia a compressione (dalla forza con segno negativo).

Si eseguirà ora il calcolo delle forze verticali, determinate, nella nostra rappresentazione semplificata, esclusivamente dai conduttori dello strato inferiore. Consideriamo in primo luogo il conduttore esterno della fase U, rappresentato in fig. 17-32 mediante una linea in grassetto. Tale conduttore risente l'influenza dei conduttori della fase $-V$ e della fase W. Nel presente calcolo ci limiteremo a considerare i cinque conduttori più vicini. In base alla fig. 17-31a per i punti $x = 0$ e $x = l$ si ottengono i seguenti fattori di correzione:

$$\Sigma\, \zeta_v = 0{,}160 + 0{,}215 + 0{,}200 + 0{,}155 + 0{,}115 = 0{,}845.$$

Nel punto $x = 0$, la forza dovuta ai conduttori della fase W, con $\cos\beta = 0{,}588$ ($\beta = 54°$), è:

$$f = 5250 \cdot 0{,}845 \cdot 0{,}588\,[-0{,}5 + \cos(2\omega t - 60°)]$$

e per $x = l$, in cui è dovuta ai conduttori della fase $-V$, è:

$$f = 5250 \cdot 0{,}845 \cdot 0{,}588\,[0{,}5 - \cos(2\omega t + 60°)].$$

Nel punto $x = l/2$ il conduttore considerato subisce contemporaneamente l'influenza dei conduttori delle fasi $-V$ e W. Poichè un conduttore della fase W è posto esattamente in corrispondenza del punto $x = l/2$ del conduttore considerato, il fattore ζ_v è un poco maggiore per la fase W che per quella $-V$. Per quest'ultima fase si ottiene (vedi la curva di fig. 17-31b):

$$\Sigma\, \zeta_v = 0{,}270 + 0{,}200 + 0{,}120 + 0{,}060 + 0{,}035 = 0{,}685$$

e per la fase W:

$$\Sigma\, \zeta_v = 0{,}300 + 0{,}270 + 0{,}200 + 0{,}120 + 0{,}060 = 0{,}905.$$

La forza è:

$$f = 5250 \cdot 0{,}588\,\{0{,}685\,[0{,}5 - \cos(2\omega t - 60°)] + 0{,}905\,[-0{,}5 + \cos(2\omega t - 60°)]\}.$$

L'andamento della forza verticale per $x = 0,\ l/2,\ l$ è tracciato in fig. 17-35. La forza massima si esercita in $x = l/2$. Se si suppone che in questo punto il conduttore sia simmetrico rispetto alle due fasi $-V$ e W, il fattore ζ_v risulta uguale per le due fasi, e precisamente, 0,80. Per la forza verticale si ottiene allora un'espressione molto semplice [vedi la (17-168)] e precisamente:

$$f' \approx 5250 \cdot 0{,}80 \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}588\,\mathrm{sen}\,2\omega t$$

con valore massimo pari a 4300 N/m.

Per poter procedere al calcolo della forza agente sul bandaggio tra un conduttore dello strato superiore ed uno dello strato inferiore, è necessario che siano determinate le forze sui due conduttori. Poichè si è visto che la forza massima si esercita nel punto $x = l/2$, ci limiteremo a considerare solo questo punto. La forza verticale sul conduttore dello strato superiore è già stata determinata; come conduttore inferiore assumiamo quello esterno della fase $-V$, che incrocia esattamente nel punto $x = l/2$ il conduttore esterno della fase U. Sul conduttore esterno della fase $-V$ si esercitano forze dovute alle correnti nei conduttori della fase $-V$ e della fase W. Per posizione simmetrica del conduttore rispetto alle due fasi (valori uguali per il fattore ζ_v), la forza verticale su questo conduttore è data dalla [vedi la (17-169)]:

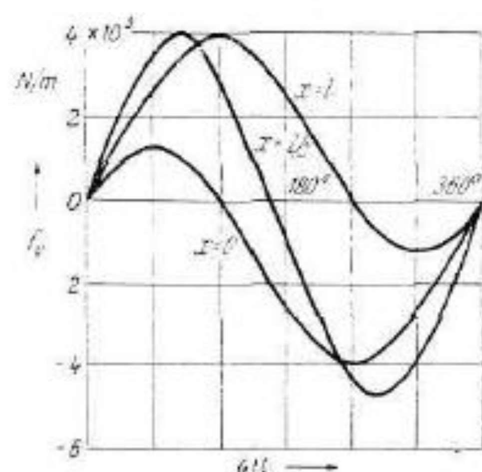


Fig. 17-35. - Forze verticali che si esercitano durante un semiperiodo sul conduttore U per sistema simmetrico di correnti.

$$f'' \approx -5250 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}588\,[1{,}5 + \sqrt{3}\,\mathrm{sen}\,2\omega t].$$

La forza verticale sul conduttore considerato della fase $-V$, nello strato inferiore, è maggiore di quella sul conduttore della fase U dello strato superiore. Il suo valore massimo è $5250 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}588\,(1{,}5 + \sqrt{3}) = 7950$ N/m. La forza che si esercita sul bandaggio è la differenza tra la forza che agisce sul conduttore superiore e quella che agisce sul conduttore inferiore e cioè:

$$f_B = f' - f'' = 0{,}5\, f_\infty\, \Sigma\, \zeta_v \cos\beta\,[1{,}5 + 2\sqrt{3}\,\mathrm{sen}\,2\omega t].$$

I valori massimi sono rispettivamente 12.200 e — 4800 N/m. Il segno positivo sta ad indicare che la forza è di attrazione tra i conduttori, cioè di compressione sul bandaggio che in tal modo sarà sollecitato da una forza di compressione di 12.200 N/m e da una forza di trazione di 4800 N/m.

Per rendere evidenti la direzione delle forze e la loro combinazione, sono stati tracciati in fig. 17-36 e 17-37 i valori delle correnti e il loro senso di circolazione per $\omega t = -45°$ e $+45°$ rispettivamente. Per sem-



Fig. 17-36. - Determinazione della forza che si esercita sul bandaggio tra gli strati, per $x \approx l/2$ e $\omega t = -45°$; a) e b) posizione dei conduttori e loro correnti, c) forze sul conduttore esterno della fase U dello strato superiore e sul conduttore esterno della fase $-V$ dello strato inferiore. I due conduttori si incrociano in prossimità di $x = l/2$.

plicità le fasi dell'avvolgimento sono rappresentate da un solo conduttore collocato al centro della fase. Per il conduttore U dello strato superiore si determina una forza $f' = 10.500 \cdot 0,80 \cdot 0,588 \cdot 0,707\,(0,259 + 0,967) = 4250$ N/m. Poichè la maggioranza delle correnti dei conduttori hanno direzione opposta, questa forza è di repulsione ed è diretta verso l'alto. Per il conduttore $-V$ dello strato inferiore si ottiene la seguente forza di repulsione $f'' = 10.500 \cdot 0,80 \cdot 0,588 \cdot 0,259\,(0,707 - 0,259) = 570$ N/m. La forza f'' è diretta verso il basso. Sul bandaggio si esercita una forza di trazione $f_B = 4250 - (-570) = 4820$ N/m.

Analogamente, per il caso illustrato in fig. 17-37 si ottiene:

$$f' = 10.500 \cdot 0,80 \cdot 0,588 \cdot 0,707\,(0,967 + 0,259) = 4250 \text{ N/m}$$

e

$$f'' = 10.500 \cdot 0,80 \cdot 0,588 \cdot 0,967\,(0,967 + 0,707) = 8000 \text{ N/m}.$$

Sul bandaggio si esercita una forza di compressione

$$f_B = 4250 + 8000 = 12.250 \text{ N/m}.$$

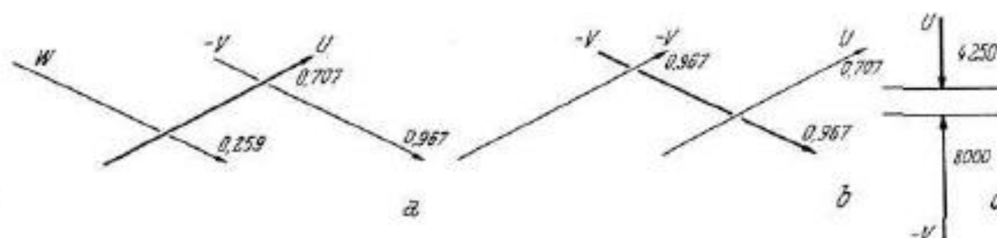


Fig. 17-37. - Determinazione della forza che si esercita sul bandaggio tra gli strati per $x = l/2$ ed $\omega t = 45°$. *a*) e *b*) posizione dei conduttori e loro correnti, *c*) forze esercitate sul conduttore esterno della fase U dello strato superiore e sul conduttore esterno della fase $-V$ dello strato inferiore. I due conduttori si incrociano in prossimità di $x = l/2$.

Come base per il calcolo delle forze che si determinano nel caso di sistema asimmetrico delle correnti si assumono le correnti di fase secondo le (17-118), (17-119), (17-120). La forza orizzontale sul conduttore esterno della fase U, dovuta ai conduttori dello stesso strato (cioè delle fasi U e $-V$), è data da [vedi le (17-154), (17-155), (17-156)]:

per $x = 0$ $\quad f' \approx -0,25 \cdot 10500 \cdot 2,04\,[1 - \cos \omega t]\,[0,5 - \cos (\omega t + 60°)]$

per $x = l/2$ $\quad f' \approx 0,25 \cdot 10500 \cdot 1,86\,[1 - \cos \omega t]\,[0,5 - \cos (\omega t - 60°]$

per $x = l$ $\quad f' \approx 0,25 \cdot 10500 \cdot 2,04\,[1 - \cos \omega t]^2$.

L'andamento delle forze in funzione del tempo è rappresentato in fig. 17-38 (curve in grassetto); ad esse si aggiungono le forze dovute ai conduttori dello strato inferiore, determinabili come segue:

per $x = 0$ $\quad f'' = -f_\infty i_U[\Sigma\zeta_h' i_W + \Sigma\zeta_h'' i_{-V}] = -0,25 f_\infty\,[1 -$

$- \cos \omega t]\,[0,5\,(\Sigma\zeta_h' + \Sigma\zeta_h'') - \Sigma\zeta_h' \cos (\omega t - 60°) -$

$- \Sigma\zeta_h'' \cos (\omega t + 60°)] = -0,25 \cdot 10500\,[1 -$

$$— \cos \omega t] [0{,}5 (0{,}58 + 0{,}28) — 0{,}58 \cos (\omega t — 60°) —$$
$$— 0{,}21 \cos (\omega t + 60°)]$$

per $x = l$ $f'' = f_\infty i_U [\Sigma\zeta_h' i_{-V} + \Sigma\zeta_h'' i_W] = 0{,}25 f_\infty (1 —$
$$— \cos \omega t) [0{,}5 (\Sigma\zeta_h' + \Sigma\zeta_h'') — \Sigma\zeta_h' \cos (\omega t + 60°) —$$
$$— \Sigma\zeta_h'' \cos (\omega t — 60°) = 0{,}25 \cdot 10500 [1 —$$
$$— \cos \omega t] [0{,}5 (0{,}58 + 0{,}2) — 0{,}58 \cos (\omega t + 60°) —$$
$$— 0{,}28 \cos (\omega t — 60°)].$$

Queste ultime forze sono rappresentate in fig. 17-38 (curve in tratto sottile); i valori numerici sono poco elevati rispetto a quelli relativi alle precedenti curve. Per $x = l$ e $\omega t \approx 180°$ il valore massimo è $21.000 + 4500 = = 25.500$ N/m, cioè quasi uguale al valore che si ha nel caso di correnti simmetriche (20.500 N/m). Nei due casi però l'andamento nel tempo è diverso.

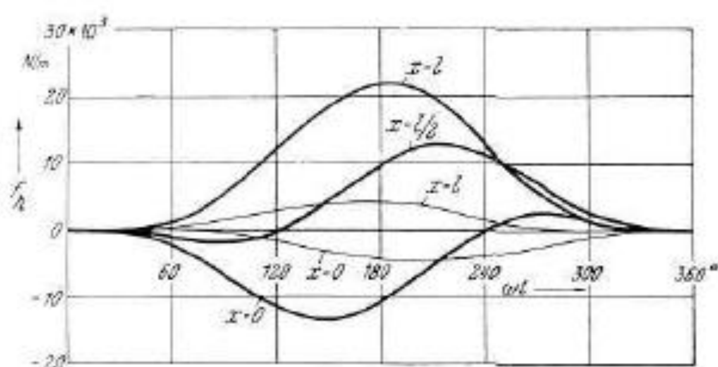


Fig. 17-38. - Forza orizzontale che si esercita sul conduttore esterno della fase U, dovuta ai conduttori dello stesso strato (curve in grassetto) e dello strato inferiore (curve sottili) nel caso di correnti asimmetriche, in funzione del tempo.

Calcolando la forza orizzontale che si esercita sul bandaggio tra i conduttori esterni delle fasi U e $—V$ si considererà solo l'azione dei conduttori dello stesso strato. Infatti, come si è visto, l'apporto dei conduttori dell'altro strato è trascurabile. Inoltre, poichè il fattore di correzione η'' dell'altro strato è poco elevato (0,14 rispetto a 2,04), nei punti $x = 0$ ed $x = l$ si può fare il calcolo considerando solo l'azione di una fase. La forza risulta allora come differenza delle forze che si esercitano sui conduttori adiacenti delle fasi U e $—V$. Si ottiene quindi [vedi le (17-151), (17-152), (17-153)]:

per $x = l$ $f_B = f_\infty [\eta' i_U (i_U — i_{-V}) — \eta'' i_{-V} (i_U — i_V)] = f_\infty (i_U — i_{-V})$
$$(\eta' i_U — \eta'' i_{-V}) \approx f_\infty \eta' i_U (i_U — i_{-V}) = 0{,}25 \cdot 10500 \cdot$$
$$\cdot 2{,}04 [1 — \cos \omega t] [0{,}5 — \cos (\omega t — 60°)]$$

per $x = l/2$ $f_B = f_\infty \eta [i_U (i_U — i_{-V}) + i_{-V} (i_{-V} — i_U)] = f_\infty \eta (i_U — i_{-V})^2 =$
$$= 0{,}25 \cdot 10500 \cdot 1{,}86 [0{,}5 — \cos (\omega t — 60°)]^2$$

per $x = 0$ $f_B = f_\infty \eta' i_{-V} (i_{-V} — i_U) = — 0{,}25 \cdot 10500 \cdot 2{,}04 [0{,}5 —$
$$— \cos (\omega t — 60°)] [0{,}5 — \cos (\omega t — 60°)].$$

L'andamento di queste forze nel tempo è tracciato in fig. 17-39. Il segno negativo sta ad indicare una forza di compressione e quello positivo una

forza di trazione. Di conseguenza la forza che si ha per $x = l/2$ è una forza di trazione pura, mentre per $x = l$ e $x = 0$ si determinano anche delle piccole forze di compressione. La forza di trazione massima 13.700 N/m si determina per $x = l/2$ e $\omega t \approx 210°$. La forza di trazione è minore di quella che si ha per sistema simmetrico di correnti (19.600 N/m).

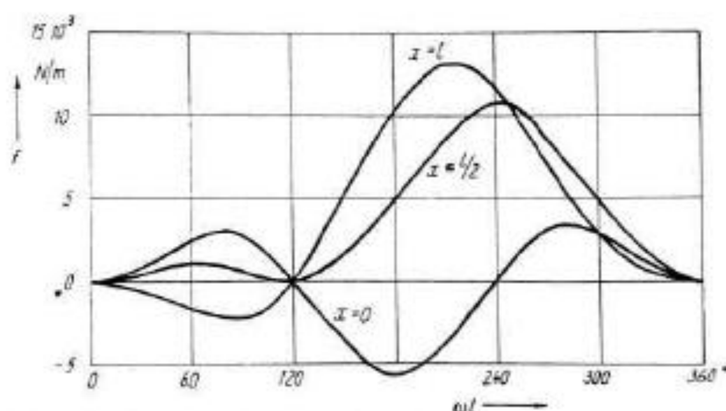


Fig. 17-39. - Forza orizzontale che si esercita sul bandaggio tra il conduttore esterno della fase U e quello della fase $-V$ dello stesso strato per correnti asimmetriche, in funzione del tempo. (Si deve spostare di 180° la curva per $x = l/2$).

Al fine di determinare le forze verticali si considera il conduttore esterno della fase U nello strato superiore e il conduttore esterno della fase $-V$ nello strato inferiore. I due conduttori si incrociano in $x \approx l/2$ [cfr. la fig. 17-36 e 17-37]. Per il primo conduttore si ottiene [vedi la (17-166) e la (17-171)]:

per $x = l$ $\quad f = f_\infty i_U i_{-V} \cos\beta \Sigma\zeta_v' = 0{,}25 \cdot 10500 \cdot 0{,}588 \cdot 0{,}845\,[1 - \cos\omega t]\,[0{,}5 - \cos(\omega t + 60°)]$

per $x = l/2$ $\quad f = f_\infty i_U (i_{-V} + i_W) \cos\beta \Sigma\zeta_v'' = 0{,}25 \cdot 10500 \cdot 0{,}588 \cdot 0{,}80\,[1 - \cos\omega t]^2$

per $x = 0$ $\quad f = f_\infty i_U i_W \cos\beta \Sigma\zeta_v' = 0{,}25 \cdot 10500 \cdot 0{,}588 \cdot 0{,}845\,[1 - \cos\omega t]\,[0{,}5 - \cos(\omega t - 60°)]$.

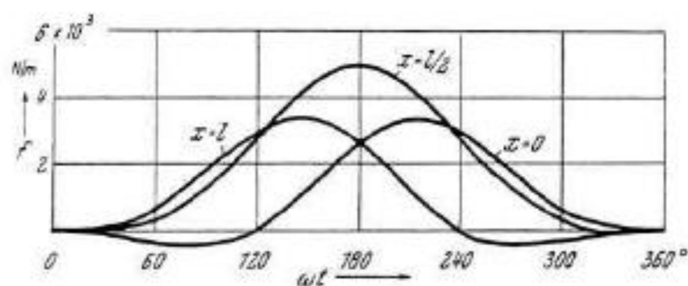


Fig. 17-40. - Forza verticale sul conduttore esterno della fase U dello strato superiore per corrente asimmetrica, in funzione del tempo.

Analogamente, per l'altro conduttore è:

per $x = l$ $\quad f = f_\infty i_{-V}^2 \cos\beta \Sigma\zeta_v' = 0{,}25 \cdot 10500 \cdot 0{,}588 \cdot 0{,}845\,[0{,}5 - \cos(\omega t + 60°)]^2$

per $x = l/2$ $\quad f = f_\infty i_{-V}(i_{-V} + i_U) \cos\beta \Sigma\zeta_v'' = 0{,}25 \cdot 10500 \cdot 0{,}588 \cdot 0{,}80\,[0{,}5 - \cos(\omega t + 60°)][1{,}5 - \cos\omega t - \cos(\omega t + 60°)]$

per $x = 0$ $f = f_\infty i_U i_{-V} \cos\beta \Sigma \zeta_v' = 0,25 \cdot 10500 \cdot 0,588 \cdot$
$\cdot\, 0,845\,[1 - \cos \omega t]\,[0,5 - \cos(\omega t + 60°)]$.

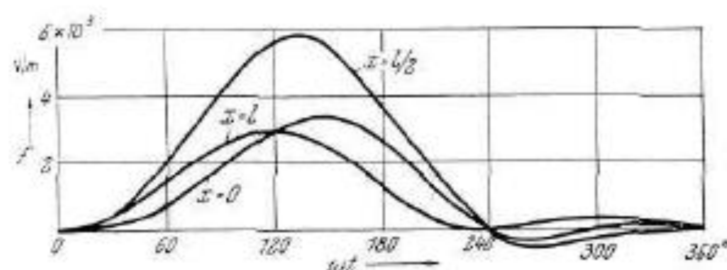


Fig. 17-41. - Forza verticale sul conduttore esterno della fase $-V$ dello strato inferiore per correnti asimmetriche, in funzione del tempo.

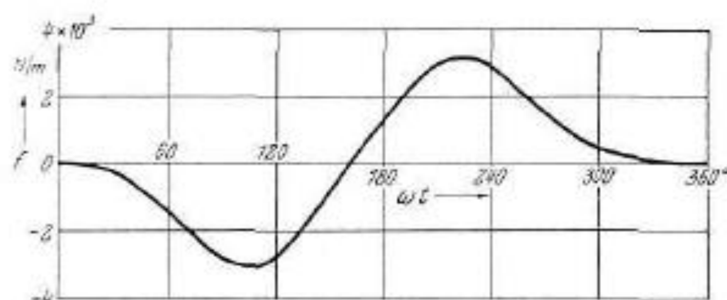


Fig. 17-42. - Forza verticale sul bandaggio tra i due strati per correnti asimmetriche, in funzione del tempo. Si tratta del bandaggio tra i conduttori esterni delle fasi U e $-V$, che si incrociano in prossimità di $x = l/2$. Il segno negativo sta ad indicare una forza di trazione e quello positivo una forza di compressione.

Le forze sono rappresentate in fig. 17-40 e 17-41. Il segno positivo sta ad indicare una forza di compressione sui due strati. In fig. 17-42 è rappresentata la forza che si esercita sul bandaggio tra i due strati, che è uguale alla differenza delle due forze verticali sopra calcolate, nel punto considerato. Il segno negativo sta ad indicare una forza di trazione e il segno positivo una forza di compressione sul bandaggio. Le forze verticali sui conduttori sono pulsanti, ma in pratica hanno la stessa direzione. Il valore massimo 5800 N/m si verifica sul conduttore inferiore per $x = l/2$ e $\omega t = 135°$. Invece per $x = l/2$ la forza sul bandaggio è alternativa con valore massimo pari a $\pm$ 3050 N/m.

17.4.5. Forze determinate dall'avvolgimento rotorico

Poichè la posizione relativa nello spazio dei due avvolgimenti è difficilmente determinabile, non si può calcolare esattamente l'azione dell'avvolgimento rotorico, se non schematizzando e semplificandone la disposizione. Si sostituiscono i collegamenti frontali dell'avvolgimento rotorico con un unico conduttore percorso dalla corrente totale nei collegamenti stessi (fig. 17-43). Nelle macchine a poli non salienti la lunghezza di tale conduttore è circa $2/3\tau$. L'avvolgimento rotorico è sviluppato in piano e quindi, soprattutto per le macchine bipolari, sembra notevolmente più lungo del vero avvolgimento. Per compensare almeno approssimativamente *l'errore che ne deriva, si assume un valore di corrente rotorica inferiore* nel rapporto dei raggi di curvatura delle superfici sulle quali sono disposti gli avvolgimenti. Supponiamo che il passo dell'avvolgimento statorico sia $5/6\tau$. Ci si limiterà al caso più importante in pratica, che è quello di sistema asimmetrico delle correnti, e supponiamo che la corrente della fase U, in posizione esattamente simmetrica rispetto alla mezzeria del polo, abbia

appena raggiunto il suo valore massimo (vedi fig. 17-43). La forza massima si determina sul conduttore esterno della fase (indicato con la linea grossa). In fig. 17-43 *sono riportate le dimensioni corrispondenti* all'esempio numerico del paragrafo 17.4.4.

In questo esempio non si studierà la influenza esercitata dall'avvolgimento smorzatore, ma si suppone che tutta la corrente rotorica circoli nell'avvolgimento di eccitazione, mentre in realtà essa si suddivide tra questo avvolgimento e quello smorzatore. Se il rotore è massiccio e senza avvolgimento smorzatore, sono le correnti parassite nel ferro che rappresentano l'avvolgimento smorzatore. Poichè le correnti parassite circolano in circuiti superficiali, l'errore non sarà tanto rilevante, se faremo coincidere i loro circuiti con l'avvolgimento di eccitazione. Trascurare le correnti parassite non è possibile perchè ciò causerebbe errori troppo rilevanti. Tenendo conto delle semplificazioni già apportate, è possibile determinare approssimativamente la corrente rotorica dalla f.m.m. di statore. Si avrà allora:

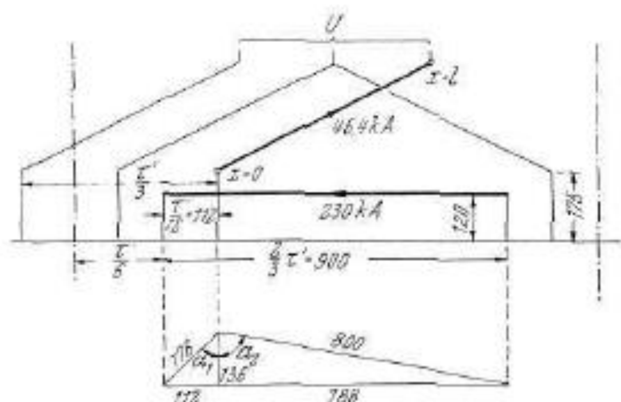


Fig. 17-43. - Posizione dell'avvolgimento rotorico della macchina a poli salienti nei confronti del conduttore esterno della fase U per corto circuito. Le correnti statoriche e quelle rotoriche hanno per valori massimi quelli riportati nella figura.

$$\hat{I}_2 \approx \Theta_a/2 = \frac{m}{\pi}\,\frac{w_1\xi_1}{p}\,\hat{I}_1. \qquad (17\text{-}181)$$

La (17-181) è applicabile tanto per correnti *simmetriche* quanto per correnti asimmetriche, per fenomeni transitori corrispondenti alle (17-118), (17-119), (17-120). Nell'ultimo caso, le correnti continue sovrapposte danno luogo ad una f.m.m. esattamente uguale a quella determinata dalle correnti alternate. Per la (17-181), con valore massimo della corrente statorica $\hat{I}_1 = 46{,}4$ kA, $m = 3$, $w_1 = 80$, $\xi_1 = 0{,}92$ e $p = 1$ risulta:

$$\hat{I}_2 = \frac{3}{\pi}\,80 \cdot 0{,}92 \cdot 46{,}4 = 325 \text{ kA},$$

oppure, ridotto in corrispondenza dei raggi di curvatura:

$$\hat{I}_2' = 325 \cdot 300/425 = 230 \text{ kA}.$$

La forza massima si esercita sull'estremità inferiore del conduttore, individuata in precedenza con $x = 0$. In fig. 17-43 sono pure tracciati il piano passante per $x = 0$ e il conduttore che rappresenta l'avvolgimento di eccitazione. La distanza tra il punto $x = 0$ e il conduttore equivalente di rotore è data da $r = \sqrt{0{,}055^2 + 0{,}125^2} = 0{,}136$ m, in cui 0,125 m rappresenta la distanza radiale (normale al piano del disegno) e 0,055 quella

assiale. Inoltre, dalla fig. 17-44 si ottiene:

$$\eta = (\text{sen}\, \alpha_1 + \text{sen}\, \alpha_2)/2 = [112/176 + 788/800]/2 = 0{,}82$$

$$\text{sen}\, \gamma = 5{,}5/13{,}6 = 0{,}405 \quad \text{e} \quad \cos \gamma = 12{,}5/13{,}6 = 0{,}92.$$

Per la (17-138), la forza orizzontale sul conduttore statorico è

$$f_h = 2 \cdot 0{,}82 \cdot 46{,}4 \cdot 230 \cdot 10^6 \cdot 0{,}405 \cdot 10^{-7}/0{,}136 = 5200 \quad \text{N/m}$$

e la forza verticale con $\cos \beta = \cos 27° = 0{,}89$ e [vedi la (17-139)]:

$$f_v = 2 \cdot 0{,}82 \cdot 46{,}4 \cdot 230 \cdot 10^6 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}89 \cdot 10^{-7}/0{,}136 = 10500 \text{ N/m}.$$

Nell'istante per cui è $\omega t = 180°$ la forza orizzontale nel punto $x = 0$ è:

$$f_h = \tfrac{1}{4} f_\infty [\eta' i_U{}^2 - \eta'' i_{-V} i_U] = 0{,}25 \cdot 10500\, [2{,}04 \cdot 2^2 - 0{,}14 \cdot 1 \cdot 2] = \\ = 20500 \text{ N/m}$$

dovuta ai restanti conduttori dello stesso strato (fase U e $-V$) e

$$f_h = \tfrac{1}{4} f_\infty \zeta_h i_U i_W = -0{,}25 \cdot 10500 \cdot 0{,}305 \cdot 2 \cdot 1 = -1570 \text{ N/m}$$

quella dovuta ai tre conduttori della fase W dell'altro strato. Il fattore $\zeta_h = 0{,}035 + 0{,}090 + 0{,}180 = 0{,}305$ si ricava dalla fig. 17-31 per $n = 0{,}5$, 1,5 e 2,5. La forza orizzontale totale normale al conduttore è quindi $20.500 - 1570 + 5200 = 24.130$ N/m. Essa respinge il conduttore dal pacco dei lamierini. La forza verticale dovuta ai tre conduttori della fase W è:

$$f_v = \tfrac{1}{4} f_\infty \zeta_v i_U i_W = -0{,}25 \cdot 10500 \cdot 0{,}59 \cdot 2 \cdot 1 = -3100 \text{ N/m}$$

in cui è $\zeta_v = 0{,}20 + 0{,}21 + 0{,}18 = 0{,}59$. I valori numerici di ζ_v risultano dalla fig. 17-31 per $n = 0{,}5$, 1,5 e 2,5. La forza verticale risultante sarà $-3100 - 10.500 = -13.600$ N/m. Il segno negativo sta ad indicare che la direzione della forza si allontana dal conduttore.

Analogamente si calcola l'effetto del conduttore immagine dell'avvolgimento di eccitazione con $r = \sqrt{0{,}295^2 + 0{,}125^2} = 0{,}32$ m, $\eta = 0{,}63$, $\cos \gamma = 0{,}39$ e $\text{sen}\, \gamma = 0{,}92$:

$$f_h = 2 \cdot 0{,}63 \cdot 46{,}4 \cdot 230 \cdot 10^6 \cdot 0{,}92 \cdot 10^{-7}/0{,}32 = 3290 \text{ N/m}$$

e

$$f_v = 2 \cdot 0{,}63 \cdot 46{,}4 \cdot 230 \cdot 10^6 \cdot 0{,}39 \cdot 0{,}89 \cdot 10^{-7}/0{,}32 = 1180 \text{ N/m}.$$

I valori risultanti sono tanto piccoli che si possono trascurare.

L'influenza esercitata dall'avvolgimento rotorico sulla forza sul bandaggio tra i conduttori, tanto in direzione orizzontale che verticale, è generalmente trascurabile e si annulla completamente quando la distanza tra i conduttori fasciati insieme è nulla. Precisamente, la forza determinata dall'avvolgimento rotorico contribuisce in ugual misura alla forza su ciascuno dei conduttori fasciati insieme.

17.4.6. Forze risultanti sugli ammaraggi dell'avvolgimento

Matasse e gruppi di matasse vengono collegati da dispositivi di fissaggio a formare un'unità meccanica; sui supporti quindi si esercita solo la risultante delle forze che agiscono sulle singole matasse. Per tale ragione è possibile sostituire tutti i gruppi di matasse con un conduttore fittizio in cui circoli la corrente totale. In fig. 17-44*a* sono rappresentati i due gruppi di matasse di un avvolgimento a due piani di un motore con indotto in corto circuito. Il conduttore equivalente sarà costituito da un anello chiuso, interno e concentrico rispetto allo statore, paragonabile in certo senso all'anello di corto circuito della gabbia. L'andamento della corrente in questo anello si discosta però sensibilmente da quello della corrente di corto circuito; in determinati punti la corrente subisce delle discontinuità. Nel tratto centrale (X) del passo polare (fig. 17-44*c*) la corrente è $I_e = \hat{I}_1 w_1/p$, alle estremità (Y e Z) ha lo stesso valore, ma è sfasata di $\pm 60°$. In fig. 17-44*b* sono tracciati i valori istantanei delle correnti, per i quali la corrente nel tratto intermedio raggiunge il suo valore massimo. Dall'analisi armonica risulta che l'armonica di corrente fondamentale ha intensità pari a $I_e\, 3/\pi$. Se si introduce la f.m.m. totale agente sul passo polare

$$\Theta_a = \frac{2mw_1\xi_1}{\pi p}\hat{I}_1 \tag{17-182}$$

l'armonica fondamentale della corrente statorica equivalente è espressa dalla:

$$\hat{I}_{e1} = \Theta_a/2. \tag{17-183}$$

Il valore dell'intensità di corrente nell'anello di corto circuito è pure

$$\hat{I}_R = \Theta_a/2 \tag{17-184}$$

ma ha direzione opposta rispetto a quella della corrente statorica equivalente (vedi fig. 17-44*a*). Anche l'avvolgimento di eccitazione della macchina sincrona può essere rappresentato mediante un conduttore equivalente disposto circa al centro della sezione dell'avvolgimento (più vicino al ferro), che conduce la corrente totale dell'avvolgimento. Contrariamente a quanto si è visto in precedenza, in questo caso la corrente rimane inva-

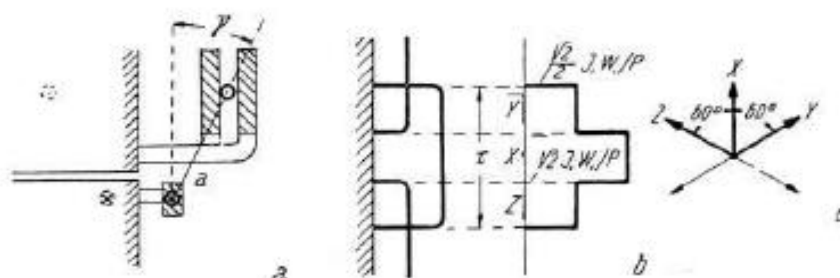


Fig. 17-44. - *a*) avvolgimento a due piani, *b*) corrente equivalente di tutto l'avvolgimento nell'istante in cui la corrente del gruppo centrale raggiunge il suo valore massimo, *c*) diagramma delle correnti per i tratti X, Y e Z.

riata lungo il conduttore. La lunghezza di esso è circa $\tau/2$ nelle macchine a poli salienti e $2\tau/3$ nelle macchine bipolari a poli non salienti. Per il calcolo è più comodo avere una stessa lunghezza di conduttore per il rotore e per lo statore. Sostituiamo la corrente concentrata solo su di un tratto con una corrente rotorica equivalente distribuita sinusoidalmente lungo l'intero passo polare. Nelle macchine a poli salienti la sua ampiezza sarà circa $4\sqrt{3}/2\pi = 1{,}1$ volte quella della corrente totale dell'avvolgimento di eccitazione e circa $4\sqrt{2}\pi = 0{,}9$ volte nelle macchine a poli non salienti. Inoltre è necessario ridurre la corrente rotorica (soprattutto per macchine bipolari, paragrafo 17.4.5) secondo il rapporto dei raggi di curvatura (ϱ).

Fino ad ora sono state calcolate le forze che si esercitano tra due conduttori percorsi da correnti aventi la stessa intensità in ogni punto dei conduttori stessi. Nel caso ora in esame si hanno invece due conduttori paralleli a distanza a, di uguale lunghezza, ma le cui correnti sono distribuite sinusoidalmente lungo i conduttori stessi. Il calcolo della forza è basato sulle (17-85) e (17-92), ma per la forza totale non si può fornire alcuna espressione finita, a causa delle difficoltà matematiche. È quindi necessario procedere per gradi, calcolando dapprima l'intensità di campo, quindi le forze locali. La loro somma darà infine la forza totale. Il calcolo richiede quindi molto tempo ed è troppo complesso. Nell'applicazione numerica, però, risulta evidente che per a/l compreso tra 0,05 e 0,7, il più importante in pratica, la forza che si ha per corrente distribuita sinusoidalmente è in un rapporto fisso con quella che si ha per correnti costanti nei conduttori. Se la corrente è distribuita sinusoidalmente solo in un conduttore, il rapporto è circa 0,67, mentre è circa 0,485 se la corrente è distribuita sinusoidalmente in entrambi i conduttori.

La forza dovuta alla parte di avvolgimento su di un passo polare è:

$$F_\tau \approx \mu_0 \cdot 0{,}485 \cdot \tau' \cdot \hat{I}_{1e} \hat{I}_{2e} \eta \frac{1}{2\pi a} \,. \tag{17-185}$$

In totale si hanno due forze come questa, distribuite uniformemente su una lunghezza τ', sulla periferia dell'avvolgimento. τ' è il passo polare sul piano di sviluppo dell'avvolgimento statorico.

Se le due correnti sono esattamente in fase (o in opposizione di fase), la forza è pulsante con frequenza $2f_1$ e la (17-185) rappresenta il suo valore massimo. Se le correnti sono invece sfasate, si ottiene una forza alternativa con due valori massimi (vedi pag. 492). La (17-185) è valida anche per l'avvolgimento a due strati (fig. 17-45); in esso però il conduttore equivalente è collocato ad una distanza maggiore dal ferro (circa i 2/3 della lunghezza dei collegamenti frontali dell'avvolgimento) e quindi la forza è minore di quella che si ha per avvolgimento a piani.

Le macchine asincrone (fig. 17-47) hanno un solo avvolgimento nel rotore. Nel caso di doppia gabbia, le gabbie sono così vicine che possono venir considerate come un solo avvolgimento. Sull'avvolgimento statorico

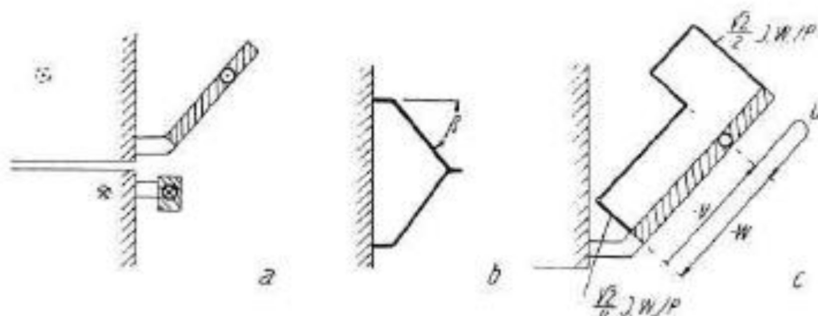


Fig. 17-45. - a) avvolgimento a due strati, b) forma delle matasse, c) distribuzione della corrente in direzione tangenziale per il momento in cui la corrente di una fase raggiunge il suo valore massimo.

si determinano in totale tre forze: quella esercitata dall'avvolgimento rotorico, che è la maggiore, e le forze dovute ai conduttori immagine degli avvolgimenti rotorico e statorico. La forza massima ha luogo nel caso di inserzione o di corto circuito. Benchè le correnti siano asimmetriche, le componenti unidirezionali della corrente costituiscono gli stessi valori istantanei delle componenti di corrente alternata. Per determinare la corrente equivalente si può quindi applicare ancora la (17-182), a condizione di introdurre al posto di $\hat{I}$, il valore massimo che si ha durante l'inserzione o il corto circuito (circa 1,6 volte la corrente stazionaria di corto circuito).

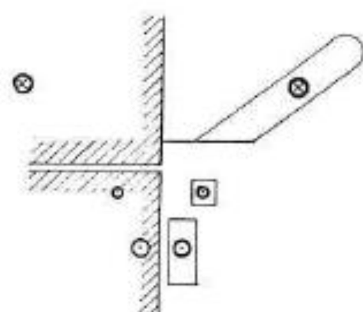


Fig. 17-46. - Correnti tangenziali negli avvolgimenti della macchina a poli salienti con avvolgimento smorzatore.

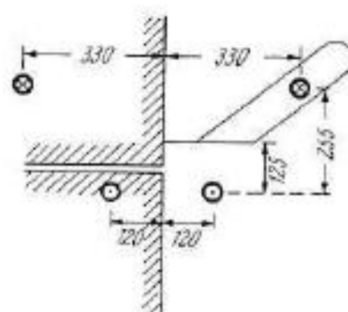


Fig. 17-47. - Correnti tangenziali negli avvolgimenti della macchina a poli non salienti con rotore massiccio, conforme all'esempio numerico.

Con una certa approssimazione si può supporre che in tali casi la f.m.m. rotorica sia uguale a quella statorica (diminuita del rapporto ϱ tra i raggi di curvatura). La forza che si ottiene è quindi:

$$F_\tau = \mu_0 \frac{\Theta_a^2}{8\pi a} 0{,}485\, \eta\tau' \; . \qquad (17\text{-}186)$$

Con questa stessa espressione si calcolano le forze dovute ai conduttori immagine, introducendo naturalmente i valori corrispondenti di η, ϱ e a.

La suddivisione della forza nelle due componenti assiali e radiali si realizza introducendo l'angolo γ, diverso per ogni coppia di conduttori. La

forza assiale è:

$$F_{\tau,\,\mathrm{ax}} = \Sigma F_\tau \operatorname{sen} \gamma \qquad (17\text{-}187)$$

e quella radiale è:

$$F_{\tau,\,\mathrm{rad}} = \Sigma F_\tau \cos \gamma . \qquad (17\text{-}188)$$

A quest'ultima contribuiscono solo l'anello rotorico di corto circuito e la sua immagine. La forza sull'avvolgimento statorico è diretta sempre verso l'esterno, quella sull'avvolgimento rotorico verso l'interno. Invece la direzione delle forze assiali non può essere determinata in precedenza, poichè dipende dalla posizione dell'anello rotorico di corto circuito. Se l'avvolgimento rotorico è simmetrico rispetto a quello statorico, la forza assiale risulta assai piccola.

Nel rotore della macchina sincrona, oltre all'avvolgimento di eccitazione, esiste generalmente anche un avvolgimento smorzatore (fig. 17-46), che però, in funzionamento nominale, praticamente non è sede di corrente e quindi non contribuisce alla forza che si esercita sull'avvolgimento statorico. Durante i fenomeni transitori la componente della corrente che si estingue rapidamente (corrente subtransitoria) interessa l'avvolgimento smorzatore, mentre nell'avvolgimento di eccitazione circola la corrente rotorica residua. Questa ultima consiste della componente che si estingue lentamente (corrente transitoria) e della corrente stazionaria, in verità molto piccola. Durante il corto circuito si possono trascurare le correnti stazionarie nello statore e nel rotore e si ottengono quindi uguali f.m.m. nel rotore e nello statore [vedi la (17-182)]. Mentre la f.m.m. statorica è dovuta ad un avvolgimento, la f.m.m. rotorica è dovuta all'avvolgimento di eccitazione ed a quello smorzatore. Di norma le macchine dotate di poli massicci non hanno avvolgimento smorzatore, tuttavia le funzioni di quest'ultimo vengono assunte dai circuiti delle correnti parassite. Queste correnti hanno sede principalmente sulle superficie delle parti massicce *e seguono traiettorie abbastanza difficili da determinarsi. Si è costretti* quindi a ipotizzare che tutta la corrente rotorica circoli nell'avvolgimento di eccitazione. L'errore che ne consegue sarà minore di quello che si avrebbe se si trascurassero completamente le correnti parassite. Si è già visto che, nelle macchine sincrone, la corrente equivalente a quella di eccitazione è pari a $0{,}9\sqrt{1{,}1}$ volte la corrente totale dell'avvolgimento stesso. È possibile semplificare sensibilmente il procedimento di determinazione della corrente equivalente a quella di eccitazione, prescindendo dalla piccola differenza nei fattori di avvolgimento dell'avvolgimento statorico e di eccitazione e dalle corrente stazionarie dei due avvolgimenti. Si hanno allora due f.m.m. uguali e distribuite sinusoidalmente con ampiezza $\Theta_a/2$, conforme alla (17-182). Per determinare la forza si applica la (17-186). Se il rotore è dotato di un'avvolgimento smorzatore, la corrente rotorica equivalente $\hat{I}_{e2}$ si suddivide nei due avvolgimenti, di eccitazione e smorzatore. Generalmente non si può pretendere una grande precisione nella determinazione della forza, dovuta all'avvolgimento rotorico. Infatti le lunghe espansioni polari, le pale del ventilatore e le cappe rotoriche influenzano notevolmente

il campo magnetico dell'avvolgimento rotorico e quindi la forza; di questi effetti però non si può tener conto esprimendoli in termini matematici.

Come esempio numerico consideriamo la macchina a poli non salienti, il cui schema d'avvolgimento è riportato in fig. 17-47. La macchina ha un rotore massiccio senza avvolgimento smorzatore. Per l'avvolgimento di eccitazione è: $a = \sqrt{0,21^2 + 0,255^2} = 0,33$ m, sen $\gamma = 210/330 = 0,625$ e $\cos\gamma = 255/330 = 0,772$.

Il passo polare ridotto al piano di svolgimento dell'avvolgimento statorico ($x = 2/3\, l$) è $\tau' = \pi\,(0,3 + 0,255) = 1,75$ m. Il rapporto dei raggi di curvatura è $\varrho = 330/555 = 0,594$. In corrispondenza del rapporto $a/l = a/\tau' = 330/1750 = 0,19$ dalla fig. 17-13 si ricava il fattore di corrente $\eta = 0,83$. Con la f.m.m. statorica di corto circuito $\Theta_a = 650$ kA si ottiene la seguente forza:

$$F_{\tau}' = \frac{0,4\,\pi \cdot 10^{-6}\, 650^2 \cdot 10^6}{8\,\pi \cdot 0,33}\, 0,485 \cdot 0,83 \cdot 1,75 \cdot 0,594 = 26500 \text{ N}$$

le cui componenti, assiale e radiale, sono:

$$F_{\tau',\text{ax}} = 26500 \cdot 0,625 = 16600 \text{ N}$$
$$F_{\tau',\text{rad}} = 26500 \cdot 0,772 = 20500 \text{ N}.$$

Per l'immagine dell'avvolgimento di eccitazione si ottiene:

$$a = \sqrt{0,45^2 + 0,255^2} = 0,515 \text{ m}, \quad \text{sen}\,\gamma = 450/517 = 0,87$$
$$\cos\gamma = 255/517 = 0,495 \quad \text{ed} \quad \eta = 0,73 \text{ (corrispondente ad } a/l = 0,3)$$
$$F_{\tau}'' \approx \frac{0,4\,\pi \cdot 10^{-6} \cdot 650^2 \cdot 10^6}{8\,\pi \cdot 0,517}\, 0,485 \cdot 0,73 \cdot 1,75 \cdot 0,594 = 15000 \text{ N}$$

donde segue:

$$F_{\tau'',\text{ax}} = 15000 \cdot 0,87 = 13000 \text{ N}, \quad F_{\tau'',\text{rad}} = 15000 \cdot 0,495 = 7400 \text{ N}.$$

Per l'immagine dell'avvolgimento statorico è $a = 0,66$ m, sen $\gamma = -1$, $\cos\gamma = 0$ ed $\eta = 0,68$ *(corrispondente ad $a/l = 0,375$) e la forza è:*

$$F_{\tau}''' = F_{\tau''',\text{ax}} = -\frac{0,4\,\pi \cdot 10^{-6} \cdot 650^2 \cdot 10^6}{8\,\pi \cdot 0,66}\, 0,485 \cdot 0,68 \cdot 1,75 = -18400 \text{ N}.$$

Si ottengono così le forze risultanti:

$$F_{\tau,\text{ax}} = 16600 + 13000 - 18400 = 11200 \text{ N},$$
$$F_{\tau,\text{rad}} = 20500 + 7400 = 27900 \text{ N}.$$

La forza assiale tende ad allontanare i conduttori dal pacco dei lamierini, quella verticale tende verso l'esterno, cioè ad allontanarli dal rotore. Poichè in questo caso si tratta di una macchina bipolare, la forza verticale

risulta un poco minore, cioè pari a $0{,}8 \cdot 27.900 \approx 22.300$ N, essendo una somma geometrica delle singole forze. Le due forze possono considerarsi in pratica come concentrate. La distribuzione della forza è tale, che i valori maggiori hanno luogo al centro del passo polare.

Nelle macchine a corrente continua la forza si esercita tanto tra l'avvolgimento di indotto e quello di induttore quanto tra l'avvolgimento di indotto e quello di compensazione. Nel secondo caso la forza è maggiore che nel primo, essendo le correnti più elevate e la distanza tra gli avvolgimenti minore. Poichè la forza è di repulsione, sull'avvolgimento di indotto agisce la differenza tra la forza elettrodinamica e la forza centrifuga. Sull'avvolgimento di compensazione, invece, la forza elettrodinamica non viene compensata in parte e quindi tale avvolgimento è il più minacciato. La forza assiale determinata dai campi frontali negli avvolgimenti per spostamento del rotore dalla sua posizione simmetrica è calcolabile mediante le (17-183, (17-184), (17-185) e (17-186).

La forza su un lato della macchina è:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot 0{,}485 \cdot 2p\tau' \hat{I}_{1e} \hat{I}_{2e} \left[\frac{\eta_{2,1} \operatorname{sen} \gamma_{2,1}}{a_{2,1}} + \frac{\eta_{2,1\,sp} \operatorname{sen} \gamma_{2,1\,sp}}{a_{2,1\,sp}} \right]. \quad (17\text{-}189)$$

La stessa espressione, in cui siano introdotti i corrispondenti valori di $a_{2,1}$, $a_{2,1sp}$, $\gamma_{2,1}$ e $\gamma^2_{,1sp}$, vale anche per l'altro lato della macchina. $a_{2,1}$ rappresenta la distanza tra l'avvolgimento statorico e quello rotorico $a_{2,1sp}$ tra l'avvolgimento rotorico e l'immagine di quello statorico, $\gamma_{2,1}$ è l'angolo formato dal segmento $a_{2,1}$ e dal piano dei lamierini e $\gamma_{2,1sp}$ è l'angolo tra il segmento $a_{2,1sp}$ e il piano dei lamierini. Se il rotore è disposto simmetricamente, le forze assiali sono uguali sui due lati della macchina, ma di direzione opposte, così che si annullano. Se il rotore è spostato di Δx dalla posizione simmetrica, le forze non sono più uguali e quindi si determina una forza assiale risultante F_a. Se si indica con h la distanza radiale tra gli anelli equivalenti alle testate degli avvolgimenti, con b_1 la distanza assiale dell'anello rotorico e con b_2 quella dell'anello rotorico dai lamierini (vedi fig. 17-44a), si avrà:

$$a_{2,1} = \sqrt{h^2 + (b_1 - b_2 - \Delta x)^2} \cdot \operatorname{sen} \gamma_{2,1} = (b_1 - b_2 - \Delta x)/a_{2,1}$$

$$a_{2,1\,sp} = \sqrt{h^2 + (b_1 + b_2 + \Delta x)^2} \cdot \operatorname{sen} \gamma_{2,1\,sp} = -(b_1 + b_2 + \Delta x)/a_{2,1\,sp}.$$

Se si introducono questi valori nella (17-185) e si considera che le forze che agiscono sui due lati della macchina hanno direzione opposta, si ottiene:

$$F_a = \frac{2\mu_0}{2\pi} \cdot 0{,}4852p\tau' \hat{I}_{1e} \hat{I}_{2e} \Delta x \left\{ \frac{[h^2 - (b_1 - b_2)^2]\eta_{2,1}}{[h^2 + (b_1 - b_2)^2]^2} + \frac{[h^2 - (b_1 + b_2)^2]\eta_{2,1\,sp}}{[h^2 + (b_1 + b_2)^2]^2} \right\}. \quad (17\text{-}190)$$

Generalmente l'espressione tra parentesi è positiva e la forza assiale ha

la stessa direzione dello spostamento del rotore. La forza tende ad aumentare ulteriormente questo spostamento dalla posizione simmetrica. Per collegamenti frontali uguali sui due avvolgimenti ($b_1 = b_2 = b$) l'espressione tra parentesi è sempre positiva, essendo quasi impossibile soddisfare le condizioni (soprattutto la seconda) per cui si ha un valore negativo ($2b > h$ e $\eta_{2,1sp} > \eta_{2,1}$). Se l'avvolgimento rotorico risulta assai vicino ai lamierini ($b_2 = 0$), come spesso accade nei motori con indotto in corto circuito, è $\eta_{2,1} = \eta_{2,1sp}$ e la espressione tra parentesi diventa:

$$\frac{2\,(h^2 - b_1^2)}{(h^2 + b_1^2)^2}\,.$$

In questo caso è anche possibile che il termine tra parentesi risulti negativo e precisamente per $b_1 > h$.

Del Pedro [17-23] ha pubblicato un interessante studio ricco di dati sperimentali. Il motore asincrono considerato ha forze assiali considerevoli dovute ai collegamenti frontali che agiscono in direzione dello spostamento del rotore. All'avviamento il flusso principale è poco elevato e quindi prevale l'azione delle forze dovute agli avvolgimenti. Solo in prossimità della velocità sincrona, quando il flusso principale raggiunge il suo valore normale, si può determinare il ritorno del rotore nella posizione simmetrica. All'avviamento del motore la forza assiale cambia senso.

18. RISCALDAMENTO

Lo studio del riscaldamento ha un importanza fondamentale per le macchine elettriche. La durata dell'isolamento, cioè il periodo in cui l'isolamento mantiene una sufficiente stabilità elettrica e meccanica dipende strettamente dalla temperatura. In considerazione di ciò, quindi, in tutti

TAB. 18-1. - Sovratemperature limite secondo le norme VDE 0530/66 e IEC 34-1.

Classe	*A*	*E*	*B*	*F*	*H*
Materiale isolante	cotone, seta, carta, lacca per fili su base di olii essiccanti	lacca per fili su base di polivinilacetato ecc, foglie su base di cellulosa triacetato, ecc.	mica con lacca in tavolette e massa di asfalto come agglutinante	asbesto con sostegno inorganico e lacca impregnata a tenuta di temperatura	prodotti del vetro con silicone puro come impregnante
Sovratemperatura	60°	75°	80°	100°	125°

Sovratemperatura per supporti lubrificati con grassi normali 45°, con grassi speciali 55°. Sovratemperatura per collettori e anelli di contatto 60° (misurata con termometro a dilatazione).

i paesi il valore della temperatura è fissata da norme (vedi tab. 18.1). Inoltre il riscaldamento è assai importante per la formazione delle così dette tensioni di riscaldamento nelle parti costruttive della macchina. Per tutte queste ragioni si cerca già da molto tempo di calcolare in anticipo il riscaldamento delle diverse parti, ma poichè la macchina elettrica costituisce un corpo assai complesso, non è stato ancora possibile trovare un procedimento semplice di calcolo. Molti dati importanti, come il coefficiente di trasmissione del calore, la velocità e la resistenza dell'aria sono difficilmente calcolabili. Ciò nonostante la conoscenza dei fenomeni di riscaldamento è assai utile per lo studio qualitativo e per il calcolo per similitudine a mezzo di alcuni dati sperimentali. Nella pratica si ricorre spesso a questo sistema che dà risultati utili, soprattutto se tra le macchine da cui sono ricavati i dati sperimentali e quelle da calcolare non esistono differenze troppo vistose.

18.1. Trasmissione

18.1.1. Conduzione esterna del calore

Il passaggio di calore da un corpo all'altro è detto conduzione esterna del calore. Spesso si tratta di trasmissione del calore da un corpo al mezzo circostante (gas e fluido). Condizione necessaria per il verificarsi di tale passaggio è una differenza di temperatura nei punti di contatto dei due mezzi. La trasmissione di calore dal corpo al mezzo avviene in due modi fondamentalmente diversi. La conduzione esterna per radiazioni avviene per onde elettromagnetiche. La capacità di un corpo di emettere tali onde, cioè di irraggiare calore, dipende dalla temperatura del corpo e del mezzo e dalla qualità della superficie del corpo stesso. Nell'intervallo di temperature tra i 20° e i 60°, che è quello che maggiormente interessa in pratica, il coefficiente di trasmissione del calore per le superfici di macchine e trasformatori varia di poco e si può supporre che sia (2-3):

$$\alpha_S \approx 6 \ \mathrm{W/^\circ C\, m^2}. \tag{18-1}$$

La trasmissione del calore per radiazione non richiede il contatto diretto del corpo con il mezzo, mentre tale contatto è assolutamente necessario per la trasmissione per convezione, in cui l'emissione di calore avviene per riscaldamento diretto delle particelle del mezzo immediatamente adiacente. Al posto delle particelle riscaldate si dispongono altre particelle fredde e così via. È chiaro quindi che questa emissione di calore non dipende solo dalla temperatura ma anche dalla velocità del mezzo e dalla superficie di contatto. Se il mezzo refrigerante non viene agitato artificialmente, si parla di convezione naturale. Per una parete verticale di 0,5 cm di altezza, una temperatura dell'aria ambiente di 20° C e una temperatura della parete di 35° C, il coefficiente di trasmissione del calore è:

$$\alpha_K \approx 8 \ \mathrm{W/^\circ C\, m^2}. \tag{18-2}$$

Tale coefficiente varia assai poco al variare della temperatura e dell'altezza della parete. Il coefficiente di trasmissione del calore di una superficie libera in aria praticamente ferma è quindi:

$$\alpha = \alpha_S + \alpha_K \approx 14 \text{ W/°C m}^2. \quad (18\text{-}3)$$

Il calore trasmesso all'ambiente da trasformatori e macchine chiuse senza un particolare raffreddamento esterno è:

$$V = \vartheta\,(6\,O_S + 8\,O_K) \text{ W} \quad (18\text{-}4)$$

in cui ϑ è la sovratemperatura della cassa che contiene l'olio o della carcassa del motore, O_S (m²) la superficie radiante, cioè la superficie del mantello che fascia la cassa di lamiera ondulata o di tubi e O_K (m²) la superficie determinante per la convezione, cioè l'effettiva superficie delle ondulazioni, dei tubi o del mantello della cassa.

Se però il calore è trasmesso in olio anzichè in aria, la emissione per convezione diventa sensibilmente maggiore e si può quindi trascurare quella per radiazioni. Per il normale trasformatore in olio vale la:

$$\alpha \approx \alpha_K \approx 11 \text{ W/°C m}^2. \quad (18\text{-}5)$$

Le (18-3) e (18-5) valgono per una superficie di altezza 0,5 m. Per superfici minori il coefficiente di trasmissione per convezione aumenta, mentre diminuisce nel caso contrario; teoricamente esse varia con $\sqrt[4]{0{,}5/H}$ (H = altezza in m della superficie di contatto).

Il coefficiente di trasmissione del calore all'acqua è almeno il triplo di quello per l'olio, anche se può subire una notevole diminuzione in seguito al formarsi di fanghiglia e di alghe. Per Karthäuser [2-3, 18-1] il coefficiente di trasmissione del calore dall'olio all'acqua attraverso un tubo è in media:

$$\alpha \approx \frac{80 \cdot 240}{80 + 240} \approx 60 \text{ W/°C m}^2. \quad (18\text{-}6)$$

Per raffreddamento artificiale i coefficienti di trasmissione del calore aumentano considerevolmente e sono compresi tra 350 e 600 W/m² °C per l'olio e 1100 e 4500 W/°C m² per l'acqua.

Nella maggioranza dei casi l'aria di raffreddamento viene messa in movimento artificialmente ad una velocità più o meno elevata, il che fa aumentare considerevolmente la trasmissione del calore per convezione. Per la determinazione dei coefficienti di trasmissione del calore esistono numerosi studi teorici e sperimentali. I risultati di tali studi si possono applicare alle macchine elettriche solo con una certa approssimazione, dato che in esse le condizioni si discostano spesso da quelle in cui sono stati effettuati gli esperimenti.

Si consideri dapprima il caso in cui l'aria di raffreddamento venga soffiata parallelamente ad una piastra. Secondo Gotter il coefficiente di trasmissione del calore per una temperatura media dell'aria $\vartheta_{Lm} \approx 35°$ C

e una pressione dell'aria di 101.300 N/m² è espresso dalla:

$$\alpha \approx 6\, l^{-0,22}\, v^{0,78}\ \mathrm{W/°C\ m^2} \tag{18-7}$$

in cui l rappresenta la lunghezza della piastra e v la velocità dell'aria. Per $l = 0,5$ m e $v = 10 \div 20$ m/sec il coefficiente di trasmissione del calore è $\alpha \approx 40 \div 70$ W/°C m². Richter riporta il valore di Nussel e Jurgens [2.5], valido per una piastra di dimensioni 0,5 × 0,5 m, una temperatura $\vartheta_{Lm} = 20°$ C e una velocità $v > 5$ m/sec, e precisamente:

$$\alpha = 7,14\, v^{0,78}\ \ \mathrm{W/°C\ m^2}. \tag{18-8}$$

Per $v = 10$ e 20 m/sec rispettivamente, si ottiene $\alpha = 44$ e 74 W/°C m², cioè praticamente gli stessi valori che risultano dalla (18-7).

Se l'aria di raffreddamento viene soffiata in direzione normale rispetto alla piastra, il coefficiente di trasmissione del calore aumenta considerevolmente; secondo le ricerche di Symson e Walker [2.5] è:

$$\alpha \approx 10\,(1 + 0,54\, v^2)\ \ \mathrm{W/°C\ m^2}. \tag{18-9}$$

Una trasmissione di calore di questo tipo si ha alle testate delle matasse di statore.

Le condizioni di raffreddamento in quasi tutte le parti delle macchine elettriche si possono confrontare meglio con quelle relative alla trasmissione del calore in canali, poichè la corrente d'aria di raffreddamento fluisce in condotti a pareti calde. È certo che in molte circostanze per le macchine elettriche i canali di ventilazione differiscono sensibilmente da quelli presi in considerazione per la misura dei coefficienti di trasmissione del calore. I primi, in confronto alla loro sezione, sono corti, assai ruvidi e non uniformemente riscaldati. L'aria di raffreddamento viene introdotta a velocità non uniforme ed ha un'alta turbolenza, con formazioni di vortici. Per tale motivo è necessario correggere i valori ottenuti sperimentalmente mediante il « fattore di turbolenza », compreso, secondo misurazioni di Ritschel e Schutte [2.5] tra 1,7 e 1,9. Per il coefficiente di trasmissione di calore in un canale, con turbolenza normale, Richter dà questa formula:

$$\alpha \approx 0,0385\, \lambda^{0,168} (sc)^{0,832}\, r^{0,088}\, l^{-0,256}\, v^{0,832}\ \ \mathrm{W/°C\ m^2} \tag{18-10}$$

in cui l è la lunghezza del canale, r il raggio idraulico della sua sezione e v la velocità del mezzo refrigerante. Il raggio idraulico r è dato dal doppio del rapporto tra la sezione e il perimetro del canale e, nel caso di canali a sezione circolare, è uguale al raggio effettivo. Se la sezione è rettangolare, è circa uguale al lato più corto. Le grandezze λ, s e c rappresentano rispettivamente il coefficiente di conduttività del calore, il peso specifico e il calore specifico del mezzo refrigerante. Per aria ad una temperatura di riferimento $\vartheta_b = (\vartheta_W + \vartheta_{La})/2$ si ottiene:

$$\alpha \approx 7,3\,(l)^{-0,256}\, r^{0,088}\, v^{0,832}\ \ \mathrm{W/°C\ m^2}. \tag{18-11}$$

Secondo Richter l'emissione di calore viene calcolata in base alla differenza tra la temperatura ϑ_W delle pareti, supposta costante lungo tutto il canale, e la temperatura ϑ_{La} dell'aria in entrata. La temperatura dell'aria nel canale sale fino al valore ϑ_{Le}. La temperatura media dell'aria $\vartheta_{Lm} = (\vartheta_{La} + \vartheta_{Le})/2$ è maggiore di quella in entrata, per cui il coefficiente di trasmissione del calore diminuisce all'aumentare della lunghezza dei canali [vedi la (18-11)]. Per $r = 0{,}01$ m, $l = 0{,}3$ m e $v = 10 \div 20$ m/sec risulta rispettivamente $\alpha = 44{,}9 \div 80$ W/°C m². Come temperatura di riferimento per la (18-11) è stata assunta la temperatura di entrata dell'aria, tuttavia il coefficiente di trasmissione del calore non dipende in modo determinante dalla temperatura ambiente, così che in pratica si può applicare la (18-11) per tutte le macchine elettriche. In fig. 18.1 sono riportati i valori del coefficiente di trasmissione del calore, per lunghezze del canale e raggi idraulici diversi, in funzione delle velocità dell'aria. Per i valori c ed e in parentesi le curve hanno una validità approssimativa.

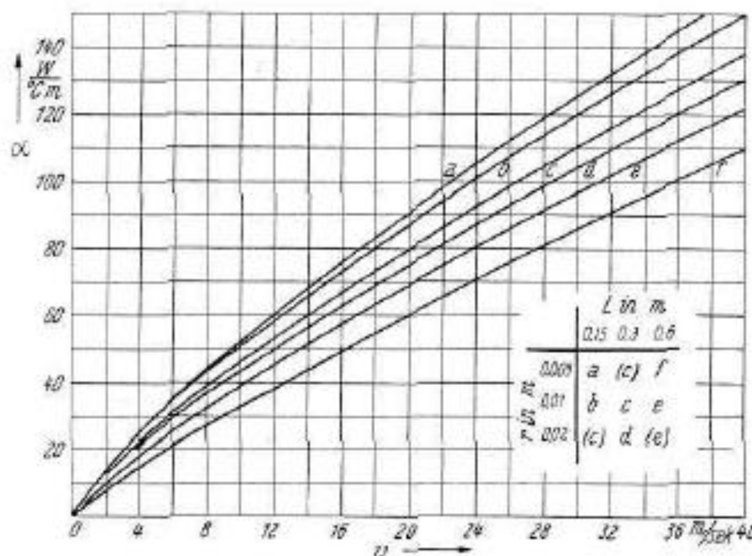


Fig. 18-1. - Coefficiente di trasmissione del calore nei canali, in funzione della velocità dell'aria. I valori delle curve relativi alla lunghezza dei canali L ed ai raggi idraulici r sono riportati nella tabella a destra in basso; le parentesi stanno ad indicare che le curve relative sono approssimate.

La formula

$$\alpha = M d^{-0{,}22} v^{0{,}78} \ \text{W/°C m}^2 \tag{18-12}$$

con

$$M = 0{,}027\ \lambda^{-0{,}22}\,(cs)^{0{,}78} \tag{18-13}$$

è stata data da Gotter. Come temperatura di riferimento si assume $\vartheta_b = (\vartheta_W + \vartheta_{Lm})/2$ e si calcola la trasmissione di calore con la temperatura dell'aria media ϑ_{Lm}. Nella (18-12) α risulta indipendente dalla lunghezza dei canali. La dipendenza di M dalla temperatura è piccola e può essere praticamente trascurata per temperature comprese tra i 20 e 60 °C. Come si può constatare dalla tab. 18-2, i valori di M, però, si differenziano di molto a seconda dei diversi mezzi refrigeranti.

TAB. 18-2. - Valori di M per mezzi refrigeranti diversi e per $\vartheta_o = 40°C$.

Aria 760 mm Hg	2,9
Idrogeno Hg	27,5
Acqua	3560
Olio da trasformatori	1420

La velocità dell'aria v è espressa in m/sec e il diametro idraulico $d = 2r$ in m. Per $v = 10$ e 20 m/sec e $d = 0{,}02$ m, secondo la (18-12) risulta $\alpha = 41$ e 70 W/°C m², cioè si ottengono praticamente gli stessi valori riportati da Richter. La quantità di calore ceduta dalla superficie O nell'unità di tempo è però:

$$V = O\,\alpha\,(\vartheta_W - \vartheta_{Lm}). \qquad (18\text{-}14)$$

Essendo $\vartheta_{Lm} > \vartheta_{La}$, per gli stessi valori di O, α e ϑ_W, l'emissione secondo Gotter è minore di quella secondo Richter.

In fine si riporta la formula sperimentale di Hak [18.19], *che tiene* conto della turbolenza:

$$\alpha \approx 3{,}6\,\sqrt[5]{v^4/d}\ \text{W/°C m}^2. \qquad (18\text{-}15)$$

In essa v (m/sec) è la velocità dell'aria e d (m) il diametro idraulico. Per $d = 0{,}02$ m e $v = 10$ e 20 m/sec si ottiene $\alpha = 47$ e 74,5 W/°C m². Benchè assai semplice, la formula di Hak fornisce valori che coincidono con buona approssimazione con i risultati di altri studiosi. La quantità di calore ceduta si calcola, secondo la (18-15), in base alla temperatura media dell'aria.

Il raffreddamento delle macchine ventilate o chiuse con attacchi tubolari avviene mediante cessione di calore all'aria di raffreddamento e richiede quindi una determinata quantità d'aria. Se la portata d'aria è insufficiente, la macchina si riscalda troppo, se invece l'aria è in eccesso, le perdite per ventilazione aumentano e il rendimento della macchina diminuisce. La quantità di calore ceduta per radiazione e convezione dalla superficie della carcassa è molto minore di quella ceduta all'aria di raffreddamento e può quindi essere spesso trascurata. La portata d'aria necessaria è determinabile mediante la:

$$K = \frac{V}{sc\vartheta_L} \qquad (18\text{-}16)$$

in cui V rappresenta le perdite complessive della macchina in W, c (1020 Ws/°C m³) è il calore specifico dell'aria, ϑ_L la sovratemperatura dell'aria ed s il suo peso specifico (1,1 kg/m³). Dalla (18-16) si ricava la portata d'aria richiesta per una perdita di 1 kW; essa è 0,046 m³/sec o 2,75 m³/min. Per verificare questi valori si è considerato un motore da 22 kW e 1450 giri/min: i risultati sono riportati in fig. 18-2. La curva 1 rappresenta la sovratemperatura dell'avvolgimento statorico e la 2 la sovratemperatura dell'aria in funzione della portata. Per una sovratemperatura dell'avvolgimento di 60° C la quantità d'aria richiesta è 0,112 m³/sec con una sovratemperatura dell'aria di 23° C; per una sovratemperatura dell'avvolgimen-

to di 50° C è 0,15 m³/sec con una sovratemperatura dell'aria di 18° C. Le perdite della macchina sono 2700 W e quindi la portata d'aria per una perdita di 1 W è 0,0415 m³/Ws nel primo caso e 0,055 m³/Ws nel secondo.

La pressione determinata dal ventilatore è *compresa tra 101 e 304* N/m² per macchine di piccola e media grandezza, mentre può raggiungere i 3040 N/m² per macchine grandi e veloci.

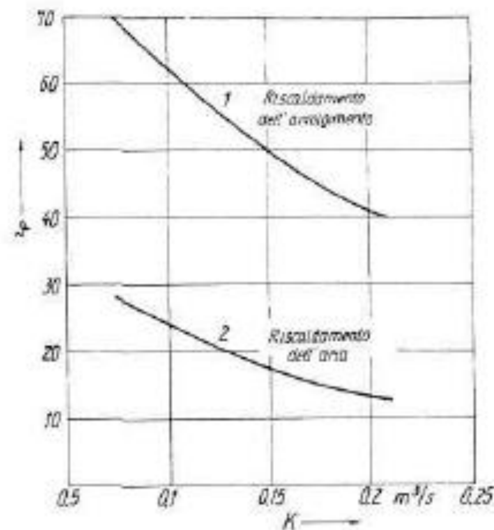


Fig. 18-2. - Sovratempera- tura dell'aria e degli avvolgimenti in funzione della portata d'aria.

Il ventilatore calettato sul rotore della macchina può fornire sostanzialmente solo la pressione necessaria per muovere all'interno della macchina la massa d'aria impiegata per il raffreddamento. Il lavoro supplementare per aspirare e comprimere l'aria attraverso tubi e canali rispettivamente può essere compiuto dal ventilatore solo in piccola misura. Normalmente si stabilisce una caduta di pressione nei canali e nel filtro dell'aria in circa $100 \div 150$ N/m². Se questo valore viene superato e se il ventilatore proprio non è in grado di esercitare *una pressione sufficiente, si deve ricorrere* alla ventilazione esterna a mezzo di ventilatore separato.

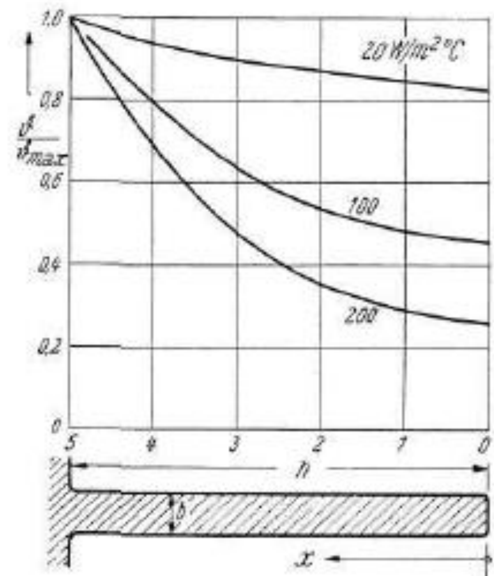


Fig. 18-3. - Sezione di una aletta e distribuzione della temperatura lungo l'aletta stessa per $h = 5$ e $b = 0,5$ cm.

Il ventilatore separato presenta il grande vantaggio di avere una velocità indipendente da quella del motore; infatti una ventilazione di questo tipo è sempre vantaggiosa nei motori di manovra e in quelli lenti. Il ventilatore separato lento ha generalmente un rendimento superiore a quello del ventilatore collegato al rotore, è meno costoso e presenta una maggiore sicurezza d'esercizio.

Allo scopo di aumentare la trasmissione del calore, il mantello delle macchine chiuse è provvisto di risalti (o alette di raffreddamento). Per avere una idea dell'emissio*ne di calore attraverso le alette si consideri* un caso ideale [vedi fig. 18-3 [18-8)]. Un risalto di lunghezza $L = 1$, altezza h e larghezza b viene investito da un getto a temperatura e velocità costante. Si indichi con ϑ la sovratemperatura dell'aletta rispetto all'aria nel punto x, con v la quantità di calore che, in questo punto viene ceduta dal risalto nell'unità di tempo, con α il coefficiente di trasmissione del calore della superficie e con λ la conduttività termica del materiale di cui è costituita l'aletta. La soluzione dell'equazione differenziale del riscaldamento [18.8] fornisce la tempera-

tura e il calore nel punto x, in funzione dei valori che si hanno alla base del risalto (ϑ_h e v_h):

$$v = v_h \frac{\operatorname{senh} \gamma x}{\operatorname{senh} \gamma h} \quad \text{e} \quad \vartheta = \vartheta_h \frac{\cosh \gamma x}{\cosh \gamma h} \qquad (18\text{-}17), (18\text{-}18)$$

con

$$\gamma = \sqrt{\frac{2a}{\lambda b}} . \qquad (18\text{-}19)$$

Inoltre, il rapporto tra la quantità di calore trasmessa e la temperatura alla base è:

$$v = \frac{\vartheta_h}{\sqrt{2a\lambda b}} \frac{\operatorname{senh} \gamma x}{\cosh \gamma x} . \qquad (18\text{-}20)$$

La distribuzione della temperatura lungo l'aletta è illustrata nella fig. 18-3, riportata dallo studio di Heiles [18-8]. L'esempio vale per una aletta di ferro con $h = 0{,}05$ m, $b = 0{,}005$ m e $\lambda = 50$ W/°C m. Per il coefficiente di trasmissione del calore della superficie a sono stati asssunti i tre valori 20, 100 e 200 W/°C m². Entro questi limiti sono compresi i casi che si verificano in pratica. Come si nota dalla figura, per elevati valori di a la temperatura alla testa del risalto diminuisce e quindi l'emissione del calore alla estremità è meno efficace di quella alla base. Per ventilazione sostenuta le alette alte sono quindi inadeguate. Se le alette sono costruite con altro materiale avente conduttività termica λ più elevata, la differenza di temperatura diventa minore; questo è il caso dell'alluminio, ad esempio, con il quale si possono realizzare quindi alette più alte.

Per determinare l'influenza della larghezza dell'aletta, si calcola il coefficiente di trasmissione del calore risultante di tutta l'aletta; con le (18-17) e (18-18) è:

$$a_R = \frac{v_h}{\vartheta_h} = \frac{1}{\sqrt{2a\lambda b}} \frac{\operatorname{senh} \gamma h}{\cosh \gamma h} . \qquad (18\text{-}21)$$

Per valori bassi del coefficiente a di trasmissione del calore un'ampiezza di aletta superiore a 0,3 cm ($b > 0{,}3$ cm) è inadeguata, mentre alette più larghe sono convenienti per valori elevati di a, cioè per macchine più grandi. L'intervallo entro cui è compresa la larghezza più conveniente delle alette di ferro, dal punto di vista della trasmissione del calore, è $0{,}3 \leq b \leq 1{,}2$. Se i risalti sono d'alluminio, la larghezza adeguata è ancora inferiore, così che in questo caso per lo spessore sono determinanti le esigenze di costruzione e di fissaggio. Come limite inferiore dello spessore della aletta si può fissare 0,5 cm circa (per la ghisa) e 0,3 cm (per l'alluminio).

All'aumentare dell'altezza aumenta pure l'emissione di calore dell'aletta ma non proporzionalmente. Se si riferisce l'emissione di calore al valore relativo ad una aletta di altezza non elevata (con temperatura co-

stante lungo il risalto), cioè $2ah$, risulta:

$$\beta = \frac{\alpha_R}{2ah} = \frac{1}{2ah\sqrt{2a\lambda b}} \frac{\operatorname{senh} \gamma h}{\cosh \gamma h} \tag{18-22}$$

una grandezza che dà idea dell'utilizzazione dell'altezza dell'aletta. Se tale coefficiente di utilizzazione è noto, si può calcolare la quantità di calore smaltita attraverso l'aletta semplicemente conoscendo l'altezza di questa ultima e il coefficiente a. Se le alette sono in ferro, il coefficiente di utilizzazione è compreso tra 1,0 e 0,4 (fig. 18-4).

La superficie di smaltimento del calore può aumentare non solo con l'altezza ma anche con il numero delle alette. L'effetto di smaltimento non aumenta però proporzionalmente al numero delle alette. Infatti, se queste ultime sono assai vicine le une alle altre, l'aria che fluisce tra due alette viene riscaldata *da entrambe e quindi lo smaltimento* di calore di ognuna di esse diminuisce. Per tale ragione le alette debbono essere a distanza tale le une dalle altre, da non dar luogo a questa reciproca influenza. Secondo gli studi teorici di Heiles [18-8] il così detto «strato limite» è espresso dalla:

$$\delta = 0{,}0225 \sqrt{L/v} \ \text{m} \tag{18-23}$$

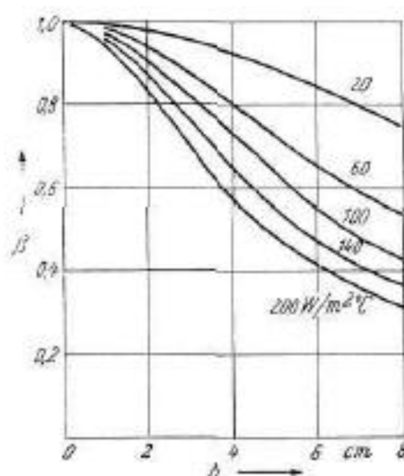


Fig. 18-4. - Coefficiente di utilizzazione β di una aletta di ferro di larghezza $b = 0{,}05$ m, in funzione della sua altezza e del coefficiente di trasmissione del calore.

in cui v è la velocità dell'aria (m/sec) a grande distanza dalla superficie ed L la distanza (m) dello spigolo di entrata. Quest'ultima grandezza corrisponde circa alla lunghezza del risalto, mentre la distanza tra le alette corrisponde circa al doppio di δ. Per i valori medi $L = 0{,}2 \div 1{,}0$ m, e $v = 1 \div 8$ m/sec, la distanza minima tra i risalti è $t = 2\delta = 0{,}02 \div 0{,}015$ m. In pratica si può ammettere una minore influenza reciproca e, per la distanza minima, valori un poco inferiori.

La resistenza al movimento dell'aria aumenta all'aumentare del numero delle alette e quindi diminuisce la velocità dell'aria stessa. La corrente d'aria, inoltre, viene respinta verso l'esterno delle alette e quindi penetra solo in scarsa misura tra le alette stesse. Nelle macchine con alette aperte questa deviazione dell'aria è così sensibile, che l'impiego di alette lunghe e ravvicinate si rivela inadatto. Gli accorgimenti che si possono prendere per ovviare a tali inconvenienti sono il rivestimento delle alette con un mantello, la deviazione della corrente d'aria in direzione delle alette e l'aumento della loro altezza.

Se l'aria è in movimento in direzione parallela alla superficie, il coefficiente di trasmissione di calore risulta dalla (18-8) o dalla (18-15).

Le difficoltà maggiori sorgono quando si voglia determinare la velocità dell'aria tra le alette. Per l'elevatissima dispersione causata dalle alette

aperte solo una parte dell'aria messa in movimento dal ventilatore passa tra le alette (fig. 18-5*a*). Benchè attualmente non si sia riusciti a valutare ancora il valore di questa dispersione, si deve tuttavia supporre che solo il 30 ÷ 60% dell'aria risulti attiva ai fini del raffreddamento. Inoltre l'aria non scorre lungo i fianchi dell'aletta con uguale velocità. Nei ventilatori centrifughi, che sono i più diffusi, l'aria non ha direzione puramente assiale, ma ha una notevole componente tangenziale che indirizza la corrente d'aria contro un lato dell'aletta (fig. 18-5*b*). L'emissione del calore di questo lato aumenta quindi, mentre diminuisce quella dell'altro lato. Di conseguenza, nel calcolo bisogna introdurre un valore medio per il coefficiente di trasmissione del calore. Di notevole importanza è pure la corrente d'aria che viene indirizzata contro la carcassa (fig. 18-5*c*). Nella carcassa bisogna inoltre evitare la realizzazione di rientranze (fig. 18-5*d*) che contengono spesso un più comodo assetto dell'avvolgimento, ma nelle quali l'aria può stagnare.



Fig. 18-5. - Deviazioni diverse della corrente d'aria: *a*) rivolta all'esterno, *b*) su un lato del risalto, *c*) sulla base del risalto, *d*) sacca d'aria.

18.1.2. Conduzione del calore

Passando dalla sorgente al mezzo refrigerante il flusso di calore attraversa diversi mezzi e la trasmissione del calore risulta possibile appunto in quanto ogni mezzo ha un proprio valore, non nullo, della conduttività termica. Poichè essa è finita, ha luogo nell'elemento stesso una caduta di temperatura. Il caso più semplice per il calcolo della trasmissione del calore è quello in cui nel materiale non sia trasformata energia in calore. Si consideri in primo luogo la trasmissione del calore attraverso una piastra, ad esempio attraverso lo strato isolante di una matassa (fig. 18-6). Se con ϑ_W si indica la temperatura del conduttore e con ϑ_L quella ambientale, nella unità di tempo l'unità di superficie dello strato isolante è attraversata da una quantità di calore:

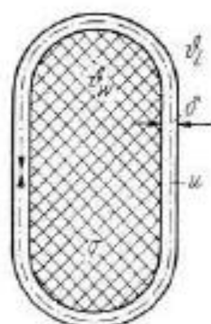


Fig. 18-6. - Sezione di una matassa.

$$v = \lambda\,(\vartheta_W - \vartheta_L)/\delta \qquad (18\text{-}24)$$

in cui λ rappresenta la conduttività termica. Tale quantità di calore sarà poi misurabile in Watt esprimendo δ in m e λ in W/°C m. Per quantità di calore nota, dalla (18-24) si può ricavare la caduta di temperatura nella piastra, nel nostro caso nello strato isolante. Estendendo la (18-24) a tutta la matassa con superficie isolata 0 e quantità di energia trasformata in calore nel conduttore V, si ottiene:

$$V = \lambda\, 0\,(\vartheta_W - \vartheta_L)/\delta. \qquad (18\text{-}25)$$

Si consideri il flusso termico all'interno di una matassa sede della sorgente del campo termico. In tale zona vale la seguente equazione di Poisson:

$$\lambda_x \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \lambda_y \frac{d^2\vartheta}{dy^2} + \lambda_z \frac{d^2\vartheta}{dz^2} + v = 0 \qquad (18\text{-}26)$$

in cui λ_x, λ_y e λ_z *sono* le *conduttività in direzione* degli *assi* x, y *e* z, *men*tre v rappresenta l'energia trasformata in calore nell'unità di volume e di tempo. In molti casi pratici si può ricondurre la (18-26) ad un problema unidimensionale, per cui è possibile una notevole semplificazione d'ordine matematico.

Come primo esempio si consideri una matassa con sezione (nel piano x, y) tendente all'infinito in direzione dell'asse y. Con $\lambda = \lambda_x$ per la distribuzione della temperatura lungo l'asse x è:

$$\lambda \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + v = 0. \qquad (18\text{-}27)$$

La soluzione è:

$$\vartheta = -vx^2/2\lambda + C_1 x + C_2. \qquad (18\text{-}28)$$

Le costanti di integrazione si ricavano dalle condizioni ai limiti, le quali esprimono sulle superfici $x = \pm b/2$ la temperatura ϑ_1 e ϑ_2 rispettivamente. Si ottiene quindi:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{b} x + \frac{vb^2}{8\lambda}\left[1 - \left(\frac{2x}{b}\right)^2\right]. \qquad (18\text{-}29)$$

Il valore massimo ha luogo per:

$$x = (\vartheta_2 - \vartheta_1)\, \lambda/vb \qquad (18\text{-}30)$$

ed è espresso dalla:

$$\vartheta_{\max} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{\lambda(\vartheta_2 - \vartheta_1)^2}{2vb^2} + \frac{vb^2}{8\lambda} \qquad (18\text{-}31)$$

e la temperatura media dalla:

$$\vartheta_m = \frac{1}{b}\int_{-b/2}^{b/2} \vartheta\, dx = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{vb^2}{12\lambda}. \qquad (18\text{-}32)$$

Se la temperatura sui lati è uguale ($\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_S$), la (18-29), (18-31) e (18-32) diventano:

$$\vartheta = \vartheta_S + \vartheta' [1 - (2x/b)^2] \qquad (18\text{-}33)$$

$$\vartheta_{\max} = \vartheta_S + \vartheta' \qquad (18\text{-}34)$$

e

$$\vartheta_m = \vartheta_S + \frac{2}{3}\vartheta' \qquad (18\text{-}35)$$

in cui è

$$\vartheta' = vb^2/8\lambda. \qquad (18\text{-}36)$$

La distribuzione della temperatura secondo la (18-33) è rappresentata in fig. 18-7. Tra la temperatura ai lati, quella massima e quella media esiste allora il seguente rapporto:

$$\vartheta_{\max} = 1{,}5\,\vartheta_m - 0{,}5\,\vartheta_S, \tag{18-37}$$

indipendente dalla temperatura ϑ'.

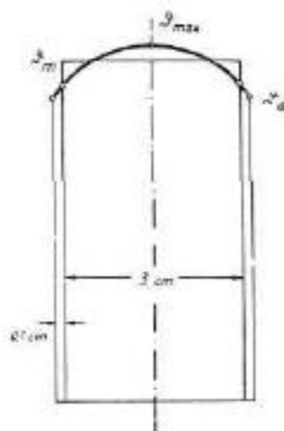


Fig. 18-7. - Distribuzione della temperatura nella sezione della matassa per ampiezza della stessa pari a 3 cm e per spessore dell'isolamento di 0,1 mc.

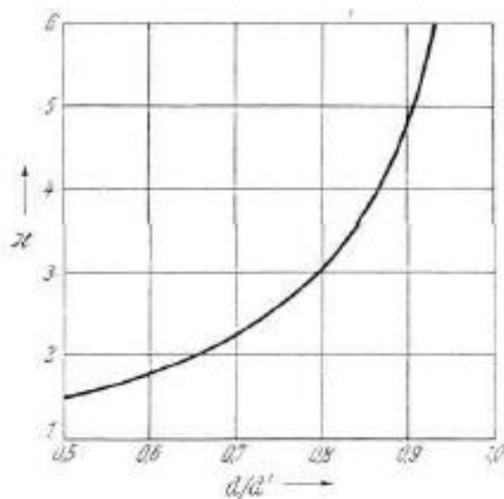


Fig. 18-8. - Rapporto tra la conduttività termica risultante di una matassa con fili rotondi e la conduttività termica del materiale isolante, in funzione del rapporto d/d' tra il diametro del filo nudo e il diametro del filo isolato.

Per poter utilizzare l'equazione così ottenuta per il calcolo pratico, bisogna conoscere innanzitutto le due grandezze v e λ. Se con S si indica la densità di corrente nei conduttori (A/m²), con ϱ la resistenza specifica (Ωm) e con k_{Cu} il fattore di riempimento del rame della sezione di matassa, l'energia trasformata in calore per effetto Joule nell'unità di volume e di tempo, è espresso dalla:

$$v = k_{Cu}\varrho S^2 \ \text{W/m}^3. \tag{18-38}$$

La conduttività termica risultante della matassa è data dalla conduttività del metallo di cui è costituito l'avvolgimento e dalla conduttività del materiale di isolamento. Tuttavia si può supporre, con buona approssimazione, infinita la conduttività termica del metallo; in tal caso la conduttività risultante è rappresentata dalla conduttività dell'isolamento λ_{is}. Si ottiene allora:

$$\lambda = \varkappa\,\lambda_{is} \tag{18-39}$$

in cui è $\varkappa > 1$. Per conduttori di sezione rettangolare vale la:

$$\varkappa \approx \frac{h}{h'}\,\frac{b'}{b' - b}, \tag{18-40}$$

mentre per i conduttori a sezione circolare $\varkappa$ si ricava dalla fig. 18-8. Le

dimensioni contrassegnate dall'indice si riferiscono al conduttore isolato, quelle senza indice al conduttore nudo.

Per cotone impregnato è $\lambda_{is} \approx 0{,}2$ W/°C m. Per fili rotondi con $d/d' = 0{,}87$, $\varrho = 0{,}02 \cdot 10^{-6}$ Ωm e $k_{Cu} = 0{,}6$ risulta $\lambda \approx 4 \cdot 0{,}2 = 8$ W/°C m. Per la (18-36) sarà quindi:

$$\vartheta' = vb^2/8\lambda \approx \frac{3 \cdot 10^{-8}}{16} (Sb)^2 \text{ °C}.$$

Per $S = 3 \cdot 10^6$ A/m² e $b = 0{,}03$ m è:

$$\vartheta = \frac{3 \cdot 10^{-8}}{16} (3 \cdot 10^6 \cdot 0{,}03)^2 = 15{,}2 \text{ °C}.$$

La temperatura massima è:

$$\vartheta_{\max} = \vartheta_S + 15{,}2 \text{ °C}$$

e la media:

$$\vartheta_m = \vartheta_S + 10{,}1 \text{ °C}.$$

Per un coefficiente di trasmissione del calore $\alpha = 40$ W/°C m² la sovratemperatura della superficie è:

$$\vartheta_o = \frac{vb}{2\alpha} = k_{Cu} S^2 \varrho b/2\alpha = 0{,}6 \cdot 3^2 \cdot 10^{12} \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}03/2 \cdot 40 = 40{,}5 \text{ °C}$$

e la caduta di temperatura nell'isolamento della matassa (0,001 m di spessore):

$$\vartheta_\delta = vb\delta/2\lambda = k_{Cu} S^2{}_\delta b\delta/2\lambda = 0{,}6 \cdot 3^2 \cdot 10^{12} \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{0{,}03 \cdot 0{,}001}{2 \cdot 0{,}02} = 8{,}1 \text{ °C}.$$

La sovratemperatura sui lati per $x = \pm b/2$ sarà quindi:

$$\vartheta_S = 40{,}5 + 8{,}1 = 48{,}6 \text{ °C}$$

la sovratemperatura media dell'avvolgimento:

$$\vartheta_m = 48{,}6 + 10{,}1 = 58{,}7 \text{ °C}$$

e quella massima:

$$\vartheta_{\max} = 48{,}6 + 15{,}2 = 63{,}8 \text{ °C}.$$

Nelle macchine elettriche la sezione rettangolare della matassa presenta un valore finito del rapporto y tra i suoilati. In tal modo si verifica una migliore conduzione del calore, mentre diminuisce notevolmente la differenza tra il valore massimo e quello laterale e tra quello medio e quello laterale delle sovratemperature. In questa sede non si riporterà lo studio, abbastanza complesso [2-3], ma solo il fattore di correzione (fig. 18-9). Si ottiene così la sovratemperatura massima:

$$\vartheta_{\max} = \tau_{\max} \vartheta' + \vartheta_S$$

e la sovratemperatura media:

$$\vartheta_m = \tau_m \, \vartheta' + \vartheta_S$$

in cui ϑ' è determinabile secondo la (18-36). Se la matassa ha sezione quadrata, per il nostro esempio si avrà:

$$\vartheta_o = vb/4a = 20{,}3 \ ^\circ\mathrm{C},$$

$$\vartheta_\delta = vb\delta/4\lambda_{is} = 4{,}0 \ ^\circ\mathrm{C},$$

$$\vartheta_{\max} = 0{,}59 \cdot 15{,}2 + 20{,}3 + 4{,}0 = 33{,}3 \ ^\circ\mathrm{C},$$

$$\vartheta_m = 0{,}28 \cdot 15{,}2 + 20{,}3 + 4{,}0 = 28{,}5 \ ^\circ\mathrm{C}.$$

In base a questo esempio, si constata che le sovratemperature in un avvolgimento a sezione quadrata ($y = 1$) sono sensibilmente inferiori a quelle in un avvolgimento a sezione sottile ($y = \infty$). Per tale ragione le matasse grandi vengono suddivise in un numero maggiore di matasse piccole.

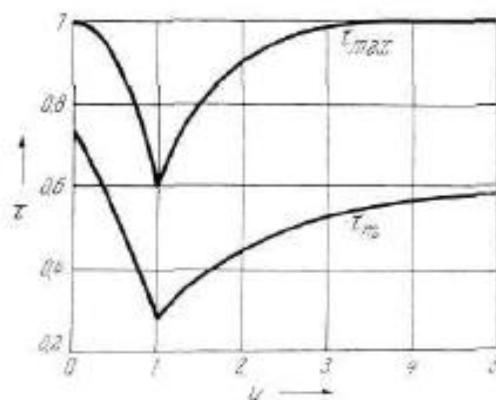


Fig. 18-9. - Fattori di correzione τ_{max} (per la temperatura massima) e τ_m (per la temperatura media) in funzione del rapporto y tra i lati della sezione della matassa.

In modo analogo si distribuisce la temperatura all'interno di un pacco di lamierini. Tuttavia, generalmente la quantità di calore v sviluppata nell'unità di volume e di tempo non è uguale alle perdite nel ferro, che si calcolano in base al coefficiente di perdita nel ferro. Una parte del calore dovuto alle perdite viene smaltito dalla superficie esterna ed interna del mantello. Nello stesso tempo, però, una parte del calore dovuto alle perdite nel rame viene trasmesso al ferro; quest'ultima trasmissione avviene in modo praticamente uniforme lungo il pacco. Per ricondurre il calcolo al problema unidimensionale, si sottraggono (o si aggiungono, rispettivamente) le perdite citate dalle effettive perdite nel ferro. La perdita risultante verrà assunta come perdita nel ferro v nell'unità di tempo e di volume. Per un calcolo così fatto bisogna valutare in prima approssimazione la temperatura, per poter determinare il calore trasmesso dalla superficie del mantello all'aria e quello trasmesso dall'avvolgimento al ferro. Così facendo si trascura la caduta di temperatura lungo il pacco lamiere nella direzione di laminazione, essendo la conduttività termica del ferro più elevata rispetto a quella dei materiali isolanti.

Si consideri ora il caso particolare in cui la quantità di calore ceduta al pacco dal rame e quella smaltita sul mantello si equilibrino esattamente, in modo che per il flusso termico in direzione trasversale rispetto ai lamierini siano determinanti solo le perdite nel ferro. Per $s = 7700$ kg/m³ $k_{Fe} = 0{,}9$ e $\lambda_q = 1$ W/°C m (conduttività termica del pacco nella dire-

zione trasversale per isolamento in carta dei lamierini) si ottiene allora:

$$\vartheta' = vl'^2/8\lambda q \approx 880\ V\,l'^2\ \text{°C}, \qquad (18\text{-}41)$$

in cui V è il coefficiente di perdita nel ferro in W/kg ed l' (m) la lunghezza del pacco. Per $V = 4$ W/kg (perdite addizionali incluse) e lunghezza del pacco $b = 0{,}06$ m risulta:

$$\vartheta_{\max} = \vartheta_{SF} + 12{,}7\ \text{°C}$$
$$\vartheta_m = \vartheta_{SF} + 8{,}5\ \text{°C}.$$

Per isolamento a smalto λ_q è circa il quadruplo ed è quindi $\vartheta' \approx \approx 3{,}2°$ C. In tal modo la sovratemperatura media e quella massima del ferro differiscono solo di molto poco da quella laterale. Con un coefficiente di trasmissione del calore $\alpha = 40$ W/°C m² la sovratemperatura laterale è:

$$\vartheta_{SF} = \frac{bk_{Fe}Vs}{2\alpha} = \frac{0{,}06 \cdot 0{,}9 \cdot 4 \cdot 77000}{2 \cdot 40} = 21\ \text{°C}$$

per cui la sovratemperatura massima del pacco sarà $\vartheta_{\max} = 21 + 12{,}7 = = 33{,}7°$ C e quella media $\vartheta_m = 21 + 8{,}5 = 29{,}5$ °C.

TAB. 18-3. - Coefficiente di conduttività termica λ, calore specifico c e peso specifico s di diversi materiali.

	$\lambda \frac{\text{W}}{\text{°C m}}$	$c \frac{\text{Ws}}{\text{°C kg}}$	$s \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Aria 760 mm Hg 20°C	0,0252	1015	1,164
Aria 760 mm Hg 40°C	0,0266	1020	1,092
Idrogeno 40°C	0,1900	14240	0,080
Acqua 40°C	0,633	4180	992
Olio da trasformatore 40°C	0,164	2000	880
Lamiera da dinamo, valori della lunghezza (λ_{Fe})			
in lega debole	48–35	462	7700
in lega media	30–26	462	7500
in lega forte	20–19	462	7450
Valore trasversale per isolamento di carta λ_q $\lambda_{Fe} = 0{,}3$, $k_{Fe} = 0{,}925$ risp. $\lambda_{Fe} = 0{,}2$, $k_{Fe} = 0{,}895$	1,2–0,87		
Valore trasversale per isolamento di lacca λ_q $\lambda_{Fe} = 0{,}3$, $k_{Fe} = 0{,}96$ risp. $\lambda_{Fe} = 0{,}2$, $k_{Fe} = 0{,}945$	4,42–3,13		
Rame	380	385	8900
Alluminio	220	925	2700
Tela	0,15		
Carta indurita	0,23		
Presspan asciutto	0,180		
Presspan impregnato d'olio	0,250		
Asbesto	0,19	815	2500
Micanite	0,20		
Isolamento fatto in officina			
classe A	0,10		
classe B	0,15		

Le temperature considerate nei due esempi sono in effetti sovratemperature, essendo stata tacitamente assunta la temperatura dell'aria pari a 0° C.

18.2. Distribuzione della temperatura lungo la matassa

Nel paragrafo precedente si è supposto che la temperatura vari da punto a punto della sezione della matassa, rimanendo costante invece lungo la matassa in direzione assiale. Si è constatato che la differenza tra la sovratemperatura media e la massima rispetto a quella laterale dipende solo dal carico (v), dall'ampiezza della matassa (b) e dal coefficiente di conduttività termica dell'isolamento (λ) [vedi la (18-40)]. Se queste tre grandezze si mantengono invariate, sarà costante anche la sovratemperatura ϑ' che si somma alla sovratemperatura laterale, indipendentemente dal mezzo in cui si trova la matassa (ferro od aria).

Assai più importante è la distribuzione della temperatura lungo la matassa in direzione assiale, dato che lo smaltimento del calore della parte di matassa collocata nel ferro è notevolmente inferiore a quello alle testate. Per tale ragione l'avvolgimento ha una temperatura più elevata al centro del pacco rispetto a quella al centro delle testate delle matasse. Le matasse hanno poi generalmente una sezione piccola e le variazioni di temperatura da punto a punto della sezione possono quindi essere trascurate, il che semplifica notevolmente lo studio matematico del problema.

Si indichi con v' la quantità di calore ceduta dall'unità di superficie della matassa nell'unità di tempo, con u il perimetro della sezione, con q la sezione del metallo dell'avvolgimento e con v'' la quantità di calore ceduta nell'unità di tempo dall'unità di volume del metallo d'avvolgimento attraverso il rivestimento isolante della matassa. Tra queste grandezze esiste una relazione semplice e precisamente:

$$v'' = v'u/q. \tag{18-42}$$

Se v è il calore sviluppato nell'unità di volume del metallo dell'avvolgimento, per il riscaldamento di tale metallo vale la:

$$\lambda_W \frac{d^2\vartheta}{dz^2} + v - \frac{uv'}{q} = 0 \tag{18-43}$$

in cui λ_W è il coefficiente di conduttività termica del metallo dell'avvolgimento. Le grandezze v e v' sono pure riferite a tale metallo. Volendo determinare il valore v secondo la (18-43), è necessario porre $f_{Cu} = 1$. Se invece si vuole eseguire il calcolo riferendosi non al volume del metallo di cui è costituito l'avvolgimento, ma al volume totale della matassa e utilizzare la (18-43) per v, per λ_W bisogna introdurre un numero fittizio. In questa sede si preferisce tuttavia riferirsi al materiale di cui è costituito l'avvolgimento e introdurre per v e λ_W le grandezze reali.

In primo luogo consideriamo le teste di matassa, cioè i collegamenti frontali, direttamente sottoposti al raffreddamento da parte dell'aria. La origine dell'asse z viene posto al centro della matassa (fig. 18-10). Se si indica con ϑ_0 la sovratemperatura della superficie esterna dello strato isolante, la quantità di calore smaltita attraverso l'unità di superficie dei collegamenti frontali nell'unità di tempo è:

$$v_S = (\vartheta - \vartheta_o)\, \lambda_S / \delta_S. \quad (18\text{-}44)$$

Questa quantità di calore viene ceduta all'aria di raffreddamento alla temperatura ϑ_{LS}, ed è:

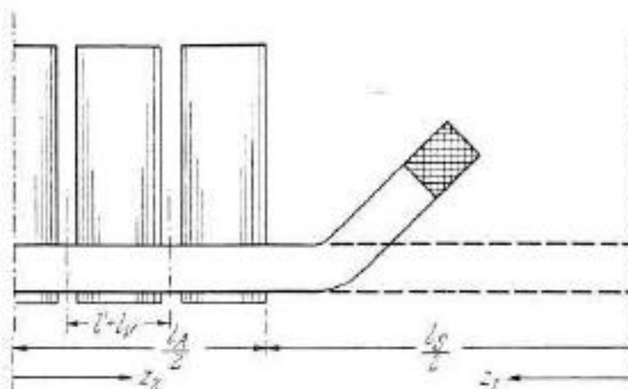


Fig. 18-10. - Ventilazione radiale.

$$v_S = \alpha_S\, (\vartheta_o - \vartheta_{LS}). \quad (18\text{-}45)$$

Dalla (18-44) e dalla (18-45) risulta:

$$v_S = \alpha_{SR}\, (\vartheta - \vartheta_{LS}) \quad (18\text{-}46)$$

in cui:

$$\alpha_{SR} = \frac{\lambda_S \alpha_S}{\lambda_S + \alpha_S \delta_S} \quad (18\text{-}47)$$

è il coefficiente risultante di trasmissione del calore dell'isolamento dei collegamenti frontali. Esso tien conto della conduzione di calore attraverso lo strato isolante e della trasmissione del calore dalla superficie all'aria. Nel seguito si tornerà ancora sul calcolo dei coefficienti di conduttività risultanti. Se si considera poi che le perdite dipendono dalla sovratemperatura e precisamente che è:

$$v = v_0\, (1 + \beta\vartheta) \quad (18\text{-}48)$$

in cui v_0 rappresenta le perdite nell'unità di tempo e nell'unità di volume del metallo d'avvolgimento, alla temperatura ambiente $\vartheta = 0$ e β il coefficiente di temperatura del metallo d'avvolgimento, si ottiene:

$$\frac{d^2\vartheta}{dz^2} - a_1^2\vartheta + b_1 = 0 \quad (18\text{-}49)$$

con le seguenti abbreviazioni:

$$a_1^2 = \frac{1}{\lambda_W}\, (\alpha_{SR} u_S / q - \beta v_0) \quad \text{e} \quad b_1 = \frac{1}{\lambda_W}\, (v_0 + \alpha_{SR} \vartheta_{LS} u_S / q). \quad (18\text{-}50),\ (18\text{-}51)$$

La soluzione di tale equazione è:

$$\vartheta = C_1 \varepsilon^{a_1 z} - C_2 \varepsilon^{-a_1 z} + b_1 / a_1^2. \quad (18\text{-}52)$$

Se tuttavia si considera che la distribuzione della temperatura è simmetrica rispetto al centro dei collegamenti frontali, risulta $C_1 = C_2$ ed è:

$$\vartheta = 2C_1 \cosh a_1 z + b_1/a_1^2. \tag{18-53}$$

Per ciò che riguarda la parte di matassa collocata nel ferro, la trasmissione del calore avviene a due mezzi diversi, all'aria di raffreddamento nel canale di ventilazione e al ferro. La trasmissione all'aria di raffreddamento avviene analogamente a quella sui collegamenti frontali, solo che risultano altri valori del coefficiente di emissione del calore α_v, della temperatura dell'aria ϑ_{LV}, del coefficiente di conduttività λ_N e dello spessore dello strato isolante δ_N. La potenza termica ceduta dalla unità di superficie dello strato isolante nel canale è:

$$v_V = \alpha_{VR} (\vartheta - \vartheta_{LV}) \tag{18-54}$$

con il seguente coefficiente di trasmissione del calore risultante:

$$\alpha_{VR} = \frac{\lambda_N \alpha_V}{\lambda_N + \alpha_V \delta_N}. \tag{18-55}$$

La potenza termica totale ceduta dalle matasse in tutti i canali è:

$$V_V = v_V u_N l_V N \tag{18-56}$$

in cui u_N rappresenta il perimetro dello strato isolante, l_V l'ampiezza dei canali ed N il numero di cave.

All'interno di un pacco di lamierini la trasmissione del calore avviene in primo luogo dalla superficie della matassa al ferro. Se si indica con $\vartheta - \vartheta_E$ la differenza media della temperatura tra il metallo dell'avvolgimento e il ferro, cioè tra la superficie interna e quella esterna dello strato isolante, con l' la lunghezza di un pacco e con

$$R_N = 1/\Lambda_N = \frac{\delta_N}{\lambda_N u_N l'_N} \tag{18-57}$$

la resistenza termica totale di tutte le matasse collocate in un pacco di lamierini, la potenza termica ceduta a tale pacco è:

$$V_{WE} = \frac{(\vartheta - \vartheta_E)}{R_N}. \tag{18-58}$$

Nella (18-57) si è trascurato il passaggio di calore dallo strato isolante al ferro. In realtà, in questa regione si determina una resistenza termica addizionale, che si esaminerà al paragrafo 18.4.2. In luogo di λ_N/δ_N si ha allora una conduttività risultante data dal collegamento in parallelo di λ_N/δ_N e $\alpha_{Is,E}$ (coefficiente di trasmissione del calore tra isolamento e ferro).

Una ulteriore emissione di calore dal pacco di lamierini all'aria di raffreddamento avviene attraverso le superfici laterali del mantello del

pacco. Se si trascura la caduta di temperatura in direzione longitudinale dei lamierini, la sovratemperatura del ferro sulla superficie del mantello è ϑ_E e la potenza termica ceduta da tale superficie (O_M) è $\alpha_M O_M(\vartheta_E - \vartheta_{LM})$. Contemporaneamente la quantità di calore $\alpha_{SF} O_{SF}(\vartheta_{SF} - \vartheta_{LK})$ viene sottratto dalle superfici laterali (O_{SF}) nell'unità di tempo. Se si indica con V_E la perdita nel ferro del pacco di lamierini, il bilancio termico del pacco di lamierini è espresso dalla:

$$V_{WE} + V_E = \alpha_{SF} O_{SF} (\vartheta_{SF} - \vartheta_{LV}) + \alpha_M O_M (\vartheta_E - \vartheta_{LM}). \qquad (18\text{-}59)$$

La sovratemperatura delle superfici laterali ϑ_{SF} è inferiore a quella media del pacco di lamierini ϑ_E. Per la (18-35) è:

$$\vartheta_E = \vartheta_{SF} + R_q [V_E + V_{WE} - \alpha_M O_M (\vartheta_E - \vartheta_{LM})] \qquad (18\text{-}60)$$

in cui

$$R_q = 1/\Lambda_q = \frac{l'^2}{12 V_p \lambda_q} = \frac{l'}{6 O_{SF} \lambda_q} \qquad (18\text{-}61)$$

rappresenta la resistenza termica del pacco dei lamierini in direzione trasversale. Nelle espressioni precedenti $V_p = O_{SF} l'/2$ rappresenta il volume di un pacco di lamierini (isolamento dei lamierini compreso), $V_E + V_{WE} - \alpha_M O_M(\vartheta_E - \vartheta_{LM})$ la potenza termica ceduta attraverso le superfici laterali e λ_q il coefficiente di conduttività del pacco di lamierini in direzione trasversale. Per temperatura dell'aria costante ($\vartheta_{LM} = \vartheta_{LV}$) dalle (18-59), (18-60) e (18-61) si ottiene:

$$V_{WE} = [\eta (\vartheta - \vartheta_{LV}) - V_E R]/R_N \qquad (18\text{-}62)$$

in cui:

$$\eta = \frac{(\Lambda_q + \Lambda_{SF}) \Lambda_M + \Lambda_{SF} \Lambda_q}{(\Lambda_q + \Lambda_{SF})(\Lambda_M + \Lambda_N) + \Lambda_{SF} \Lambda_q} = 1 - \frac{\Lambda_N}{\Lambda} =$$

$$= \frac{(R_{SF} + R_q) R_N + R_M R_N}{(R_{SF} + R_q)(R_N + R_M) + R_M \cdot R_N} = 1 - R/R_N \qquad (18\text{-}63)$$

e

$$R = 1/\Lambda = \frac{1}{\Lambda_M + \Lambda_N + \Lambda_q \Lambda_{SF}/(\Lambda_q + \Lambda_{SF})} =$$

$$= \frac{R_M R_N (R_{SF} + R_q)}{(R_{SF} + R_q)(R_M + R_N) + R_M \cdot R_N} \qquad (18\text{-}64)$$

è la resistenza termica totale del pacco di lamierini. In questo caso R_N rappresenta la resistenza termica dell'isolamento nelle cave secondo la (18-57) e R_q la resistenza termica del pacco di lamierini in direzione trasversale, secondo la (18-61)

$$R_{SF} = \frac{1}{\Lambda_{SF}} = \frac{1}{\alpha_{SF} \cdot O_{SF}} \qquad (18\text{-}65)$$

la resistenza termica delle superfici laterali del pacco di lamierini e

$$R_M = \frac{1}{\Lambda_M} = \frac{1}{\alpha_M \cdot O_M} \qquad (18\text{-}66)$$

la resistenza termica della superficie del mantello del pacco di lamierini. La resistenza termica risultante del pacco di lamierini è R, data dal parallelo delle resistenze termiche dell'isolamento in cava e delle superfici del mantello a loro volta in parallelo con le resistenze termiche delle superfici laterali e del pacco di lamierini in direzione trasversale collegate in serie.

Un pacco di lamierini con il relativo canale di ventilazione sottrae alla matassa una quantità di calore $V_V + V_{WE}$ nell'unità di tempo. Il valore medio riferito all'unità di superficie è

$$v' = \frac{V_V + V_{WE}}{u_N\,(l' + l_V)\,N}. \qquad (18\text{-}67)$$

Introducendo questo valore si ottiene un'equazione differenziale dello stesso tipo della (18-49), per cui i singoli pacchi di lamierini vengono considerati come un pacco di lunghezza $l_A = \Sigma(l' + l_V)$. Mediante le seguenti semplificazioni:

$$a_2^2 = \frac{1}{\lambda_W}\left(\alpha_2 \frac{u_N}{q} - \beta\, v_0\right), \qquad (18\text{-}68)$$

$$b_2 = \frac{1}{\lambda_W}\left(\frac{\lambda_N V_E}{\delta_N A}\,\frac{l'}{l' + l_V}\,\frac{u_N}{q} + \lambda_2 \frac{u_N}{q}\,\vartheta_{LV} + v_0\right) \qquad (18\text{-}69)$$

e

$$\lambda_2 = \frac{l_V \alpha_{VR} + \eta l' \lambda_N/\delta_N}{l' + l_V} \qquad (18\text{-}70)$$

si ottiene la seguente soluzione:

$$\vartheta = 2\,C_2 \cosh a_2 z + b_2/a_2^2 \qquad (18\text{-}71)$$

in cui l'origine dell'asse z è situato al centro del pacco. Come nella (18-49) si debbono riferire la sezione di matassa q e le perdite v_0 al mantello dell'avvolgimento.

Le C_1 e C_2 si ricavano dalle condizioni ai limiti, e cioè che la (18-53) per $z = l_S/2$ e la (18-71) per $z = l_A/2$ debbono dare uguali temperature ϑ e uguali gradienti di temperatura $d\vartheta/dz$. Poichè l'ascissa z ha segno opposto, nei due casi i gradienti di temperatura hanno uguale valore, ma segno opposto. Risulta:

$$2C_1 = \left(\frac{b_2}{a_2^2} - \frac{b_1}{a_1^2}\right)\frac{a_2}{c}\,\mathrm{senh}\,\frac{a_2 l_A}{2} \qquad (18\text{-}72)$$

$$2C_2 = \left(\frac{b_1}{a_1^2} - \frac{b_2}{a_2^2}\right)\frac{a_1}{c}\,\mathrm{senh}\,\frac{a_1 l_S}{2} \qquad (18\text{-}73)$$

in cui è:

$$c = a_1 \operatorname{senh} \frac{a_1 l_S}{2} \cosh \frac{a_2 l_A}{2} + a_2 \operatorname{senh} \frac{a_2 l_A}{2} \cosh \frac{a_1 l_S}{2}. \qquad (18\text{-}74)$$

Essendo note le costanti C_1 e C_2 si può calcolare la distribuzione della temperatura lungo la matassa secondo la (18-53) e la (18-71).

Un interesse particolare hanno i valori massimi della sovratemperatura e quelli medi. La sovratemperatura massima si ha al centro del pacco di lamierini; il suo valore è:

$$\vartheta_{\max} = \frac{b_2}{a_2^2} + 2C_2. \qquad (18\text{-}75)$$

La sovratemperatura minima:

$$\vartheta_{\min} = \frac{b_1}{a_1^2} + 2C_1 \qquad (18\text{-}76)$$

si ha al centro dei collegamenti frontali. La temperatura media nei collegamenti stessi è:

$$\vartheta_{Sm} = 2l_S \int_0^{l_S/2} \vartheta dz = \frac{2}{l_S}\left[\frac{2C_1}{a_1} \operatorname{senh} \frac{a_1 l_S}{2} + \frac{b_1 l_S}{2a_1^2}\right] \qquad (18\text{-}77)$$

e la sovratemperatura media della matassa nel pacco di lamierini è:

$$\vartheta_{Am} = \frac{2}{l_A} \int_0^{l_A/2} \vartheta dz = \frac{2}{l_A}\left[\frac{2C_2}{a_2} \operatorname{senh} \frac{a_2 l_A}{2} + \frac{b_2 l_A}{2a_2^2}\right] \qquad (18\text{-}78)$$

la sovratemperatura media di tutta la matassa è:

$$\vartheta_W = \frac{\vartheta_{Sm} l_S + \vartheta_{Am} l_A}{l_S + l_A}. \qquad (18\text{-}79)$$

Nota la distribuzione della temperatura nella matassa, è possibile determinare anche quella nei singoli pacchi di lamierini. Si supponga che la sovratemperatura della matassa sia costante per il tratto corrispondente ad un pacco di lamierini e uguale alla sovratemperatura ϑ'_W al centro del pacco di lamierini. Per la (18-58) e la (18-62) la sovratemperatura media del pacco di lamierini è:

$$\vartheta_E' = V_E R + (1 - \eta)\, \vartheta_W' + \eta \vartheta_{LV} \qquad (18\text{-}80)$$

e la sovratemperatura delle superfici laterali:

$$\vartheta_{SF'} = \vartheta_{E'} + R_q \left\{ \frac{(\vartheta_{E'} - \vartheta_{LV})}{R_M} - \eta \left[\frac{(\vartheta_{W'} - \vartheta_{LV})}{R_N} + V_E \right] \right\}. \qquad (18\text{-}81)$$

La sovratemperatura massima nel pacco di lamierini è:

$$\vartheta_{E', \max} = 1{,}5\, \vartheta_E' - 0{,}5\, \vartheta'_{SF}. \qquad (18\text{-}82)$$

Fino ad ora si è considerata la distribuzione della temperatura in una macchina raffreddata solo in senso radiale, trascurando l'aumento della temperatura dell'aria di raffreddamento. Naturalmente un tale procedimento non è giusto, poichè la temperatura dell'aria aumenta da 15 a 30° C circa. Considerando il raffreddamento radiale si è trascurata la caduta di temperatura nella direzione della corrente d'aria. Se il riscaldamento dell'aria è uniforme su tutte le traiettorie, la sovratemperatura media di tutte le parti della macchina (avvolgimento e pacco di lamierini) aumenta rispetto al valore sopra calcolato di un valore pari alla metà della sovratemperatura.

La determinazione della distribuzione della temperatura per raffreddamento assiale è analoga a quella per raffreddamento radiale. In questo caso si deve tener conto del riscaldamento dell'aria, soprattutto quando questa attraversa il pacco di lamierini. La caduta di temperatura nel ferro ha ora la direzione della corrente d'aria e può pertanto influire sul riscaldamento dell'aria, del ferro e dell'avvolgimento. In un suo studio, Richter [2-3] ha però dimostrato che per i valori reali dei coefficienti di conduttività trasversale del pacco di lamierini ($\lambda_q \approx 1$ W/°C m), si può porre $\lambda_q = 0$. Si trova allora che la temperatura al traferro (in direzione assiale) aumenta linearmente e che all'uscita dal pacco dei lamierini è:

$$\vartheta_L = \frac{V_E + V_A + V_S/2}{scK} \tag{18-83}$$

in cui K rappresenta la quantità d'aria (m³/sec), c è il calore specifico dell'aria (1020 Ws/°C kg) ed s il peso specifico dell'aria (1,1 kg/m³). Qualora si trascuri il flusso termico nel mantello d'avvolgimento, la differenza di temperatura tra l'aria e il pacco di lamierini è costante e precisamente:

$$\vartheta_E - \vartheta_L = \frac{V_E + V_A}{\alpha O_V} \tag{18-84}$$

in cui O_V è la superficie di tutti i canali di ventilazione. In realtà il flusso termico nel metallo d'avvolgimento è sensibile e la differenza di temperatura sopraindicata diminuisce alle estremità del pacco. Nel seguito tuttavia si calcolerà la temperatura nelle diverse parti di una macchina con raffreddamento assiale a mezzo della rete termica equivalente, poichè in tal modo si ottiene una rappresentazione particolarmente semplice e chiara.

18.3. Esempio numerico

Per avere un'idea della distribuzione della temperatura nel caso di ventilazione radiale e per rendere quindi possibile il confronto con il calcolo eseguito secondo il sistema della rete equivalente, si considererà ora un esempio numerico [2.3]. Un alternatore trifase di 6500 kVA, 10 kV e

83 giri/min abbia le seguenti caratteristiche:

$$l_A = 1{,}03\ \text{m}, \quad l_S = 0{,}75\ \text{m}, \quad l' = 0{,}0478\ \text{m}, \quad l_V = 0{,}01\ \text{m},$$

$$N = 432, \quad u_S = u_N = 0{,}168\ \text{m}, \quad \delta_S = 0{,}002\ \text{m}, \quad \delta_N = 0{,}004\ \text{m},$$

$$q = 3{,}85 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2, \qquad D_a = 0{,}597\ \text{m}, \qquad D_i = 0{,}565\ \text{m}.$$

Il pacco di lamierini è suddiviso in 18 parti. Le perdite totali nell'avvolgimento per macchina fredda sono 50 kW, cioè $v_0 = 50.000/1{,}78 \cdot \cdot 432 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{-4} = 169.000\ \text{W/m}^3$ e $\beta = 0{,}004°\ \text{C}^{-1}$. La conduttività del rame è $\lambda_W = 380$, quella del pacco di lamierini nella direzione trasversale è $\lambda_q = 1$ e quella dell'isolamento $\lambda_N = \lambda_S = 0{,}15\ \text{W/°C m}$. Le perdite totali nel ferro sono 160 kW o 8890 W per ogni pacco. La superficie laterale del pacco di lamierini è $O_{SF} = 3{,}12\ \text{m}^2$ e il coefficiente di trasmissione del calore è $\alpha_{SF} = 50\ \text{W/°C m}^2$. Per i collegamenti frontali tale coefficiente, valutato approssimativamente, vale $\alpha_S = 45$, per i canali è $\alpha_V = 50$, per la superficie interna del mantello $\alpha_{Mi} = 50$ e per quella esterna $\alpha_{Ma} = 14\ \text{W/°C m}^2$, a causa della bassa velocità dell'aria e per il fatto che questa è già riscaldata. La resistenza termica delle superfici del mantello di un pacco è:

$$R_M = \frac{1}{\Lambda_M} = \frac{1}{\Sigma\lambda_M \cdot O_M} = \frac{1}{50 \cdot 0{,}85 + 14 \cdot 0{,}896} = 0{,}0182\ \ \text{°C/W}$$

in cui $0{,}85\ \text{m}^2$ e $0{,}896\ \text{m}^2$ sono rispettivamente la superficie interna e quella esterna di un pacco di lamierini. Per la (18-47) il coefficiente di trasmissione del calore risultante per i collegamenti frontali è $\alpha_{SR} = 28{,}1$, per la (18-55) quello relativo alla parte d'avvolgimento in corrispondenza dei canali di ventilazione è $\alpha_{VR} = 21{,}4$ e quello relativo all'avvolgimento in cava $\lambda_N/\delta_N = 37{,}5\ \text{W/°C m}^2$. Mediante le (18-50) e (18-51) si ottengono le grandezze ausiliarie $a_1 = 552\ \text{m}^{-1}$ e $b_1 = 455°\ \text{C/m}^2$. La resistenza termica dell'isolamento interposto tra il rame dell'avvolgimento e il pacco di lamierini è $R_N = 1/130 = 0{,}0077°\ \text{C/W}$ [vedi la (18-57)], la resistenza termica del pacco di lamierini nella direzione trasversale è $R_q = 1/392 = 0{,}00255°\ \text{C/W}$ [vedi la (18-61)], quella delle superfici laterali di un pacco di lamierini è $R_{SF} = 1/156 = 0{,}0064°\ \text{C/W}$ [vedi la (18-65)] e la resistenza termica risultante di un pacco di lamierini è $R = 1/296{,}5 = 0{,}0037°\ \text{C/W}$ [vedi la (18-64)]. Per la (18-63) si ottiene quindi $\eta = 0{,}562$. Inoltre per le (18-68), (18-69), (18-70) è:

$$\lambda_2 = 0{,}211\ \text{W/°C m}, \qquad a_2 = 4{,}74\ \text{m}^{-1} \qquad \text{e} \qquad b_2 = 1510\ \ \text{°C/m}^2.$$

Per $c = 233\ \text{m}^{-1}$ [vedi la (18-74)], risulta [vedi le (18-72 e (18-73)]:

$$2\,C_1 = 6{,}10\ \text{°C} \qquad \text{e} \qquad 2\,C_2 = -\,4{,}86\ \text{°C}.$$

A questo punto si può calcolare la distribuzione della temperatura lungo la matassa e lungo l'intero pacco di lamierini (per le curve corrispondenti

vedi la fig. 18-11). La temperatura massima, o per meglio dire, la sovratemperatura dell'avvolgimento, è $\vartheta_{\max} = 62{,}3°$ C, quella minima è $\vartheta_{\min} = 20{,}7°$ C e quella media $\vartheta_W = 43{,}3°$ C. La sovratemperatura media della parte di avvolgimento collocato nell'indotto è $\vartheta_A = 56{,}1°$ C e quella dei collegamenti frontali è $\vartheta_S = 26°$ C. La sovratemperatura media del ferro sarà $\vartheta_E = 54{,}5°$ C.

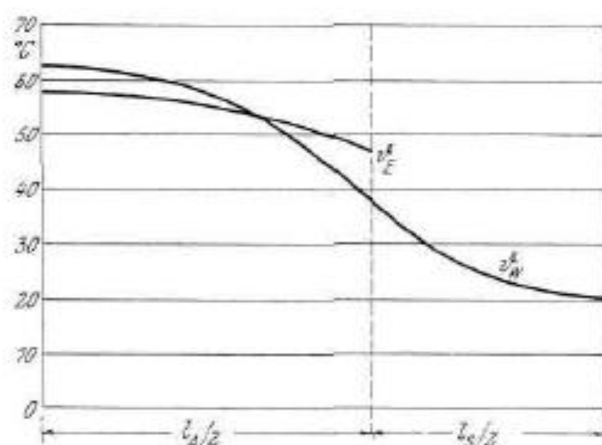


Fig. 18-11. - Distribuzione della temperatura lungo la matassa ϑ_W e l'intero pacco di lamierini ϑ_E per ventilazione radiale.

Infine riportiamo il bilancio termico dell'avvolgimento e dell'intero pacco dei lamierini:

Quantità di calore trasmessa nell'unità di tempo dai collegamenti frontali dall'aria di raffreddamento	40 kW
Quantità di calore ceduta all'aria dalla parte di avvolgimento in corrispondenza ai canali di ventilazione nell'unità di tempo	15 kW
Quantità di calore ceduta dall'avvolgimento al pacco di lamierini nell'unità di tempo . .	3 kW
Quantità di calore totale sviluppata nell'avvolgimento (a caldo) nell'unità di tempo . . .	58 kW
Perdite nel ferro	160 kW
Calore ceduto dall'avvolgimento al ferro nell'unità di tempo	3 kW
Perdite totali nel ferro	163 kW
Quantità di calore ceduta dalle superfici laterali del pacco di lamierini all'aria, nell'unità di tempo	109,2kW
Quantità di calore ceduta dalle superfici del mantello del pacco di lamierini all'aria, nell'unità di tempo	53,8kW
Calore totale trasmesso nell'unità di tempo .	163 kW

18.4. Calcolo delle sovratemperature medie con il metodo della rete termica

18.4.1. Generalità

Il procedimento descritto nel paragrafo 18.2 consente una visione completa della distribuzione della temperatura nell'avvolgimento e nel pacco di lamierini; poichè in pratica però è sufficiente conoscere la sovratemperatura media, si è cercato di semplificare il calcolo relativamente complesso della sovratemperatura ricorrendo al metodo del reticolo termico. In base a questo procedimento si trascura la distribuzione della temperatura nelle zone sorgenti di calore considerando la temperatura media delle varie zone; si introducono le resistenze termiche (°C/W) corrispondenti ai flussi di calore e si costruisce un reticolo termico. Per ciascuna parte di esso vale la equazione fondamentale

$$V_{12} = (\vartheta_1 - \vartheta_2)/R_{12} \tag{18-85}$$

in cui R_{12} rappresenta la resistenza termica tra i punti 1 e 2 (°C/W), ϑ_1 e ϑ_2 le temperature relative ad essi (°C) e V_{12} il flusso di calore (W) tra di essi. Analogamente a quanto avviene per le reti elettriche, si determina anche in questo caso un numero determinato di equazioni in base alle quali si può calcolare lo stesso numero di incognite (V e ϑ). Per semplificare il calcolo si suppone che la temperatura del mezzo refrigerante sia incognita. Generalmente è possibile valutarla con buona approssimazione. Se in teoria è possibile trovare l'esatta soluzione solo procedendo per tentativi, in pratica si ottiene la soluzione cercata già al primo tentativo. Inoltre si introducono spesso altre semplificazioni atte a diminuire il numero delle equazioni e delle incognite. Nel seguito si tornerà su questo punto. Il metodo del reticolo equivalente per la determinazione delle temperature medie è stato trattato recentemente da numerosi studiosi. Tra essi ricordiamo soprattutto Hak [18-19, 18-20, 18-25 e 18-30], Weissheiner [18-34] e Pelczewski [18-2]. Prima di passare allo studio dei reticoli termici, indicheremo il metodo da applicare per il calcolo delle singole resistenze termiche.

18.4.2. Resistenze termiche

La resistenza termica è il valore reciproco della conduttanza termica, cioè:

$$R = 1/\Lambda. \tag{18-86}$$

Nel paragrafo 18.2 si sono già introdotte diverse conduttanze, ma ora si considereranno tutte le resistenze necessarie per la costituzione del reticolo termico e il loro calcolo.

La resistenza termica tra il metallo di cui è costituito l'avvolgimento dei collegamenti frontali e l'aria refrigerata è data dal collegamento in serie di due resistenze. La prima è relativa all'isolamento delle matasse,

cioè al rivestimento, e vale:

$$R_S' = \delta_S/\lambda_S O_S \tag{18-87}$$

la seconda, relativa alla trasmissione dalla superficie esterna dell'isolamento all'aria, è:

$$R_S'' = 1/\alpha_S O_S. \tag{18-88}$$

La resistenza termica totale tra il metallo dei collegamenti frontali e l'aria refrigerante è:

$$R_S = R_S' + R_S'' = \frac{1}{O_S}\left(\frac{\delta_S}{\lambda_S} + \frac{1}{\alpha_S}\right). \tag{18-89}$$

Per poter calcolare la resistenza R_S è necessario conoscere il valore del coefficiente di conduttività termica dell'isolamento λ_S, del coefficiente di trasmissione del calore α_S [secondo la (18-9)] e della superficie totale O_S. Le prime due grandezze sono state considerate nel paragrafo 18.1; la determinazione di α_S, la cui grandezza dipende dalla velocità dell'aria presenta una certa difficoltà. È possibile comunque portare il coefficiente di trasmissione del calore ad un certo grado di dipendenza dalla superficie O_S. Nella (18-89) si è precisamente supposto, per il calcolo di R_S' e R_S'', che la sezione del circuito termico (corrispondente alla superficie di smaltamento) sia costante. Per la prima resistenza la sezione è determinata chiaramente dalle dimensioni geometriche delle testate della matassa, e precisamente è:

$$O_S = N u_S l_S \tag{18-90}$$

per avvolgimenti a semplice strato, e:

$$O_S = 2N u_S l_S \tag{18-91}$$

per avvolgimenti a due strati (u_s è il perimetro di una matassa). Per la resistenza R_S'' la superficie attiva della matassa è minore di O_S, dato che non tutte le parti di essa vengono raffreddate in ugual modo. Si ovvia alle difficoltà del calcolo adottando per le due resistenze la stessa sezione, ma diminuendo il coefficiente α_S, il quale non dipende quindi più dalla velocità effettiva dell'aria, ma da una velocità media che si suppone uniforme su tutta la superficie dei collegamenti frontali.

In modo analogo si calcola la resistenza termica tra il metallo dell'avvolgimento e l'aria fredda per le parti d'avvolgimento situate nei canali di ventilazione. Tale resistenza è:

$$R_V = \frac{1}{O_V}\left(\frac{\delta_N}{\lambda_N} + \frac{1}{\alpha_V}\right) \tag{18-92}$$

in cui $O_V = N u_N l_V m$ rappresenta la superficie totale, δ_N lo spessore dello isolamento, λ_N il coefficiente di conduttività termica dell'isolamento e α_V il coefficiente di trasmissione del calore. Per molte grandezze si è assunto l'indice N, poichè esse hanno lo stesso valore che si ha in cava. Il numero

dei pacchi è uguale a quello dei canali di ventilazione ed è indicato con m.

Analogamente si calcola la resistenza termica tra il metallo delle parti di avvolgimento collocate nelle cave e il pacco di lamierini. Tale resistenza è:

$$R_N = \frac{1}{O_N}\left(\frac{\delta_N}{\lambda_N} + \frac{1}{\alpha_N}\right) \qquad (18\text{-}93)$$

in cui $O_N = Nu_N l = Nu_N m l'$ rappresenta la superficie totale e α_N il coefficiente di trasmissione del calore tra la superficie della matassa e il pacco di lamierini. Questa trasmissione è stata considerata assai poco fino ad ora ed in molti casi addirittura trascurata; essa dipende strettamente dal gioco tra avvolgimento e pacco dei lamierini. Da studi condotti a questo proposito dall'autore è risultato che per un gioco teorico di 0,6 mm il coefficiente α_N è compreso tra 300 e 500 W/°C m², cioè è più elevato del coefficiente di trasmissione del calore nei canali di ventilazione. Se il gioco è minore, come avviene ad esempio nel caso di avvolgimenti a gabbia, il coefficiente diventa ancora maggiore, presumibilmente compreso tra 500 e 1000 W/°C m². Si è parlato di gioco teorico, per il quale si intende la differenza tra l'ampiezza della matassa e quella della cava. Quando si compongono i pacchi di lamierini, i singoli lamierini risultano in genere un poco spostati l'uno rispetto all'altro, per cui la reale ampiezza della cava e quindi il gioco risultano diminuiti. L'importanza del gioco nei confronti del coefficiente di trasmissione del calore è notevole ma è purtroppo impossibile fornire dati precisi sul suo valore.

Se l'isolamento delle matasse è costituito di più materiali isolanti, la resistenza è espressa dalla:

$$R = \Sigma \frac{\delta}{\lambda O}\,. \qquad (18\text{-}94)$$

Lo smaltimento del calore da parte del pacco di lamierini avviene tanto sulle superfici laterali quanto su quelle del mantello. Per tale ragione la resistenza termica tra il pacco dei lamierini e l'aria di raffreddamento è data dal collegamento in parallelo di due resistenze. La resistenza che il flusso incontra al passaggio dalla superficie del mantello all'aria è data principalmente dalla resistenza termica alla superficie. La resistenza nel senso di laminazione è generalmente assai piccola e può essere trascurata. La trasmissione del calore sulla superficie interna ed esterna del mantello è generalmente diversa. Se il traferro è piccolo il calore ceduto all'aria sulla superficie interna del mantello statorico e su quella esterna del mantello rotorico è assai scarso. Il calore passa dal ferro statorico a quello rotorico (o viceversa). Nel seguito si considererà la relativa resistenza termica. Nel caso di traferro ampio, ad esempio nelle macchine sincrone e in quelle a corrente continua, si ha uno smaltimento di calore all'aria che investe il traferro stesso. Il coefficiente di trasmissione del calore risulta dalla (18-7) o dalla (18-8). Per raffreddamento radiale, a causa della bassa velocità dell'aria il coefficiente di trasmissione del calore sulla superficie

esterna del mantello è piccolo e precisamente dell'ordine di grandezza compreso tra 14 e 20 W/°C m². La resistenza termica è data allora da:

$$R_M = \frac{1}{O_{Ma}\alpha_{Ma} + O_{Mi}\alpha_{Mi}}. \tag{18-95}$$

Nelle macchine chiuse e a ventilazione esterna il flusso termico è diretto principalmente verso la superficie esterna del mantello. In questa direzione la densità del flusso termico (W/m²) è elevata e a volte non si può trascurare la resistenza del pacco nella direzione di laminazione. In considerazione della distribuzione delle perdite nel ferro e del calore ceduto dal rame, si può supporre che la lunghezza determinante ai fini del calcolo della resistenza termica sia circa uguale all'altezza del giogo (h_j). La sezione è circa uguale alla superficie esterna del mantello. La resistenza del giogo dei lamierini è allora:

$$R_j = \frac{h_j}{O_{Ma}\lambda_{Fe}}. \tag{18-96}$$

Ad essa va aggiunta la resistenza di contatto tra il pacco dei lamierini e la carcassa, resistenza calcolabile in base al gioco teorico. Tale modo di procedere però non è esatto, in quanto le modalità della trasmissione di calore dal pacco dei lamierini alla carcassa sono più complesse. Le misure su diversi motori danno per $\alpha_{i\delta}$ risultati compresi tra 800 e 1500 W/°C m².

Nelle macchine chiuse a ventilazione esterna la resistenza termica tra le parti di avvolgimento disposte in cava e l'aria refrigerante è:

$$R_M = \frac{1}{O_M}\left(\frac{1}{\alpha_{Ma}} + \frac{1}{\alpha_{j\delta}} + \frac{h_j}{\lambda_{Fe}}\right). \tag{18-97}$$

Per α_{Ma} si possono utilizzare i valori forniti dalla (18-15) a condizione di tener presente che soltanto una parte dell'aria mossa dal ventilatore viene inviata lungo la carcassa. Nel caso che si faccia uso di alette bisogna considerare anche il loro effetto [vedi la (18-22)].

Nelle macchine con raffreddamento assiale la trasmissione del calore dalla superficie esterna del mantello è buona e se ne può calcolare il coefficiente mediante la (18-7) o la (18-8). Se nel pacco di lamierini sono praticati dei canali di ventilazione si può calcolare il coefficiente relativo applicando la (18-15).

Il flusso termico attraverso le superfici laterali ha direzione normale ai lamierini; in questa direzione la conduttanza termica è abbastanza piccola. La resistenza totale è data dalla somma della resistenza di contatto in corrispondenza delle superfici laterali e della resistenza del pacco dei lamierini; queste resistenze sono già state calcolate mediante la (18-61) e la (18-65) per un pacco di lamierini. Se si indica con O_{SF} la superficie laterale di tutti i pacchi ($O_{SF} = mO_{SF}'$), la resistenza termica in direzione tra-

sversale è:

$$R_{SF} = \frac{l'}{6O_{SF}\lambda_q} + \frac{1}{O_{SF}\alpha_{SF}} = \frac{1}{O_{SF}}\left(\frac{l'}{6\lambda_q} + \frac{1}{\alpha_{SF}}\right). \tag{18-98}$$

α_{SF} corrisponde alla trasmissione del calore nei canali ed è determinabile mediante la (18-15). Il coefficiente di conduttività termica risulta dalla tab. 18-2. Il fattore numerico 6 della (18-98) deriva dalla seguente semplice osservazione. La curva della distribuzione della temperatura all'interno del pacco di lamierini è una parabola [vedi la (18-28)] che raggiunge il valore medio alla distanza $l'/3$ dalla superficie laterale. Se si considera inoltre che il flusso termico è diretto simmetricamente verso le due superfici laterali, la lunghezza del circuito termico che interessa tale flusso sarà data dalla metà della distanza citata, cioè $l'/6$ [in conformità con la (18-98)].

La resistenza risultante tra il pacco di lamierini e l'aria refrigerante è:

$$R_E = \frac{R_M R_{SF}}{R_M + R_{SF}}. \tag{18-99}$$

Il riscaldamento non uniforme dell'avvolgimento dà luogo ad un flusso termico diretto lungo la matassa. Poichè, come si è visto, la temperatura dell'avvolgimento per raffreddamento radiale è sensibilmente superiore al centro del pacco di lamierini rispetto a quella al centro dei collegamenti frontali, si determina un flusso di calore diretto dal centro della matassa collocata in cava ai collegamenti frontali. La resistenza termica del metallo dell'avvolgimento è determinabile in base alle temperature medie della parte d'avvolgimento collocata in cava (ϑ_{Am}) e dei collegamenti frontali (ϑ_{Sm}) e alla quantità di calore trasmessa. Le due temperature sono date dalla (18-77) e dalla (18-78). La quantità di calore è espressa dalla:

$$V = \lambda_W q \, d\vartheta/dz. \tag{18-100}$$

Il valore di $d\vartheta/dz$ si deduce dalla (18-53) in cui bisogna inoltre porre $z = l_S/2$. Risulterà quindi:

$$R_L = \frac{\vartheta_{Am} - \vartheta_{Sm}}{V} \; \frac{\dfrac{4C_1}{l_S a_1}\,\mathrm{senh}\,\dfrac{a_1 l_S}{2} + \dfrac{b_1}{a_1^2} - \dfrac{4C_2}{l_A a_2}\,\mathrm{senh}\,\dfrac{a_2 l_A}{2} - \dfrac{b_2}{a_2^2}}{\lambda_W q\left[a_1 C_1\,\mathrm{senh}\,\dfrac{a_1 l_S}{2} - a_2 C_2\,\mathrm{senh}\,\dfrac{a_2 l_A}{2}\right]}. \tag{18-101}$$

Tale espressione è però poco pratica per il calcolo, quindi si darà una espressione più semplice per R_L. Supponiamo che la legge di distribuzione della temperatura lungo la matassa non sia data da funzioni iperboliche, ma sia di tipo parabolico. La temperatura media nella parte dell'avvolgimento in cava si verifica in corrispondenza di un punto a distanza $l_A/6$, la temperatura media nei collegamenti frontali, in corrispondenza di

un punto a distanza $l_S/6$ dalla superficie laterale del pacco di lamierini. La resistenza longitudinale sarà espressa quindi dalla:

$$R_L \approx \frac{l_A/6 + l_S/6}{2Nq\lambda_W} = \frac{l_A + l_S}{12Nq\lambda_W}, \qquad (18\text{-}102)$$

se il flusso termico è diretto simmetricamente in direzione delle due testate dell'avvolgimento. Se però si considera il flusso termico diretto solo verso una testata, la resistenza sarà il doppio di quella data dalla (18-102). Si ottiene un'approssimazione ancora migliore con quest'ultima espressione sostituendo il fattore numerico 12 con 14. La (18-102) è stata data pure da Hak [81-25].

Al flusso termico tra il pacco di lamierini statorico e rotorico il traferro offre una resistenza R_δ. Se tale resistenza è elevata in rapporto alle altre resistenze della rete equivalente, si può trascurare il collegamento termico tra lo statore ed il rotore nella rete e trattare separatamente le due parti, il che comporta una notevole semplificazione. Per tale ragione è raccomandabile una determinazione, almeno approssimata, della resistenza R_δ. Si riporterà ora il calcolo della resistenza termica del traferro secondo Hak [18-20]. Poichè si tratta di un calcolo approssimato, si sono introdotte numerose semplificazioni.

A base del calcolo si suppone che il flusso d'aria sulle due superfici delimitanti il traferro sia turbolento. Rinunciando ai particolari del calcolo, si vuole dare qui solo il procedimento pratico. Si determina dapprima il coefficiente di Reynold:

$$\mathrm{Re} = v\delta/\nu \qquad (18\text{-}103)$$

per il traferro, in cui v (m/sec) rappresenta la velocità del rotore, δ (m) l'ampiezza del traferro e ν (m²/sec) la resistenza cinetica del mezzo refrigerante. Per aria a temperatura di 60° C è $\nu = 2 \cdot 10^{-5}$ m²/sec. Servendoci della grandezza ausiliaria $R = \mathrm{Re}/4$ si ottiene il seguente coefficiente di Nusselt (per valori elevati Re):

$$\mathrm{Nu} \approx \frac{0{,}85\, Rf}{1 - 0{,}953/Rf} \qquad (18\text{-}104)$$

in cui:

$$f = \frac{1}{4\,[1{,}14 + 2\log(\delta/e)]^2} \qquad (18\text{-}105)$$

è il fattore di rugosità, e rappresenta lo scarto dell'ampiezza del traferro dal medio valore δ, dovuto alla ruvidità. La sua grandezza dipende dal tipo di lavorazione della superficie di indotto e dall'apertura delle cave. Per cave aperte o semichiuse e per superficie non tornita o tornita grossolanamente è $e \approx 0{,}08 \div 0{,}1$ mm. Generalmente il fattore di rugosità è diverso per la superficie rotorica e per quella statorica e la (18-105) dà appunto un valore medio per entrambi. Noto il coefficiente di Nusselt,

il coefficiente di trasmissione del calore sarà:

$$\alpha_\delta = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda_L}{2\delta} \tag{18-106}$$

in cui λ_L rappresenta il coefficiente di conduttività termica del mezzo refrigerante; per l'aria è $\lambda_L = 0{,}026$ W/°C m. Se nella (18-106) si introduce δ in m, il coefficiente risulterà in W/°C m². La resistenza termica del traferro sarà quindi espressa dalla:

$$R_\delta = \frac{1}{\alpha_\delta O_\delta} = \frac{1}{\alpha_\delta \pi D l}\,. \tag{18-107}$$

18.4.3. Rete termica di statore e di rotore, rispettivamente

Dapprima consideriamo il caso più semplice in cui non ha luogo alcun passaggio di calore tra rotore e statore ($R_\delta = \infty$). Questa condizione si verifica con una certa approssimazione per lo statore di una macchina sincrona. Si suddivide lo statore in tre zone a temperatura media costante, e precisamente pacco di lamierini, parte di avvolgimento collocata in cava e infine collegamenti frontali. I simboli con i quali si indicano le perdite, le temperature e le resistenze sono già stati dati in precedenza. Il reticolo termico dello statore è rappresentato in fig. 18-12*b*, ma è possibile semplificarlo riducendolo alla forma da figura 18-12*c*. Nel reticolo figurano otto incognite: ϑ_A, ϑ_S, ϑ_E, V_S, V_L, V_V, V_{WE} e V_E. A mezzo della (18-85) si possono scrivere cinque equazioni. Inoltre, imponendo che sia $\Sigma V = 0$ in ogni nodo (o sorgente), si possono scrivere ancora tre equazioni. In tal modo si ottengono otto equazioni, dalle quali si possono ricavare le temperature volute. Si ha:

$$\vartheta_A = \frac{R_L R_V R_N [V_S(1+R_N/R_E) + V_E(1+R_L/R_S) + V_A(1+R_L/R_S)(1+R_N/R_E)]}{(R_V R_N + R_V R_L + R_L R_N)(1+R_L/R_S)(1+R_N/R_E) - R_V R_N (1+R_N/R_E) - R_L R_V (1+R_L/R_S)},$$

$$\vartheta_S = \frac{V_S R_L + \vartheta_A}{1 + R_L/R_S} \quad \text{e} \quad \vartheta_E = \frac{V_E R_N + \vartheta_A}{1 + R_N/R_E}. \qquad (18\text{-}108),\ (18\text{-}109),\ (18\text{-}110)$$

e la temperatura media di tutto l'avvolgimento sarà:

$$\vartheta_W = \frac{\vartheta_S V_S + \vartheta_A V_A}{V_S + V_A}. \tag{18-111}$$

Si applicheranno ora le (18-108), (18-109), (18-110) e (18-111) all'esempio numerico per il quale non sono stati determinati in precedenza le temperature e i flussi di calore. Calcoliamo in primo luogo le resistenze

termiche:

$$R_S = \frac{1}{16{,}8 \cdot 75 \cdot 432}\left(\frac{0{,}2}{0{,}0015} + \frac{1}{0{,}0045}\right) = 0{,}65 \cdot 10^{-3} \ {}^\circ\mathrm{C/W},$$

$$R_N = \frac{1}{16{,}8 \cdot 432 \cdot 4{,}78 \cdot 18} \, \frac{0{,}4}{0{,}0015} = 0{,}43 \cdot 10^{-3} \ {}^\circ\mathrm{C/W},$$

$$R_V = \frac{1}{16{,}8 \cdot 432 \cdot 1 \cdot 18}\left(\frac{0{,}4}{0{,}0015} + \frac{1}{0{,}005}\right) = 3{,}6 \cdot 10^{-3} \ {}^\circ\mathrm{C/W},$$

$$R_L = \frac{103 + 75}{14 \cdot 432 \cdot 3{,}85 \cdot 3{,}8} = 2{,}0 \cdot 10^{-3} \ {}^\circ\mathrm{C/W},$$

$$R_M = \frac{1}{55 \cdot 18} = 1{,}01 \cdot 10^{-3} \ {}^\circ\mathrm{C/W},$$

$$R_{SF} = \frac{1}{31200 \cdot 18}\left(\frac{4{,}78}{6 \cdot 0{,}01} + \frac{1}{0{,}005}\right) = 0{,}497 \cdot 10^{-3} \ {}^\circ\mathrm{C/W},$$

$$R_E = 1{,}01 \cdot 0{,}497 \cdot 10^{-3}/(1{,}01 + 0{,}497) = 0{,}333 \cdot 10^{-3} \ {}^\circ\mathrm{C/W}.$$

Con questi valori si ottiene:

$$\vartheta_A = 56^\circ \mathrm{C}, \quad \vartheta_S = 26^\circ \mathrm{C}, \quad \vartheta_W = 43{,}2^\circ \mathrm{C} \quad \mathrm{e} \quad \vartheta_E = 54{,}5^\circ \mathrm{C}$$

cioè esattamente gli stessi valori che risultano dal calcolo con funzioni iperboliche.

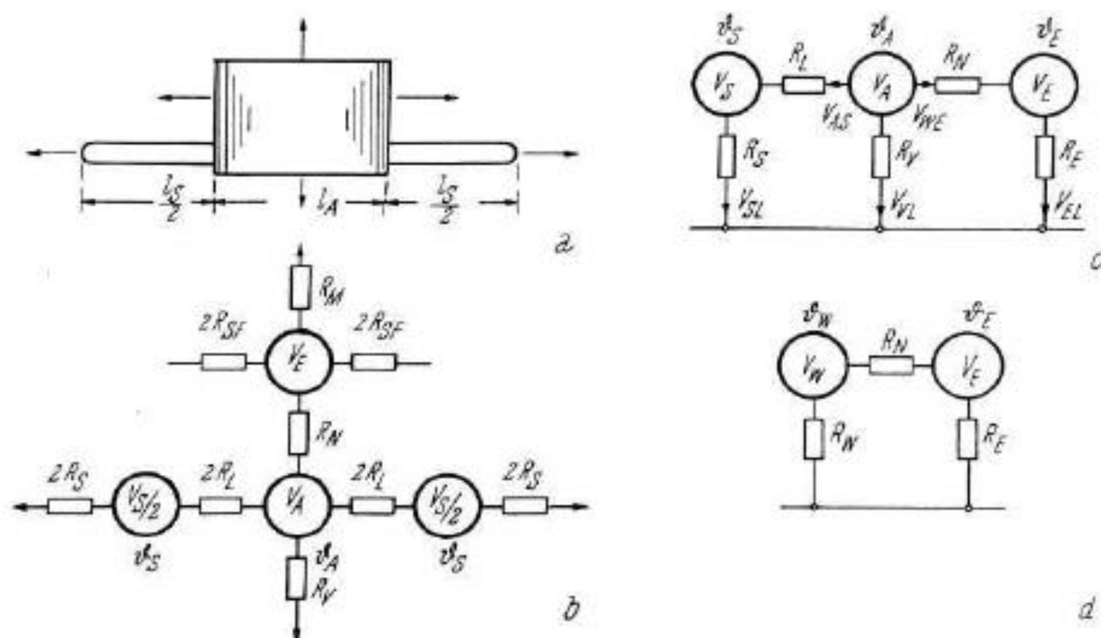


Fig. 18-12. - Statore di una macchina a corrente alternata: *a*) punti in cui avviene l'emissione del calore, *b*) reticolo termico, *c*) reticolo trasformato, *d*) reticolo semplificato.

Nell'esempio sopra riportato si è supposto che il raffreddamento fosse di tipo radiale. L'emissione del calore dal pacco di lamierini avviene

principalmente sulle superfici laterali (109,2 kW), mentre l'emissione del calore sulla superficie del mantello (53,8 kW) è sensibilmente inferiore. Se il raffreddamento è assiale, quasi tutto il calore del pacco di lamierini viene ceduto all'aria refrigerante sulle superfici dei canali e del mantello. Pertanto queste superfici debbono essere dimensionate in modo da dare una resistenza R_E quasi uguale a quella che si ha per raffreddamento radiale. Lo smaltimento del calore sulle superfici laterali del pacco dei lamierini può essere per lo più trascurato. Confrontiamo ora i due tipi di raffreddamento e assumiamo in entrambi i casi gli stessi valori di R_E. Se si suppone che la sovratemperatura dell'aria di raffreddamento, fino ad ora trascurata, sia di 30° C, la sovratemperatura dei collegamenti frontali sarà di $26 + 15 = 41°$ C, quella dei conduttori in cava di $56 + 15 = 71°$ C e quella di tutto l'avvolgimento di $43{,}2 + 15 = 58{,}2°$ C. Tale distribuzione è rappresentata in fig. 18-13*a*.

Per il raffreddamento assiale vale lo stesso reticolo termico e si ottengono le stesse sovratemperature che risultano per raffreddamento radiale (a condizione di assumere la stessa resistenza R_E in entrambi i casi). La sovratemperatura media dei collegamenti frontali sul lato di entrata è di $30 \cdot 14{,}5/218 = 1{,}7°$ C, quella del ferro e delle parti di avvolgimento collocate in cava è di 15° C e infine quelle dei collegamenti frontali sul lato di uscita è di $30 - 1{,}7 = 28{,}3°$ C, Risultano quindi le seguenti sovratemperature nelle diverse parti dell'avvolgimento in direzione della corrente d'aria: $26 + 1{,}7 = 27{,}7°$ C, $56 + 15 = 71°$ C e $26 + 28{,}3 = 54{,}3°$ C (fig. 18-13*b*). La sovratemperatura media di tutto l'avvolgimento è di 58,2° C, cioè uguale a quella che si ha per raffreddamento radiale.

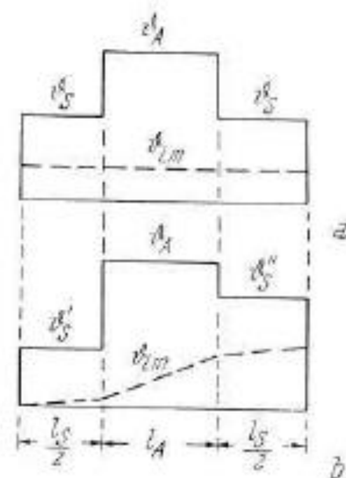


Fig. 18-13. - Sovratemperature medie dell'avvolgimento e dell'aria: *a*) per raffreddamento radiale e *b*) per raffreddamento assiale.

Confrontando i due tipi di raffreddamento, si è supposto che la sovratemperatura dell'aria di raffreddamento fosse uguale, cioè che la quantità di aria fosse la stessa. Spesso, però, soprattutto per macchine grandi, si può avere una quantità d'aria maggiore per raffreddamento radiale che per raffreddamento assiale. In tal modo la sovratemperatura dell'aria e tutte le altre sovratemperature diminuiscono. Per questa ragione nelle macchine grandi si adotta generalmente il raffreddamento radiale.

In pratica interessa non la distribuzione della temperatura, ma la sovratemperatura media ϑ_W dell'avvolgimento. Si cerca quindi di semplificare ulteriormente il reticolo di fig. 18-12*c*, per ricondurlo a quello di fig. 18-12*d*. Per il calcolo della resistenza R_W sono necessarie però alcune precisazioni. Il sistema più semplice, proposto da numerosi studiosi [18-2], è quello di trascurare la resistenza longitudinale. Risulta così:

$$R_W = \frac{R_S R_V}{R_S + R_V}. \tag{18-112}$$

In tal modo si ottiene uno smaltimento di calore dall'avvolgimento superiore a quello effettivo e quindi una sovratemperatura minore. È possibile determinare la resistenza R_W anche considerando solo l'energia dissipata sotto forma di calore per mezzo di un reticolo termico analogo a quello di fig. 18-12*d*. Supponendo uniformemente distribuita la potenza dissipata nell'avvolgimento, cioè $V_S = V_A$, si ottiene la seguente espressione semplice:

$$R_W \approx \frac{R_S R_V + R_L (R_S + R_V)/4}{R_S + R_V + R_L}. \qquad (18\text{-}113)$$

La sovratemperatura media dell'avvolgimento nel reticolo termico di fig. 18-12*d* è:

$$\vartheta_W = \frac{[V_E + V_W (1 + R_N/R_E)]\, R_N}{(1 + R_N/R_W)(1 + R_N/R_E) - 1} \qquad (18\text{-}114)$$

e la sovratemperatura media del pacco di lamierini:

$$\vartheta_E = \frac{V_E R_N + \vartheta_W}{1 + R_N/R_E}. \qquad (18\text{-}115)$$

Per l'esempio già considerato, applicando la (18-112) si ottiene $R_W = 0{,}55 \cdot 10^{-3}$ °C/W e, applicando la (18-113), $R_W = 0{,}71 \cdot 10^{-3}$ °C/W. La sovratemperatura dell'avvolgimento è di 41 nel primo e di 47° C nel secondo caso. Il primo valore è minore e il secondo maggiore di quello effettivo (43,3° C). Analogamente, le sovratemperature nel ferro sono rispettivamente 47,5 e 50,5° C; il secondo valore di R_W dà luogo quindi ad una sovratemperatura più rispondente al valore effettivo (54,5° C). In questo calcolo bisogna considerare la direzione del flusso termico tra l'avvolgimento in cava e il pacco di lamierini. Mentre in realtà il calore viene ceduto dall'avvolgimento al pacco di lamierini ($\vartheta_A > \vartheta_E$), nel calcolo con la temperatura media d'avvolgimento ha luogo una trasmissione di calore in direzione opposta ($\vartheta_E > \vartheta_W$). Questa circostanza ha un'influenza relativamente piccola sul valore delle sovratemperature.

18.4.4. Reticolo termico di un avvolgimento polare

Le matasse polari delle grandi macchine sincrone sono abbastanza lunghe in confronto alla loro larghezza. La trasmissione di calore ha luogo principalmente attraverso la superficie esterna dell'avvolgimento; la velocità dell'aria sulle superfici laterali (relative alla lunghezza l_S di fig. 18-14*a*) è sensibilmente più elevata che lungo le superfici assiali (relative alla lunghezza l_A). Ciò è dovuto non solo alla debole pressione dell'aria in direzione assiale, ma anche ai diversi ostacoli costituiti dagli schemi di fissaggio delle matasse. La disuniforme emissione di calore rende disuguale la distribuzione della temperatura lungo la matassa e per determinare il riscaldamento dell'avvolgimento bisogna servirsi del reticolo termico, trac-

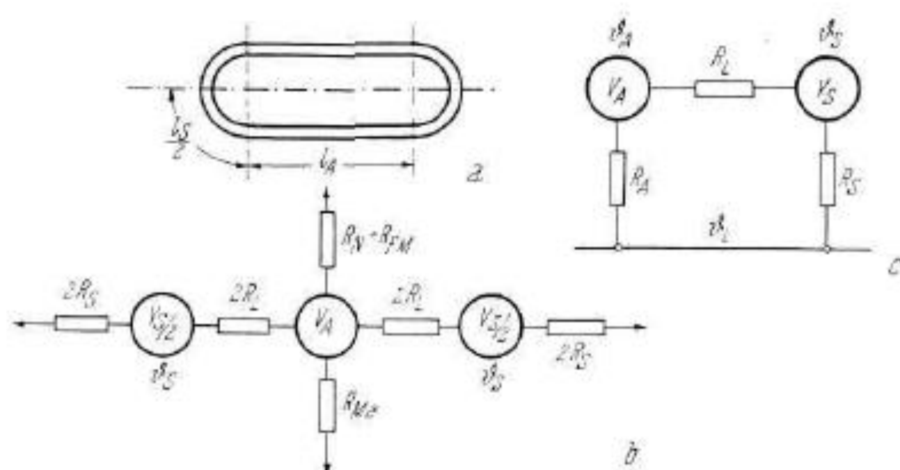


Fig. 18-14. - *a*) Matassa polare di una macchina sincrona, *b*) reticolo termico della matassa, *c*) reticolo trasformato.

ciato con le sorgenti di calore e le resistenze in fig. 18-14*b* e riconducibile a quello più semplice di fig. 18-14*c*. Distinguiamo due zone: la parte di avvolgimento sui lati frontali della macchina (indice S) e la parte di avvolgimento assiale (indice A). Le resistenze termiche sono rispettivamente R_S ed R_A. Poichè le matasse polari delle macchine grandi sono in rame nudo, la resistenza termica offerta dall'isolamento delle matasse è evidentemente nulla. La resistenza tra l'avvolgimento ed il nucleo polare è indicata con R_N e la resistenza tra la superficie polare e l'aria refrigerante con R_{PM}. A causa del notevole isolamento e del gioco relativamente grande tra nucleo polare e matassa, la resistenza R_N è abbasttanza elevata. Nella maggioranza dei casi si può quindi porre la resistenza R_A tra le superfici assiali della matassa e l'aria di raffreddamento uguale a R_{Ma}. Generalmente però è:

$$R_A = \frac{R_{Ma}\,(R_N + R_{PM})}{R_{Ma} + R_N + R_{PM}}. \tag{18-116}$$

La soluzione per il reticolo di fig. 18-14*c* è già stata data (vedi fig. 18-12*d*). La sovratemperatura media della matassa polare è:

$$\vartheta_W = \frac{\vartheta_A V_A + \vartheta_S V_S}{V_A + V_S} = \frac{R_L\,[2\,V_A V_S + V_A{}^2\,(1 + R_L/R_S) + V_S{}^2\,(1 + R_L/R_A)]}{(V_A + V_S)\,[(1 + R_L/R_S)\,(1 + R_L/R_A) - 1]}, \tag{18-117}$$

per $R_L = 0$ si ottiene:

$$\vartheta_W = \frac{(V_A + V_S)\,R_S R_A}{R_A + R_S} \tag{18-118}$$

per $R_L = \infty$

$$\vartheta_W \approx \frac{R_A V_A{}^2 + R_S V_S{}^2}{V_A + V_S}. \tag{18-119}$$

Per poter valutare l'importanza della resistenza longitudinale, si farà ora un esempio. La distribuzione delle perdite è tale che dalle superfici fron-

tali e da quelle assiali vengono smaltiti rispettivamente le quantità di calore per unità di tempo $V_S = 0{,}25V$ e $V_A = 0{,}75V$, in cui V rappresenta la perdita totale dell'avvolgimento. Approssimativamente si valuta $R_S = R_A = 0{,}5°$ C/W, cioè l'emissione di calore sulle superfici assiali tre volte inferiore rispetto a quella sulle superfici frontali. Per $R_L = 0$ la temperatura media dell'avvolgimento è $\vartheta_W = 0{,}25V°$ C. Per il valore probabile $R_L = 2°$ C/W è $\vartheta_W = 0{,}292V°$ C, superiore alla precedente del 17%. Per $R_L = \infty$ la temperatura media dell'avvolgimento è $\vartheta_W = 0{,}312V°$ C, più elevata del 25% rispetto alla prima. Poichè il valore di $R_L = 2°$ C/W è quello che più si avvicina alle condizioni pratiche del nostro esempio, l'importanza di questa resistenza risulta chiara.

18.4.5. Reticoli termici per i diversi tipi di macchina

Il reticolo completo di una macchina è rappresentato in fig. 18-15. Il circuito superiore corrispondente allo statore e quello inferiore al rotore. Essi sono accoppiati mediante la resistenza termica del traferro R_S. Questo accoppiamento complica straordinariamente il calcolo. Si hanno 14 incognite per trovare le quali si debbono scrivere 14 equazioni. Nel caso di calcolo contemporaneo di molte macchine sarà bene utilizzare macchine calcolatrici.

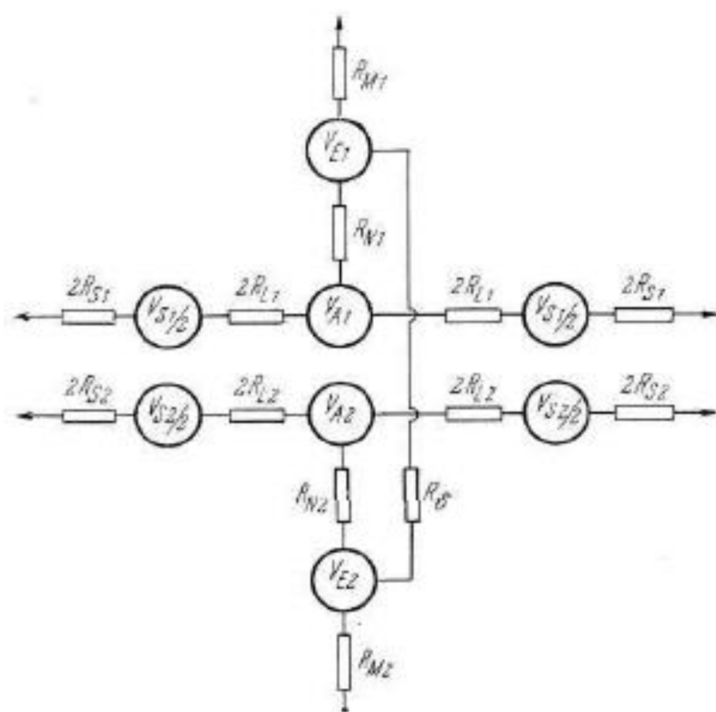


Fig. 18-15. - Reticolo termico completo di una macchina a corrente alternata.

Per poter eseguire i calcoli con i mezzi abituali, ad esempio con il regolo, è bene utilizzare un procedimento in due tempi. Dapprima cioè suppone infinita la resistenza al traferro calcolando separatamente le sovratemperature del rotore e dello statore. Se in tal modo si dovesse trovare una notevole differenza di temperatura tra di essi, si determina il flusso termico di compensazione $V_{Aus} = (\vartheta_{E1} - \vartheta_{E2})/R_\delta$ e si diminuiscono o aumentano, rispettivamente, di questo valore le perdite V_{E1} e V_{E2}. In un secondo tempo si ripete il calcolo, ottenendo così le nuove temperature; la differenza tra le temperature del ferro statorico e rotorico sarà notevolmente minore di quella risultante nella prima fase del calcolo. Il calcolo separato delle temperature statorica e rotorica viene eseguito con le formule semplici riportate nel paragrafo 18.4.3.

In fig. 18-16 è rappresentato il reticolo termico di un rotore dotato

di collettore. I nuovi termini da introdurre nel calcolo sono la resistenza termica del collegamento tra l'avvolgimento e il collettore (R_{SK}), le perdite del collettore V_K e la resistenza termica tra il collettore e l'aria refrigerante. La resistenza R_{SK} è data dalla:

$$R_{SK} \approx \frac{1}{Nu\lambda_W}\left[\frac{l_S}{6q_S} + \frac{l_{coll}}{q_{coll}}\right], \tag{18-120}$$

in cui u rappresenta il numero delle matasse affiancate in una cava, l_{coll} la lunghezza, q_{coll} la sezione dei collegamenti e q_S la sezione della matassa. L'effetto di tale resistenza è evidente solo nelle macchine grandi per cui è $q_{coll} \approx q_S$. Le temperature dei collegamenti frontali sui due lati dell'indotto sono quindi diverse, come è indicato nella fig. 18-16 (ϑ_S' e ϑ_S''). Il reticolo ha 13 incognite e richiede un calcolo piuttosto lungo per giungere alla determinazione delle sovratemperature.

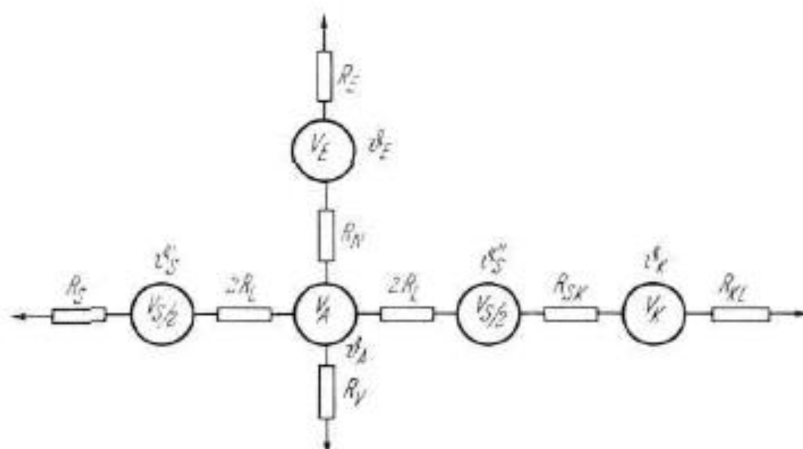


Fig. 18-16. - Reticolo termico di un rotore dotato di collettore.

Il reticolo di una macchina chiusa ventilata all'esterno è rappresentato in fig. 18-17a, b. Se per il mantello esterno si assume la temperatura ϑ_M uguale per tutta la superficie, si può semplificare notevolmente il reticolo. In realtà questa temperatura varia, ma non tanto da dover tener conto delle sue oscillazioni. La sovratemperatura del mantello rispetto all'aria refrigerante (a temperatura ϑ_{La}) risulta dal prodotto tra la somma di tutte le perdite e la resistenza termica R_{Ma} tra il mantello e l'aria di raffreddamento.

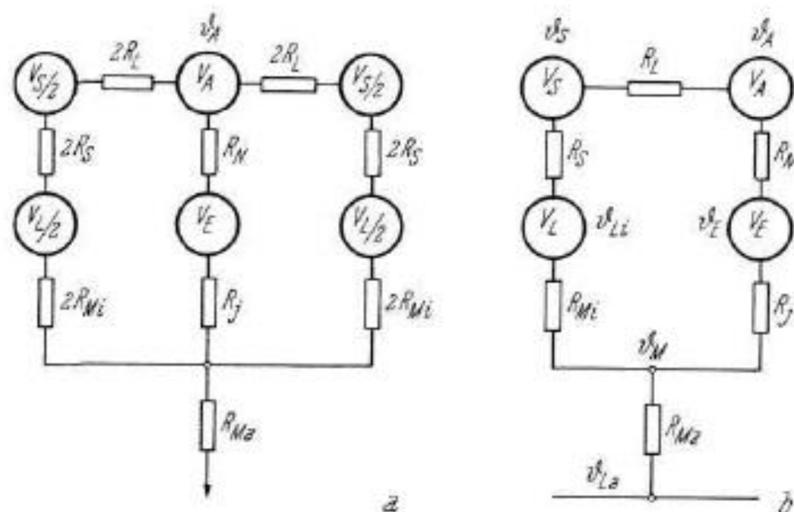


Fig. 18-17. - a) reticolo termico di una macchina chiusa ventilata dall'esterno, b) reticolo trasformato.

$$\vartheta_M = R_{Ma}\,(V_S + V_A + V_E + V_L), \tag{18-121}$$

in cui V_L è la somma delle perdite del rotore e di quelle interne di ventilazione. Si calcolano così le sovratemperature rispetto alla temperatura.

La media dell'aria refrigerante, che è più elevata di quella dell'aria all'entrata e che si ricava in base alle perdite totali V della macchina e alla quantità d'aria K [vedi la (18-83)]:

$$\vartheta_{La} \approx \frac{V}{2scK} \,. \tag{18-122}$$

Nelle macchine con alette di raffreddamento aperte è bene ricordare che gran parte dell'aria mossa dal ventilatore non investe la carcassa e quindi non partecipa alla trasmissione del calore. Resta ancora da determinare la sovratemperatura dell'avvolgimento ϑ_W' nei confronti del mantello. A tale scopo occorre prima calcolare la sovratemperatura delle matasse in cava (ϑ_A') e quella dei collegamenti frontali (ϑ_S'). Per distinguerle dalle sovratemperature definitive riferite alla temperatura dell'aria in entrata si contrassegnano con un indice le sovratemperature rispetto al mantello. Le sovratemperature parziali si ottengono considerando la parte superiore del reticolo e sono espresse dalle:

$$\vartheta_A' = \frac{[V_A\,(R_N R_j) + V_E R_j]\,(1 + R_S/R_L + R_{Mi}/R_L) + [V_S\,(R_S + R_{Mi}) + V_L R_{Mi}]\,(R_N/R_L + R_j/R_L)}{(1 + R_j/R_L + R_N/R_L)\,(1 + R_S/R_L + R_{Mi}/R_L) - (R_N/R_L + R_j/R_L)\,(R_S/R_L + R_{Mi}/R_L)} \tag{18-123}$$

$$\vartheta_S' = \frac{V_S\,(R_S + R_{Mi}) + V_L R_{Mi} + \vartheta_A'\,(R_S/R_L + R_{Mi}/R_L)}{1 + R_S/R_L + R_{Mi}/R_L} \tag{18-124}$$

e

$$\vartheta_W' = \frac{\vartheta_A' V_A + \vartheta_S' V_S}{V_A + V_S}. \tag{18-125}$$

La sovratemperatura totale dell'avvolgimento è:

$$\vartheta_W = \vartheta_W' + \vartheta_M + \vartheta_{La}. \tag{18-126}$$

Il significato delle resistenze R_S, R_N ed R_L è già stato indicato. La resistenza R_{Ma} è relativa alla trasmissione di calore tra la superficie esterna del mantello, provvista quasi interamente di alette e l'aria. I coefficienti di trasmissione del calore sono però diversi da punto a punto, essendo la velocità dell'aria non uniforme su tutta la superficie. Infatti la superficie frontale dal lato opposto rispetto al ventilatore è di norma meno raffreddata della superficie posta di fronte al ventilatore stesso. Bisogna quindi determinare prima i coefficienti di trasmissione del calore delle singole superfici e poi la conduttanza risultante. La resistenza termica R_{Ma} è il valore reciproco della conduttanza risultante (vedi la 18-97).

In modo analogo si calcola la resistenza R_{Mi}, relativa alla trasmissione di calore dall'aria interna alla superficie interna del mantello, che costituisce la sede dei collegamenti frontali. Anche in questo caso il coef-

ficiente di trasmissione del calore è maggiore per la superficie sul lato del ventilatore che per quella sul lato opposto. Per tale ragione nel calcolo si introduce un valore medio per le due superfici. Poichè anche la temperatura dell'aria interna è variabile da zona a zona, nel nostro calcolo si stabilirà una temperatura media.

La resistenza R è relativa alla trasmissione di calore tra il pacco dei lamierini e il mantello (carcassa) e nel giogo statorico (18-96), il suo valore è:

$$R_j = \frac{1}{O_{Ma}}\left[\frac{h_j}{\lambda_{Fe}} + \frac{1}{\alpha_{j\delta}}\right], \tag{18-127}$$

in cui O_{Ma} rappresenta la superficie esterna del pacco di lamierini.

Nelle macchine chiuse senza alette ma attraversate da tubi di raffreddamento il pacco dei lamierini non è fissato direttamente sulla carcassa e viene investito dall'aria di raffreddamento interna sulla superficie esterna del mantello. Per questa macchina si può supporre una temperatura costante dell'aria interna, per cui si ottiene il reticolo termico di fig. 18-18*b*. Sulla legittimità di tale ipotesi si è già discusso confrontando

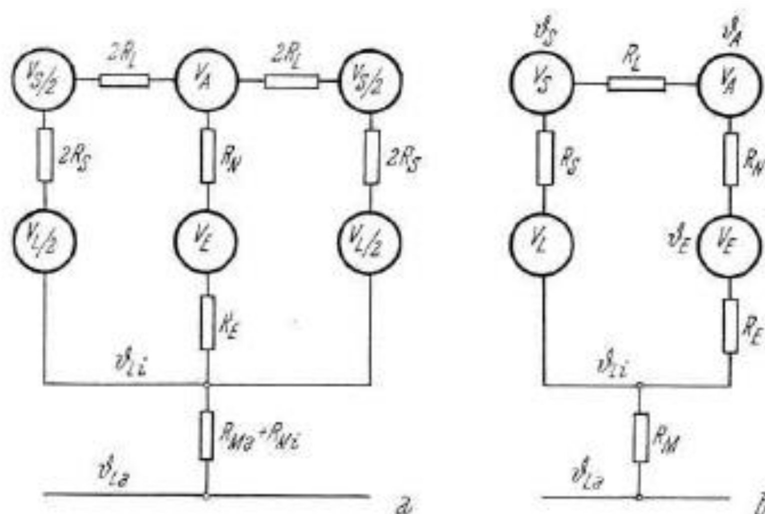


Fig. 18-18. - *a*) reticolo termico di una macchina chiusa con tubi refrigeranti, *b*) reticolo trasformato.

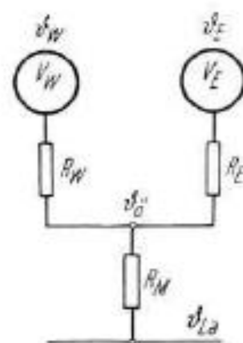


Fig. 18-19. - Reticolo termico di un trasformatore.

il sistema di raffreddamento radiale con quello assiale. Dal reticolo termico si ottengono le seguenti sovratemperature parziali dell'avvolgimento rispetto all'aria interna:

$$\vartheta_A' = \frac{[V_A(R_N + R_E) + V_E R_E](1 + R_S/R_L) + V_S(R_N + R_E) R_S/R_L}{(1 + R_E/R_L + R_N/R_L)(1 + R_S/R_L) - (R_N/R_L + R_E/R_L) R_S/R_L} \tag{18-128}$$

e

$$\vartheta_S' = \frac{V_S R_S + \vartheta_A' R_S/R_L}{1 + R_S/R_L}. \tag{18-129}$$

La sovratemperatura ϑ_W' si calcola applicando ancora la (18-125). Con

$R_M = R_{Ma} + R_{Mi}$ la sovratemperatura dell'aria interna è ora espressa dalla:

$$\vartheta_{Li} = R_M (V_S + V_A + V_E + V_L) \tag{18-130}$$

e la sovratemperatura totale dell'avvolgimento dalla:

$$\vartheta_W = \vartheta_{W'} + \vartheta_{Li} + \vartheta_{La}. \tag{18-131}$$

Il reticolo termico di un trasformatore si deduce da quello relativo ad un motore, tracciato in fig. 18-18*b*. Se poi si trascura la trasmissione di calore, generalmente assai scarsa, tra nucleo magnetico e avvolgimento si ottiene il reticolo tracciato in fig. 18-19. La sovratemperatura parziale dell'avvolgimento, cioè la sovratemperatura rispetto all'olio, è espressa dalla:

$$\vartheta_{W'} = R_W V_W \tag{18-132}$$

e la sovratemperatura media dell'olio rispetto alla temperatura dell'aria:

$$\vartheta_{\ddot{O}} = R_M (V_W + V_E). \tag{18-133}$$

La sovratemperatura media totale dell'avvolgimento sarà allora:

$$\vartheta_W = \vartheta_{W'} + \vartheta_{\ddot{O}} + \vartheta_L. \tag{18-134}$$

La determinazione della resistenza termica si esegue secondo le regole già annunciate, per le quali sarà necessario conoscere oltre alla superficie di smaltimento anche il coefficiente di trasmissione del calore.

18.4.6. Esempio di calcolo

Come esempio di calcolo eseguiamo la verifica del riscaldamento di un motore con indotto in corto circuito, chiuso ventilato dall'esterno, del tipo in fig. 1-20*c*. In primo luogo si calcoleranno le resistenze termiche di questo motore, il cui reticolo è tracciato in fig. 18-18.

Resistenze R_{Ma} e R_{Mi}. La superficie di tutti i tubi è 19,7 m², a cui si aggiunge una superficie laterale energicamente raffreddata di 0,9 m² ed una superficie meno energicamente raffreddata di 5 m². Di quest'ultima se ne considererà nel calcolo solo 1/5 (ma in compenso con coefficiente di trasmissione del calore uguale a quello delle altre superfici). La superficie totale è quindi $O_{Ma} = 21{,}6$ m². Poichè la velocità dell'aria è $v = 15$ m/sec e il diametro dei tubi 0,028 m, per la (18-15) il coefficiente di trasmissione è:

$$\alpha_{Ma} = 3{,}6 \cdot \sqrt[5]{15^4/0{,}028} = 58{,}5 \ \mathrm{W/°C\ m^2}.$$

Questo valore confrontato con i dati (dell'altro autore) non è molto elevato il che si spiega probabilmente per la moderata turbolenza di cui si tien conto nella (18-15). Poichè però il fattore di turbolenza non è sufficientemente noto, si suppone che sia $\alpha_{Ma} = 60$ W/°C m². Inoltre si sceglierà lo stesso coefficiente di trasmissione per le superfici per le quali la

velocità dell'aria è un poco inferiore a 15 m/sec. Benchè la superficie attiva interna sia maggiore dell'esterna, si suppone che sia $O_{Ma} = O_{Mi}$ e si otterrà quindi:

$$R_{Ma} = R_{Mi} = 1/21,6 \cdot 60 = 0,77 \cdot 10^{-3} \ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

Le perdite nei collegamenti frontali sono $V_S = 2000$ W, nelle altre parti dell'avvolgimento statorico $V_A = 1200$ W, le perdite nel ferro statorico sono $V_E = 5000$ W e quelle rotoriche e dovute alla ventilazione interna $V_L = 3300 + 4500 = 7800$ W, donde risulta:

$$V_S + V_A + V_E + V_L = 16.000 \ \mathrm{W}$$

mentre la sovratemperatura dell'aria interna rispetto a quella esterna (valore medio) è:

$$\vartheta_{Li} = 2 \cdot 0,77 \cdot 10^{-3} \cdot 16000 = 24,7 \ ^\circ\mathrm{C}.$$

Resistenza R_N. Il perimetro dello strato isolante è $u_N = 0,111$ m, la lunghezza 0,45 m ed il numero di cave 72, per cui la superficie totale sarà $O_N = 0,111 \cdot 72 \cdot 0,45 = 3,6$ m². Lo spessore dell'isolamento è $\delta_N = 0,00155$ m; il coefficiente di conduttività è $\lambda_N = 15$ W/°C m e quello di trasmissione $a_N = 100$ W/°C m². Per la (18-93) risulta quindi:

$$R_N = \frac{1}{3,6}\left(\frac{0,00155}{0,15} + \frac{1}{100}\right) = 5,65 \cdot 10^{-3} \ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

Resistenza R_L. La sezione totale del rame collocato in una cava è $q_S = 2,24 \cdot 10^{-4}$ m², la lunghezza $l_A + l_S = 1,20$ m e per la (18-102) la resistenza sarà:

$$R_L = \frac{1,20}{12 \cdot 72 \cdot 2,24 \cdot 10^{-4} \cdot 380} = 16,4 \cdot 10^{-3} \ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

Resistenza R_E. La superficie laterale del pacco di lamierini è di circa 0,2 m², quella totale dei sei pacchi è $O_{SF} = 12 \cdot 0,2 = 2,4$ m². Per una lunghezza del pacco $l' = 0,075$ m e una larghezza dei canali di ventilazione $l_V = 0,01$ m il diametro idraulico sarà: $d = 2 \cdot 0,01 = 0,02$ m. Supponiamo che la velocità dell'aria nei canali sia di 10 m/sec, il coefficiente di trasmissione del calore sarà quindi $a_{SF} = 3,6 \cdot \sqrt[5]{10^4/0,02} = 47$ W/°C m². Per lamiera isolata con vernice è $\lambda_q = 4$ W/°C m. Applicando la (18-98) si ottiene quindi:

$$R_{SF} = \frac{1}{2,4}\left(\frac{0,075}{6 \cdot 4} + \frac{1}{47}\right) = 10,2 \cdot 10^{-3} \ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

La superficie esterna del pacco di lamierini è $O_{Ma} = 1,06$ m² e il coefficiente di trasmissione del calore $a_{Ma} = 60$ W/°C m², per cui è:

$$R_{Ma} = \frac{1}{1,06 \cdot 60} = 15,7 \cdot 10^{-3} \ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

La resistenza termica R_E risulta essere

$$R_E = \frac{10{,}2 \cdot 15{,}7 \cdot 10^{-3}}{10{,}2 + 15{,}7} = 6{,}1 \cdot 10^{-3}\ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

Resistenza R_S. Il perimetro di un lato di matassa è 0,06 m, la lunghezza dei collegamenti frontali (comprese le parti di avvolgimento nei canali di ventilazione) è di 0,75 m, lo spessore dell'isolamento è $\delta_S = 0{,}001$ m, $\lambda_S = 1{,}5$ W/°C m e il coefficiente di trasmissione del calore per una velocità di 10 m/sec è $\alpha_S = 55$ W/°C m² [vedi la (18-9)]. La superficie di smaltimento è quindi $O_S = 2 \cdot 2 \cdot 72 \cdot 0{,}06 \cdot 0{,}75 = 13$ m² e la resistenza [vedi la (18-89)]:

$$R_S = \frac{1}{13}\left(\frac{0{,}001}{1{,}5} + \frac{1}{55}\right) = 1{,}45 \cdot 10^{-3}\ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

Per le (18-128), (18-129) e (18-125) le sovratemperature parziali dell'avvolgimento sono:

$$\vartheta_A' = 28{,}0, \quad \vartheta_S' = 4{,}9 \quad \text{e} \quad \vartheta_W' = 13{,}5\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Per la (18-122) la sovratemperatura media dell'aria esterna refrigerante per una portata d'aria $K = 1{,}72$ m³/sec e una perdita $V \approx 19.000$ W è:

$$\vartheta_{La} = \frac{19.000}{2 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}72} = 4{,}5^\circ\ \mathrm{C}.$$

La sovratemperatura media di tutto l'avvolgimento sarà quindi:

$$\vartheta_W = 24{,}7 + 13{,}5 + 4{,}5 = 42{,}7\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La temperatura misurata risultò di 38,7° C. La differenza si spiega probabilmente se si considera che i coefficienti di trasmissione del calore assunti erano troppi piccoli.

18.5. Riscaldamento e durata dell'avvolgimento

A parte alcuni casi, la durata di una macchina elettrica è determinata principalmente dalla resistenza e dalla durata del materiale isolante. L'usura alla quale sono sottoposti i supporti è generalmente scarsa e inoltre queste parti sono facilmente sostituibili, come del resto le spazzole delle macchine a collettore. L'usura del collettore e degli anelli di contatto causa una spesa maggiore, tuttavia generalmente queste parti sono costituite con abbondanza di materiale, in modo da rendere possibile una rettifica al tornio. L'usura di tali parti non rappresenta quindi alcun limite per la durata di una macchina. Invece il danneggiamento dell'avvolgimento rende immediatamente inutilizzabile la macchina e richiede riparazioni di tale importanza, che in questo caso si può parlare veramente

di limitazione della durata. La comparsa di un difetto nell'avvolgimento, eccezion fatta per gli incidenti, è collegata generalmente ad uno stato generico di usura dell'avvolgimento stesso. Tale usura è una funzione del tempo e della temperatura.

Gli studi più recenti hanno dimostrato che non esiste un limite della temperatura al di sotto del quale i materiali isolanti restano inalterati per un tempo illimitato e al di sopra del quale essi vengano rapidamente deteriorati. Secondo Montsinger [18-38] la legge di dipendenza della durata di un materiale isolante della classe A dalla temperatura è espressa in anni dalla:

$$t = 7{,}15 \cdot 10^4 \, \varepsilon^{-0{,}088\,\vartheta} \tag{18-135}$$

Essa è rappresentata in scala logaritmica in fig. 18-20. Gli studi teorici e sperimentali di Büssing [18-39] hanno confermato in sostanza questa legge. Per macchine normali (classe A) la temperatura massima ammessa è di $40 + 60 = 100$ °C. Se però si tiene presente che la sovratemperatura fissata dalle norme è una sovratemperatura media dell'avvolgimento, bisogna calcolare certamente un aumento locale di 5 °C (a volte anche maggiore). La temperatura massima dell'avvolgimento diventa quindi 105° C; e per essa si ottiene quindi una durata di circa sette anni di funzionamento continuo. In realtà la temperatura ambiente non è mai costantemente sui 40 °C, ma è notevolmente più bassa a seconda delle stagioni e inoltre difficilmente il funzionamento del motore è continuo, bensì durante il giorno è soggetto a più di una interruzione, così che la durata di di una macchina normale aumenta fino a superare di gran lunga i dieci anni. In pratica è possibile infatti constatare spesso una durata di 20 e più anni. Dal punto di vista della durata quindi, una diminuzione della sovratemperatura è superflua.

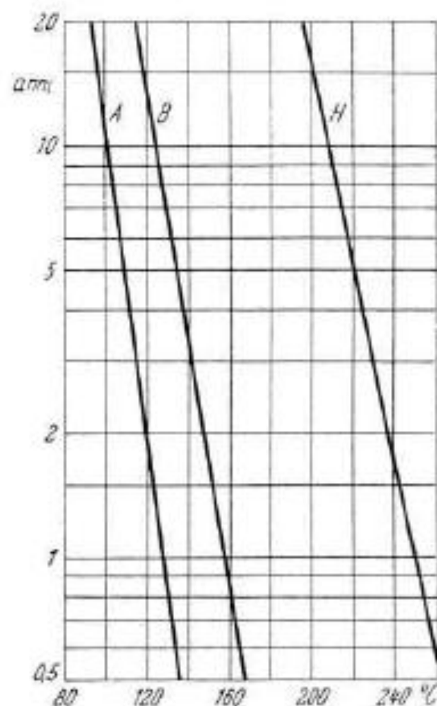


Fig. 18-20. - Durata dei materiali isolanti delle diverse classi di isolamento, in funzione deιια temperatura.

18.6. Curve del riscaldamento e del raffreddamento

18.6.1. Riscaldamento di un corpo

Il più semplice fenomeno di riscaldamento o di raffreddamento è quello relativo al corpo omogeneo. Se si indica con $V(W)$ l'energia trasformata in calore nell'unità di tempo, con $V_C = cG\Delta\vartheta(\mathrm{Ws})$ quella accumulata nel corpo nella stessa unità di tempo (capacità termica), con $V_{ab} = \alpha O\vartheta(W\,{}^{\circ}C)$ il calore ceduto (raffreddamento per ventilazione e radiazione), con ϑ_a la

temperatura iniziale, con $\Theta = V/a0$ quella finale ed infine con $T = cG/a0$ la costante di tempo del fenomeno, il riscaldamento o il raffreddamento del corpo avvengono secondo la seguente legge:

$$\vartheta = \Theta \left[1 - \left(1 - \frac{\vartheta_a}{\Theta} \right) \varepsilon^{-t/T} \right]. \tag{18-136}$$

Questa è un'espressione generica del fenomeno di riscaldamento o di raffreddamento: se è $\vartheta_a < \Theta$ ha luogo un riscaldamento, se invece è $\vartheta_a > \Theta$ ha luogo un raffreddamento. Si ricordano inoltre due casi particolari e precisamente il riscaldamento semplice con temperatura iniziale $\vartheta_a = 0$ (fig. 18-21a)

$$\vartheta = \Theta \, (1 - \varepsilon^{-t/T}) \tag{18-137}$$

e il raffreddamento semplice con $\Theta = 0$ (fig. 18-21b):

$$\vartheta = \vartheta_a \, \varepsilon^{-t/T}. \tag{18-138}$$

In entrambi i casi, tanto il riscaldamento quanto il raffreddamento avvengono secondo curve esponenziali semplici, simmetriche. A questo proposito, è bene tener presente che le due curve risultano perfettamente simmetriche, se il raffreddamento e il riscaldamento avvengono nelle stesse condizioni. Se invece, come spesso accade, il raffreddamento ha luogo a motore fermo, i valori numerici delle due curve non risultano più simmetrici. L'andamento della curva dipende solo dalla temperatura finale Θ e della costante di tempo T. Poichè generalmente si può supporre nota la sovratemperatura (essa non può superare il valore fissato dalle norme), T resta l'unica incognita che si dovrà determinare col calcolo. Essa è assai difficile da determinarsi e il metodo migliore è quello per tentativi. Se è possibile ottenere una curva del riscaldamento o del raffreddamento, la costante T può essere determinata in base ad essa. La tangente a tale curva nell'origine ha infatti l'espressione, rispettivamente

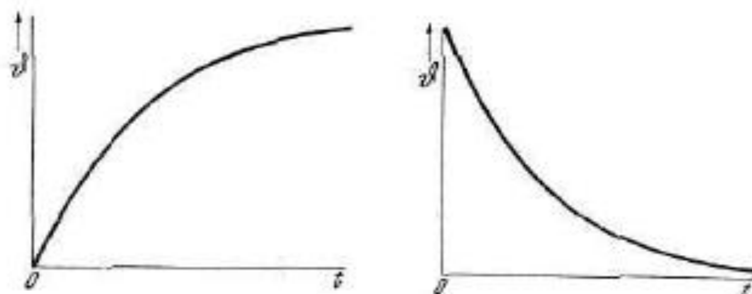


Fig. 18-21. - Curva semplice di riscaldamento (a) e di raffreddamento (b).

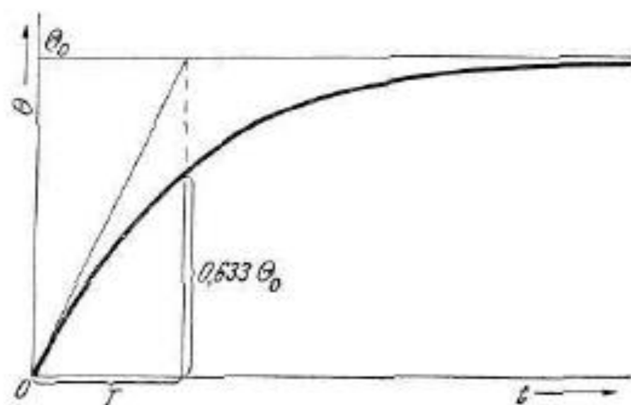


Fig. 18-22. - Determinazione della costante di tempo in base alla curva di riscaldamento.

nei due casi:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\Theta}{T} \quad \text{o} \quad \frac{\vartheta_a}{T}. \tag{18-139}$$

Essa stacca quindi sull'asse dei tempi un segmento pari a T (fig. 18-22). È possibile trovare la costante di tempo anche senza tracciare la tangente. Al tempo $t = T$ la sovratemperatura è uguale a $\vartheta/\Theta = (\varepsilon - 1)/\varepsilon = 0{,}633$ volte il valore di regime *o*, per raffreddamento, a $\vartheta/\vartheta_a = 1/\varepsilon = 0{,}367$ volte la sovratemperatura iniziale. In tal modo la costante di tempo è definita come il tempo in corrispondenza del quale la sovratemperatura assume un valore pari a 0,633 volte il valore di regime durante il riscaldamento e a 0,367 volte il valore di regime durante il raffreddamento.

18.6.2. Riscaldamento di un sistema costituito da tre corpi

In questa sede ci si occuperà di un sistema costituito da tre corpi, al quale si può ricondurre una macchina elettrica al fine dello studio del riscaldamento. Si abbiano due corpi 1 e 2, ciascuno sede di una sorgente di calore, e un corpo 3 privo di sorgenti (fig. 18-23). Ogni corpo ha una capacità termica C ed è collegato agli altri dalla conduttanza Λ. Il corpo 3 è inoltre termicamente collegato all'ambiente, la cui capacità $C_0 = \infty$ e temperatura $\vartheta_0 = 0$ restano invariate nel tempo.

Se al tempo $t = 0$ si pongono le temperature dei tre corpi uguali a zero, al tempo t si ottengono le seguenti equazioni del riscaldamento [18-1, 18-41]:

corpo 1 $\vartheta_1 = \Theta_1'(1-\varepsilon^{-t/T'}) + \Theta_1''(1-\varepsilon^{-t/T''}) + \Theta_1'''(1-\varepsilon^{-t/T'''})$, (18-140)

corpo 2 $\vartheta_2 = \Theta_2'(1-\varepsilon^{-t/T'}) + \Theta_2''(1-\varepsilon^{-t/T''}) + \Theta_2'''(1-\varepsilon^{-t/T'''})$, (18-141)

corpo 3 $\vartheta_3 = \Theta_3'(1-\varepsilon^{-t/T'}) + \Theta_3''(1-\varepsilon^{-t/T''}) + \Theta_3'''(1-\varepsilon^{-t/T'''})$. (18-142)

Si vedrà in seguito come le sovratemperature parziali Θ_1', Θ_1'', eccetera e le costanti di tempo T', T'' e T''' potranno essere determinate. Prima però si introducono le seguenti abbreviazioni:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13}} \tag{18-143}$$

$$R_2 = \frac{R_{21} R_{23}}{R_{21} + R_{23}} \tag{18-144}$$

$$R_3 = \frac{R_{30} R_{31} R_{32}}{R_{30} R_{31} + R_{30} R_{32} + R_{31} R_{32}} \tag{18-145}$$

e si osserva che è $R_{21} = R_{12}$ e $R_{23} = R_{32}$. Inoltre si considerano ancora

le seguenti grandezze ausiliarie:

$$a_0 = C_1 C_2 C_3 \tag{18-146}$$

$$a_1 = \frac{C_2 C_3}{R_1} + \frac{C_1 C_3}{R_2} + \frac{C_1 C_2}{R_3} \tag{18-147}$$

$$a_2 = \left(\frac{1}{R_1 R_2} - \frac{1}{R_{12}^2}\right) C_3 + \left(\frac{1}{R_1 R_3} - \frac{1}{R_{13}^2}\right) C_2 + \left(\frac{1}{R_2 R_3} - \frac{1}{R_{23}^2}\right) C_1 \tag{18-148}$$

$$a_3 = \frac{1}{R_1 R_2 R_3} - \frac{1}{R_1 R_{23}^2} - \frac{1}{R_2 R_{13}^2} - \frac{1}{R_3 R_{12}^2} - \frac{2}{R_{12} R_{13} R_{23}}. \tag{18-149}$$

A mezzo di queste grandezze ausiliarie si può scrivere nella forma seguente l'equazione algebrica di terzo grado:

$$a_3 T^3 - a_2 T^2 + a_1 T - a_0 = 0 \tag{18-150}$$

le cui tre soluzioni sono le costanti di tempo cercate T', T'' e T'''. Per funzionamento continuo si possono calcolare le sovratemperature dei corpi Θ_1, Θ_2 e Θ_3 in base al reticolo termico (vedi pag. 247). Per la determinazione delle nove sovratemperature parziali si ottengono quindi le seguenti nove equazioni:

$$\Theta_1 = \Theta_1' + \Theta_1'' + \Theta_1''' \tag{18-151}$$

$$\Theta_2 = \Theta_2' + \Theta_2'' + \Theta_2''' \tag{18-152}$$

$$\Theta_3 = \Theta_3' + \Theta_3'' + \Theta_3''' \tag{18-153}$$

$$\left(\frac{C_1}{T'} - \frac{1}{R_1}\right)\Theta_1' + \frac{1}{R_{12}}\Theta_2' + \frac{1}{R_{13}}\Theta_3' = 0 \tag{18-154}$$

$$\frac{1}{R_{12}}\Theta_1'' + \left(\frac{C_2}{T''} - \frac{1}{R_2}\right)\Theta_2'' + \frac{1}{R_{23}}\Theta_3'' = 0 \tag{18-155}$$

$$\frac{1}{R_{13}}\Theta_1''' + \frac{1}{R_{23}}\Theta_2''' + \left(\frac{C_3}{T'''} - \frac{1}{R_3}\right)\Theta_3''' = 0 \tag{18-156}$$

$$\left(\frac{C_1}{T''} - \frac{1}{R_1}\right)\Theta_1'' + \frac{1}{R_{12}}\Theta_2'' + \frac{1}{R_{13}}\Theta_3'' = 0 \tag{18-157}$$

$$\frac{1}{R_{12}}\Theta_1''' + \left(\frac{C_2}{T'''} - \frac{1}{R_2}\right)\Theta_2''' + \frac{1}{R_{23}}\Theta_3''' = 0 \tag{18-158}$$

$$\frac{1}{R_{13}}\Theta_1' + \frac{1}{R_{23}}\Theta_2' + \left(\frac{C_3}{T'} - \frac{1}{R_3}\right)\Theta_3' = 0. \tag{18-159}$$

Come si può intuire, la soluzione numerica di tutte queste equazioni richiede parecchio tempo.

Il reticolo di fig. 18-23 corrisponde in un certo senso ad una macchina chiusa con raffreddamento esterno. Il corpo 2 rappresenta i due avvolgimenti della macchina, il corpo 1 il pacco di lamierini e il corpo 3 il mantello. Poichè i due avvolgimenti sono stati riuniti a formare un unico corpo, per le resistenze R_{12} e R_{13} bisogna introdurre dei valori fittizi, calcolati in modo particolare. A causa della notevole mole di calcolo, si procede alla determinazione del riscaldamento delle macchine chiuse non applicando il reticolo termico di fig. 18-23, *ma semplificando il sistema riducendolo* a *un sistema di due corpi.*

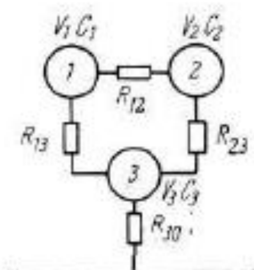


Fig. 18-23. - Reticolo termico per un sistema a tre corpi.

Se si suppone $R_{12} = \infty$, il reticolo di fig. 18-23 è adatto per lo studio del riscaldamento di un trasformatore. Il corpo 3 in questo caso corrisponde all'olio. Si calcoleranno ora i valori delle singole grandezze. Un trasformatore in olio ha le seguenti caratteristiche [18-41]:

$$\Theta_1 = 62{,}5°\,C, \qquad V_1 = 5000\,W, \qquad C_1 = 7{,}2 \cdot 10^5\,W\,sec/°C$$
$$\Theta_2 = 57{,}5°\,C, \qquad V_2 = 10.000\,W, \qquad C_2 = 1{,}8 \cdot 10^5\,W\,sec/°C$$
$$\Theta_3 = 37{,}5°\,C, \qquad C_3 = 42 \cdot 10^5\,W\,sec/°C.$$

Per le (18-143), (18-144) e (18-145) risultano quindi le seguenti resistenze:

$$R_1 = R_{13} = \frac{62{,}5 - 37{,}5}{5000} = 5 \cdot 10^{-3}\,°C/W,$$

$$R_2 = R_{23} = \frac{57{,}5 - 37{,}5}{10.000} = 2 \cdot 10^{-3}\,°C/W,$$

$$R_{30} = 37{,}5/15.000 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,°C/W,$$

$$R_3 = \frac{5 \cdot 2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5 + 5 \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 2{,}5} = 0{,}91 \cdot 10^{-3}\,°C/W,$$

e per le (18-146), (18-147), (18-148) e (18-149) le grandezze ausiliarie:

$$a_0 = 0{,}545 \cdot 10^{18}\,(W\,sec/°C)^3,$$
$$a_1 = 18{,}1 \cdot 10^{14}\,(W\,/°C)^3 sec^2,$$
$$a_2 = 6{,}69 \cdot 10^{11}\,Ws/°C,$$
$$a_3 = 4 \cdot 10^7\,(W/°C)^3.$$

Dall'equazione (18-150) si ottengono le seguenti costanti di tempo:

$$T' = 13.440\,sec = 224\,min, \qquad T'' = 2940\,sec = 49\,min \qquad e$$
$$T''' = 360\,sec = 6\,min.$$

Le sovratemperature parziali sono:

$$\Theta_1 = 54{,}8^\circ\ \mathrm{C}, \qquad \Theta_2' = 41{,}0^\circ\ \mathrm{C}, \qquad \Theta_3' = 40{,}2^\circ\ \mathrm{C},$$
$$\Theta_1'' = 7{,}6^\circ\ \mathrm{C}, \qquad \Theta_2'' = -2{,}0^\circ\ \mathrm{C}, \qquad \Theta_3'' = -1{,}7^\circ\ \mathrm{C},$$
$$\Theta_1''' = 0{,}1\ ^\circ\mathrm{C}, \qquad \Theta_2''' = 18{,}5^\circ\ \mathrm{C}, \qquad \Theta_3''' = -1{,}0^\circ\ \mathrm{C}.$$

In tal modo si possono scrivere le equazioni del riscaldamento (18-140) (18-141), (18-142) e calcolare la temperatura del ferro, dell'avvolgimento e dell'olio in un istante t. Analogamente, si possono calcolare le differenze di temperatura tra avvolgimento ed olio e tra ferro ed olio. La costante di tempo T''' è sensibilmente inferiore alle altre costanti T' e T''. Mentre i primi due termini a secondo membro nelle (18-140), (18-141), (18-142) tendono lentamente al valore di regime, i termini in cui figurano le temperature Θ_1''', Θ_2''' e Θ_3''' raggiungono rapidamente il valore di regime poco dopo l'inizio del riscaldamento. Se si considera inoltre che è:

$$\Theta_2' - \Theta_3' \approx 0 \qquad \text{e} \qquad \Theta_2'' - \Theta_3'' \approx 0$$

la differenza di temperatura tra l'avvolgimento e l'olio è praticamente costante durante tutto il periodo di riscaldamento, e precisamente:

$$\vartheta_2 - \vartheta_3 \approx \Theta_2''' - \Theta_3''' = 18{,}5 + 1{,}0 = 19{,}5^\circ\ \mathrm{C}.$$

Se la capacità termica del corpo riscaldante è piccola rispetto a quella del mezzo refrigerante, nel nostro caso $C_2 \ll C_3$, si può calcolare la costante di tempo approssimativamente:

$$T''' \approx C_2 R_{23} = 0{,}18 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 360\ \mathrm{sec} = 6\ \mathrm{min}.$$

I valori approssimati delle altre costanti di tempo risultano dalla (18-150) per $C_3 \gg C_1$ o C_2, in cui si ponga $a_0 = 0$. In tal modo si ottiene una equazione di secondo grado, e precisamente:

$$T^2 - T a_2/a_3 + a_1/a_3 = T^2 - 1{,}67 \cdot 10^4\, T + 0{,}451 \cdot 10^8 = 0$$

da cui si ricavano le due costanti di tempo:

$$T' = 13.350\ \mathrm{sec} = 221\ \mathrm{min} \quad \text{e} \quad T'' = 3350\ \mathrm{sec} = 57\ \mathrm{min}.$$

Questi valori non si discostano di molto da quelli esatti 13440 2940 sec.

Oltre alle costanti di tempo del sistema, distinguiamo pure le costanti di tempo T_1, T_2 e T_3 proprie di ciascun corpo, definite come prodotto tra la capacità termica e la resistenza termica risultante. Nel nostro caso la resistenza tra il corpo 1 e l'aria di raffreddamento è:

$$R_{R1} = R_{13} + R_{30} = 5 \cdot 10^{-3} + 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 7{,}5 \cdot 10^{-3}\ ^\circ\mathrm{C/W}$$

quella per il corpo 2:

$$R_{R2} = R_{23} + R_{30} = 2 \cdot 10^{-3} + 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\ ^\circ\mathrm{C/W}.$$

Le costanti di tempo proprie dei corpi risultano quindi:

$$T_1 = C_1 R_{R1} = 7{,}2 \cdot 10^5 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-3} = 5400 \text{ sec} = 90 \text{ min},$$
$$T_2 = C_2 R_{R2} = 1{,}8 \cdot 10^5 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-3} = 810 \text{ sec} = 13{,}5 \text{ min},$$
$$T_3 = C_3 R_{30} = 42 \cdot 10^5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 10.500 \text{ sec} = 175 \text{ min}.$$

Tra le costanti di tempo esiste l'importante relazione che la somma delle costanti di tempo del sistema è uguale alla somma delle singole costanti di tempo dei corpi [18-41], cioè:

$$T' + T'' + T''' = T_1 + T_2 + T_3. \tag{18-160}$$

Nel nostro caso sarà:

$$\Sigma T = 13 \cdot 44 + 2940 + 360 = 5400 + 810 + 10500 \simeq 16720 \text{ sec} \simeq 280 \text{ min}.$$

Questa relazione rende possibile una verifica, dato che il calcolo delle costanti di tempo proprie del corpo è generalmente assai semplice.

18.6.3. Riscaldamento di un sistema di due corpi

Come si è visto nel paragrafo precedente, il riscaldamento di un sistema di tre corpi è piuttosto complesso e richiede numerosi calcoli. Per quel che riguarda il riscaldamento, però, la maggior parte delle macchine elettriche può essere rappresentata da un sistema di due corpi, il che comporta una notevole semplificazione del calcolo. Si è già considerata una tale rappresentazione nello schema di fig. 18-12*d*. In fig. 18-24 è rappresentato il sistema con le grandezze equivalenti. Le equazioni del riscaldamento del sistema sono:

$$\vartheta_W = \Theta_W' \left(1 - \varepsilon^{-t/T'}\right) + \Theta_W'' \left(1 - \varepsilon^{-t/T''}\right) \tag{18-161}$$

e

$$\vartheta_E = \Theta_E' \left(1 - \varepsilon^{t/T'}\right) + \Theta_E'' \left(1 - \varepsilon^{-t/T''}\right). \tag{18-162}$$

Le sovratemperature a regime sono:

$$\Theta_W = \Theta_W' + \Theta_W'', \tag{18-163}$$
$$\Theta_E = \Theta_E' + \Theta_E''. \tag{18-164}$$

Le costanti di tempo T' e T'' si ricavano dall'equazione algebrica fondamentale [vedi la (18-150)] che in questo caso sarà di secondo grado ed avrà i coefficienti:

$$a_3 = 0, \tag{18-165}$$

$$a_2 = \frac{1}{R_W R_E} + \frac{1}{R_W R_N} + \frac{1}{R_E R_N}, \tag{18-166}$$

$$a_1 = C_E\left(\frac{1}{R_W} + \frac{1}{R_N}\right) + C_W\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_N}\right), \tag{18-167}$$

$$a_0 = C_W C_E. \tag{18-168}$$

Tali coefficienti risultano dalle (18-146), (18-147), (18-148), (18-149) ponendo $C_3 = \infty$. Le soluzioni dell'equazione fondamentale sono:

$$T' \text{ e } T'' = \frac{C_E R_E (R_W + R_N) + C_W R_W (R_E + R_N)}{2(R_W + R_E + R_N)} \pm \tag{18-169}$$

$$\pm \sqrt{\left[\frac{C_E R_E (R_W + R_N) + C_W R_W (R_E + R_N)}{2(R_W + R_E + R_N)}\right]^2 - \frac{C_W C_E R_W R_E R_N}{R_W + R_E + R_N}}.$$

Generalmente è $C_E > C_W$ ed il secondo termine dell'espressione entro radice è minore del primo. Sviluppando in serie la radice e limitandosi a considerare i due primi termini dello sviluppo, si ha:

$$T' \approx \frac{C_W C_E R_W R_E R_N}{R_E C_E (R_W + R_N) + C_W R_W (R_E + R_N)} \approx \frac{C_W R_W R_N}{R_W + R_N} \tag{18-170}$$

e

$$T'' \approx \frac{C_E R_E (R_W + R_N) + C_W R_W (R_E + R_N)}{R_W + R_E + R_N} \approx \frac{C_E R_E (R_W + R_N)}{R_W + R_E + R_N}. \tag{18-171}$$

Per $R_N = \infty$ i due corpi sono termicamente indipendenti e le costanti di tempo sono:

$$T' = C_W R_W = T_W \quad \text{e} \quad T'' = C_E R_E = T_E. \qquad (18\text{-}172)\ (18\text{-}173)$$

Per un sistema caratterizzato dalle seguenti grandezze adimensionali $C_W = 1$, $C_E = 5$ e $R_W = R_E = R_N = 1$, si ottiene [vedi la (18-169)]:

$$T' = 3{,}52 \qquad \text{e} \qquad T'' = 0{,}48,$$

mentre per la (18-170) e la (18-171) risulta $T' \approx 0{,}50$ e $T'' \approx 3{,}33$. Determiniamo ora le costanti di tempo proprie dei corpi. Dal collegamento in parallelo dei due rami (vedi la fig. 18-24) si ottengono le resistenze risultanti:

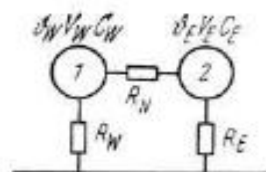


Fig. 18-24. - Reticolo termico di un sistema di due corpi.

$$R_{W,R} = \frac{R_W (R_E + R_N)}{R_W + R_E + R_N}, \tag{18-174}$$

$$R_{E,R} = \frac{R_E (R_W + R_N)}{R_W + R_E + R_N}. \tag{18-175}$$

Nel nostro esempio risulta $R_{W,R} = R_{E,R} = 2/3 = 0{,}667$. Le costanti di tempo proprie dei corpi sono quindi:

$$T_W = C_W R_{W,R} = 1 \cdot 2/3 = 0{,}667,$$

$$T_E = C_E R_{E,R} = 5 \cdot 2/3 = 3{,}33.$$

Si ottiene $T_W + T_E = 0{,}667 + 3{,}333 = 4{,}0$, $T' + T'' = 0{,}48 + 3{,}52 = 4{,}0$ o, con i valori approssimati, $T' + T'' = 0{,}50 + 3{,}33 = 3{,}83$. Quest'ultimo valore si discosta solo di poco dalla somma delle costanti di tempo proprie dei corpi.

Per determinare le sovratemperature parziali si possono applicare le (18-151), (18-152), (18-153), (18-154), (18-155), (18-156), (18-157), (18-158), (18-159), semplificabili in questo caso come segue:

$$(C_W/T'' - 1/R_W - 1/R_N)\,\Theta_W'' + \Theta_E''/R_N = 0. \qquad (18\text{-}176)$$

$$\Theta_W'/R_N + (C_E/T' - 1/R_E - 1/R_N)\,\Theta_E' = 0. \qquad (18\text{-}177)$$

Le sovratemperature parziali saranno allora:

$$\Theta_W'' = \frac{\Theta_W R_W R_E + R_W (C_E R_E R_N/T' - R_N - R_E)}{R_W R_E - (C_W R_W R_N/T'' - R_W - R_N)(C_E R_E R_N/T' - R_E - R_N)}. \qquad (18\text{-}178)$$

e

$$\Theta_E'' = -\frac{(C_W R_W R_N/T'' - R_W - R_N)[\Theta_W R_E + (C_E R_E R_N/T' - R_E - R_N)\Theta_E]}{R_W R_E - (C_W R_W R_N/T'' - R_W - R_N)(C_E R_E R_N/T' - R_E - R_N)}. \qquad (18\text{-}179)$$

È possibile calcolare queste sovratemperature parziali anche in altro modo. Per $t = 0$ è precisamente:

$$d\vartheta_W/dt = V_W/C_W \quad \text{e} \quad d\vartheta_E/dt = V_E/C_E \qquad (18\text{-}180),\ (18\text{-}181)$$

donde risulta:

$$\Theta_W'' = \frac{V_W T' T''/C_W - \Theta_W T''}{T' - T''}, \qquad (18\text{-}182)$$

e

$$\Theta_E'' = \frac{V_E T' T''/C_E - \Theta_E T''}{T' - T''}. \qquad (18\text{-}183)$$

In entrambi i casi è:

$$\Theta_W' = \Theta_W - \Theta_W'' \qquad (18\text{-}184)$$

e

$$\Theta_E' = \Theta_E - \Theta_E''. \qquad (18\text{-}185)$$

Le due coppie di equazione, e cioè le (18-178), (18-179) e le (18-182) e (18-183) danno gli stessi risultati. Si possono calcolare in un primo tempo le sovratemperature Θ_W e Θ_E applicando le (18-114) e (18-115) per cui è necessario conoscere oltre le resistenze R_W, R_E e R_N anche le perdite V_W e V_E. Per l'esempio considerato, con grandezze adimensionali e $V_W = V_E = 1{,}0$ si ottiene $\Theta_W = \Theta_E = 1{,}0$, donde si ricava $\Theta_W'' = 0{,}40$, $\Theta_W' = 0{,}60$, $\Theta_E'' = -0{,}046$ e $\Theta_E' = 1{,}046$. Le equazioni del riscaldamento dei due corpi sono:

$$\vartheta_W = 0{,}40\,(1 - \varepsilon^{-t/0{,}48}) + 0{,}60\,(1 - \varepsilon^{-t/3{,}52}) \qquad (18\text{-}186)$$

e

$$\vartheta_E = -0{,}046\,(1 - \varepsilon^{-t/0{,}48}) + 1{,}046\,(1 - \varepsilon^{-t/3{,}52}). \qquad (18\text{-}187)$$

Le curve di riscaldamento dell'avvolgimento e del ferro secondo le (18-186) (18-187) e le sovratemperature parziali sono tracciate in fig. 18-25*a-b*. Le grandezze adimensionali sono state scelte in modo tale, che l'andamento delle curve corrisponda a quello che si può constatare in pratica.

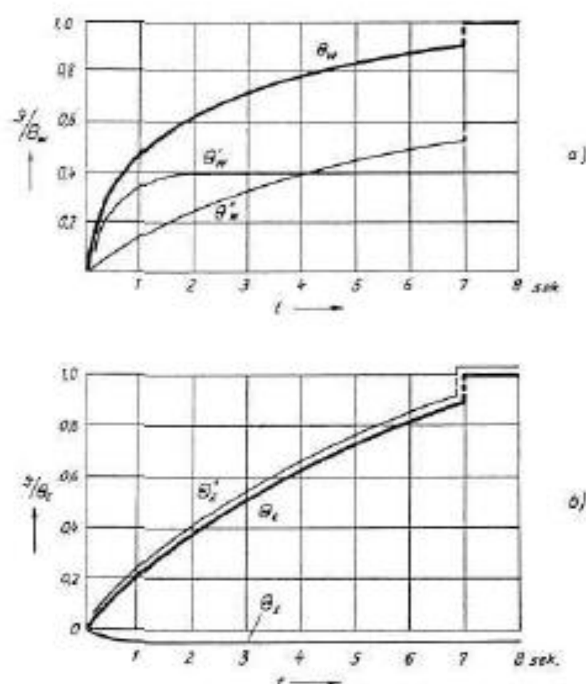


Fig. 18-25. - Andamento della temperatura nell'avvolgimento (a) e nel ferro (b), in funzione del tempo.

Come si nota dall'esempio, le costanti di tempo T'' e T' non differiscono molto dalle costanti di tempo proprie dell'avvolgimento (T_W) e del ferro (T_E). Con una certa approssimazione si possono quindi sostituire le costanti di tempo del sistema con quelle proprie dei corpi. Spesso si cerca di considerare le sovratemperature parziali Θ_W'' e Θ_W' come sovra-temperature dell'avvolgimento rispetto al ferro o del ferro rispetto all'aria. Ma un tale procedimento non è giustificabile. Dagli studi dell'autore e da numerose ricerche sperimentali risulta:

$$\Theta_W'' > (\Theta_W - \Theta_E) \qquad (18\text{-}188)$$

e

$$\Theta_W' < \Theta_E. \qquad (18\text{-}189)$$

Se le perdite nell'avvolgimento e nel ferro aumentano di p volte, anche le sovratemperature Θ_W, Θ_W', Θ_W'' aumentano nello stesso rapporto. Se invece aumentano solo le perdite nell'avvolgimento, la sovratemperatura parziale Θ_W'' aumenta praticamente di p volte, essendo il primo termine della (18-182) maggiore del secondo. Per $V_W = 2$ nel nostro esempio numerico si otterrà $\Theta_W = 1{,}67$, $\Theta_W'' = 0{,}85$ e $\Theta_W' = 0{,}82$. Per Θ_W'' l'aumento è di 2,12 volte e per Θ_W' di 1,37. Se i valori del sovraccarico p non sono molto elevati e se non è richiesta una notevole esattezza di calcolo, si può porre per la prima sovratemperatura parziale, $\Theta_{W,p}'' \approx p\Theta_W''$ e per la seconda $\Theta_{W,p}' \approx \Theta_W'$.

Mentre la determinazione numerica delle costanti di tempo e delle sovratemperature parziali comporta certe difficoltà a causa dell'insufficiente conoscenza delle resistenze termiche, la determinazione sperimentale è molto semplice. Essa viene fatta a mezzo della curva di riscaldamento, sottraendo da essa il termine $\Theta - \vartheta$ e riportandolo quindi in funzione del tempo in scala logaritmica. Si ottiene allora la curva AB di fig. 18-26. Poichè una curva esponenziale viene rappresentata con una retta, in un diagramma logaritmico, si può sostituire appunto la curva AB nelle sua parte terminale con una retta CB, che intersecherà sull'asse delle ordinate

la sovratemperatura Θ'. Se si riporta separatamente su uguale scala logaritmica la differenza tra la curva AB e la retta CB, si ottiene un'altra retta FD, la cui intersezione con l'asse delle ordinate rappresenta Θ''. Evidentemente è $\Theta = \Theta' + \Theta''$. Scomponendo mediante questa costruzione la curva del riscaldamento in due curve, si possono determinare anche le costanti di tempo T' e T''. Il metodo più semplice è quello di ricorrere alle rette CB e FD misurando il tempo in cui le sovratemperature Θ' e Θ'' sono calate ad un valore pari a 0,367 volte il valore iniziale.

Le misure eseguite su macchine aperte di piccola e media potenza hanno dato le seguenti sovratemperature: $\Theta_W'' \approx$ $\approx (0{,}20 \div 0{,}35)\ \Theta_W$ e $\Theta_W' \approx (0{,}8 \div 0{,}65)$ Θ_W. Le costanti di tempo sono $T'' \approx$ $\approx 6 \div 10$ min e $T' \approx 20 \div 40$ min. A causa dei piccoli valori della costante di tempo T'', la curva di riscaldamento relativa all'avvolgimento del motore è rappresentata già dopo 20-30 min praticamente da una sola curva esponenziale. Per essa vale la:

$$\vartheta_W \approx \Theta_W'' + \Theta_W' \left(1 - \varepsilon^{-t/T'}\right). \qquad (18\text{-}190)$$

In tal modo, per $t > 20$ min la curva di riscaldamento è rappresentata dalla curva esponenziale spostata del valore costante Θ_W''.

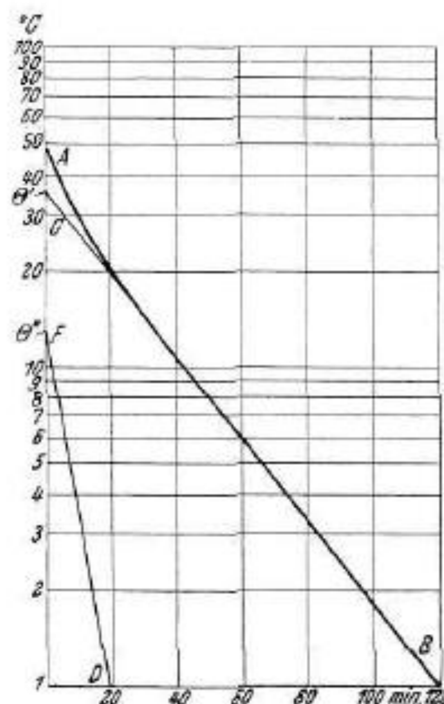


Fig. 18-26. - Determinazione delle sovratemperature parziali e delle costanti di tempo in base alle curve del riscaldamento.

18.6.4. Prova di riscaldamento e sua semplificazione

Mediante la curva di riscaldamento è possibile valutare il tempo necessario per lo svolgimento della prova. Dopo un tempo $t = 3T$ la sovratemperatura ha un valore pari a 0,95 volte il valore della temperatura di regime e dopo un tempo $t = 4{,}6T$ un valore pari a 0,99 volte quello di regime. È possibile calcolare in modo semplice la durata della prova, ancora prima di raggiungere il regime termico. Dall'equazione differenziale del riscaldamento si ottiene precisamente:

$$\vartheta = \Theta - T\frac{d\vartheta}{dt}. \qquad (18\text{-}191)$$

La legge di dipendenza della temperatura da $d\vartheta/dt$ può essere rappresentata da una retta che interseca il valore Θ sull'asse delle ordinate per $(t = 0)$ e il valore Θ/T sull'asse delle ascisse. È possibile tracciare tale retta, noti due o più punti. Determinando l'intersezione del prolunga-

mento della retta con l'asse delle ordinate si troverà il valore della temperatura di regime. Questo è il principio sul quale si basano le norme VDE per la determinazione della temperatura di regime (fig. 18-27). Secondo tali norme, bisogna procedere alla lettura a intervalli di tempo uguali Δt, *così che le differenze di temperatura* misurate possono essere direttamente riportate sull'asse $\Delta\vartheta$. Si riportano poi queste differenze di temperatura $\Delta\vartheta$ in corrispondenza dei relativi valori di ϑ, ottenendo così la retta rappresentata in (18-191). Il fatto che i valori di $d\vartheta/dt$ non siano moltiplicati per la costante T non ha alcuna importanza agli effetti della determinazione di Θ, poichè la costante T influenza unicamente l'inclinazione della retta. Il punto di intersezione della retta con l'asse delle ordinate non risulta quindi spostato e individua la temperatura Θ.

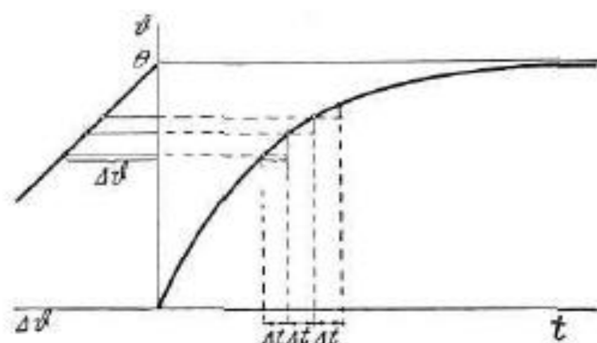


Fig. 18-27. - Determinazione della sovratemperatura di regime in base ad una parte della curva del riscaldamento.

La curva del riscaldamento di una macchina è data da due curve esponenziali. Poichè però una delle costanti di tempo (T'') ha un valore molto basso, la curva del riscaldamento relativa all'avvolgimento è rappresentata da una sola curva esponenziale già dopo 20-30 minuti. Per questo la vecchia norma VDE dà generalmente buoni risultati, poichè la retta $\Delta\vartheta/\Delta t = f(\vartheta)$ viene calcolata proprio in corrispondenza dell'ultimo tratto della curva di riscaldamento. La costante di tempo di questa curva è T'.

Le macchine costruite per funzionare con intermittenza sono collaudate con riferimento alle loro condizioni di esercizio. Allo scopo di abbreviare la durata della prova per macchine adatte per esercizio intermittente, si suggerisce l'applicazione di una prova equivalente [18-43]

Si sovraccarica di p_0 volte la macchina con:

$$p_0 = \frac{\varepsilon^{-b/T_b''} - \varepsilon^{-a/\alpha T_a''}}{1 - \varepsilon^{-a/T_a''}}, \qquad (18\text{-}192)$$

[vedi la 18-144]. La durata della prova sarà:

$$t = T_a' \ln \frac{1}{(1 - \gamma e) + (1 - 1/p_0)\, \Theta_W''/\Theta_W'}. \qquad (18\text{-}193)$$

Se si pone $e = 0{,}25$, $a = 2{,}5$ min, $b = 7{,}5$ min, $T_a'' = 3$ min, $T_b'' = 20$ min, $T_a' = 30$ min, $T_b' = 90$ min e $\Theta_W''/\Theta_W' = 1/3$, risulta $\gamma \approx 2$, $p_0 = 1{,}86$ e $t = 11{,}5$ min. La necessità di conoscere in precedenza le diverse grandezze è un inconveniente.

Il problema della prova equivalente è pure di una certa importanza

ai fini della determinazione del riscaldamento in funzionamento continuo. Anche nelle vecchie norme VDE sono riportate le modalità secondo le quali si può abbreviare la prova di durata, ma è necessario prevedere l'andamento della curva di riscaldamento in funzione del tempo. D'altra parte, tale previsione richiede un certo lavoro, che è appunto quel che si vuole risparmiare. Anche in questo caso, come già per il caso di funzionamento intermittente, sarebbe bene poter stabilire un tempo di prova equivalente. Per abbreviare il tempo si può ricorrere ad un solo mezzo, cioè a quello che consiste nel sovraccaricare il motore. Si deve stabilire quindi il valore del tempo di prova equivalente che dia luogo ad un riscaldamento dell'avvolgimento uguale a quello che si ha in funzionamento continuo. La doppia curva esponenziale permette una determinazione abbastanza esatta di tale tempo. Anche in questo caso si tratta di una determinazione approssimata, dato che si suppone che delle due curve una rappresenti il riscaldamento del rame e l'altra quella del ferro. In questo caso, per un sovraccarico k della corrente il termine Θ_W'' aumenta di k^2 volte, mentre secondo il termine Θ_W' della (18-190) resta immutato.

Si ottiene quindi il seguente tempo di prova equivalente:

$$t = T_a' \ln \frac{\Theta_W'}{\Theta_W'' (k^2 - 1)}. \tag{18-194}$$

Per questa prova è quindi necessario conoscere le costanti del ferro $T' = T_a'$ e il rapporto delle sovratemperature Θ_W'/Θ_W''.

Un altro metodo usato assai spesso in pratica per abbreviare la durata della prova per funzionamento continuo consiste nel far funzionare il motore alternativamente e per brevi periodi in sovraccarico e a carico nominale. Si assume quindi come sovratemperatura effettiva quella in corrispondenza della quale non ha luogo alcuna variazione notevole della temperatura. Spesso si può commettere un errore, come si vede dalla fig. 18-28 nella quale il riscaldamento con doppie curve esponenziali è calcolato come segue: $T_a'' = 8$ min, $T_a' = 30$ min, $\Theta_W'' = 20$ °C. Il motore viene caricato dapprima con il 130% della corrente nominale ($k = 1{,}3$) per una durata di 30 minuti; in tal modo la temperatura dell'avvolgimento sale a circa 61 °C. In un secondo tempo si fa funzionare il motore a carico nominale e la temperatura del rame si abbassa. Dopo 40-60 minuti il motore raggiunge una temperatura di 53,5 °C, praticamente costante. Sarebbe però errato concludere che questa

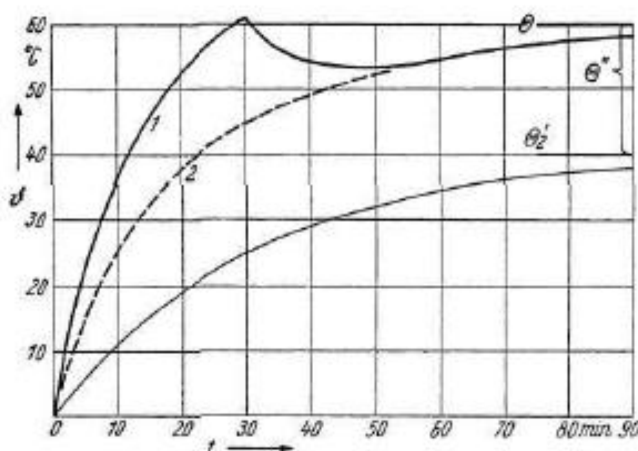


Fig. 18-28. - Curva del riscaldamento con sovraccarico iniziale (1) e con carico normale (2).

sia l'effettiva temperatura del motore, dato che in seguito la temperatura ricomincia ad aumentare e dopo 120 minuti raggiunge 59 °C. La sovratemperatura finale sarebbe $\Theta_{W}' + \Theta_{W}'' = 60$ °C.

Per determinare la temperatura, in questo caso bisogna caricare il motore per circa 120 minuti, per il quadruplo cioè della costante di tempo T_a'. Se si carica il motore fin dall'inizio con la potenza nominale, la temperatura varia secondo la curva tratteggiata di fig. 18-28, dopo 60 minuti circa coincide con la curva già considerata. Il primo procedimento non presenta quindi alcun vantaggio.

La temperatura dell'aria durante la prova di riscaldamento generalmente non è costante. Se la prova comincia di primo mattino, spesso accade che a mezzogiorno la temperatura dell'aria sia aumentata di circa 10° e si è spesso rilevato un aumento da 2 a 3 °C all'ora. Ci si chiede ora in qual modo tale variazione della temperatura dell'aria (temperatura ambiente) influisca sui risultati della prova di riscaldamento. A questo proposito si considererà prima il riscaldamento di un corpo omogeneo (secondo una curva esponenziale), per studiare poi le diversità nel riscaldamento di una macchina reale (secondo due curve esponenziali). Se si indica con ϑ la temperatura e con β l'aumento della temperatura dell'aria in un'ora, la sovratemperatura del corpo rispetto all'aria sarà $(\vartheta - \beta t)$.

La variazione nel tempo della sovratemperatura della macchina sarà [18-43] data dalla:

$$\vartheta = \Theta\,(1 - \varepsilon^{-t/T}) + \beta t - \beta T\,(1 - \varepsilon^{-t/T}). \qquad (18\text{-}195)$$

Misurando la temperatura al tempo t si ricava il valore di regime che si raggiunge in funzionamento continuo, tenendo conto della variazione della temperatura ambiente:

$$\Theta = \frac{\vartheta - \beta t}{1 - \varepsilon^{-t/T}} + \beta T. \qquad (18\text{-}196)$$

Si nota che, oltre alla correzione $1/(1 - \varepsilon^{-t/T})$, che tien conto della durata finita della prova, bisogna introdurne altre due. La prima, rappresentata dal termine:

$$\frac{\beta t}{1 - \varepsilon^{-t/T}} \approx \beta t$$

tiene conto dell'aumento della temperatura ambiente durante lo svolgimento della prova. Il coefficiente β viene ricavato semplicemente misurando la sovratemperatura dell'aria. Tale correzione è già stabilita dalle norme VDE, mentre la seconda correzione βT non è citata. Il suo valore dipende dall'aumento relativo della temperatura ambiente (β) e della costante di tempo (T), mentre è indipendente dalla durata della prova. Se si considera ora il riscaldamento di una macchina, governato da due curve esponenziali, si deve scegliere per T la costante di tempo maggiore (T'), dato che T'', a causa del suo basso valore, è trascurabile rispetto a tutti gli altri tempi di prova. La sovratemperatura Θ_{W}'' seguirà praticamente

senza ritardo la variazione della temperatura ambiente. Per le macchine elettriche la sovratemperatura è data dalla:

$$\vartheta_W = \Theta_W'' + \Theta_W' (1 - \varepsilon^{-t/T_a'}) + \beta t - \beta T_a' (1 - \varepsilon^{-t/T_a'}) \qquad (18\text{-}197)$$

da cui risulta:

$$\Theta_W = \frac{\vartheta - \beta t + \beta T_a' (1 - \varepsilon^{-t/T_a'})}{1 - \Theta_W' \, \varepsilon^{-t/T_a'} / \Theta_W} . \qquad (18\text{-}198)$$

Per rendersi conto dell'entità delle due correzioni, si riporta un esempio numerico. Una macchina con $T_a' = 30$ min e $\Theta_W'/\Theta_W = 2/3$ funziona sotto carico per la durata di due ore; l'aumento della temperatura ambiente è di 3 °C/ora e alla fine della prova si misura una temperatura dell'avvolgimento di 60 °C. La sovratemperatura della macchina in funzionamento continuo e temperatura ambiente costante è quindi:

$$\Theta_W = \frac{60 - 3 \cdot 2 + 3 \cdot 0{,}5 (1 - \varepsilon^{-4})}{1 - {}^2/_3 \, \varepsilon^{-4})} = 60{,}5 - 6{,}0 + 1{,}5 = 56 \text{ °C}.$$

La seconda correzione è di 1,5 °C ed è quindi insignificante. Ma per macchine più grandi o chiuse la correzione può raggiungere anche valori maggiori, ad esempio per $t = 4{,}5$ ore $T_a' = 1{,}5$ ore si ha:

$$\Theta_W = 62 - 14 + 4{,}4 = 52{,}4 \text{ °C}.$$

La correzione è in questo caso di 4,4 °C, ed è già sensibile.

Per motori in funzionamento discontinuo la correzione è espressa da [vedi la (18-198)]:

$$\beta t - \beta T_a' (1 - \varepsilon^{-t/T_a'}).$$

Praticamente le due correzioni si annullano a vicenda, così che è più conveniente non considerarle. Infatti, per gli esempi citati e per funzionamento di 30 minuti, si ha:

$$\text{per} \quad T_a' = 0{,}5 \quad \text{ore} \quad 1{,}5 - 0{,}95 = 0{,}55 \text{ °C},$$
$$\text{per} \quad T_a' = 1{,}5 \quad \text{ore} \quad 1{,}5 - 1{,}3 = 0{,}20 \text{ °C}.$$

Fenomeni analoghi si presentano se la macchina è raffreddata intensamente prima della prova di riscaldamento (ad esempio nel caso di temperatura notturna bassa). Anche in questo caso è lecito aspettarsi che nella prova non venga misurata l'effettiva sovratemperatura che si verifica in funzionamento continuo.

18.7. Casi particolari di riscaldamento

18.7.1. Riscaldamento di una barra collocata nel ferro

La barra collocata nel ferro cede una parte del suo calore al ferro; la sua temperatura non aumenta quindi linearmente con il tempo ed è

minore di quella che si ha per riscaldamento adiabatico. Questa circostanza ha una grande importanza per la determinazione della temperatura di un avvolgimento a gabbia, ad esempio durante l'avviamento, poichè la trasmissione di calore al ferro è notevole a causa della mancanza di isolamento.

Per determinare la sovratemperatura si considera un sistema equivalente a quello reale, costituito da una barra collocata entro un pacco di lamierini a forma cilindrica. La sezione del rotore è rappresentata in fig. 18-29a e in fig. 18-29b è riportato lo schema equivalente utilizzato per stabilire la equazione differenziale che esprime il bilancio termico del pacco lamiere:

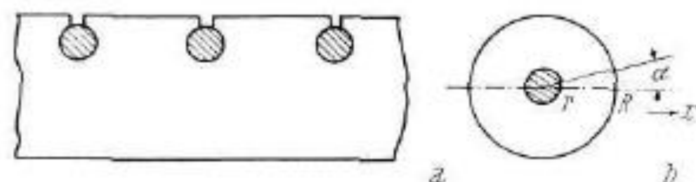


Fig. 18-29. - a) sezione del rotore, b) schema equivalente.

$$\frac{\partial^2 \vartheta_E}{\partial x^2} = \frac{s_E c_E}{\lambda_{Fe}} \frac{\partial \vartheta_E}{\partial t} . \tag{18-199}$$

Di questa equazione si darà solo la soluzione [18-58]. Se si indicano con V_W le perdite nella barra per ogni m di lunghezza (W/m), con α_i il coefficiente di trasmissione del calore dalla barra al ferro e con α_a quello dal ferro all'aria, la temperatura della barra è espressa dalla:

$$\vartheta_W = \frac{\dfrac{V_W}{2\pi}\left[\dfrac{1}{r\alpha_i} + \left(\dfrac{1}{\lambda_{Fe}} \ln \dfrac{R}{r} + \dfrac{1}{R\alpha_a}\right)\left(1 - \varepsilon^{-\frac{\lambda_{Fe}}{s_E c_E}\left(\frac{\pi}{R-r}\right)^2 t}\right)\right]}{1 + \dfrac{r^2 s_W c_W}{2t}\left[\dfrac{1}{r\alpha_i} + \left(\dfrac{1}{\lambda_{Fe}} \ln \dfrac{R}{r} + \dfrac{1}{R\alpha_a}\right)\left(1 - \varepsilon^{-\frac{\lambda_{Fe}}{s_E c_E}\left(\frac{\pi}{R-r}\right)^2 t}\right)\right]} . \tag{18-200}$$

Per valori elevati di t la temperatura tende a raggiungere il suo valore di regime, che è determinato principalmente dai coefficienti di trasmissione del calore α_i e α_a e dai due raggi r ed R:
Per $t \to \infty$ è:

$$\vartheta_W \approx \frac{V_W}{2\pi}\left(\frac{1}{r\alpha_i} + \frac{1}{R\alpha_a} + \frac{1}{\lambda_{Fe}} \ln \frac{R}{r}\right). \tag{18-201}$$

Per i piccoli valori di t il riscaldamento è di tipo adiabatico e la temperatura è determinata dalla capacità termica della barra:
Per $t \to \infty$ 0 è:

$$\vartheta_W \approx \frac{V_W}{\pi r^2 c_W s_W} . \tag{18-202}$$

La temperatura data dalla (18-200) varia nel tempo tra i due estremi indicati. L'ultima espressione non è una funzione esponenziale del tempo.

La quantità di calore trasmessa al ferro è:

$$W_{WE} = V_W t - \vartheta_W \pi r^2 c_W s_W. \tag{18-203}$$

La temperatura al bordo interno del ferro ($x = r$) è:

$$\vartheta_E(r) = \frac{W_{WE}}{2\pi t}\left(\frac{1}{\lambda_{Fe}}\ln\frac{R}{r} + \frac{1}{Ra_a}\right)\left(1 - \varepsilon^{-\frac{\lambda_{Fe}}{s_E c_E}\left(\frac{\pi}{R-r}\right)^2 t}\right). \tag{18-204}$$

Questa temperatura differisce da quella del rame del valore:

$$\vartheta_W - \vartheta_E(r) = \frac{W_{WE}}{2\pi r a_i t}. \tag{18-205}$$

In fig. 18-30 è tracciata la curva del riscaldamento di una barra di rame di 13 mm di diametro, percorsa da 4500 A. Con $V_W = 3080$ W/m = cost., $r = 0{,}0065$ m, $R = 0{,}0325$ m, $a_i = 1500$ W/m² °C, $a_a = 100$ W/°C m², $\lambda_{Fe} = 50$ W/°C m, $c_W = 385$ Ws/°C kg e $c_E = 460$ Ws/°C kg l'andamento della temperatura nella barra è rappresentata dalla curva ϑ_W e l'andamento della temperatura nel ferro al bordo interno dalla curva ϑ_E. L'andamento della temperatura della barra per riscaldamento adiabatico ($a_i = 0$) è rappresentato dalla linea retta. La curva misurata della temperatura della barra coincide quasi con la curva calcolata ϑ_E [18-58].

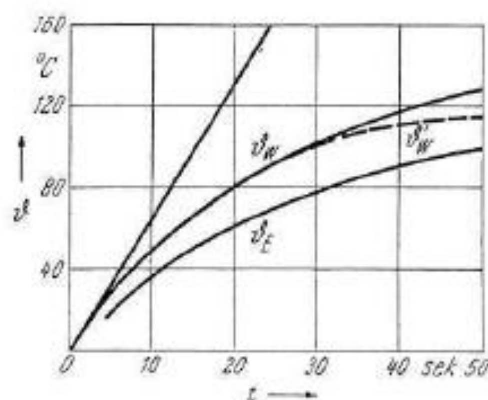


Fig. 18-30. - Curva del riscaldamento di una barra di rame (ϑ_w) e del ferro a contatto della barra (ϑ_E). I valori misurati di ϑ_w coincidono in parte con quelli della curva ϑ_E. La curva ϑ'_w rappresenta il riscaldamento secondo la (18-206).

Per il calcolo pratico però la (18-200) richiede calcoli laboriosi. Ai fini del calcolo è preferibile infatti una funzione del tempo più semplice, ad esempio lineare o esponenziale semplice. Solo in alcuni casi (entro intervalli di tempo molto brevi) è possibile considerare una dipendenza lineare della temperatura dal tempo, mentre la funzione semplice esponenziale è più feconda di risultati. Se per il coefficiente di trasmissione del calore a_i non si pone il vero valore di a, ma quello fittizio, per cui è $a < a_i$, è possibile esprimere la temperatura come una semplice funzione esponenziale del tempo entro un intervallo di tempo piuttosto ampio:

$$\vartheta_W \approx \frac{V_W}{2\pi r a}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{2a s_W}{r c_W}t}\right) \tag{18-206}$$

Se nell'esempio considerato si pone $a = 600$ W/°C m², si ottiene la curva ϑ_W' di fig. 18-30, che per t fino a 30 sec coincide praticamente con la curva esatta ϑ_W. Operando questa sostituzione si deve però tener presente che i valori del coefficiente di trasmissione del calore a sono fittizi e che quindi non si possono dedurre da prove o misure. Mediante la (18-200) sarebbe

possibile calcolare teoricamente questi valori fittizi, ma, essendo molte altre grandezze incognite, questo calcolo non è in pratica eseguibile. Gli studi dell'autore hanno dimostrato che il coefficiente di trasmissione fittizio del calore è dell'ordine di grandezza compreso tra 300 e 1000 W/°C m².

18.7.2. Distribuzione della temperatura in un corpo riscaldato unilateralmente

Si consideri ora un corpo avente le dimensioni indicate in fig. 18-31 riscaldato su di un solo lato. Se si trascura la trasmissione di calore all'ambiente, la temperatura aumenta costantemente e quando la temperatura del corpo assume un valore uniforme in tutto il corpo, l'aumento è espresso precisamente dalla:

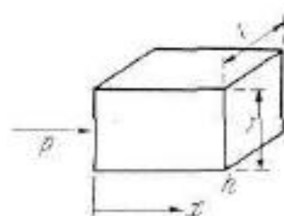


Fig. 18-31. - Corpo riscaldato unilateralmente.

$$\tau = P/ch \text{ °C/sec.} \tag{18-207}$$

in cui P è la potenza ceduta ad ogni m² di superficie e c il calore specifico del corpo. Tenendo presente che il calore viene ceduto dall'esterno (segno negativo per P), per la trasmissione interna di calore vale la (18-27):

$$\lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - P = 0. \tag{18-208}$$

da cui deriva la seguente temperatura nel punto x [vedi la fig. 18-31]:

$$\vartheta = \frac{P}{2\lambda} x^2 + K_1 x + K_2. \tag{18-209}$$

La costante $K_2 = \vartheta_0$ si ricava dalla condizione che, per $x = 0$, sia $\vartheta = \vartheta_0$. Tale costante è uguale alla temperatura del corpo sulla superficie sottoposta a riscaldamento. La costante $K_1 = -Ph/\lambda$ si ricava dalla condizione che per $x = h$ sia $\partial\vartheta/\partial x = 0$. La distribuzione della temperatura nel corpo è data dalla:

$$\vartheta = \vartheta_0 - \frac{Px}{\lambda}\left(h - \frac{x}{2}\right). \tag{18-210}$$

Tra la superficie riscaldata ($x = 0$) e quella di fronte ad essa ($x = h$) esiste la differenza di temperatura espressa da:

$$\Delta\vartheta = \vartheta_0 - \vartheta_h = \frac{Ph^2}{2\lambda}. \tag{18-211}$$

Il fenomeno qui considerato si verifica ad esempio nel caso di riscaldamento di un nucleo di ferro massiccio dovuto a correnti parassite, le quali hanno origine quasi esclusivamente in uno strato superficiale. Per perdite pari a $P = 10^6$ W/m³, per $\lambda = 50$ W/°C m e $h = 0{,}1$ m la differenza di temperatura è $\Delta\vartheta = 100$° C.

In regime stazionario, quando tutte le temperature assumono i loro valori di regime, non è più possibile trascurare la trasmissione di calore dalla superficie posta a distanza $x = h$. Su questa superficie la temperatura all'aria è $\vartheta_h = P/\alpha$ e la differenza di temperatura $\Delta\vartheta = Ph/\lambda$. La differenza diminuisce linearmente con la distanza x. Nel nostro esempio si avrà $\Delta\vartheta = 20$ °C. Durante il transitorio la differenza di temperatura può raggiungere valori sensibilmente più elevati di quelli che si hanno a regime.

La (18-211) può essere applicata alle barre alte dell'avvolgimento a gabbia. In esse si hanno perdite di calore all'avviamento soprattutto nelle parti superiori. Se si suppone che queste perdite ($P = \varrho b h S^2 K_W$) abbiano origine esclusivamente sulle superfici superiori esterne, tra le superfici estreme in senso radiale della barra si ha allora la seguente differenza di temperatura:

$$\Delta\vartheta = \frac{Ph}{2\lambda} K_W. \qquad (18\text{-}212)$$

K_W è il fattore di resistenza, h l'altezza della barra e λ la sua conduttività termica. Considerando l'effettiva distribuzione delle perdite, uno studio esatto dà un valore minore, precisamente [18-58]:

$$\Delta\vartheta = \frac{Ph}{2\lambda}(K_W - 1). \qquad (18\text{-}213)$$

Questa differenza diminuisce poi a causa della trasmissione di calore al ferro. I valori misurati della temperatura di una barra e quelli della differenza di temperatura sono riportati in fig. 18-32. L'autore ha pubblicato risultati sperimentali che coincidono con buona approssimazione con quelli deducibili dalla (18-213).

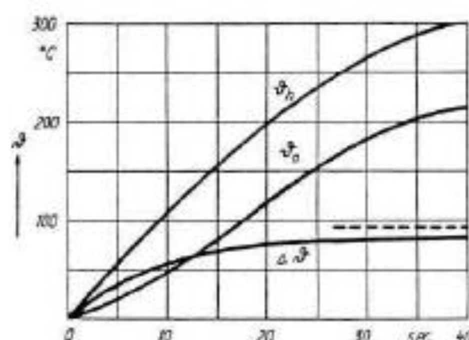


Fig. 18-32. - Temperature sulle superfici esterne di una barra alta ($h = 5$ cm) e la differenza di temperatura tra esse ($\Delta\vartheta$) in funzione del tempo, per una corrente nella barra di 5100 A.

18.8. Funzionamento di breve durata e funzionamento continuo a carico ridotto

Applichiamo ora i risultati del nostro studio al calcolo pratico. Secondo le VDE (IEC), oltre al funzionamento continuo, bisogna considerare quello di breve durata e quello continuo con carico di breve durata, quello intermittente e infine il funzionamento continuo con carico intermittente. Per funzionamento di breve durata si intende quel funzionamento, in cui la macchina eroga la potenza nominale (potenza temporanea) solo durante un tempo convenuto. Il periodo di riposo che segue deve essere tale da permettere il raffreddamento della macchina praticamente a temperatura ambiente. Se la macchina durante il periodo di raf-

freddamento viene fermata, si ha il funzionamento di breve durata; se invece essa resta in rotazione, si ha il funzionamento continuo con carico di breve durata. La differenza tra questi due tipi di funzionamento è data esclusivamente dalle condizioni di raffreddamento, mentre in entrambi i casi la legge di riscaldamento è la stessa.

In primo luogo si applichi la semplice legge del riscaldamento di un corpo omogeneo. Durante il funzionamento l'andamento nel tempo della temperatura dell'avvolgimento, che più interessa, è dato dall'espressione:

$$\vartheta = \Theta\,(1 - \varepsilon^{-t/T}). \qquad (18\text{-}214)$$

Secondo le premesse fatte, è senz'altro chiaro che la sovratemperatura dell'avvolgimento è proporzionale alle sue perdite. Se il motore viene caricato in modo che le perdite aumentino di p volte, l'andamento della sovratemperatura è dato dalla:

$$\vartheta = p\Theta\,(1 - \varepsilon^{-t/T}). \qquad (18\text{-}215)$$

Poichè per le VDE (IEC) la temperatura al tempo t prefissato non deve superare il valore Θ prescritto per il funzionamento continuo, si può porre $\vartheta = \Theta$ e ricavare il valore p una volta che sia stabilito il tempo t di funzionamento:

$$p = \frac{1}{1 - \varepsilon^{-t/T}}\,. \qquad (18\text{-}216)$$

In fig. 18-33 sono tracciati i valori di p per diversi rapporti t/T. Per un funzionamento di 30 minuti, che si verifica spesso in pratica, e per una costante di tempo $T = 30$ min, che corrisponde all'incirca ai piccoli motori protetti, è $p = 1{,}58$ e per motori chiusi con $T = 90$ min è $p = 3{,}50$. Per funzionamento di un'ora ($t = 60$ min) si ottiene quindi $p = 1{,}16$ per motori aperti protetti e $p = 2{,}05$ per motori chiusi.

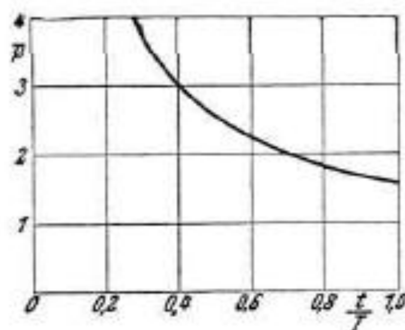


Fig. 18-33. - Aumento ammesso delle perdite (p) per funzionamento di breve durata.

In base ai valori trovati, per il sovraccarico ammesso si può scegliere la potenza del motore che risulta ridotta rispetto alla potenza che il motore stesso dovrebbe avere per funzionamento continuo. Se per l'induzione magnetica della macchina si ammette un ulteriore aumento di $\sqrt{p}$ volte senza peggioramento sensibile delle altre caratteristiche, ad un aumento delle perdite di p volte corrisponde un uguale aumento della potenza nominale. Se invece un aumento dell'induzione magnetica è impossibile, allora si può aumentare la potenza solo di $\sqrt{p}$ volte. La maggior parte dei motori chiusi rientra nel primo caso. Per essi, quindi, è possibile un aumento di p volte della potenza nominale nel funzionamento di breve durata. I motori aperti protetti tanto per corrente con-

tinua quanto per corrente trifase ammettono generalmente solo un piccolo aumento dell'induzione magnetica; per essi l'aumento di potenza ammesso è compreso tra p e $\sqrt{p}$. Per completezza bisogna inoltre notare che la commutazione e la capacità di sovraccarico determinano spesso i limiti che l'aumento di potenza non deve superare.

Il calcolo del coefficiente p risulta molto più esatto se si prende a base del calcolo non la semplice curva esponenziale, ma la (18-161), che, a causa del piccolo valore della costante di tempo T'', per $t > 20$ min può dare risultati molto buoni. Si consideri inoltre il caso in cui, per funzionamento di breve durata, le perdite nell'avvolgimento e nel ferro siano p volte il loro valore nominale. Si ha allora:

$$\vartheta_W = \Theta_W = p\Theta_W'' + p\Theta_W' \left(1 - \varepsilon^{-t/T'}\right) \tag{18-217}$$

donde deriva:

$$p = \frac{1}{1 - \Theta_W' \, \varepsilon^{-t/T'} / \Theta_W} . \tag{18-218}$$

Per l'esempio già citato di un funzionamento di 30 minuti con $T' = 30$ min, si ottiene per $\Theta_W'/\Theta_W = 0{,}7$ il fattore di perdita $p = 1{,}35$, valore diverso da quello (1,58) trovato facendo riferimento alla curva esponenziale semplice. Per un funzionamento di 60 min risulta $p = 1{,}10$ rispetto a 1,16. La differenza aumenta ancora se i motori sono chiusi, per il fatto che le loro costanti di tempo sono elevate. Per $T' = 90$ min e $t = 30$ min si ottiene $p = 2$ invece di 3,5. Poichè si è supposto un aumento p delle perdite nel ferro e nel rame, la potenza del motore aumenta di p volte.

Pure interessante è il caso in cui non è possibile aumentare l'induzione magnetica (e quindi le perdite nel ferro) e si può ammettere solo un aumento delle perdite nel rame. Per risolvere questo problema facciamo altre ipotesi, giustificate solo fino ad un certo punto e che limitano pertanto l'esattezza del calcolo. Precisamente, supponiamo che il sovraccarico faccia aumentare solo la sovratemperatura Θ_W'' (con una certa approssimazione la temperatura dell'avvolgimento), mentre la sovratemperatura Θ_W' (approssimativamente la temperatura nel ferro) resta invariata. Vale quindi la:

$$\Theta_W = p\Theta_W'' + \Theta_W' \left(1 - \varepsilon^{-t/T'}\right) \tag{18-219}$$

da cui risulta:

$$p = 1 + \frac{\Theta_W'}{\Theta_W''} \varepsilon^{-t/T'} . \tag{18-220}$$

Per il solito esempio di $T' = 30$ min e $t = 30$ min, si ottiene $p = 1{,}86$. Poichè le perdite V_W sono circa proporzionali al quadrato del carico, l'aumento consentito della potenza sarà $\sqrt{p} = 1{,}37$, cioè circa uguale a quello che si ha per aumento contemporaneo di entrambe le perdite. Invece per $T' = 90$ min e $t = 30$ min si ottiene $p = 2{,}67$ e $\sqrt{p} = 1{,}63$, valore che risulta molto inferiore a quello che si è ottenuto nel primo calcolo ($p = 3{,}5$). Nella pratica si potrà sempre aumentare l'induzione magnetica di un mo-

tore e l'aumento ammissibile della potenza sarà compreso fra i due casi limite considerati.

Dopo il tempo di carico prescritto, secondo le VDE il motore deve avere tempo sufficiente per raffreddarsi alla temperatura ambiente. Come si è già visto, è sufficiente che passi un tempo pari al triplo della costante di raffreddamento. Se il motore è in movimento durante il periodo di raffreddamento, la costante di raffreddamento risulta uguale a quella di riscaldamento. La durata del raffreddamento è di circa $3 \times (20 \div 40)$ min $= 60 \div 120$ min e in media di 90 min cioè 1,5 ore. Se invece durante il periodo di raffreddamento il motore è fermo, la sua costante di tempo sarà sensibilmente maggiore, circa 100 min e il tempo di raffreddamento necessario sarà di circa 300 min, cioè 5 ore.

Spesso i tempi di raffreddamento sono troppo lunghi e sorge la necessità di inserire nuovamente il motore prima che si sia raffreddato. Ci si chiede quale potrà essere allora l'aumento della potenza della macchina rispetto a quella corrispondente al normale funzionamento continuo. In primo luogo si cercherà di stabilire la temperatura ϑ_a del motore quando ricomincia a funzionare. Essa si ricava, essendo nota la durata del periodo di raffreddamento, ed è:

$$\vartheta_a \approx \Theta_W - \Theta_{W''} - \Theta_{W'}\,\varepsilon^{-t/T'}. \qquad (18\text{-}221)$$

Questa è la nuova temperatura iniziale sia per l'avvolgimento che per il ferro. Questa ipotesi dovrebbe essere esatta, dato che generalmente il raffreddamento dura abbastanza da consentire l'annullamento della differenza di temperatura tra avvolgimento e ferro.

Consideriamo prima il caso in cui tanto le perdite nel rame quanto quelle nel ferro aumentino. L'equazione del riscaldamento è:

$$\Theta_W - \vartheta_a = p\Theta_{W''} + p\Theta_{W'}\,(1 - \varepsilon^{-t/T'}) \qquad (18\text{-}222)$$

donde deriva:

$$p = \frac{1 - \vartheta_a/\Theta_W}{1 - \Theta_{W'}\,\varepsilon^{-t/T'}/\Theta_W}. \qquad (18\text{-}223)$$

Se il riscaldamento ha inizio quando la macchina si trova ad una sovratemperatura ϑ_a data dalla (18-221) si ha una diminuzione di p pari a $(1 - \vartheta_a/\Theta_W)$ rispetto al caso in cui è $\vartheta_a = 0$.

Nel secondo caso, in cui il motore non ammette un aumento dell'induzione e venga quindi usato con lo stesso tipo di collegamento che si usa per il funzionamento continuo, l'equazione del riscaldamento è:

$$\Theta_W - \vartheta_a = p\Theta_{W''} + \Theta_{W'}\,(1 - \varepsilon^{-t/T'}) \qquad (18\text{-}224)$$

donde risulta:

$$p = 1 + \frac{\Theta_{W'}}{\Theta_{W''}}\,\varepsilon^{-t/T'} - \frac{\vartheta_a}{\Theta_{W''}}. \qquad (18\text{-}225)$$

Si può considerare ancora un altro problema. Dato un motore normale ci si chiede per quanto tempo si può caricare tale motore con la sua

potenza nominale in funzionamento ad una temperatura ambiente superiore a quella normale senza che venga superata la sovratemperatura massima consentita. La soluzione si ricava dalla (18-223), in cui si ponga $p = 1$. Risulta così il tempo:

$$t = T' \ln \Theta_W'/\vartheta_a. \tag{18-226}$$

Per una temperatura ambiente di 20 °C più elevata e per $\Theta_W'/\vartheta_a = 0{,}7$ $\Theta_W = 42$ °C il motore può fornire la sua potenza nominale solo per 22 min.

18.9. Funzionamento intermittente e funzionamento continuo con carico intermittente

Secondo questi tipi di funzionamento il carico della macchina è soggetto a variazione periodica, cioè la durata del periodo di lavoro P è data dal tempo a in cui la macchina funziona a carico e dal tempo di riposo b in cui la macchina non funziona. Secondo la VDE, P deve essere al massimo di 10 min perchè il funzionamento possa essere considerato intermittente. Il rapporto $e = a/P$ è chiamato durata relativa di funzionamento, i cui valori normali, fissati dalle VDE sono 15,25 e 40%. Se si arresta la macchina durante la fase di riposo, si ha appunto il funzionamento intermittente, se invece la macchina resta in rotazione si ha funzionamento continuo con carico intermittente. La differenza si riferisce quindi solo al comportamento della macchina in fase di riposo.

Si considererà dapprima il funzionamento intermittente, supponendo che durante il riscaldamento la macchina si comporti come un corpo omogeneo. Ci si propone di determinare il fattore p ammesso per l'aumento delle perdite e l'aumento della potenza in rapporto al funzionamento continuo. *Per funzionamento intermittente la sovratemperatura oscilla tra i* valori ϑ_1 (massimo) e ϑ_2 (minimo). Secondo le VDE, la prima non deve superare la sovratemperatura massima fissata per la classe di isolamento, cioè deve essere $\vartheta_1 = \Theta$. Se si indica con T_a la costante di tempo del riscaldamento nel periodo di funzionamento con Θ_0 sovratemperatura che il motore raggiungerebbe in funzionamento continuo erogando una potenza uguale a quella fornita nel funzionamento intermittente, per la sovratemperatura che si raggiunge al termine del periodo che si è indicato con a, si può scrivere [vedi la (18-136)]:

$$\vartheta_1 = \Theta_0 \left[1 - (1 - \vartheta_a/\Theta_0)\, \varepsilon^{-a/T_a}\right]. \tag{18-227}$$

D'altra parte, per il periodo riposo, con costante di tempo T_b, vale la:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1\, \varepsilon^{-b/T_b}. \tag{18-228}$$

Da queste due espressioni si ottiene:

$$\vartheta_1 = \Theta_0 \frac{\varepsilon^{a/T_a} - 1}{\varepsilon^{a/T_a} - \varepsilon^{-b/T^b}}. \tag{18-229}$$

$\vartheta_1 = \Theta$ e le sovratemperature Θ e Θ_0 sono proporzionali alle perdite. L'aumento consentito delle perdite è quindi:

$$p = \frac{\Theta_0}{\Theta} = \frac{\varepsilon^{a/T_a} - \varepsilon^{b/T_b}}{\varepsilon^{a/T_a} - 1}. \qquad (18\text{-}230)$$

Se si pone:

$$\alpha = \frac{a}{a + bT_a/T_b} \qquad (18\text{-}231)$$

risulta:

$$p = \frac{1 - \varepsilon^{-\frac{a}{\alpha T_a}}}{1 - \varepsilon^{-a/T_a}}. \qquad (18\text{-}232)$$

Il rapporto T_a/T_b è circa 0,25 per motori aperti e circa 0,7 per motori chiusi. Per funzionamento *continuo con carico intermittente* questo rapporto è uguale ad 1. In fig. 18-34 è riportata la grandezza p in funzione di α per diversi valori di a/T_a. Poichè la durata a del periodo di funzionamento a carico è generalmente molto minore della costante di tempo T_a, si può porre con una certa approssimazione $\varepsilon^{-a/T_a} \approx 1 - a/T_a$ e $\varepsilon^{-a/\alpha T_a} \approx \approx 1 - a/\alpha T_a$ si ottiene:

$$p \approx \frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{bT_a}{aT_b}. \qquad (18\text{-}233)$$

Per $T_a = 30$ min e $T_a/T_b = 0,25$ per durata relativa di funzionamento $e = 15\%$ risulta $p \approx 2,42$, per $e = 25\%$, $p \approx \approx 1,75$ e per $e = 40\%$, $p \approx 1,37$. Dalla (18-233) risulta inoltre che p non dipende dai valori assoluti delle costanti di tempo e che è solo il suo rapporto ad avere importanza. Ciò vale tanto più quanto più la espressione approssimata (18-233) è valida, cioè per $a \ll T_a$ e $b \ll T_b$. Dal rapporto delle costanti di tempo si deduce chiaramente che per motori chiusi c'è da aspettarsi un sensibile aumento della potenza che la macchina può fornire rispetto al funzionamento continuo. Per tipi protetti invece questo aumento è minore ed è inoltre limitato dalla capacità di sovraccarico o dalla commutazione.

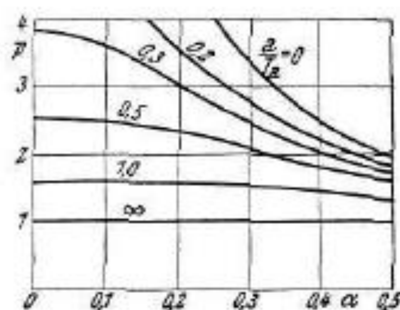


Fig. 18-34. - Aumento ammesso delle perdite (p) per funzionamento intermittente.

Benchè il calcolo a mezzo della legge del riscaldamento di un corpo omogeneo dia risultati veramente semplici utilizzabili in pratica, possono sorgere dei dubbi se l'espressione più esatta (18-161) dia risultati diversi. Si ripeteranno quindi le osservazioni già fatte, ponendo a base di esse la (18-161). Per non rendere il calcolo troppo approssimato, però, è bene introdurre alcune semplificazioni. Poichè secondo le VDE la durata del periodo di lavoro non deve oltrepassare i 10 *min*, il secondo termine della (18-161), avendo una costante di tempo T'' relativamente elevata, è sog-

getto a brevi oscillazioni. Si può quindi supporre questo termine costante nel tempo. Le leggi del riscaldamento e del raffreddamento possono perciò scriversi come segue:

$$\vartheta_W = \Theta_W'' \left(1 - \varepsilon^{-t/T_a''}\right) + \Theta_{Wm}' \qquad (18\text{-}234)$$

$$\vartheta_W = (\vartheta_{\max} - \Theta_{Wm}')\, \varepsilon^{-t/T_b''} + \Theta_{Wm}'. \qquad (18\text{-}235)$$

In questo caso Θ_{Wm}' rappresenta il valore medio del secondo termine. Se ora ϑ_1 e ϑ_2 sono i limiti entro i quali varia la temperatura dell'avvolgimento durante il funzionamento, sulla base delle (18-234) e (18-235), e considerato che la temperatura iniziale del riscaldamento è $(\vartheta_2 - \Theta_{Wm}')$ e la caduta di temperatura è $(\vartheta_1 - \Theta_{Wm}')$, si possono scrivere le seguenti espressioni:

$$\vartheta_1 = \Theta_W' \left[1 - \left(1 - \frac{\vartheta_2 - \Theta_{Wm}'}{\Theta_W''}\right) \varepsilon^{-a/T_a''}\right] + \Theta_{Wm}', \qquad (18\text{-}236)$$

$$\vartheta_2 = (\vartheta_1 - \Theta_{Wm}')\, \varepsilon^{-b/T_b''} + \Theta_{Wm}'. \qquad (18\text{-}237)$$

T_a'' è la costante di tempo minore, relativa al periodo di lavoro (ordine di grandezza da 6 ad 8 min) e T_b'' è quella del periodo di riposo (ordine di grandezza 20 min). Risolvendo le due equazioni si ottiene:

$$\vartheta_1 = \Theta_{Wm}' + \Theta_W'' \frac{\varepsilon^{a/T_a''} - 1}{\varepsilon^{a/T_a''} - \varepsilon^{-b/T_b''}}. \qquad (18\text{-}238)$$

Si distinguono nuovamente due casi; il primo in cui si aumentano le sollecitazioni elettriche e magnetiche, il secondo solo quelle elettriche. Nel primo caso, in seguito all'aumento di p volte subito da tutte le perdite, per funzionamento continuo $\Theta_W = \Theta_W' + \Theta_W''$ la temperatura finale diventa $\Theta_{W,p} = \Theta_{W,p}' + \Theta''_{W,p}$. In questo caso valgono le:

$$\Theta_{W,p} = p\Theta_W, \quad \Theta'_{W,p} = p\Theta_W' \quad \text{e} \quad \Theta''_{W,p} = p\Theta_W''.$$
(18-239), (18-240), (18-241)

È possibile determinare semplicemente anche la temperatura media Θ_{Wm}'. Poichè si sono trascurate le piccole oscillazioni di tale temperatura, è $\Theta'_{Wm} = e\Theta''_{W,p} = \gamma e p \Theta_W'$.

Il fattore γ tiene conto del peggiorato raffreddamento e in media vale:

$$\gamma \approx \frac{1}{e + (1 - e)\, T_a'/T_b'}. \qquad (18\text{-}242)$$

Se ora si introducono questi valori nella (18-238) il valore di p è dato dalla:

$$p = \frac{\varepsilon^{a/T_a''} - \varepsilon^{-b/T_b''}}{(\varepsilon^{a/T''} - 1)\, \Theta_W''/\Theta_W + (\varepsilon^{a/T_a''} - \varepsilon^{-b/T_b''})\, \gamma e \Theta_W'/\Theta_W} \qquad (18\text{-}243)$$

in cui tutte le grandezze sono note, a, b ed e sono date, T_a'', T_b'', T_b'/T_a',

Θ_W''/Θ_W e Θ_W'/Θ_W sono determinati per tentativi. Se si introduce ancora il parametro:

$$p_0 = \frac{\varepsilon^{a/T_a''} - \varepsilon^{-b/T_b''}}{\varepsilon^{a/T_a''} - 1} \qquad (18\text{-}244)$$

che rappresenta un fattore di aumento delle perdite per carico intermittente e per legge di riscaldamento secondo una curva esponenziale semplice [vedi la (18-230)], si ottiene:

$$p = \frac{p_0}{\Theta_W''/\Theta_W + p_0 \gamma e \Theta_W'/\Theta_W}\,. \qquad (18\text{-}245)$$

Nel secondo caso, in cui ha luogo solo un aumento delle sollecitazioni elettriche, bisogna introdurre le stesse semplificazioni già adottate per carico di breve durata. Precisamente, bisogna supporre che per un aumento di p volte delle perdite nel rame abbia luogo solo un aumento di p volte della sovratemperatura Θ_W'', mentre Θ_W' resta invariata. È quindi:

$$\Theta_{W,p} = \Theta_{W,p}'' + \Theta_{W,p}' = p\Theta_W'' + \Theta_W' \qquad (18\text{-}246)$$

$$\vartheta_1 = 0, \qquad \Theta_{Wm}' = \gamma e \Theta_W'. \qquad (18\text{-}247),\ (18\text{-}248)$$

Introducendo questi valori nella (18-238) si ottiene:

$$p = \frac{(\Theta_W - \gamma e \Theta_W')\,(\varepsilon^{a/T_a''} - \varepsilon^{-b/T_b''})}{\Theta_W''\,(\varepsilon^{a/T_a''} - 1)} = \frac{\Theta_W - \gamma e \Theta_W'}{\Theta_W''}\, p_0. \qquad (18\text{-}249)$$

Per chiarire quanto sopra riportato si farà ora un esempio numerico e precisamente con $e = 0{,}25$, quindi $a = 2{,}5$ e $b = 7{,}5$ min. Dapprima si porrà alla base del calcolo la legge di riscaldamento di un corpo omogeneo e si porrà $T_a = 25$ e $T_b = 75$ min, valori che corrispondono alle macchine piccole e protette. Per la (18-230) sarà quindi $p = 1{,}90$. Per il calcolo eseguito basandosi sulla curva di riscaldamento relativa a un sistema di due corpi si assumono i seguenti valori $T_a'' = 8$, $T_b'' = 20$ min, $\Theta_W'' = 0{,}3\ \Theta_W = 18°$ C e $T_b'/T_a' = 3$, donde risulta $\gamma = 2{,}0$ e $p_0 = 1{,}85$. Per il caso di aumento contemporaneo delle due sollecitazioni si ottiene quindi $p = 1{,}95$ [vedi la (18-243)] e anche l'aumento della potenza è di 1,95 volte. Se aumenta solo la sollecitazione elettrica, se cioè lo stesso motore viene usato tanto in funzionamento continuo quanto intermittente senza apportare variazioni di nessuna specie ai collegamenti, per la (18-249) è $p = 4$. In questo caso l'aumento della potenza e di $\sqrt{p} = 2$ volte.

18.10. Perdite e riscaldamento dell'avvolgimento statorico alimentato con un sistema trifase asimmetrico

Stier [18.67] ha pubblicato uno studio particolareggiato sul riscaldamento dell'avvolgimento statorico alimentato con sistema asimmetrico di tensioni e noi ne riporteremo qui i risultati. Il caso meno favorevole è

quello che si ha quando la corrente nella fase W ha proprio il massimo valore possibile $I_W = I_1 + I_2$. Le correnti I_1 e I_2 sono rispettivamente la componente diretta della corrente e quella inversa. Nella tab. 18-4

TAB. 18-4. - Schema delle temperature e delle sovratemperature dell'avvolgimento statorico per rete simmetrica e asimmetrica.

Temperatura e riscaldamenti	Rete simmetrica I_N	Rete asimmetrica $I_W = I_1 + I_2$
Temperatura di una fase di avvolgimento	ϑ_N	$\vartheta_U = \vartheta_V;\ \vartheta_W$
Temperatura *media* dell'avvolgimento	ϑ_N	$\vartheta_m = \frac{1}{3}(2\vartheta_U + \vartheta_W) = \vartheta_N + \Delta\vartheta$
Temperatura dell'aria refrigerata .	ϑ_{LN}	$\vartheta_L = \vartheta_{LN} + \Delta\vartheta_L$
Sovratemperatura media	$\Theta_n = \vartheta_N - \vartheta_{LN}$	$\Theta_m = \vartheta_m - \vartheta_L = \Theta_N - \Delta\Theta$
Sovratemperatura massima	Θ_N	$\Theta_W = \vartheta_W - \vartheta_L = \Theta_N + \Delta\Theta + \Delta\Theta_{max}$

è riportato lo schema delle sovratemperature che si hanno per rete simmetrica e asimmetrica. In seguito all'asimmetria ha luogo un aumento delle perdite pari a:

$$\Delta V = V_N\,[\beta\Delta\vartheta + \beta\lambda\Delta\Theta_{\max} + \lambda^2\,(1 + \beta\Delta\vartheta). \qquad (18\text{-}250)$$

Tale aumento è dovuto a tre cause; in primo luogo all'aumento della temperatura media dell'avvolgimento ($\beta\Delta\vartheta$), in secondo luogo alla differenza tra i valori delle resistenze a caldo e a freddo ($\beta\lambda\Delta\Theta_{\max}$) e infine alla presenza del sistema inverso di corrente [$\lambda^2(1 + \beta\Delta\vartheta)$]. Il rapporto $\lambda = I_1/I_2$ indica il grado di asimmetria del sistema delle correnti. Delle tre cause quella che dà luogo al maggior aumento della perdita è il terzo, seguito dal primo e infine dal secondo che generalmente si può trascurare.

L'aumento della temperatura dell'avvolgimento $\Delta\vartheta$ è dato dall'aumento della temperatura dell'aria refrigerata $\Delta\vartheta_L$ e da quello della sovratemperatura dell'avvolgimento $\Delta\Theta$, come segue:

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_L + \Delta\Theta. \qquad (18\text{-}251)$$

Tra la sovratemperatura e le perdite dell'avvolgimento esiste una dipendenza praticamente lineare, determinabile per tentativi. In base alle precedenti osservazioni, ci si potrebbe aspettare $\Delta\Theta = \Theta_W''\lambda^2$, ma nella realtà si è osservato una sovratemperatura dell'avvolgimento quasi doppia. Molti sono i motivi di tale comportamento, in primo luogo la sovratemperatura dell'avvolgimento rispetto al ferro è generalmente maggiore di Θ_W'' e in secondo luogo le perdite del ferro e quelle del rotore aumentano, facendo così aumentare pure la temperatura dell'avvolgimento.

Infine, in funzionamento asimmetrico la fase W dell'avvolgimento,

sottoposta a carico maggiore, assume una sovratemperatura addizionale $\Delta\Theta_{max}$ rispetto alla sovratemperatura media dell'avvolgimento Θ_m. Questo aumento di sovratemperatura è calcolabile solo per mezzo di misure complementari.

TAB. 18-5. - Riscaldamento e asimmetria della corrente, misurati su un motore asincrono con indotto in corto circuito di 1,1 kW, 50 Hz. Riscaldamento $\Theta_N = 63$°C per corrente nominale $I_N = 2{,}57$ A, temperatura dell'aria refrigerata $\vartheta_{LN} = 24{,}5$°C.

Asimmetria della tensione	0,014	0,0403	0,079	0,097
Rapporto tra corrente inversa e corrente nominale $\lambda = I_1/I_2$	0,089	0,254	0,414	0,50
Differenza tra la sovratemperatura della fase d'avvolgimento sottoposta a carico maggiore e la sovratemperatura media dell'avvolgimento in funzionamento con sistema asimmetrico di tensioni $\Delta\Theta_{max}$ °C	3,0	5,0	10,0	12,4
Differenza delle sovratemperature medie per funzionamento con sistema asimmetrico e simmetrico di tensione $\Delta\Theta$ °C .	1,0	5,0	13,0	20,6
Differenza tra le temperature dell'aria refrigerante per funzionamento con sistema asimmetrico e simmetrico di tensioni $\Delta\vartheta_L$ °C	0,5	1,5	2,5	2,5
Differenza delle temperature massime per funzionamento con sistema asimmetrico e simmetrico di tensione $\Delta\Theta + \Delta\Theta_{max} + \Delta\vartheta_L$ °C	4,5	11,5	25,5	35,5

Nella tab. 18-5 *sono raccolti le diverse sovratemperature supplementari* ricavate in base a misure. Come si può vedere, una asimmetria della tensione di 0,05 ha come conseguenza un aumento notevole della sovratemperatura media e di quello della fase sottoposta a carico maggiore.

19. DIMENSIONAMENTO DELLE MACCHINE

19.1. Dimensioni e utilizzazione dei materiali

19.1.1. Dimensioni principali

19.1.1.1. *Diametro al traferro*

Le dimensioni principali della macchina sono il diametro interno statorico D e la lunghezza ideale di indotto l_i. Più precisamente per la costruzione della macchina è determinante il diametro esterno delle lamiere statoriche D_a, ma poichè esso è in relazione complessa con la potenza della

macchina, può essere determinato solo in un secondo momento della progettazione. Per questo motivo si considera generalmente come dimensione principale il diametro interno statorico (o diametro al traferro). La lunghezza ideale di indotto l_i è quasi uguale alla lunghezza assiale totale (l) dei singoli pacchi di lamierini, senza tener conto quindi dei canali di ventilazione. Come si è visto al paragrafo 4.3., nelle macchine asincrone le superfici frontali e i canali di ventilazione hanno ben poca importanza. Inoltre si deve considerare che nella realizzazione pratica i canali di ventilazione di statore e di rotore non coincidono mai, ma sono più o meno spostati gli uni rispetto agli altri. Poichè ciò fa diminuire la lunghezza ideale del pacco, spesso è bene trascurare l'influenza dei canali di ventilazione nelle macchine asincrone. Nelle macchine sincrone e in quelle a corrente continua, invece, l'influenza delle superfici frontali e dei canali di ventilazione sulla lunghezza ideale di indotto è notevole e non può più essere trascurata.

La potenza e le dimensioni principali della macchina sono legate fra loro dal coefficiente di Esson, e precisamente dalla relazione:

$$C = \frac{P}{nD^2l}. \tag{19-1}$$

C ha le dimensioni di una densità di energia cioè di energia per unità di volume (kW sec/m³), ma può essere anche intesa come forza per unità di superficie, (N/m²) per il quale in elettrotecnica si è introdotto il termine di tensione rotante (σ). Poichè nelle macchine a corrente alternata la spinta rotante lungo la periferia di indotto è variabile nel tempo si introduce un valore medio che per $P = 2\pi nM$ è:

$$\sigma = \frac{2M}{D \cdot \pi Dl} = \frac{1}{\pi^2} \frac{P}{nD^2l} \approx 0{,}1\, C. \tag{19-2}$$

Per potenza in W, dimensioni in metri e velocità in giri al secondo il valore di σ sarà espresso in Ws per metro cubo (Ws/m³ = N/m² = 0,102 kp/m²). In pratica esso è compreso tra 5000 e 50.000 Ws/m³.

Nelle macchine a corrente alternata per il dimensionamento non è determinante la potenza nominale in kW, ma quella apparente in kVA. Per le sollecitazioni magnetiche poi non è determinante la tensione di rete U, ma la f.e.m. interna E. Quindi la potenza apparente interna della macchina in base alla quale bisogna determinare le dimensioni principali è espressa dalla:

$$P_{si} = \frac{E}{U} \frac{P_N}{\eta \cos \varphi} \tag{19-3}$$

in cui η e $\cos \varphi$ si possono ricavare dalle norme o valutare approssimativamente. Il rapporto delle tensioni è in media $E/U \approx 0{,}95$ nei motori e 1,05 nei generatori.

Per potenze comprese in un limitato intervallo il coefficiente dato dalla (19-2) può essere considerato costante, mentre per potenze comprese tra 1 e 5000 kW varia da 5000 a 50.000 Ws/m³. Come si vedrà nel seguito, il valore del coefficiente di σ può essere calcolato in base alle sollecitazioni magnetiche ed elettriche, ma nel dimensionamento di una macchina viene valutato approssimativamente sulla base delle esperienze già acquisite su altre macchine.

Se si introduce nella (19-2) il rapporto:

$$\lambda = l_i/\tau \tag{19-4}$$

in cui $\tau = \pi D/2p$ rappresenta il passo polare, si ottiene:

$$D = \frac{1}{\pi}\sqrt[3]{\frac{2}{\sigma}}\sqrt[3]{\frac{P_{si}p}{n\lambda}} \,. \tag{19-5}$$

Tuttavia il diametro D di macchine ben utilizzate può essere espresso dalla:

$$D = a + b\sqrt[3]{P_{si}p/n\lambda} = a + b\pi D\sqrt[3]{\sigma/2}\,. \tag{19-6}$$

Esprimendo a in m, b in m/Ws$^{1/3}$, P_{si} in W ed n in giri/sec, D risulterà in m. Dalla (19-6) si ottiene il valore medio di σ:

$$\sigma = 2\left(\frac{1 - a/D}{\pi b}\right)^3 \text{Ws/cm}^3 =$$

$$= 2\cdot 10^6\left(\frac{1 - a/D}{\pi b}\right)^3 \text{Ws/m}^3 = 2000\left(\frac{1 - a/D}{\pi b}\right)^3 \text{kWs/m}^3 \tag{19-7}$$

che dipende dal diametro e dalle costanti a e b. Per $a = 0$ sarebbe $\sigma = 2000/(\pi b^3)$ kWs/m³. Le costanti a e b sono determinabili graficamente riportando in un diagramma i valori di D e della radice $\sqrt[3]{P_{si}p/n\lambda}$ ricavati da macchine già costruite e collegando con una retta i punti così ottenuti. Richter [19.1] ha pubblicato appunto i valori di queste costanti rilevati su macchine ventilate ben utilizzate ed i suoi risultati coincidono sostanzialmente con quelli dell'autore. In considerazione delle notevoli utilizzazioni considerate da Richter, sarebbe tuttavia meglio dimensionare le macchine in proporzioni un poco maggiori. Quanta maggior esperienza si possiede nel campo della costruzione delle macchine, tanto più ci si avvicina ai limiti dell'utilizzazione.

La costante a della (19-6) tiene conto dell'aumento del diametro di indotto necessario sia per l'isolamento dell'avvolgimento sia per i particolari elementi costruttivi della macchina. Tale costante varia entro limiti molto ampi (vedi tab. 19-1) a seconda del tipo di macchina; essa ha un valore minimo ($a = 0{,}025$ m) per le macchine asincrone con rotore a gabbia, poichè l'avvolgimento a gabbia non ha isolamento e il rotore è praticamente un corpo circolare e simmetrico rispetto al centro. Seguono

poi con $a = 0{,}06$ m le *macchine a corrente continua e quelle asincrone* con rotore avvolto che hanno esse pure un rotore simmetrico, di sezione circolare, ma con avvolgimento rotorico isolato. In questo gruppo di macchine rientrano pure le piccole macchine sincrone con poli esterni. Le macchine sincrone con poli salienti interni non hanno un rotore simmetrico. Per questo tipo di rotore si deve prevedere un diametro maggiore, se, ad esempio nel caso di macchine grandi con $D > 0{,}4$ m, esiste anche l'avvolgimento smorzatore e la macchina è prevista per alta tensione. In queste macchine la costante a varia tra 0,1 e 0,15 m ed ha lo stesso valore anche nelle macchine a poli non salienti con $p = 1$ (turbogeneratori) poichè anche in questo caso il rotore è asimmetrico. Nei motori chiusi di piccola e media potenza con ventilazione esterna le dimensioni della macchina sono determinate essenzialmente in funzione della trasmissione del calore dall'interno all'esterno e il tipo del rotore non ha la minima importanza; la costante a è quindi nulla.

La costante b è il vero indice dell'utilizzazione di una macchina. La sua grandezza varia assai poco per i vari tipi di macchine e dipende dal raffreddamento (velocità periferica, blindaggio) e in piccola misura dalle perdite addizionali. Tale costante ha un valore molto basso nel caso degli alternatori sincroni ($b = 0{,}012$ m/Ws$^{1/3}$) e delle macchine asincrone con indotto ad anelli ($b = 0{,}0127 \div 0{,}013$ m/Ws$^{1/3}$), avendo questi tipi di macchina perdite addizionali non elevate. La costante ha un valore un po' più elevato per le macchine asincrone in corto circuito a causa delle perdite addizionali nella gabbia non isolata. Per questo aumento non esistono ancora informazioni sufficienti, poichè i costruttori cercano di ottenere dimensioni uguali per i motori a gabbia e per quelli con rotore avvolto. In tab. 19-1 l'autore ha indicato i valori di b per i due tipi di motore in base alla propria esperienza. Anche le macchine a corrente continua hanno perdite addizionali poco elevate, però dissipano energia sul commutatore. Perciò la costante ($b = 0{,}0112$ m/Ws$^{1/3}$) è minore di relativa alle macchine sincrone e alle asincrone. Le macchine chiuse quella ventilate esternamente a causa della loro elevata resistenza termica devono essere calcolate con una costante notevolmente superiore ($b = 0{,}0158$ m/Ws$^{1/3}$).

Le macchine monofasi presentano un'utilizzazione minore di quelle polifasi (vedi paragrafo 19.1.4) poichè il fattore d'avvolgimento è minore ed una parte della periferia di indotto non è avvolta. In teoria cioè comporta un aumento della potenza interna di $1{,}5 \cdot 0{,}96/0{,}83 = 1{,}7$ volte, ma in pratica, data che un terzo della periferia di indotto non è avvolto e non è quindi sede di perdite Joule possono ammettere perdite specifiche più elevate nelle altre parti della macchina. L'aumento di potenza risulta quindi pari a circa 1,6 volte e la costante b è uguale a $0{,}012\sqrt[3]{1{,}6} = 0{,}0140$ m/Ws$^{1/3}$ per i generatori monofasi e $a = 0{,}0127\sqrt[3]{1{,}6} = 0{,}015$ m/Ws$^{1/3}$ per i motori.

Le macchine a corrente alternata con magnete permanente presen-

tano un'utilizzazione sensibilmente inferiore rispetto a quella dei normali generatori. In considerazione della stabilità della tensione i valori dell'induzione e della densità lineare di corrente sono ridotti rispetto ai valori normali. Non essendo necessario un avvolgimento di eccitazione la costruzione del rotore a poli salienti richiede poco spazio e la costante a è praticamente uguale a zero. La costante b dipende naturalmente dal materiale di cui è fatto il magnete e varia da 0,035 a 0,045 $m/Ws^{1/3}$, se per la potenza interna si introduce il valore $P_{si} \approx 1{,}1 P_N$.

Per ciò che riguarda le macchine omopolari, bisogna tener conto che il loro circuito magnetico è sede di un flusso continuo oltre che del flusso utile il che porta ad una riduzione della utilizzazione. Se si suppone che il valore dell'induzione del campo continuo durante il funzionamento a vuoto sia pari a 1,25 volte il valore dell'induzione del campo alternato, la potenza da considerare per il dimensionamento della macchina sarà $(1 + 1{,}25)P_N = 2{,}25 P_N$. Passando da vuoto a carico però l'induzione del campo alternato diminuisce almeno del 50% per effetto della reazione di indotto, mentre l'induzione del campo continuo resta invariata. Per ottenere il flusso suddetto, bisogna diminuire la densità lineare di corrente approssimativamente alla metà del valore adottato per le normali macchine. La potenza totale di dimensionamento della macchina aumenta fino a raggiungere il valore $P_{st} \approx P_{si} 2(0{,}5 + 1{,}25)/0{,}5 = 7 P_{si}$; la costante b vale quindi circa $0{,}012 \sqrt[3]{7} = 0{,}023$ $m/Ws^{1/3}$. Nella pratica essa varia tra 0,02 e 0,025 $m/Ws^{2/2}$, se per la potenza interna si pone $P_{st} \approx P_{sN}$. Per il numero di paia di poli e il passo polare si assumono i valori fittizi $p = 60f/n$ e $\tau = \pi D/2p$. Essendo necessario un avvolgimento di eccitazione, la costante a assume un valore elevato e cioè 0,10 m.

Per il dimensionamento delle grandi macchine a corrente continua veloci e delle macchine a corrente alternata a collettore è necessario fare ulteriori considerazioni. Per queste macchine l'utilizzazione è generalmente inferiore a quelle dei tipi normali e altre caratteristiche sono determinanti.

In realtà, per tutte le macchine, eccezion fatta per i motori a ventilazione esterna è $a > 0$. Secondo la (19-7) tanto σ quanto C aumentano all'aumentare delle dimensioni della macchina. La variabilità della costante ha indotto alcuni studiosi a cercare una costante indipendente dalle dimensioni della macchina. Così ad esempio Postnikow [19-7] ha ricavato una costante universale, il cui valore dipende dall'utilizzazione dello strato attivo, cioè da quella parte di indotto che porta l'avvolgimento. Oltre al fattore totale di stipamento dello strato la costante comprende pure l'induzione nei denti (o nell'aria, rispettivamente) e la densità di corrente nell'avvolgimento di indotto. Quest'ultima varia al variare delle dimensioni e poichè il suo rapporto con le altre grandezze non è stato ancora ben definito, la costante universale perde ogni importanza d'ordine pratico.

L'aumento della costante della macchina all'aumentare delle dimensioni è dovuto non solo alla migliore utilizzazione dello strato attivo, ma soprattutto alla diminuzione della dispersione totale della macchina, come si vedrà nel seguito.

TAB. 19-1. - Valori delle costanti a e b nelle diverse macchine.

	a m	b m/Ws$^{1/3}$	
		p = 1	p = 2
Macchine a corrente continua	0,045	—	0,0112
Macchine sincrone a poli salienti ($\cos\varphi = 0{,}8$) $D < 40$ cm, a bassa tensione	0,10	—	0,012
Macchine sincrone a poli salienti ($\cos\varphi = 0{,}8$) $D > 0{,}40$ cm, a alta tensione	0,15	—	0,012
Piccole macchine sincrone con poli esterni	0,05	—	0,0122
Turboalternatori ($\cos\varphi = 0{,}8$)			
Raffreddamento ad aria	0,15	0,0106	—
Raffreddamento a idrogeno tipo indiretto con pressione di 2-3 ate	0,15	0,0094	—
Macchine asincrone con avvolgimento a gabbia	0,025	—	0,0127
Macchine asincrone con rotore avvolto	0,03	—	0,0130
Macchine asincrone a ventilazione esterna con avvolgimento a gabbia	0	—	0,0158

19.1.1.2. *Lunghezza di indotto*

La lunghezza ideale di indotto si ricava dal rapporto λ ed è:

$$l_i = \lambda\tau.$$

La lunghezza totale del ferro è circa uguale alla lunghezza ideale di indotto. Valori elevati λ significano macchine lunghe, di costruzione più economica ma con problemi notevoli di raffreddamento, tanto che le difficoltà di raffreddamento pongono un limite per la lunghezza della macchina. Il temuto peggioramento del rendimento e del fattore di potenza praticamente non si verifica o si verifica solo in proporzioni assai modeste. Le ditte costruttrici europee producono generalmente macchine più lunghe di quelle delle ditte americane, senza che esse perdano in rendimento e fattore di potenza. Attualmente si riscontra la tendenza a costruire macchine sempre più lunghe.

Nelle macchine a corrente continua il numero di poli è indipendente dalla velocità, per cui per λ si sceglie un valore compreso tra 0,5 e 1,0. Nelle macchine a corrente alternata il numero di poli è legato alla velocità e quindi la scelta di λ è limitata. In base all'esperienza si sa che i valori più convenienti di λ sono:

$$\lambda \approx 0{,}5\sqrt{p} \qquad (19\text{-}8)$$

per le macchine sincrone e

$$\lambda \approx \sqrt[3]{p}. \qquad (19\text{-}9)$$

per quelle asincrone.

Le (19-8) e (19-9) valgono per $p > 1$. Per ragioni di resistenza meccanica nei turbogeneratori i valori di λ sono sensibilmente più elevati, e

precisamente sono compresi tra 1 e 3. Da un confronto tra le (19-8) e (19-9) segue che le macchine asincrone, soprattutto quelle veloci, sono notevolmente più lunghe di quelle sincrone (vedi tab. 19-2).

Per ottenere un raffreddamento migliore, si suddivide la lunghezza totale del ferro in più pacchi separati da canali di ventilazione. L'opinione un tempo generale che la sovratemperatura della macchina diminuisca di molto per effetto della presenza di numerosi canali, non è oggi riconosciuta universalmente come valida. La normale lunghezza dei pacchi è compresa tra 8 e 4 cm. Se la lunghezza del ferro non supera i 20 cm di norma non si adottano canali di ventilazione, mentre per una lunghezza di 25 cm è sufficiente un canale e per 30 cm due. Per lunghezze ancora maggiori la suddivisione viene eseguita realizzando i singoli pacchi di lunghezza pari a circa 6 cm. I canali di ventilazione hanno generalmente una lunghezza di 1 cm. Spesso si sono però costruite con buon successo macchine molto lunghe senza canali radiali, quindi con ventilazione e canaliassiali.

TAB. 19-2. - Rapporto λ per tipi diversi di macchine

$p =$	Macchine a corrente continua	Macchine sincrone	Macchine asincrone
1		$1 \div 4$	$0{,}6 \div 1$
2		0,7	1,26
3	$0{,}5 \div 1{,}0$	0,87	1,44
4		1,0	1,59
6		1,22	1,81
12		1,74	2,29
24		2,45	2,88

19.1.1.3. *Traferro*

L'ampiezza del traferro ha un'importanza fondamentale per il funzionamento della macchina. Un traferro limitato richiede una f.m.m. di magnetizzazione poco elevata e quindi le perdite nell'avvolgimento magnetizzante diminuiranno. Nelle macchine che richiedono alla rete la corrente di magnetizzazione aumenta pure il fattore di potenza, mentre molti termini di perdita addizionale aumentano al diminuire del traferro. Nonostante la sua grande importanza, ancora oggi l'ampiezza del traferro viene stabilita in base a formule empiriche. Per le macchine asincrone di potenza fino a 250 kW essa è fissata dalle norme VDE. Per macchine soggette a norme e per macchine di potenza maggiore, non soggette a norme, valgono le seguenti formule sperimentali:

$$p = 1 \qquad \delta \approx 10^{-4} + 0{,}225_{10^{-4}} \sqrt[3]{P_N}\,\mathrm{m}\,, \tag{19-10}$$

$$p \geq 2 \qquad \delta \approx 10^{-4} + 0{,}145_{10^{-4}} \sqrt[3]{P_N}\,\mathrm{m}\,. \tag{19-11}$$

L'ampiezza minima ammessa è di circa 0,2 mm. Per ragioni meccaniche l'ampiezza del traferro non deve essere inferiore a 0,001 D. Le (19-10)

e (19-11) indicano che per un numero di poli dato, l'ampiezza del traferro e il diametro del foro stanno in un rapporto fisso, essendo il diametro proporzionale alla radice cubica della potenza con σ costante. In realtà σ aumenta con il diametro ed è approssimativamente (per $a = 0$ e $b =$ costante) $\sigma \sim D^{1/4}$. Per la (19-2) si ottiene per la potenza nominale la seguente espressione:

$$P_N \sim \sigma D^2 ln \sim D^{13/4}\lambda/p^2.$$

Per le (19-10) e (19-11) del traferro è quindi:

$$\delta = \alpha + \beta D^{13/12}\lambda^{1/3}/p^{2/3}, \qquad (19\text{-}12)$$

in cui α e β sono delle grandezze costanti. Trascurando la costante α, che rappresenta l'ampiezza limite inferiore, per numero di poli dato l'ampiezza del traferro aumenta un poco più che linearmente con il diametro e cioè vale la $\delta \approx D^{13/12}$.

Per il diametro dato la lunghezza del traferro dipende dal numero di poli e dal rapporto λ. Nelle macchine piccole spesso è $l =$ cost., cioè $\lambda \approx p$ e quindi $\delta \approx p^{-1/3}$, nelle macchine grandi invece, si sceglie λ secondo la (19-9) e l'ampiezza del traferro è quindi $\delta \approx p^{-5/9}$. Se a parità di diametro si considerano due valori, uno triplo dell'altro del numero dei poli, nel primo caso ($l =$ cost) l'ampiezza del traferro sarà $\delta = 0{,}69\delta_1$ e nel secondo $\delta = 0{,}54\delta_1$ in cui δ_1 è l'ampiezza del traferro per numero di poli minore.

Nelle macchine a corrente continua e in quelle sincrone l'ampiezza del traferro è determinata dal passo polare e dal rapporto A/B_L. Per il traferro sotto la mezzeria del polo vale la seguente espressione:

$$\delta_0 = \gamma\tau A/B_L \cdot 10^{-6}\,\text{m} \qquad (19\text{-}13)$$

in cui la costante γ ha i seguenti valori:

macchina a c.c. senza avvolgimento compensatore	0,36
macchina a c.c. con avvolgimento compensatore	0,27
macchine sincrone a poli salienti e traferro costante (vedi fig. 4-6*a*)	0,7
macchine sincrone a poli salienti e traferro sagomato (vedi fig. 4-6*b*-*c*)	0,45
turbogeneratori	0,25

La (19-13) è stata calcolata teoricamente imponendo una limitata deformazione del campo causata dal campo trasversale di reazione di indotto. La grandezza $\tau A/\delta_0$ rappresenta infatti il campo trasversale di indotto (B_q). Dalla (19-13) deriva che è $B_q/B_L = 1/\gamma =$ cost. Richter [2-3] ha calcolato tale costante ed è pervenuto ai risultati sopraindicati. Tuttavia a causa della saturazione del ferro il calcolo è piuttosto incerto ed è quindi meglio considerare γ come dato sperimentale.

Se si vuole esprimere l'ampiezza del traferro in funzione del diametro e del numero di poli, risulta:

$$\delta_0 \sim \frac{D}{p} \frac{A}{B_L}. \tag{19-14}$$

Nelle macchine a corrente continua l'induzione e la densità lineare di corrente aumentano quasi nelle stesse proporzioni all'aumentare del diametro. Si ottiene $A/B_L =$ costante e:

$$\delta_0 \sim D/p. \tag{19-15}$$

Nelle macchine sincrone la densità lineare di corrente aumenta, all'aumentare del diametro, assai più rapidamente che non l'induzione B_L. In base all'esperienza si può porre $A/B_L \sim D^{0,1-0,25}$ e quindi

$$\delta_0 \sim D^{1,1 \div 1,25}/p. \tag{19-16}$$

L'ampiezza del traferro della macchina sincrona dipende dal diametro e dal numero di poli molto più di quanto da questi dipenda il traferro della macchina asincrona.

19.1.1.4. *Diametro esterno di statore nelle macchine a corrente alternata*

Il diametro esterno del pacco di lamierini statorico è dato dal diametro interno più il doppio dell'altezza del giogo e dei denti, come segue:

$$D_a = D + 2\,(h_j + h). \tag{19-17}$$

L'altezza del giogo (h_j) si deduce dal rapporto delle induzioni nel traferro (B_L) e nel giogo (B_j), dal rapporto $\varkappa = l_i/k_{Fe}l$ tra la lunghezza ideale del ferro e quella reale e dal rapporto $\xi = 2\Phi_A/\Phi_L$ dei flussi nel giogo e nel traferro:

$$h_j = \frac{\xi\varkappa\tau}{\pi} \frac{B_L}{B_j} = \frac{\xi\varkappa D}{2p} \frac{B_L}{B_j}. \tag{19-18}$$

La (19-18) esprime la nota relazione tra l'induzione al traferro e nel giogo [vedi la (8-20)], corretta secondo il rapporto ξ. Questa correzione è necessaria poichè il doppio del flusso nel giogo non è uguale al flusso al traferro, come si è supposto precedentemente bensì differisce del valore del flusso di dispersione alla cave. In fig. 19-1*a* sono rappresentati i flussi citati per macchina con eccitazione sullo statore e in fig. 19-1*b* per eccitazione rotorica. Nel primo caso è

$$\xi = \frac{\Phi_L + 2\Phi_N}{\Phi_L} \approx 1 + I_b X_{\sigma N}/U, \tag{19-19}$$

e nel secondo

$$\xi = \frac{\Phi_L - 2\Phi_N}{\Phi_L} \approx 1 - I_b X_{\sigma N}/U, \tag{19-20}$$

in cui I_b rappresenta la corrente reattiva statorica. Il primo caso si riferisce alla macchina asincrona, il secondo alla macchina sincrona. Nelle macchine asincrone per funzionamento a vuoto è $\xi > 1$, precisamente $\xi = 1 + \sigma_N$; ξ aumenta con il carico ma mai più del doppio. Nelle macchine sincrone ξ è uguale a 1 per funzionamento a vuoto e diminuisce all'aumentare del carico.

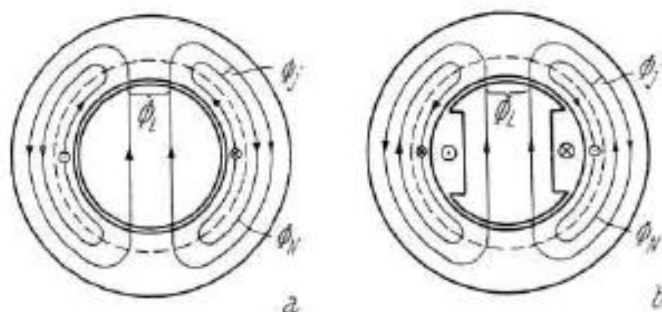


Fig. 19-1. - Flusso al traferro (Φ_L), di dispersione di cava (Φ_N) e nel giogo (Φ_j) di una macchina ad eccitazione rotorica (a) e statorica (b).

L'altezza h del dente (o profondità della cava) si determina come segue. Se si indica con $a = a/\tau_z$ (vedi fig. 8-1) il rapporto tra apertura di cava e passo alle cave, il valore massimo dell'induzione alla testa dei denti è espressa dalla:

$$B_{Z\,\max} = \frac{\tau z}{c} \varkappa\zeta B_L = \frac{\varkappa\zeta}{1-a} B_L. \tag{19-21}$$

Se inoltre si introducono il fattore di stipamento del rame k_{Cu} (rapporto tra la sezione del rame e la sezione della cava), la densità di corrente S (A/m²) e la densità lineare di corrente A (A/m), la sezione totale del rame è:

$$Q_{Cu} = a\pi D k_{Cu} h = \frac{\pi D A}{S} \text{ m}^2. \tag{19-22}$$

L'altezza della cava h risultante dalla (19-21) e dalla (19-22) è espressa dalla:

$$h = \frac{A}{S a k_{Cu}} = \frac{A}{S k_{Cu} (1 - \varkappa\zeta B_L/B_{Z\,\max})}. \tag{19-23}$$

Il diametro esterno di statore sarà quindi:

$$D_a = D\left(1 + \frac{\zeta\varkappa B_L}{p B_j}\right) + \frac{2 \cdot A}{S k_{Cu} (1 - \varkappa\zeta B_L/B_{Z\,\max})}. \tag{19-24}$$

Nelle macchine asincrone ventilate le diverse grandezze della (19-24) hanno i seguenti valori: $A = 2 \cdot 10^4 \div 5 \cdot 10^4$ A/m, $S = 3 \div 6 \cdot 10^6$ A/m², $\varkappa = 1{,}15$, $B_L/B_{Z\max} \approx 0{,}4$, $B_L/B_j \approx 0{,}6$, $\zeta \approx 1{,}05$ e

$k_{Cu} \approx$ 0,36 per bassa tensione e conduttori rotondi
0,50 per bassa tensione e conduttori rettangolari
0,30 per alta tensione e conduttori rotondi
0,40 per alta tensione e conduttori rettangolari

Per macchina a bassa tensione di media potenza con $A = 30 \cdot 10^4$, $S = 4{,}5 \cdot 10^6$ e $k_{Cu} = 0{,}4$ e per macchine di uguale potenza ad alta tensione con $A = 4 \cdot 10^4$, $S = 3 \cdot 10^6$ e $k_{Cu} = 0{,}4$ il diametro esterno è espresso rispettivamente dalle:

$$\begin{aligned} D_a &= D\,(1 + 0{,}725/p) + 0{,}07 \text{ m}, \\ D_a &= D\,(1 + 0{,}725/p) + 0{,}13 \text{ m}. \end{aligned} \tag{19-25}$$

Analogamente, per macchine sincrone ($\zeta = 0{,}95$) si ottiene:

$$\begin{aligned} D_a &= D\,(1 + 0{,}66/p) + 0{,}06 \text{ m}, \\ D_a &\approx D\,(1 + 0{,}66/p) + 0{,}12 \text{ m}. \end{aligned} \tag{19-26}$$

Confrontando le (19-25) con le (19-26) si nota che nelle macchine sincrone il rapporto tra il diametro al traferro e il diametro esterno è maggiore che nelle macchine asincrone.

TAB. 19-3. - Rapporto tra il diametro al traferro e quello statorico esterno nelle macchine asincrone.

	1	2	3	4
Secondo la (19-25)	0,52	0,635	0,685	0,73
Determinato empiricamente	0,56	0,63	0,70	0,72

Il rapporto D/D_a per D compreso tra 0,3 e 0,75 m è stato calcolato mediante la (19-25) per diversi valori del numero di poli e i risultati sono stati raccolti in tab. 19-3. nella quale si possono trovare pure valori sperimentali. Per macchine a ventilazione esterna si ottengono gli stessi rapporti D/D_a che risultano per le macchine ventilate, mentre l'altezza h_j è minore e l'altezza del dente h maggiore.

19.1.1.5. *Determinazione della potenza per una determinata serie di macchine*

Data una serie di macchine con diametri esterni determinati, per calcolare le potenze nel caso di numero di poli diverso, si deve dapprima calcolare il diametro al traferro applicando la (19-24) dopo aver stabilito i valori di B_L, A ed S. Poichè il fattore di stipamento k_{Cu} è minore per avvolgimento ad alta tensione rispetto a quelli a bassa tensione, nel primo caso si ottiene un diametro minore. A causa della peggiore trasmissione di calore dell'avvolgimento (isolamento più spesso), nelle macchine ad alta tensione i valori di A e di S debbono essere minori di quelli che si adattano per macchine a bassa tensione. Per entrambi i motivi esposti le macchine ad alta tensione con gli stessi diametri esterni e le stesse lunghezze del ferro possono sviluppare potenze minori. Nelle grandi macchine ($D > 1$m) la differenza nel diametro al traferro nei due casi considerati diventa piccola e per ragioni costruttive si sceglie un ugual diametro al traferro. Anche l'isolamento degli avvolgimenti differisce di molto poco così

che in entrambi i casi si possono scegliere gli stessi valori di A ed S. La potenza che le grandi macchine possono fornire, per diametri esterni uguali, è praticamente indipendente dalla tensione. Se per le macchine di media potenza, costruite per bassa e per alta tensione, si vuole avere per ragioni costruttive un unico valore del diametro, bisogna diminuire la densità lineare di corrente A e quindi la potenza nel caso di macchina ad alta tensione, in modo che risulti:

$$\frac{A}{Sk_{Cu}} = \text{cost.} \tag{19-27}$$

Se si mantiene questa densità di corrente, la riduzione della potenza è:

$$\frac{P_h}{P_n} = \frac{A_h}{A_n} = \frac{k_{Cu,\,h}}{k_{Cu,\,n}}, \tag{19-28}$$

in cui i valori per alta tensione sono contrassegnati da h al piede e per bassa tensione da n. La (19-28) tiene conto anche della peggiore trasmissione del calore. Per una tensione compresa fra 3 e 6 kV si ottiene in media una potenza pari a $0{,}4/0{,}5 = 0{,}8$ volte quella che si ha per bassa tensione. In verità se si riduce la densità lineare di corrente, in considerazione della corrente e della coppia di avviamento è necessario diminuire anche l'induzione. In pratica però questa diminuzione non è necessaria, perchè la dispersione è maggiore nella macchina ad alta tensione, a causa del numero di cave generalmente minore e delle testate delle matasse più lunghe e raramente viene richiesto che si mantengono gli stessi valori di corrente e di coppia di avviamento.

Noti i valori di B_1 ed A, il coefficiente σ medio è espresso dalla [vedi la (19-62)]:

$$\sigma = \frac{\xi_1}{\sqrt{2}} A B_1 \ \text{Ws/m}^3, \tag{19-29}$$

da cui, con diametro D e lunghezza ideale di indotto l_i deriva la seguente potenza apparente:

$$P_{si} = \pi^2 \sigma n D l_i, \tag{19-30}$$

e la corrispondente potenza nominale della macchina:

$$P_N = \frac{U}{E} \eta \cos\varphi \, P_{si}, \tag{19-31}$$

Nella (19-29) ξ_1, rappresenta il fattore di avvolgimento statorico; per normali avvolgimenti trifasi il suo valore è $\xi_1 = 3/\pi$.

19.1.1.6. *Progetto di una serie di macchine*

Per la progettazione di una serie di macchine viene stabilita la tabella delle potenze; la ragione della serie per motori di piccola (fino

ad 1,1 kW) e media potenza (fino a 40 kW) è regolato dalle norme VDE. Per le prime vale la serie R 5 con ragione $\sqrt[5]{10} \approx 1{,}6$ e per le seconde la serie R 7 con ragione $\sqrt[7]{10} \approx 1{,}4$; per macchine più grandi si sceglie la serie R 9 ragione 1,3. Di norma, ad ogni diametro corrispondono più lunghezze del ferro e quanto minore è la produzione (numero delle macchine) tanto più è economico avere a disposizione più lunghezze così che diminuisce il numero dei diametri. Bobek [19.4] consiglia di stabilire 2 lunghezze fino a 100 kW ($p = 2$) e per potenze maggiori tre. Poichè la sua esperienza si riferisce ad una grande fabbrica, per fabbriche di minore importanza questo limite si avrà già per 50 kW. Per potenze superiori a 500 kW si possono scegliere persino quattro diverse lunghezze di indotto. Se si indica con k la ragione della serie di potenza e con Z il numero delle lunghezze, si istituiscono le seguenti proporzionalità (con $l = l_i$):

$$P \sim D^2 l, \tag{19-32}$$

$$kP \sim kD^2 l, \tag{19-33}$$

$$k^{Z-1}P \sim k^{Z-1}D^2 l. \tag{19-34}$$

Al variare del diametro da D a D_1 e per valore costante di $\lambda = l/\tau$ la prima lunghezza del ferro è $l_1 = lD_1/D$. Per diametro uguale e lunghezza diversa le utilizzazioni elettriche e magnetiche (A e B_L) hanno di norma valori uguali. Generalmente, al variare del diametro invece è ammesso un aumento di queste sollecitazioni, in modo tale che σ e l'utilizzazione della macchina aumentano di γ volte. La potenza della macchina con il nuovo diametro D_1 e la lunghezza del ferro l_1 è:

$$k^Z P \sim \gamma D_1^2 l_1 = \gamma l D_1^3/D. \tag{19-35}$$

Dividendo la (19-35) per la (19-32) si ottiene:

$$k^Z = \gamma\,(D_1/D)^3,$$

donde risulta:

$$D_1 = D\,\sqrt[3]{k^Z/\gamma} \tag{19-36}$$

Anche i diametri esterni sono legati da analoga relazione. Nelle macchine asincrone di piccola e media potenza è $\gamma \approx (D_1/D)^{1/4}$ e quindi risulta:

$$D_1 \approx D k^{4Z/13}.$$

La ragione K e il rapporto tra le lunghezze massime e minime $v = l_{max}/l_{min}$ sono in un rapporto ben determinato. Dalle (19-33) e (19-34) si ottiene:

$$v = k^{Z-1} \qquad \text{e} \qquad Z = \frac{\ln v}{\ln k} + 1. \tag{19-37}$$

$k = 1{,}27$ corrisponde ai valori $v = 2$ e $Z = 4$. Viceversa $Z = 3$ corrisponde a $v = 1{,}6$. Il valore $v = 2$ corrisponde inoltre a macchine realizzabili in pratica, per cui si possono usare anche quattro lunghezze del

ferro. Per $Z = 3$, $k = 1{,}3$ e $\gamma = 1{,}06$ il rapporto tra i diametri e $D_1/D = 1{,}27$ [vedi la (19-36)]:

Per economizzare sul numero delle carcasse, di norma si costruiscono le lamiere di un modello per diversi numeri di poli con lo stesso diametro esterno. Generalmente però il diametro al traferro varia al variare del numero dei poli. Di norma lamiere per macchine a due, quattro e sei poli hanno diametri diversi. Lamiere per macchine da otto a sedici poli hanno diametri tutti diversi oppure in parte comuni. Nelle macchine più piccole si cerca di limitare il numero dei diametri e di renderli uguali a quelli della macchina a sei poli. Non si può dare una regola generale. Per un numero di poli superiore a 16 si mantiene di norma lo stesso diametro. L'aumento dell'altezza del giogo per $p \geq 16$ è piccolo, mentre aumentano le possibilità di utilizzare gli stessi stampi e lo stesso rotore. Soprattutto per diametri esterni maggiori di 1 m., è economico limitare il numero degli stampi a segmenti, assai costosi, e si usano spesso diametri uguali già a partire da $2p \geq 12$.

Anche la lunghezza del ferro di un modello è diversa per numero di poli diversi. Per macchine bipolari, dato il maggiore spazio destinato alle testate delle matasse, bisogna scegliere una lunghezza inferiore rispetto a quella per le macchine con $p > 3$. Per macchine a quattro poli a bassa tensione è ancora possibile a volte usare la lunghezza della macchina a sei poli, mentre per alta tensione si utilizza generalmente una lunghezza minore. Per $p = 3$ di norma è possibile mantenere la stessa lunghezza, spesso persino per tipi a bassa e ad alta tensione. Il limite economico superiore per macchine a bassa tensione dovrebbe essere di circa 500 kW; il limite inferiore per una tensione di 3 kV è di circa 80 kW e di 200 kW circa per 6 kV di tensione.

Poichè lo spazio necessario per le testate delle matasse diminuisce all'aumentare del numero dei poli, per lo stesso modello si può scegliere, per un numero maggiore di poli, una maggiore lunghezza del ferro. Tuttavia un dimensionamento economicamente conveniente richiede proprio il contrario, cioè una lunghezza maggiore per un numero minore di poli. Se si usa lo stesso modello per numeri di poli diversi, si raggiunge un dimensionamento conveniente solo per un valore medio del numero di poli. Se il numero di poli è minore, λ risulta troppo piccolo, mentre per numero maggiore è troppo grande. In pratica si possono eliminare queste difficoltà attribuendo ad un determinato diametro esterno un certo numero di lunghezze, di cui solo alcune siano adattabili per ogni numero di poli. Di 5 lunghezze ad esempio, per $p > 6$ si useranno solo la prima, la seconda e la terza, mentre si userà la terza, la quarta e la quinta per $p = 1$.

In teoria per diametro e lunghezza del ferro uguali le potenze, per numero diverso di poli, sono inversamente proporzionali al numero di poli. In pratica però questa dipendenza, soprattutto per p compreso tra 1 e 4, viene modificata. Per numero di poli superiore il raffreddamento è peggiore e il rendimento e il fattore di potenza sono minori, così che bisogna ridurre la potenza nominale più di quanto richieda il rapporto del numero

di poli. Di norma invece per un modello con diametro esterno costante il diametro al traferro aumenterà all'aumentare del numero di poli. Analogamente, al passaggio da $p = 1$ a $p = 2$ e da $p = 2$ a $p = 3$ la lunghezza del ferro aumenta sempre nel primo caso e spesso nel secondo. La potenza che si può ottenere da un modello di macchina ventilato per valori del numero di poli p pari a 1, 2, 3 è 4 è rispettivamente di 1,1 - 1 - 0,8 0,62 volte la potenza che si può ottenere per $p = 2$.

19.1.2. La serie di macchine e sue caratteristiche

Per serie di macchina si intende un gruppo di macchine simili per caratteristiche elettriche e meccaniche. L'analogia tra le singole macchine si estende a tutte le grandezze importanti e ai loro rapporti, così che la differenza tra le singole macchine della serie è praticamente nella potenza, Una serie così costituita ha caratteristiche particolari che furono già illustrate 20 anni fa da Vidmar [19.8]. In questo paragrafo ci si propone appunto di fare riferimento a tali proprietà, ampliarle, e di dimostrare come sia possibile risolvere per mezzo di queste proprietà alcuni problemi pratici [19.9].

Le grandezze caratteristiche elettriche e meccaniche delle macchine di una serie variano in funzione della potenza secondo determinate leggi, tanto più strettamente osservate, quanto più limitata è la serie cioè la differenza di potenza tra la prima e l'ultima macchina della serie stessa. Infatti nel caso di serie lunghe si constatano per i valori estremi della serie degli scarti, che si verificano a causa delle proprietà specifiche rispettivamente delle macchine piccole e grandi. In pratica è assai importante conoscere le leggi secondo le quali variano le diverse grandezze caratteristiche delle macchine, perchè in tal modo non solo è possibile valutare approssimativamente una grandezza caratteristica per tutta la serie di macchine, quando sia nota la grandezza stessa per una sola macchina, ma si può anche esercitare un certo controllo su macchine diverse e giudicare se l'una o l'altra grandezza abbia un valore anormale.

Come ipotesi di partenza delle nostre osservazioni si suppone che l'induzione magnetica e la densità di corrente restino invariate nella serie e che la sezione totale dei conduttori aumenti con il quadrato delle dimensioni lineari. Naturalmente nella pratica queste tre ipotesi, e soprattutto quella riguardante la sezione totale dei conduttori e la densità di corrente non si verificano mai esattamente, infatti queste ultime due grandezze tendono a diminuire all'aumentare della potenza; e precisamente la densità di corrente in valore assoluto e la sezione in valore relativo rispetto alle altre dimensioni. Però per potenze comprese in un intervallo abbastanza modesto si possono considerare tutte e tre le ipotesi come sufficientemente esatte. In base ad esse, tanto il flusso magnetico quanto la f.m.m. dell'avvolgimento aumentano con il quadrato delle dimensioni. La potenza aumenta con la quarta potenza delle dimensioni lineari, essendo proporzionale al prodotto, della f.m.m. e del flusso. Si può quindi

scrivere $P \sim L^4$ o $L \sim P^{1/4}$, indicando con L le dimensioni e con P la variazione relativa della potenza. Se ad esempio la potenza raddoppia, le dimensioni della macchina aumentano solo di $\sqrt[4]{2} = 1,19$ volte. Il peso G della macchina aumenta con la terza potenza delle dimensioni lineari, cioè è $G \sim P^{3/4}$, così che al raddoppiare della potenza il peso aumenta di $2^{3/4} = 1,68$ volte. Il peso per unità di potenza però diminuisce ed è $g = G/P \sim P^{-1/4}$; al raddoppiare della potenza questo peso relativo diminuisce del 16%.

Si può supporre con sufficiente esattezza che il costo della macchina sia proporzionale al suo peso, così che per esso vale la stessa legge valida per il peso. Il costo aumenta quindi con la potenza 3/4, mentre il costo per unità di potenza diminuisce proporzionalmente a $P^{-1/4}$. Le macchine grandi sono relativamente meno costose e pesanti, per unità di potenza; una circostanza questa già da lungo tempo nota. Le perdite nel rame e nel ferro della macchina sono proporzionali rispettivamente al quadrato della densità di corrente e dell'induzione ed al peso del rame e del ferro. Per densità di corrente e induzione costanti le perdite sono proporzionali al peso della macchina, cioè è $V \sim P^{3/4}$ o — ridotto all'unità di potenza — $v = V/P \sim P^{-1/4}$. Questa proporzionalità vale tanto per le perdite totali quanto per quelle del ferro e del rame, separatamente. Da questa regola derogano solo le perdite meccaniche e quelle dovute alla ventilazione. Il rendimento delle macchine più grandi è sempre migliore rispetto a quello delle macchine di minore potenza, circostanza già da tempo nota dalla pratica ed espressa nelle norme.

Secondo la stessa legge valida per le perdite variano pure la caduta relativa di tensione e lo scorrimento, che sono proporzionali a $P^{-1/4}$. Con la stessa legge varia pure la tensione di corto circuito. In considerazione dei valori delle correnti di corto circuito fissati dalle norme, questa grandezza viene generalmente mantenuta ad un determinato valore, il che comporta alcune variazioni nella costruzione e scarti dalle leggi di similitudine. Pertanto in pratica non è possibile constatare una variazione regolare di questa grandezza, in base alle osservazioni fatte.

Se una serie di macchine viene allungata in entrambe le direzioni, gli scarti delle leggi di similitudine nella costruzione delle macchine risultano sempre più evidenti. Tali scarti sono condizionati da diverse difficoltà causate, nelle macchine piccole, dalla caduta di tensione e dalla corrente assorbita a vuoto. Queste due grandezze aumentano contemporaneamente in valore relativo al diminuire della potenza e si possono mantenere entro limiti tollerabili in pratica solo aumentando le dimensioni. Per tale ragione le dimensioni delle macchine piccole diminuiscono meno che proporzionalmente a $P^{1/4}$ e ciò è particolarmente evidente nel campo delle macchine più piccole. Questi scarti nelle dimensioni fanno si che anche altre grandezze non rispettino le leggi di similitudine. Nelle macchine grandi il riscaldamento causa difficoltà. Mentre le perdite nella macchina sono proporzionali al peso $V \sim G \sim P^{3/4}$, la superficie di raffreddamento

è $O \sim P^{1/2}$. Risulta una peggiore trasmissione del calore e per macchine grandi bisogna o ammettere una sovratemperatura più elevata oppure adattare un raffreddamento più energico. Poichè per le sovratemperature è prescritto un valore determinato, nelle macchine grandi è necessario un raffreddamento più energico. Le diverse condizioni di raffreddamento com portano inevitabilmente uno scarto delle leggi per similitudine. Nella pratica all'aumentare della potenza è possibile constatare un miglioramento delle condizioni di raffreddamento. Mentre le macchine più piccole (potenza nominale inferiore a 1 kW) sono costruite generalmente senza ventilatore, le macchine grandi sono provviste di norma di un efficiente sistema di ventilazione.

Nel caso di raffreddamento per irraggiamento, adottato per le macchine chiuse o in quelle assai piccole sprovviste di ventilatore, la sovratemperatura per le singole macchine della serie aumenta all'aumentare della potenza e precisamente è $\Theta = V/O \sim P^{1/4}$. La serie deve essere interrotta, se la sovratemperatura oltrepassa il valore massimo ammesso. Il raffreddamento per convezione avviene secondo modalità un poco più complesse, in questo caso il calore emesso dipende oltre che dalla superficie, anche dalla velocità dell'aria (v). Il coefficiente di trasmissione del calore è approssimativamente $\alpha \sim v^{3/4}$. La velocità dell'aria è in teoria proporzionale alla radice quadrata della pressione dell'aria, cioè alle dimensioni lineari o a $P^{1/4}$, così che il calore ceduto sarà proporzionale al valore $\alpha O = P^{3/16} \cdot P^{1/2} = P^{11/16}$. La sovratemperatura aumenta secondo il rapporto $P^{3/4}/P^{11/16} = P^{1/16}$. In tal caso si verifica ancora un aumento della sovratemperatura che però è minore di quello che si ha nel caso di raffreddamento per irraggiamento. Per limitare tale aumento bisogna aumentare la superficie di raffreddamento mediante una maggior suddivisione dell'avvolgimento e dei pacchi di lamierini ed aumentare altresì la potenza del ventilatore discostandosi in tal modo delle leggi di similitudine. Inoltre è interessante osservare che la potenza del ventilatore aumenta pure anche sensa considerare un aumento della sovratemperatura, cioè mantenendo le leggi di similitudine. Tale potenza è infatti proporzionale al prodotto della pressione e della quantità d'aria. Quindi, contrariamente a tutte le altre perdite, quelle per ventilazione aumentano per potenze crescenti. Per il rendimento della macchina non è quindi possibile stabilire alcuna relazione semplice con la potenza. Il rendimento delle macchine piccole, con perdita di ventilazione relativamente scarsa aumenterà in corrispondenza della diminuzione delle altre perdite ($V \sim P^{3/4}$). Anche il rendimento delle macchine grandi aumenta con la potenza, ma molto più lentamente di quanto aumenti per le macchine piccole e a causa della relativamente grande perdita per ventilazione.

Le relazioni istituite in questo modo sono riportate in tab. 19-4, colonna 1, in tale forma esse sono state pubblicate per la prima volta da Vidmar. Delle tre ipotesi su cui si è fondato lo sviluppo della serie è più o meno soddisfatta solo la prima, e cioè quella relativa al valore costante dell'induzione. L'ipotesi della densità di corrente costante e ancor

più quella della sezione totale dei conduttori spesso non sono soddisfatte. Se infatti la sezione totale dei conduttori aumenta proporzionalmente all'aumentare delle dimensioni lineari, la densità lineare di corrente sarà $A \sim L^2G/L \sim L$, cioè aumenterà pure linearmente con le dimensioni. In pratica ciò non si verifica. Nelle macchine piccole è $A \sim \sqrt{L}$ e in quelle grandi o chiuse è $A = \text{cost.}$ Per questi due casi sono riportate le leggi di similitudine della serie in tab. 19-4 (colonna 2 e 3). Di queste si considererà solo quella relativa alla sovratemperatura. Nelle macchine ventilate la sovratemperatura resta invariata secondo i dati di tab. 19-4 o diminuisce addirittura a seconda che sia $A = \text{cost.}$ oppure $A \sim \sqrt{L}$. In realtà, per densità di corrente costante, la sovratemperatura aumenta al crescere della potenza della macchina. Per mantenerlo ad un valore costante, nelle macchine grandi si diminuisce la densità di corrente. Ciò si spiega con l'aumento della caduta interna di temperatura, non considerata precedentemente. Generalmente è assai difficile stabilire una legge di variazione per la resistenza termica dell'aria e quindi i valori riportati in tab. 19-4 per la sovratemperatura ed il raffreddamento debbono essere considerati come approssimati.

Per studiare i diversi fenomeni transitori si fa uso oggi di modelli

TAB. 19-4. - Relazioni esistenti tra la potenza e le grandezze di una serie di macchine (P = rapporto delle potenze)-

		$A \sim L$	$A \sim \sqrt{L}$	$A = \text{const.}$
Dimensioni	L	$P^{1/4}$	$P^{2/7}$	$P^{1/3}$
Peso	$G \sim L^3$	$P^{3/4}$	$P^{6/7}$	P^1
Peso specifico	$g = G/P$	$P^{-1/4}$	$P^{-1/7}$	P^0 (cost.)
Peso del rame	$G_{Cu} \sim AL$	$P^{3/4}$	$P^{5/7}$	$P^{2/3}$
Costo	Pr	$P^{3/4}$	$P^{6/7}$	P^1
Costo specifico	$pr = Pr/P$	$P^{-1/4}$	$P^{-1/7}$	P^0 (cost.)
Perdite	$V \sim G_{Cu}$	$P^{3/4}$	$P^{5/7}$	$P^{2/3}$
Perdite (relative)	$v = V/P$	$P^{-1/4}$	$P^{-2/7}$	$P^{-1/3}$
Momento di inerzia	GD^2	$P^{5/4}$	$P^{10/7}$	$P^{5/3}$
Momento di inerzia per unità di potenza	GD^2/P	$P^{1/4}$	$P^{3/7}$	$P^{2/3}$
Durata dell'avviamento	$T_j \sim GD^2/P$	$P^{1/4}$	$P^{3/7}$	$P^{2/3}$
Riscaldamento degli avvolgimenti durante l'avviamento	$\vartheta_a \sim GD^2/G_{Cu}$	$P^{1/2}$	$P^{5/7}$	P^1
Frequenza delle inserzioni	$Z \sim V/GD^2$	$P^{-1/2}$	$P^{-5/7}$	P^{-1}
Scorrimento	$s \sim V/P$	$P^{-1/4}$	$P^{-2/7}$	$P^{-1/3}$
Corrente a vuoto (relativa)	$I_0/I_N \sim B_1/A$	$P^{-1/4}$	$P^{-1/7}$	P^0 (cost.)
Sovratemperatura della macchina chiusa	$\Theta \sim V/O$	$P^{1/4}$	$P^{3/56}$	P^0 (cost.)
Sovratemperatura della macchina ventilata	$\Theta \sim V/\alpha O$	$P^{1/16}$	$P^{-1/14}$	$P^{-1/4}$
Potenza della ventilazione	P_L	$P^{5/4}$	$P^{10/7}$	$P^{5/3}$
Velocità dell'aria	$v \sim L$	$P^{1/4}$	$P^{2/7}$	$P^{1/3}$
Quantità dell'aria	$K \sim L^2 v$	$P^{3/4}$	$P^{6/7}$	P^1
Pressione dell'aria	$p \sim L^2$	$P^{1/2}$	$P^{4/7}$	$P^{2/3}$
Superficie	$O \sim L^2$	$P^{1/2}$	$P^{4/7}$	$P^{2/3}$

di macchine [19.17, 19.18, 19.19], notevolmente più piccoli (fino circa a 10.000 volte) degli originali, ma dotati delle stesse caratteristiche.

Per ottenere una elevata precisione l'imitazione delle grandezze importanti deve essere la più fedele possibile.

Nello studio dei fenomeni transitori esse sono le resistenze relative degli avvolgimenti (tenendo conto anche delle perdite addizionali), le reattanze relative, le costanti di tempo delle correnti e la costante della durata dell'avviamento. Se il modello risulta sufficientemente esatto il fenomeno si compie secondo un rapporto ben definito. Se si vuole usare come modello una macchina della stessa serie, secondo la tab. 19-4 (colonna centrale) è

$$r \sim P^{-2/7}, \quad x_h \sim P^{1/7} \quad \text{e} \quad T_j \sim P^{3/7}.$$

Inoltre per la macchina sincrona, in cui la dispersione al traferro è poco elevata, è [vedi la (19-46)]:

$$\sigma \sim P^{-1/7}, \quad x_\sigma = \text{cost.}\ T_o \sim P^{3/7} \quad \text{e} \quad T' \sim P^{2/7}.$$

Se ad esempio la potenza della macchina modello è pari a 1/1000 di quella dell'originale, r sarà 7,25 volte minore, x_h 0,37 volte maggiore, T' 0,138 volte maggiore, T_o e T_j 0,052 volte maggiore rispetto ai valori della macchina originale. Come si vede, non si può assumere come modello nessuna delle macchine della serie e bisogna abbandonare le leggi di similitudine. In breve vogliamo ora considerare quali siano gli scarti dalle leggi di similitudine che consentono una buona imitazione. Poichè si può sempre aumentare la costante di tempo dell'avviamento fino a raggiungere il giusto valore, mediante masse rotanti addizionali, non si tratterà oltre questo argomento. Si può aumentare la reattanza principale diminuendo il traferro o l'induzione, per cui aumenterà pure la reattanza di dispersione. In realtà però si usa come modello una macchina con numero di poli notevolmente minore. Il coefficiente di dispersione della macchina diminuisce allora in modo tale che spesso l'aumento della reattanza principale non è sufficiente per ottenere i valori voluti delle reattanze di dispersione. Si è quindi costretti ad aumentare la dispersione alle cave rendendo più profonde le cave stesse. In considerazione dell'aumento delle perdite addizionali che si ha per traferri piccoli si scelgono cave semichiuse. Tuttavia il problema principale che si pone quando si voglia costruire un modello è la riduzione della resistenza degli avvolgimenti. Generalmente, scegliendo cave grandi ed ingrandendo il modello si riesce a portare la resistenza dell'avvolgimento statorico al valore desiderato. L'avvolgimento di eccitazione ha a disposizione uno spazio ancora minore e non sempre si riesce a ridurre la resistenza fino a raggiungere il valore desiderato. Spesso si inserisce nel circuito di eccitazione un generatore in serie che si comporta come una resistenza negativa. Questo così detto generatore di compensazione deve avere perdite parassite e di isteresi le più piccole possibile e non deve essere

saturo. Per gli altri particolari delle macchine modello si rimanda alle fonti bibliografiche.

19.1.3. Scelta della lunghezza ottima della macchina in base alle leggi di similitudine

Si esaminerà il comportamento della dispersione in una serie di macchine. A tale scopo consideriamo la macchina asincrona, poichè in essa risultano evidenti i tre tipi di dispersione e precisamente dispersione dovuta alle armoniche superiori, alle cave e frontale [19.15]. Inoltre facciamo le seguenti ipotesi, più o meno soddisfatte nella pratica e precisamente 1) che i coefficienti della permeanza del circuito di dispersione alle cave e di quella frontale siano costanti, 2) che la lunghezza dei collegamenti frontali sia $l_S = \varkappa\tau = \pi D\varkappa/2p$, 3) che l'ampiezza del traferro sia $\delta = \Delta D p^{-5/9} =$ cost ($\Delta = \delta p^{5/9}/D \approx 0{,}00432$) e 4) che il numero di cave sia proporzionale alla radice quadrata del diametro e del numero di poli, cioè $N = \nu\sqrt{pD} =$ cost ($\nu = \pi\sqrt{D}/\tau_Z\sqrt{p} = 62\ \mathrm{m}^{-1/2}$). Il coefficiente di dispersione dovuta alle armoniche superiori di un avvolgimento è quindi:

$$\sigma_0 \approx \frac{1}{3}\left(\frac{\pi p}{N}\right)^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{\pi p}{\nu\sqrt{pD}}\right)^2 = o\,\frac{p}{D} \qquad (19\text{-}38)$$

con $o = \pi^2/3\nu^2$. Per i due avvolgimenti, nel caso di cave inclinate è $o \approx \approx \pi^2/\nu^2$ ($o \approx 0{,}00255$ m). Il coefficiente di dispersione alle cave dei due avvolgimenti è:

$$\sigma_N = \frac{x_{1N} + x_{2N}'}{x_{1h}} = \frac{0{,}158\,\lambda_N\,100\,\delta'}{q_1 \cdot 1{,}6 \cdot 3\,\xi_1^2\tau}, \qquad (19\text{-}39)$$

in cui $\delta' \approx 1{,}2\delta$ rappresenta la lunghezza fittizia del traferro e $\lambda_N = \lambda_{N1} + \lambda_{N2}q_1/q_2$ il coefficiente della permeanza del circuito di dispersione dei due avvolgimenti. Se si introducono qui i valori di δ e q, si ha:

$$\sigma_N = n p^{17/18}/D^{1/2} \qquad (19\text{-}40)$$

con

$$n = \frac{15{,}8 \cdot 12 \cdot \Delta \cdot 1{,}2\,\lambda_N}{4{,}8 \cdot \pi\xi_1^2\nu} = \frac{16{,}7\,\Delta\lambda_N}{\nu}. \qquad (19\text{-}41)$$

Per $\Delta \approx 0{,}00432$, $\lambda_N = 5$ e $\nu = 62\ \mathrm{m}^{-1/2}$ è $n = 0{,}0058\ \mathrm{m}^{1/2}$. Analogamente, per il coefficiente di dispersione totale è:

$$\sigma_S = \frac{x_S}{x_{1h}} = \frac{0{,}158\,\lambda_S l_S\,100\,\delta'}{1{,}6 \cdot 3 \cdot \xi_1^2\tau l} = sDp^{-5/9}/l \qquad (19\text{-}42)$$

con

$$s = \frac{15{,}8\,\varkappa\Delta \cdot 1{,}2\,\lambda_S}{4{,}8\,\xi_1^2} = 4{,}35\,\varkappa\Delta\lambda_S. \qquad (19\text{-}43)$$

Per $\lambda_S = 0{,}4$ e $\varkappa = 2$ è $s = 0{,}015$. Il coefficiente di dispersione totale della macchina è:

$$\sigma = opD^{-1} + np^{17/18}D^{-1/2} + sDp^{-5/9}/l. \tag{19-44}$$

Si metterà ora in evidenza la dipendenza della dispersione dal diametro e dal numero di poli a mezzo di un esempio numerico. Per $o = 0{,}00255$ m, $n = 0{,}0058$ m$^{1/2}$ ed $s = 0{,}015$ è:

$p = 2 \quad D = 0{,}10\text{ m} \quad l = 0{,}08\text{ m} \quad \sigma = 0{,}0510 + 0{,}0345 + 0{,}0127 = 0{,}0982$
$p = 2 \quad D = 0{,}50\text{ m} \quad l = 0{,}40\text{ m} \quad \sigma = 0{,}0102 + 0{,}0165 + 0{,}0127 = 0{,}0394$
$p = 4 \quad D = 0{,}10\text{ m} \quad l = 0{,}08\text{ m} \quad \sigma = 0{,}1020 + 0{,}0650 + 0{,}0087 = 0{,}1757$
$p = 4 \quad D = 0{,}50\text{ m} \quad l = 0{,}40\text{ m} \quad \sigma = 0{,}0204 + 0{,}0310 + 0{,}0087 = 0{,}0601.$

Dal confronto dei risultati si riconosce che la dispersione totale diminuisce all'aumentare del diametro della macchina; la dispersione dovuta alle armoniche superiori è quella che diminuisce maggiormente, mentre la dispersione frontale resta invariata. Per non diminuire il coefficiente di dispersione al di sotto di un determinato valore, nel caso di macchine grandi si ricorre a diversi provvedimenti, ad esempio all'aumento della lunghezza del traferro, della densità di corrente per unità di lunghezza e del coefficiente di dispersione alle cave. L'aumento del numero di poli determina un notevole aumento del coefficiente di dispersione per cui la costruzione di macchine lente e piccole comporta delle difficoltà.

Consideriamo ora la dipendenza della dispersione dalla lunghezza della macchina a parità di potenza. Secondo la (19-1) è:

$$P_N = \frac{C}{p} D^x l^y. \tag{19-45}$$

In considerazione del riscaldamento l'esponente y è un poco minore di 1 (circa 0,9), mentre per la migliore utilizzazione delle macchine grandi l'esponente x è poco maggiore di 2 (da 2,2 a 2,3); la somma dei due numeri è comunque maggiore di 3. A queste condizioni si può considerare la grandezza C costante. Per la (19-45) si ottiene il coefficiente di dispersione:

$$\sigma = opD^{-1} + np^{17/18}D^{-1/2} + sp^{-5/9}\left(\frac{C}{pP_N}\right)^{1/y} D^{(x/y+1)}. \tag{19-46}$$

che in questo caso dipende ora solo dal diametro e dalla potenza. Il minimo di σ in funzione del diametro risulta dalla:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial D} = 0 = -opD^{-2} - \frac{n}{2}p^{17/18}D^{-3/2} + \left(\frac{x}{y} + 1\right)s \cdot p^{-5/9}\left(\frac{C}{pP_N}\right)^{1/y} D^{x/y}. \tag{19-47}$$

Sostituendo Cp/P_N mediante la (19-45), la condizione per il minimo della dispersione sarà:

$$\lambda_{\min\sigma} = \frac{l}{\tau} = \frac{2p}{\pi} \frac{(x/y+1)\, sp^{-5/9} D}{op + 0{,}5\, np^{17/18} D^{1/2}} . \tag{19-48}$$

Nell'esempio già citato ($x = 2{,}3$, $y = 0{,}9$) sono stati calcolati i valori ottimi di λ mediante la (19-48) e sono stati rappresentati in fig. 19-2 in funzione del diametro. Come si può vedere, per grandi diametri λ subisce un forte aumento, mentre diminuisce all'aumentare del numero dei poli secondo il rapporto:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \approx \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{5/9}. \tag{19-49}$$

Nella pratica si cerca spesso, soprattutto nel caso di macchine piccole, di usare la stessa lunghezza di indotto per diverso numero di poli. In questo caso è:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{p_1}{p_2} , \tag{19-50}$$

cioè il rapporto λ aumenta con il numero dei poli. Per $p_2/p_1 = 2$ secondo la (19-49) risulta $\lambda_1/\lambda_2 = 1{,}47$ e secondo la (19-50) $\lambda_1/\lambda_2 = 0{,}5$. L'esigenza pratica di usare una stessa lunghezza è in contraddizione con la condizione di minima dispersione. La relazione sperimentale (19-9) dà una soluzione di compromesso. Risulta allora per $p_2/p_1 = 2$, $\lambda_1/\lambda_2 = 0{,}79$. Poichè la dipendenza della dispersione da λ non è molto spiccata, l'espressione sperimentale dà generalmente dei valori accettabili di λ. Tuttavia bisogna pensare che il rapporto λ per un numero di poli dato non è una grandezza costante, ma *aumenta con il diametro*.

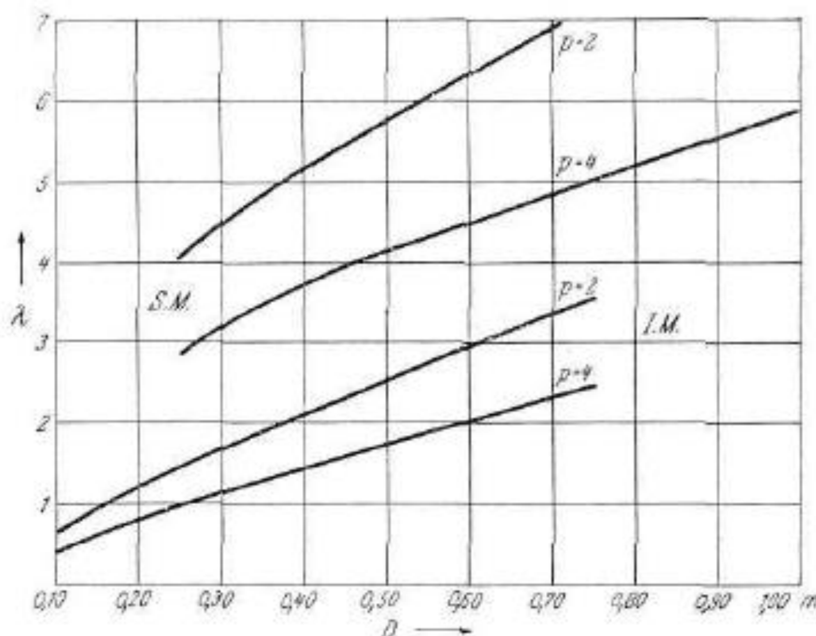


Fig. 19-2. - Valori ottimi di λ per ottenere la minima dispersione in funzione del diametro del foro. *I.M.* per macchine asincrone ed *S.M.* per macchine sincrone.

Nelle macchine sincrone, a causa del grande traferro, la dispersione dovuta alle armoniche superiori è tanto piccola che può essere trascurata rispetto a quella alle cave e alle testate. Il valore ottimo sarà quindi:

$$\lambda_{\min}\,\sigma = \frac{4s\,(x/y+1)}{\pi n}\sqrt{\frac{D}{p}}\,. \qquad (19\text{-}51)$$

Per facilitare il confronto con la macchina asincrona, supponiamo che n ed s abbiano lo stesso valore. I valori calcolati di λ sono riportati in fig. 19-2. La macchina sincrona richiede per λ valori maggiori di quelli relativi alla macchina asincrona e quindi deve essere più lunga.

Analogamente si possono determinare anche le perdite. Poichè però non si può stabilire una relazione tra le perdite nel ferro e le dimensioni della macchina, bisognerà introdurre qualche semplificazione. Il volume del giogo $\pi D l_j h_j$ è proporzionale alla potenza della macchina ed è quindi praticamente indipendente dal rapporto tra la lunghezza e il diametro. Queste perdite si possono quindi trascurare. Tra le perdite nel ferro dei denti e le dimensioni della macchina esiste una dipendenza assai complessa. Tuttavia si può supporre con una certa approssimazione che queste perdite siano proporzionali alla superficie al traferro $\pi D l$ e che la perdita specifica v_Z (W/m²) sia costante per tutta la serie. Le perdite nel ferro dei denti sono:

$$V_Z = v_Z \pi D l. \qquad (19\text{-}52)$$

Le perdite nell'avvolgimento dipendono dal prodotto AS [vedi la (19-67)] e sono:

$$V_W = \pi D \varrho A S (l + l_S) = \pi \varrho D A S (l + \varkappa \pi D/2p). \qquad (19\text{-}53)$$

Volendo determinare le perdite di entrambi gli avvolgimenti, bisogna introdurre la somma dei prodotti AS per statore e rotore. Per la (12-1) le perdite meccaniche sono:

$$V_m = C_0 D (l + 0{,}6\tau)\,(\pi D f/p)^2. \qquad (19\text{-}54)$$

Le perdite totali (escluse le perdite nel giogo) sono allora:

$$V = \pi D\left[(\varrho AS + v_Z)\,l + \frac{\pi\varkappa\varrho AS}{2p}\right] + C_0\cdot\frac{\pi^2}{p^2}f^2D^3\left(l + \frac{0{,}6\,\pi D}{2p}\right). \qquad (19\text{-}55)$$

Sostituendo l per mezzo della (19-45) le perdite, per potenza e numero di poli dati, risultano in funzione del solo diametro. Derivando questa nuova espressione rispetto a D, la condizione per il minimo delle perdite risulta:

$$\frac{\partial V}{\partial D} = 0 = \pi\left[\left(\frac{P_N}{Cn}\right)^{1/y}\left(1 - \frac{x}{y}\right)D^{-x/y}(\varrho AS + v_Z) + \frac{\varkappa\pi D}{p}\right] +$$
$$+ C_0\frac{\pi^2}{p_2}f^2\left[\left(\frac{P_N}{Cn}\right)^{1/y}\left(3 - \frac{x}{y}\right)D^{2-x/y} + 1{,}2\,\pi D^3/p\right]. \qquad (19\text{-}56)$$

Introducendo il valore di $(P_N/Cn)^{1/y}$ secondo la (19-45) si ottiene il seguente rapporto λ, per cui le perdite sono minime:

$$\lambda_{\min V} = \frac{6{,}28\varkappa\varrho AS + 23{,}7 \cdot C_0 f^2 D^2/p^2}{(x/y - 1)(3{,}14\varrho AS + \pi v_Z) - 11{,}95 C_0 f^2 D^2 (3 - x/y)/p^2} \,. \qquad (19\text{-}57)$$

Per $AS = 250 \cdot 10^{10}$ A²/m³ (per statore e rotore), $C_0 = 10$ W/m³, $v_Z = 2000$ W/m², $\varrho = 0{,}02 \cdot 10^{-6}$ Ωm; $\varkappa = 1{,}4$ (valore medio per statore e rotore), $x = 2{,}3$ e $y = 0{,}9$ si sono calcolati i valori più convenienti di λ, riportati poi in fig. 19-3 in funzione del diametro. La legge di dipendenza di λ dal

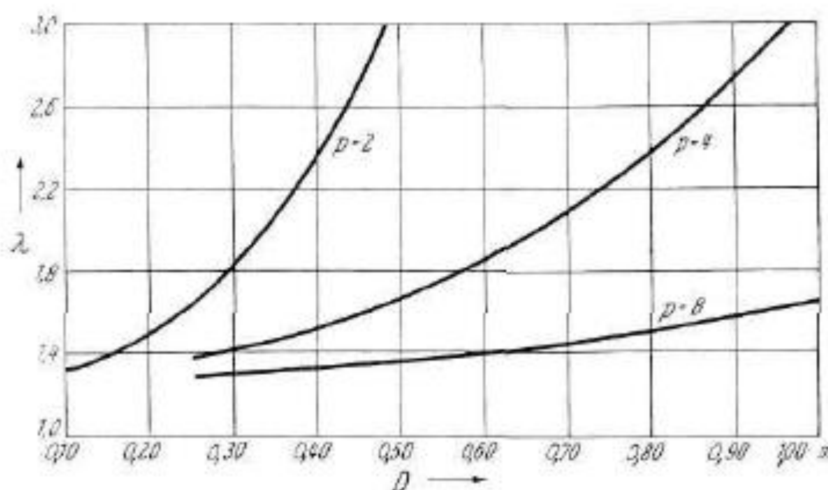


Fig. 19-3. - Valori del rapporto λ in cornsideazione delle perdite e in funzione del diametro del ferro.

diametro e dal numero di poli è analoga a quella già considerata per la dispersione minima, λ aumenta con il diametro e diminuisce con il numero di poli. I valori sperimentali di λ secondo le (19-8) e (19-9) rappresentano la soluzione di compromesso tra l'esigenza pratica di uguale lunghezza per tutti i numeri di poli e la condizione di minime perdite e di minima dispersione. Se si prescinde dall'esigenza di lunghezze uguali come si fa ad esempio nel caso di macchine grandi, le macchine veloci debbono essere molto più lunghe di quanto risulti dalle (19-8) e (19-9). Tuttavia, per ragioni economiche le macchine a più poli sono più lunghe di quel che richiederebbe il valore più conveniente di λ. Per tale ragione queste macchine hanno perdite e dispersioni superiori ai valori minimi che si potrebbero ottenere.

19.1.4. Scorrimento e sollecitazioni magnetiche ed elettriche al traferro

Si è già data la condizione di dipendenza dello scorrimento dalle dimensioni della macchina mediante la (19-2). Lo scorrimento si determina semplicemente in base alle sollecitazioni magnetiche ed elettriche. Se m è il numero di fasi, w il numero delle spire e I la corrente statorica, la densità di corrente statorica per unità di lunghezza è:

$$A = \frac{2mwI}{\pi D} \qquad (19\text{-}58)$$

e il valore massimo dell'induzione al traferro è

$$B_1 = \Phi \frac{\pi}{2\tau l}, \qquad (19\text{-}59)$$

donde risulta il seguente valore efficace della f.e.m. di fase:

$$E = \sqrt{2}\pi f \xi w \Phi = \pi \sqrt{2} f w \xi B_1 l D/p. \qquad (19\text{-}60)$$

La potenza interna apparente, esprimendo la corrente secondo la (18-58) e la f.e.m. secondo la (19-49) è:

$$P_{si} = mEI = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \xi A B_1 D^2 l n. \qquad (19\text{-}61)$$

Se si introduce questo valore nella (19-2), lo scorrimento medio è:

$$\sigma = \frac{\xi}{\sqrt{2}} A\, B_1. \qquad (19\text{-}62)$$

Nelle macchine trifasi ($m = 3$) è $\xi_1 \approx 3/\pi$ e lo scorrimento è:

$$\sigma_{(3)} = 0{,}675\; A\; B_1. \qquad (19\text{-}63)$$

Nelle macchine monofasi con statore avvolto per due terzi è $\xi_1 \approx 3\sqrt{3}/2\pi = = 0{,}83$ e lo scorrimento è:

$$\sigma_{(1)} = 0{,}39\; A\; B_1. \qquad (19\text{-}64)$$

Confrontando gli scorrimenti delle macchine monofasi e trifasi bisogna tener presente che nel primo caso la densità lineare di corrente è solo due terzi di quella che si ha nel secondo caso. Quindi l'utilizzazione delle macchine monofasi sarà pari a $\sqrt{3} \cdot 2/2 \cdot 3 = 1/\sqrt{3} = 0{,}58$ volte quella delle trifasi.

Nelle macchine a corrente continua è avvolta tutta la periferia dell'indotto e il fattore di avvolgimento è $\xi_1 = 1$. Per l'induzione non interessa il valore efficace $B_1/\sqrt{2}$, ma quello medio αB_L. Per $\alpha = 0{,}675$ si ottiene lo scorrimento:

$$\sigma_{CC} = \alpha A B_L \approx 0{,}675\; A B_L. \qquad (19\text{-}65)$$

Questo valore è uguale a quello che si ha per macchine trifasi. Lo scorrimento sarà dato in Ws/m³, se si introduce B in Wb/m² ed A in A/m.

Lo scorrimento delle macchine si può calcolare mediante le costanti sperimentali a e b [vedi la (19-7)]. In fig. 19-4 sono calcolate le curve dello scorrimento per macchine ventilate mediocremente utilizzate (vedi tab. 19-1), in funzione del diametro del foro. La curva $K.L.$ vale per rotori in corto circuito e la curva $S.L.$ per rotori avvolti. Se lo scorrimento è prefissato, il prodotto AB risulta dalla (19-62). La scomposizione in fat-

tori di questo prodotto avviene in considerazione delle caratteristiche all'avviamento, del fattore di potenza e del riscaldamento. Una regola generale non si può comunque dare. In fig. 19-5 sono tracciate le curve della densità lineare di corrente in funzione del diametro al traferro, valevoli per motori con rotore in corto circuito, mediocremente utilizzati. Le curve

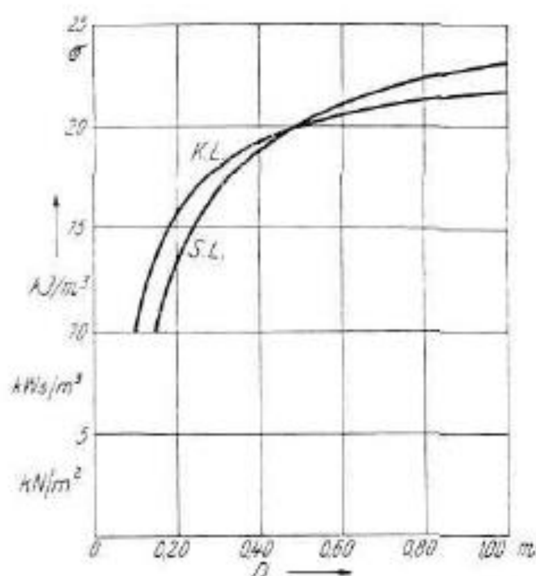


Fig. 19-4. - Scorrimento della macchina asincrona mediocremente utilizzata, in funzione del diametro del foro.

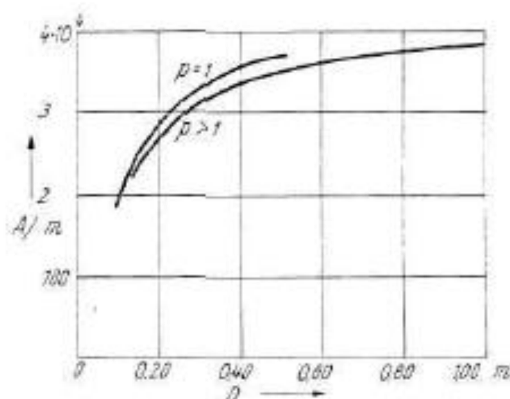


Fig. 19-5. - Densità lineare di corrente di motori con indotto in corto circuito mediocremente utilizzati, in funzione del diametro del foro.

sono state calcolate in base allo scorrimento di fig. 19-4 e all'induzione $B_1 = 0{,}8 \div 0{,}85$ Wb/m² per $p = 1$ e $p = 2$ e 3, rispettivamente. Tali valori sono d'orientamento, essendo soggetti nella pratica ad oscillazioni.

L'induzione al traferro B_1 è scelta tra $0{,}7 \div 0{,}9$ Wb/m². Nella pratica non si può stabilire una relazione di dipendenza dal diametro. Solo macchine molto piccole, al di sotto di 1 kW hanno un'induzione al traferro inferiore ai 0,7 Wb/m². Le macchine bipolari hanno un'induzione minore delle macchine a più poli. In confronto ai motori con rotore avvolto, i motori con rotore in corto circuito hanno un'induzione un poco più elevata. Tutte queste oscillazioni, tuttavia, sono relativamente piccole e in sede di progettazione di una serie di macchine si può considerare un valore dell'induzione praticamente costante.

La densità lineare di corrente varia invece di molto al variare del diametro e nelle macchine ventilate essa è compresa tra $1{,}5 \cdot 10^4$ e $6 \cdot 10^4$ A/m. La fig. 19-5 dà una idea generale del valore della densità lineare di corrente per macchine ventilate, mediocremente utilizzate. Per le macchine bene utilizzate non si possono dare norme generali per la scelta dell'induzione e della densità lineare di corrente. Si cerca comunque di scegliere entrambi questi valori quanto più elevati possibili. Come si è visto nel paragrafo precedente, la dispersione diminuisce all'aumentare delle dimensioni della macchina e quindi per macchine grandi si può scegliere una densità lineare di corrente maggiore che per macchine piccole. Questa è

precisamente la causa dell'aumento della densità lineare di corrente rispettivamente con il diametro e con la potenza. In base ad osservazioni pratiche risulta $A \sim D^{0,1 \div 0,25}$.

Nelle macchine chiuse a ventilazione esterna lo scorrimento è praticamente indipendente dalle dimensioni. Tanto l'induzione quanto la densità lineare di corrente sono soggette ad oscillazioni assai piccole. Se si mantengono costanti la densità lineare di corrente e la densità di corrente anche il sovrariscaldamento dell'avvolgimento (proporzionale a AS) è costante. Poichè la trasmissione del calore dalla superficie di indotto a quella della carcassa peggiora all'aumentare delle dimensioni, nelle macchine grandi si cerca di diminuire il prodotto AS. Le macchine a ventilazione esterna al crescere della potenza diventano sempre meno convenienti rispetto alle macchine ventilate quindi esse sono costituite per potenza fino a circa 200 kW (per $p = 2$). Per potenze più elevate si adotta un altro tipo di raffreddamento, ad esempio con refrigerazione dell'aria di raffreddamento. Negli ultimi anni si è cercato di aumentare la utilizzazione delle macchine a ventilazione esterna usando lamiera con forte percentuale di S_i e coefficiente di perdita di 1,55 W/kg.

19.2. Significato di alcune grandezze elettriche e magnetiche

19.2.1. Il prodotto della densità lineare per la densità di corrente (AS)

L'energia perduta sotto forma di calore nella parte di avvolgimento collocata nel ferro è:

$$V_A' = 2mwlI^2/q = 2mw\varrho lIS. \tag{19-66}$$

in cui m è il numero di fasi e q la sezione del conduttore. Se si introduce la densità lineare di corrente risultante dalla (19-58), la perdita per 1 m² della superficie di indotto è espressa dalla:

$$\frac{V_A'}{\pi Dl} = \varrho AS, \tag{19-67}$$

Per un avvolgimento di rame ($\varrho \approx 0,02 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m) e per i valori di AS compresi tra $1 \cdot 10^{11} \div 3 \cdot 10^{11}$ A²/m³ per macchine ventilate si ottiene una perdita specifica compresa tra 2000 e 6000 W/m². I valori di AS compresi tra $1 \cdot 10^{11}$, $1,6 \cdot 10^{11}$ valgono per macchine di piccola e media grandezza, mediocremente utilizzate, i valori compresi tra $1,5 \cdot 10^{11}$ e $3 \cdot 10^{11}$ A²/m³ valgono per macchine grandi e veloci, bene utilizzate.

Per raffreddamento costante il prodotto AS è proporzionale alla sovratemperatura dell'avvolgimento. In pratica tale prodotto viene usato spesso come misura per la sovratemperatura dell'avvolgimento. Una riduzione del sovrariscaldamento si può ottenere riducendo il prodotto AS a parità di velocità della macchina, altrettanto non si può affermare se la velocità periferica del rotore varia. In questo caso si cerca di ottenere una minore sovratemperatura ntervenendo su altre grandezze.

19.2.2. Rapporto tra induzione al traferro e densità lineare di corrente (B_1/A)

Supponendo che la tensione magnetica totale sia localizzata su di un traferro fittizio δ'', la f.m.m. di magnetizzazione è $\Theta_\mu = 2\delta'' B_1/\mu_0 A$, in cui $B_1 = B_L$ è espresso in Wb/m² e δ'' in m. Per la (8-108) la corrente di magnetizzazione è:

$$I_\mu = \frac{\pi p \delta'' B_1}{\sqrt{2}\mu_0 m_1 w_1 \xi_1}. \tag{19-68}$$

Per la (19-53) la corrente nominale è espressa dalle $I_N = \pi DA/2m_1 w_1$ e quindi il rapporto fra le due correnti è

$$\frac{I_\mu}{I_N} = \frac{\delta'' B_1}{0{,}4\sqrt{2}\xi_1 \tau A} \cdot 10^6 \tag{19-69}$$

o per un sistema trifase, con $\xi_1 = 3/\pi$:

$$\frac{I_\mu}{I_N} = 1{,}85 \frac{\delta'' B_1}{\tau A} \cdot 10^6 . \tag{19-70}$$

Per un valore costante di δ''/τ, condizione più o meno soddisfatta in una serie di macchine simili, il rapporto B_1/A rappresenta una misura per la corrente di magnetizzazione relativa. Questa relazione viene spesso considerata nel calcolo delle macchine o il progetto del modello. La lunghezza fittizia del traferro δ'' è pari a $1{,}3 \div 1{,}8$ volte quella del traferro effettivo δ. Inoltre essa dipende dalla saturazione del ferro, cosa che si deve tener presente nel calcolo del modello.

Poichè la corrente di magnetizzazione e quella di corto circuito stanno in rapporto fisso ($I_k \approx I_\mu/\sigma$), il rapporto B_1/A è contemporaneamente anche una misura per la corrente di corto circuito e la capacità di sovraccarico. Ciò vale naturalmente solo finchè la dispersione totale σ della macchina resta invariata. La relazione perde la sua validità se la dispersione varia, ad esempio nel caso che si usino cave profonde, che varii il numero di esse o che si faccia uso di avvolgimenti statorici con un diverso fattore di avvolgimento.

19.2.3. Lo spazio attivo delle cave in una macchina a corrente alternata (qz)

Per spazio attivo delle cave si intende lo spazio occupato dal rame d'avvolgimento, cioè il prodotto della sezione dei conduttori (q) e del numero dei conduttori per cava (z). Per questo prodotto si può scrivere:

$$qz = \frac{2mwI}{NS} = A \frac{\pi D}{NS} \tag{19-71}$$

in cui N rappresenta il numero delle cave e w quello delle spire. Per una data macchina il rapporto $B_1/A = C_1$ e il prodotto $AS = C_2$ che danno

idea rispettivamente della percentuale di corrente di magnetizzazione e della sovratemperatura, sono grandezze costanti. Se si introducono nella (19-71), risulta:

$$qz = AB_1 = \frac{\pi D}{NC_1C_2} = \text{ cost. } \frac{P_s}{nl} = \text{cost.} \frac{M_s}{l} \tag{19-72}$$

Per una macchina data, con diametro del foro D e numero di cave N, il prodotto qz, cioè lo spazio attivo delle cave è una misura per la coppia. Questa relazione è molto importante per il caso in cui in una cava si abbiano più avvolgimenti, ad esempio nei motori a poli commutabili. Mediante la (19-72) si può determinare la potenza dei diversi avvolgimenti.

19.3. Forma più indicata delle cave

La sezione totale di tutte le cave è determinata dalla densità lineare di corrente, dalla densità di corrente e dal fattore di riempimento delle cave:

$$Nq_N = \frac{\pi DA}{Sk_{Cu}} \tag{19-73}$$

donde risulta la sezione di una cava. Il rapporto y tra l'altezza e la larghezza della cava, che determina la dispersione alle cave, le perdite nel ferro e la tensione magnetica nel dente, è compreso generalmente tra 3 e 5. I valori più alti valgono per macchine di grande potenza ad alta tensione. La scelta di questo rapporto non è difficile. Le cave profonde esigono una tensione magnetica bassa ma richiedono più spazio nella direzione radiale. Nella maggioranza dei casi pratici un piccolo aumento della massa radiale ha poca importanza e quindi spesso si scelgono cave profonde.

Queste osservazioni non sono valide per il rotore, soprattutto se il diametro è piccolo e i fianchi della cava sono paralleli. La tensione magnetica per il dente raggiunge in questo caso un valore elevato e quindi bisogna calcolare la forma della cava più adatta cioè il rapporto y, per il quale la tensione magnetica è minima.

Harlin [19.16] ha compiuto il primo tentativo per determinare il valore ottimo di y. Tuttavia egli non prese a base del suo studio la condizione di minima tensione magnetica ma quelli di minima induzione alla radice del dente, ottenendo come valore ottimo:

$$y_0 = N/2\pi, \tag{19-74}$$

in cui N rappresenta il numero delle cave. L'induzione massima nel dente non si ricava dalla tensione magnetica, determinante invece per il calcolo della f.m.m. magnetizzante. Per tale motivo porremo a base del nostro studio la tensione magnetica che per la (8-67) è espressa dalla:

$$M_Z = H_{Z\,\max}\, h\, k_Z, \tag{19-75}$$

in cui h rappresenta la profondità della cava. $H_{z\max}$ è il valore massimo

del campo magnetico alla radice del dente, relativo all'induzione:

$$B_{Z\max} = \frac{\pi D B_L}{k_{Fe}(\pi D - 2Nh)} \tag{19-76}$$

in cui B_L rappresenta l'induzione al traferro, D il diametro esterno e k_{Fe} il fattore di stipamento del ferro. Il fattore k_z tiene conto della distribuzione non uniforme dell'induzione lungo il dente. Per indotto interno esso è espresso dalla:

$$k_Z = \frac{1}{(m-1)\lambda}\left[\left(\frac{1}{1-\lambda}\right)^{m-1} - 1\right], \tag{19-77}$$

in cui m è l'esponente della curva equivalente di magnetizzazione e

$$\lambda = \frac{2h\tau_z}{D(\tau_z - a)} \tag{19-78}$$

una grandezza ausiliaria τ_z è il passo alle cave misurato sulla superficie dell'indotto ed a la lunghezza della cava. Indicando con y il rapporto tra profondità e larghezza della cava si ottiene:

$$y = h/a. \tag{19-79}$$

Nel nostro studio sarà $q_N =$ cost e varierà y. Sostituendo le dimensioni h ed a con q_N ed y, la tensione magnetica con la costante C non ulteriormente definita è:

$$M_Z = \frac{C(\pi D - N\sqrt{q_N/y})}{2\pi(m-1)\sqrt{q_N y}\,(\pi D - 2\pi\sqrt{q_N y} - N\sqrt{q_N/y})} \left[\left(\frac{\pi D - N\sqrt{q_N/y}}{\pi D - 2\pi\sqrt{q_N y} - N\sqrt{q_N/y}}\right)^{m-1} - 1\right]. \tag{19-80}$$

Indichiamo inoltre con γ il rapporto della sezione totale delle cave e della sezione del foro ed avremo:

$$\gamma = \frac{4Nq_N}{\pi D^2}. \tag{19-81}$$

Introduciamo la nuova variabile:

$$x = N/\pi y \tag{19-82}$$

la tensione magnetica per il dente risulta espressa dalla:

$$M_Z \approx \frac{C}{(m-1)\sqrt{\gamma/x}}\left(\frac{1-0{,}5\sqrt{\gamma x}}{1-\sqrt{\gamma/x}-0{,}5\sqrt{\gamma x}}\right)^m. \tag{19-83}$$

Si può determinare il valore ottimo di x_0 tracciando la curva $M_Z(x)$ o

matematicamente dalla espressione:

$$\frac{dM_Z}{dx} = 0 = 0{,}25\,\gamma x^{3/2} - \sqrt{\gamma}\,x + [1 + (m + 0{,}5)\,\gamma]\,x^{1/2} - (m + 1)\sqrt{\gamma}. \tag{19-84}$$

In fig. 19-6 la curva superiore dà i valori ottimi di x per $m = 9$. Per la (19-74), alla condizione di induzione minima alla radice del dente corrisponde $x = 2$. Per la (19-84) si ottengono valori notevolmente maggiori di x, cioè valori minori per la profondità delle cave. Ciò vale soprattutto per piccoli valori di γ, cioè per macchine più grandi. Consideriamo ancora quale influenza abbia sulla tensione magnetica uno scarto dal valore ottimo y_0. In fig. 19-7 sono tracciate le curve $M_Z/M_{Z\min}$ in funzione di x/x_0 per diversi valori di γ. Il valore $\gamma = 0{,}3$ vale per macchine piccole e $\gamma = 0{,}2$ per macchine grandi. Nelle prime la caduta di tensione magnetica nei denti costituisce una grande parte della tensione totale ed inoltre varia rapidamente al variare di x. Nelle macchine grandi la tensione magnetica nei denti è relativamente piccola e dipendente assai poco da x o y. È più facile scegliere la forma delle cave per questo tipo di macchine che per le macchine piccole.

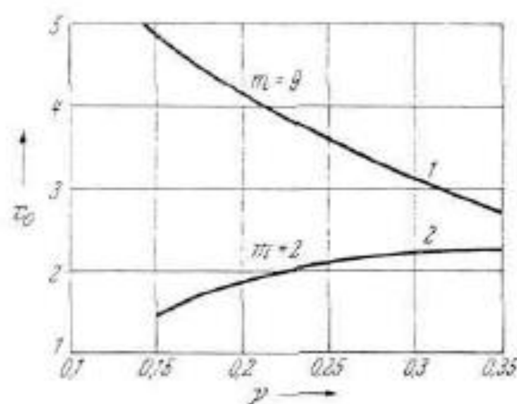


Fig. 19-6. - Valori ottimi del rapporto 9, in funzione di γ. La curva $m = x$ corrisponde al minimo della tensione magnetica nel dente e la curva $m = 2$ al minimo delle perdite del ferro nel dente.

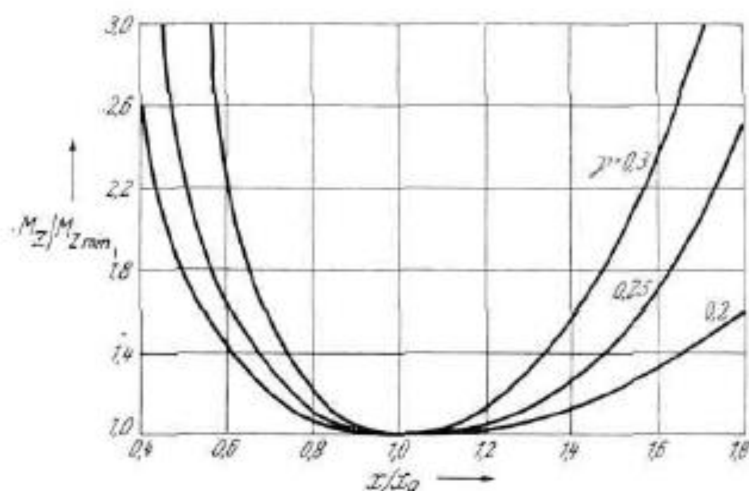


Fig. 19-7. - Aumento della tensione nel dente determinato da uno scarto del valore x dal suo valore ottimo x_0.

Le perdite del ferro nel dente sono praticamente proporzionali al quadrato dell'induzione. È quindi possibile utilizzare la (19-84) anche per determinare la condizione di minime perdite, a condizione di porre $m = 2$. La curva relativa al valore ottimo di x_0 è tracciata in fig. 19-7. La condizione di minime perdite nei denti si discosta da quella della minima caduta di tensione magnetica nei denti. Nelle macchine grandi questo scarto è particolarmente evidente e bisogna cercare una soluzione di compromesso.

INDICE BIBLIOGRAFICO

(fino al 1966)

1. Costruzione

1.1 BATZ; Gehäuseformen von elektrischen Maschinen. ETZ **60** (1939), 111, 177, 533.
1.2 RIEGER; Die konstruktive Entwicklung der langsamlaufenden Motoren für Kolbenverdichter. BBC-Nachr. **26** (1939), 19.
1.3 BOBEK; Fortschritte im Bau großer zweipoliger Induktionsmotoren. AEG-Mitt **36** (1940), 279.
1.4 DOHMEN; Die Bauarten der Läufer langsamlaufender elektrischer Maschinen. E und M **59** (1941), 205.
1.5 SEQUENZ; Sonderbauarten von Kleinmotoren. E und M **62** (1944), 317.
1.6 DIN Deutsche Industrienormen.
1.7 VDE-Vorschriften.
1.8 BOBEK; Gleitlager, Wälzlager und Kupplungen bei elektrischen Antrieben. E und M **62** (1944), 83.
1.9 KRISTEN; Entwicklungslinien im Bau elektrischer Großmaschinen. Bull. Oerlikon Nr. 271 (1948), 1831, 1849.
1.10 KUČERA; Wechselstromgeneratoren in Gleichpolbauart. E und M **69** (1952), 281.
1.11 HUPPACH und SZINEZAK: Mittelfrequenzumformer. ETZ-B (1963), 657.
1.12 PETRETTO: Mittelfrequenzumformer. Elin-Z. 1963, 108.
1.13 SEEFELD; Pendelgeneratoren. Bull. Oerlikon Nr. 291 (1952), 7.
1.14 WIESEMEYER und ZORN; Große Gleichstrommaschinen. ETZ-A **74** (1953), 339.
1.15 ZIEGLER; Dauermagnet-Generatoren in den USA. ETZ-A **75** (1954), 33.
1.16 DOUGLAS: Current Loci of Permanent-Magnet Synchronous. Motors. Power App. Systems 1959, H. 21 76.
1.17 VOGEL: Synchrongeneratoren mit Permanentmagnete. Elektrie **14** (1960) 89, 131.
1.18 PUTZ; Neuere Entwicklungen im Bau elektrischer Maschinen. ETZ-A **76** (1955), 48.
1.19 EGLI; Anforderungen der chemischen Industrie an die Elektromotoren. ETZ-A **76** (1955), 558.
1.20 KRON; Motorbauarten für die chemische Industrie. ETZ-A **76** (1955), 566.
1.21 WIEDEMANN; Grenzleistungs-Turbogenerator. ETZ-A **76** (1955), 744.
1.22 SEQUENZ und STIX; Unmittelbare Leiterkühlung bei Turbogeneratoren großer Leistung. E und M 73 (1956), 268.
1.23 HAGEDORN; Wechselpol-Synchronmaschine mit wicklungsfreiem Läufer und elektromagnetischer oder permanenter Erregung im Städer. AEG-Mitt. **46** (1956), 355.
1.24 RINGLAND, KILBOURNE and KILGORE; American Developments in Generator Cooling. CIGRE-Ber. 1956, Nr. 127.
1.25 WILLYOUNG; Cap-Pickup Conductor Cooling of Turbine Generator Fields. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **75** (1956), III, 260.
1.26 HARMS; Wasserstoffgekühlte Generatoren großer Leistung. ETZ-A **78** (1957), 83.
1.27 WANKE: Wassergekühlte Turbogeneratoren. AEG-Mitt. **52** (1962) 429.
1.28 Aufgabe im Bau grober Turbogeneratoren. Elektritschestvo 1955 Nr. 7. S. 65.
1.29 BARRET, BINORIS, ENAULT und LE BORGNE. Statique des grandes machines synchrones Papp. CIGRE, (1964) Nr. 139.
1.30 ANDRESEN: Drehstrom-Käfigläufermotoren grober Leistung. ETZ-A **86** (1965) 213.

2. Funzionamento

2.1 ARNOLD-LA COUR; Die Gleichstrommaschine, 3. Aufl. Berlin; Springer-Verlag. Band 1 1919, Band 3 1927.

2.2 ARNOLD-LA COUR; Die Wechselstromtechnik. Berlin; Springer-Verlag. Band 1 1910, Band 2 1910, Band 3 1912, Band 4 1913, Band 5 ,I. Teil 1909, Band 5, II, Teil 1912.

2.3 RICHTER; Elektrische Maschinen. Berlin; Springer-Verlag. Band 1 1924, Band 2 1930, Band 3 1932, Band 4 1936, Band 5 1950.

2.4 LIWSCHITZ-GARIK; Electrical Machinery. New York; Van Nostrand Co. 1946.

2.5 BODEFELD und SEQUENZ; Elektrische Maschinen, 5. Aufl. Wien; Springer-Verlag. 1952.

2.6 CANAY: Allgemeine Theorie der Synchron-und Asynchronmotoren in der Operatoren-Matrix-Darstellung. Archiv f. El. 46 (1963) 83.

2.7 SCHUISKY; Elektromotoren. Wien; Springer-Verlag. 1951.

2.8 VIDMAR; Wirkungsweise elektrischer Maschinen. Berlin; Springer-Verlag. 1928.

2.9 KOVACS: Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen. VEB-Verlag, Berlin 1957.

2.10 VIDMAR; Die Transformatoren. Berlin; Springer-Verlag. 1925.

2.11 NÜRNBERG; Die Asynchronmaschine. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1952.

2.12 KÜCHLER; Die Transformatoren. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1956.

2.13 SCHUISKY; Induktionsmaschinen. Wien; Springer-Verlag. 1957.

2.14 LAIBLE; Die Theorie der Synchronmaschine im nichtstationären Betrieb. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1952.

2.15 HOCHRAINER; Symmetrische Komponenten. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1957.

2.16 BLOCH; Die Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik. Zürich; Rascher. 1917.

2.17 MICHAEL: Ortskurvengeometrie in der komplexen Zahlenebene. Verlag Birkhausen, Basel 1950.

2.18 KOVÀCS; Über einige Fragen der Theorie des Asynchronmotors mit Doppelkäfigläufer. Acta Techn. Hungarica 4, H. 1 (1952).

2.19 BRÜDERLINK; Die Induktionsmaschine als Phasenumformer. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe, Band 4 (1920-1924).

2.20 HAPPOLD; Die Schieflast von Drehstromgeneratoren. ETZ 72 (1951), 6.

2.21 LÖBL; Zur Definition der Schieflast von Drehstromgeneratoren. ETZ 72 (1951), 229.

2.22 KRONDL; Selbsterregte Rüttelschwingungen von Induktionsmaschinen mit parallelen Wicklungszweigen. Bull. SEV 47 (1956), 581.

2.23 KADE; Nullfelder in Einphasenmotoren. ETZ-A 76 (1955), 522.

2.24 KÜBLER; Ermittlung der symmetrischen Komponenten mehrphasiger Wechselstromsysteme ohne komplexe Rechnung. ETZ-A 78 (1957), 278.

2.25 BASILE; Elettrotecnica - Volume 1 - V - Casa Editrice Prof. Riccardo Patron, Bologna.

2.26 ANGELINI; Funzionamento e costruzione delle macchine elettriche - I° Vol. Trasformatori - Ed. Universitaria Docet - Roma.

2.27 CORREGGIARI; Costruzione di macchine elettriche - Ed. Goliardica - Milano.

2.28 CARRER; Costruzione di macchine elettriche - Libreria Ed. Universitaria - Levrotto & Bella - Torino,

3. Avvolgimenti

3.1 RICHTER; Lehrbuch der Wicklungen. Karlsruhe; Braun. 1952.
3.2 SEQUENZ; Die Wicklungen elektrischer Maschinen. Wien; Springer-Verlag. Band I 1950, Band II 1952, Band III 1954, Band IV in Vorbereitung.
3.3 HEILES; Wicklungen elektrischer Maschinen und ihre Herstellung. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1953.
3.4 HARRINGTON and MCELLINGOTT; New Developments in Armatur Winding for Large Turbine Generators. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus and Systems No. 12 (1954), 583.
3.5 ALGER and FREIBURGHOUSE; Double Windings for Turbine Alternators. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **49** (1930), 226.
3.6 CHASE and FORBES; Double Winding Generator Solves Breaking Problem. Electr. Wolrd **92** (1928), 1183.
3.7 TITTEL; Neuartige Wicklungen für Wechselstrommaschinen. ETZ **49** (1928), 1103.
3.8 SCHMITZ; Die Wechselwirkung zwischen Wicklungen verschiedener Polzahl. ETZ **55** (1934), 1024.
3.9 MILLAR; Multispeed Induction Motor. Electr. Rev. **1949**, 421.
3.10 v. DOBBLER; Unsymmetrische Drehstromwicklungen. ETZ **72** (1951), 203.
3.11 HÖPP; Gesehnte Ganzlochwicklungen. Elin-Z. **11** (1953), 39.
3.12 TITTEL und WILLIAMS; Bahnstrombersorgung über Umformer. ETZ-A **75** (1954), 398.
3.13 TITTEL; Einige Neuentwicklungen im Großmaschinenbau. ETZ-A **77** (1956), 453.
3.14 BARTON, BUTLER and STERLING; The Theory and Characteristic of the 3: 1-Pole-Changing Induction Motor. Proc. Instn. Electr. Engrs. A 103 (1956), 285, 295.
3.15 Eastman and other: Pol-change Motors Using Phase-Mixing Techniques. Proc. IEE-A **109** (1962) 379.
3.16 RAWCKLIFTE and FONG: Speed-Changing Induction motors. Proc. IEE-A **108** (1961) 347.
3.17 RAWCLIFFE and YAYAWANT; The Development of a New 3; 1-Pole-Changing. Motor. Proc. Instn. Electr. Engrs. **A 103** (1956), 306.
3.18 PORSCH und REIMEE: Isolationswiderstand von Wechselstrommotoren mittlerer Größe bei Inbetriebnahme. ETZ-A **84** (1963) 628.
3.19 SCHUISKY: Innerer Kurzschluß einer Synchronmaschine mit zwei parallelen Zweigen. ETZ-A **82** (1961) 515.
3.20 SCHUISKY: Besonderheiten der Ständerwicklung großer Turbogeneratoren Siemens-Z. **39** (1965) 126.
3.21 ANDRESSEN: Eine betriebssichere Zweifach-Schleifentwicklung für Gleichstrommaschinen mit kritischer Kommutierung. ETZ-A **86** (1965) 840.

4. Campo magnetico

4.1 TIMASCHEFF; Stabilität elektrischer Drehstrom-Kraftübertragungen. Berlin; Springer-Verlag. 1940.
4.2 SCHWENKHAGEN; Allgemeine Wechselstromlehre, Band I. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1951.
4.3 RÜDENBERG; Elektrische Schaltovorgänge in geschlossenen Stromkreisen von Starkstromanlagen. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1953.
4.4 KÜPFMÜLLER; Einführung in die theoretische Elektrotechnik. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1957.
4.5 BUCHHOLZ; Elektrische und magnetische Potentialfelder. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1957.

4.6 FREY; Anwendung der konformen Abbildungen auf praktische Probleme des Elektromaschinenbaus. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Techschen Hochschule Karlsruhe, Band **4** (1920-1924).

4.7 CARTER; Induktion im Luftspalt und in der Pollücke. J. Instn. Electr. Engrs. **29** (1900), 925.

4.8 THOMSON; Wirbelströme in Eisenblechen. Electrician **1892**, 599.

4.9 RÜDENBERG; Energie der Wirbelströme. Stuttgart; Enke. 1906.

4.10 JASSE; Die Schwungradbremsung durch Wirbelströme. Arch. Elektrotechn. **39** (1949), 472.

4.11 JORDAN und TAEGEN: Über das Strom- und Drehmomentverhalten von Drehstrom-Asynchronmotoren mit massiven Eisenläufern. E und M **80** (1963) 326.

4.12 RICHTER; Felderregerkurve und Feldkurve bei elektrischen Maschinen. ETZ **71** (1950), 618.

4.13 BERGTOLD; Magnetfeldstreuung an den Rändern von Luftspalten. ETZ **72** (1951), 111.

4.14 RICHTER; Aus der Praxis der Felbdilder für elektrische Maschinen mit Stromwender. E und M **72** (1955), 265.

4.15 LUTZ, ROESLER und ZAAR; Eine einfache Abschätzung des Skin-Effektes in ferromagnetischen Leitern bei magnetischer Sättigung. E und M **69** (1952), 57; **70** (1953), 139.

4.16 SCHUISKY; Untersuchung magnetischer Felder mit Hilfe von Modellen. Arch. Elektrotechn. **40** (1952), 316.

4.17 WEH und OSSWALD: Über die Berechnung des Luftspaltfeldes einer stromgespeisten Synchronmaschine. ETZ-A **86** (1965) 110.

4.18 DOUGLAS; The Reluctance of Some Irregular Magnetic Fields. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **34** (1915), 867.

4.19 MÜLLNER; Elektrische Abbildung magnetischer Wirbelfelder. ETZ **50** (1929), 1321.

4.20 LEHMANN; Graphische Methode zur Bestimmung des Kraftlinienverlaufs. ETZ **30** (1909), 995.

4.21 RICHTER; Das Feld in den Lufträumen elektrischer Maschinen. Arch. Elektrotechn. **11** (1922), 85.

4.22 KRONDL; Modelle elektrischer und magnetischer Felder. E und M **57** (1939), 543.

4.23 ROTH; Zur Erforschung magnetischer Felder in elektrischen Maschinen. E und M **55** (1937), 338.

4.24 CIGANEK; Räumlicher und zeitlicher Verlauf des magnetischen Feldes in einem gesättigten Induktionsmotor. Elektr. Obzor **48** (1959), 284.

4.25 HABERLAND; Theorie und experimentelle Untersuchung des magnetischen Wechselfeldes im Luftspalt von massivem Eisen. Arch. Elektrotechn. **28** (1934), 234.

4.26 KRAMER; Wirbelströme und Strombedrängung in massivem Eisen. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 405.

4.27 TOBLER; Die Lagerströme synchroner Wechselstrommaschinen, deren Ursache und Verhütung. E und M **54** (1936), 164.

4.28 ROSENBERG; Die Stromerzeuger im Teigitsch-Werk. E und M **67** (1950), 215.

4.29 SCHIER: Selbsterregte unipolare Gleichströme in Maschinenwellen ETZ-A **86** (1965) 737.

4.30 FREISE und JORDAN: Die Ermittlung von Wellenspannung und Lagerstrom in elektrischen Maschinen unter Berücksichtigung der magnetischen Spannung im Eisen. E und M **80** (1963) 80.

4.31 HAUS: Wellenspannungen und Wellenströme, ihre Ursache, Wirkung und Abhilfsmaßnahmen. ETZ-A **85** (1964) 106.

4.32 JORDAN und TAEGEN: Wellenflüsse infolge von Schwankungen des Luftspaltleitwertes. ETZ-A **85** (1964) 865.

4.33 SCHUISKY: Lagerspannungen bei Turbogeneratoren. ETZ-A **86** (1965) 303.

5. Campi armonici

5.1 DREYFUS; Die Theorie des Drehstrommotors mit Kurzschlußanker. Stockholm; Ing. Vet. Akad. 1924.
5.2 NIPPES: Harmonic Power in Nonsalient-Pole Synchronous Machinery. Power App. Syst. **81** (1962) P. 62-186.
5.3 KREBS und JORDAN; Pendelmomente von Käfigläufermotoren. E und M **54** (1936), 205.
5.4 SCHUISKY; Zusatzverluste und synchrone Wirkung der Oberfelder bei Käfigankermotoren. Arch. Elektrotechn. **29** (1935), 210, 501.
5.5 MÖLLER; Über die Drehmomente beim Anlauf von Drehstrommotoren mit Käfigankern. Arch. Elektrotechn. **24** (1930), 401.
5.6 OBERRETL: Neue Erkenntnisse über parasitäre Drehmomente in Käfigläufermotoren. Bull. Oerlikon Nr. **348** (1962) **130**.
5.7 STEPINA: Die Einzelwellen der Felderregerkurve bei unsymmetrischen Asynchronmaschinen. Archiv f. El. (1958) 384.
5.8 JORDAN und FREISE: Rüttelkraftbildung bei Schleifringmotoren mit Bruchlochwicklungen. ETZ-A **82** (1961) 38.
5.9 BOLLER und JORDAN: Über die phasenrichtige Addition der unterharmonischen Wicklungsoberfelder und die Nutungsoberfelder bei phasenreinen Mehrphasenwicklungen ETZ-A **84** (1963) 235.
5.10 IPOTOV und DUKSTAN: Wirkung der Uber-bzw. Unterwellen in der Felderregerkurve von Bruchlochwicklungen. Elektritschestvo **1965** Nr. **1** S. 8.
5.11 OBERRETL: Über den Einfluß von parallelen Wicklungszweigen, Dreieckschaltung, Spulensehnung, Nutschlitzbreite und Nutenschrägung auf Drehmoment von Käfigläufermotoren. ETZ-A **86** (1965) 619.
5.12 GRUNDER; Das Geräuschproblem bei Transformatoren. Bull. Oerlikon Nr. 303 (1954), 23.
5.13 JORDAN; Über das magnetische Geräusch von Drehstrommaschinen. ETZ-A 73 (1952), 620.
5.14 JORDAN; Angenäherte Berechnung des magnetischen Geräusches von Käfigläufern. ETZ **71** (1950), 491.
5.15 JORDAN; Über die Entstehung von Transformatorgeräuschen. ETZ **75** (1954), 107.
5.16 JORDAN; Vorausberechnung des magnetischen Geräusches von Schleifringmotoren. ETZ-A **75** (1954), 519.
5.17 KADE; Oberfelder in Drehstrom-Induktionsmotoren mit Käfigläufer. E und M 72 (1955), 152, 175.

6. Materiali magnetici

6.1 STUART; Kurzes Lehrbuch der Physik. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1954.
6.2 PAWLEK; Magnetische Werkstoffe. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1952.
6.3 BADER, DEHLINGER, FRAUENBERGER, KUELLER, KRANZ und REIMER; Beitäge zur Theorie des Ferromagnetismus und der Magnetisierungskurve. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1956.
6.4 FAHLENBRACH; Grundlagen der Entwicklung weichmagnetischer Werkstoffe. ETZ-A **76** (1956), 499.
6.5 FELDTKELLER und WILDE; Hysterese in weichmagnetischen Werkstoffen. ETZ-A **77** (1956), 449.
6.6 HECK; Amerikanischer Wissensstand über Ferromagnetismus. ETZ-A **77** (1956), 521.
6.7 BRAILSFORD and BRADSHAW; Iron Losses at High Magnetic Flux Densities in Electrical Sheet Steel. Proc. Instn. Electr. Engrs. **102** (1955), **463**.

6.8 BRAILSFORD; Alternating Hysteresis Loss in Electrical Shunt Steds. J. Instn. Electr. Engrs. **84** (1939), 399.
6.9 GANZ und BRENNER; Textur und Magnetisierungskurve bei Siliziumeisen. Z. angw. Phys. **8** (1956), 502.
6.10 Surahammars Bruks AB; Katalog von Dynamoblech.
6.11 Armco; Katalog von « Oriented Electrical Steel » 1955.
6.12 ROTERS; The Hysteresis Motor. Amer. Inst. Engrs., Technical Papers **1947**, 47, 218.
6.13 HEISTER; Die Messung der Hystereseschleife einer gleichstromvormagnetisierten Drossel. Techn. Mitt. Krupp **14** (1956), H. 2, 30.
6.14 RADT; Die Eisenverluste in elliptischen Drehfeldern. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe, Band 2, (1910 bis 1911), 249.
6.15 ASSMUS und BOLL; Schnittbandkerne als neue Form weichmagnetischer Werkstoffe. ETZ-A **75** (1954) , 221.
6.16 FISCHER; Abriß der Dauermagnetkunde. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1949.
6.17 FAHLENBRACH; Fortschritte auf dem Gebiet der Dauermagnet-Werkstoffe. Techn. Mitt. Krupp 14 (1956), H. 1, 2.
6.18 Krupp Widia Fabrik; Katalog von Dauermagnetstoffen.
6.19 MIMMEL und TENDELOO: Eigenschaftsuntersuchungen von Dauermagneten für kleine Gleichstrommaschinen. ETZ-A **83** (1962), 776.
6.20 FAHLENBRACH und SOMMERNKORN; Dauermagnete in Kleinmotoren. ETZ-A **75** (1954), 299.
6.21 KOPPELMAN; Permanent Magnets from Ultrafine Iron Powder. Phys. Rev. **79** (1960), 739.
6.22 FAHLENBRACH; Oxydische Dauermagnete mit magnetischer Vorzu–srichtung. ETZ-A **74** (1953), 388.
6.23 GOULD; Progress in Permanent-Magnet Materials. Proc. Instn. Electr. Engrs. A **106** (1959), 493.
6.24 KUSSMANN und YAMADA; Zur Definition und Bestimmung der Koerzitivkraft von Dauermagneten usw. Arch. Elektrotechn **42** (1956), 237.
6.25 FAHLENBRACH; Der Grundprozeß der Magnetisierung bei Alni- und Alnico-Dauermagnetlegierungen. Techn. Mitt. Krupp **12** (1954), 177.
6.26 PANEZAKIEWIEZ; Magnetisierungsablauf und die Wirbelstromverluste in Eisenblechen. Arch. Elektrotechn. **33** (1939), 554.
6.27 REED; An Experimental Investigation of the Theory of Eddy-Currents in Laminated Cores of Rectangular Section. J. Instn. Electr. Engrs. **80** (1937), 567.
6.28 BRAILSFORD; Investigation of the Eddy-Current Anomaly in Electrical Sheet Steel. J. Instn. Electr. Engrs. **95** (1948), II, 38.
6.29 BLAKE; The Eddy-Current Anomaly in Ferromagnetic Laminae at High Rates of Chang of Flux. Proc. Instn. Electr. Engrs. **96** (1949), II, 705.
6.30 SORGER; Wirbelstromanomalie in Blechkernen. Frequenz 8 (1954), 83.
6.31 ASPDEN; Eddy-Currents in Solid Cylindrical Cores Having Non-Uniform Permeability. J. Appl. Phys. **23** (1952), 523.
6.32 RUSBÜLD und ÖRKAJA; Messung der Unmagnetisierungsverluste usw. ETZ-A **77** (1956), 295.
6.33 OPPEN: Isolieren von Dynamoblech mit Phosphatschichten. Elektro-Technik 1963, Nr. 8, S. 132.
6.34 KOLLMAN; Fragen bei der Auslegung von Transformatorkernen. Elin-Z. **5** (1953), 15.
6.35 TAYLOR; The Measurement of Interlaminar Resistance of Varnish — Insulated Silicon-Steel Sheet for Large Electrical Machines. Proc. Instn. Electr. Engrs. **98** (1951), II, 63.
6.36 SEEGER: Erhöhung der Eisenverluste von Dynamoblechen durch verschiedene Bearbeitungsvorgänge beim Bau elektrischer Maschinen. ETZ-A **84** (1963), 622.

6.37 PAWLEK und REICHEL; Fortschritte auf dem Gebiete der magnetischen Werkstoffe und ihrer Anwendung. AEG-Mitt **46** (1956), 337.
6.38 KOCH und STRNAT; Zum Problem der Ummagnetisierungsverluste. E und M **73** (1956), 493.
6.39 HESSELBACH; Warmgewälzte Elektrobleche mit magnetischer Vorzugsrichtung. E und M **73** (1956), 5.
6.40 PROVAZNIK; Oberflächenverluste in elektrischen Maschinen. Elektr. Obzor 48 (1959), 566.
6.42 PIK-PATSCHAK: Oberflächenverluste in massiven Polen beim Leerlauf. Vjestnik Elektropromyschlen. 1962 Nr. **8**, 27.

7. Perdite nel ferro delle macchine elettriche

7.1 BRECHNA; Betrachtungen zum gegenwärtigen Bau der Eisenkörper von Transformatoren. - Bull. Oerlicon Nr. 324 (1957), 70.
7.2 SEEGER; Erhöhung der Eisenverluste von Dynamoblechendurch verschiedene Bearbeitungsvorgänge beim Bau elektrischer Maschinen - ETZ - A 84 (1963) 622.

8. Curva caratteristica di magnetizzazione

8.1 FISCHER und MOSER; Die Nachbildung von Magnetisierungskurven durch einfache algebraische oder transzendente Funktionen. Arch. Elektrotechn. **42** (1956), 286.
8.2 SCHUISKY; Die magnetische Spannung längs des Ständer- und Läuferjoches bei Induktionsmaschinen. Arch. Elektrotechn. **42** (1956), 199.
8.3 WEH; Über die Berechnung magnetischer Spannungen in hochgesättigten Jochen von Drehstrommaschinen. Arch. Elektrotechn. **43** (1957), 77.
8.4 GYNT und SCHUISKY; Berechnung der magnetischen Spannung für Joch und Zähne. ETZ-A **79** (1958), 780.
8.5 OBERRETL; Die magnetische Rotorjochspannung bei Asynchronmaschinen. E und M **76** (1959), 449.
8.6 SCHUISCHY; Verzapfte Stoßfugen in magnetischen Kreisen. Bull. SEV **48** (1957), 1118.
8.7 KÜCHLER; Magnetischer Widerstand verschachtelter Stoßfugen im Eisenkreis von Transformatoren. Z. Elektrotechn. **2** (1948), 97.
8.8 BUTTLER and MANG; The Effects of Overlapping Joints in Laminated Magnetic Cores of the m.m.f. and Power Required for their a. c. Magnetization. J. Instn. Electr. Engrs. **95** (1948), II, 15.
8.9 BRECHNA; Betrachtungen zum gegenwärtigen Bau der Eisenkörper von Transformatoren. Bull. Oerlikon Nr. 324 (1957), 70.
8.10 HUG; Permanente Magnete, die Bemessung ihres Kreises. Bull. SEV **41** (1950) 661.
8.11 VOGEL; Synchrongeneratoren mit Permanentmagneten. Elektri **14** (1960), 89, 131.
8.12 POHL; Tneory of Pulsating-Field Machines. J. Instn. Electr. Engrs. **93** (1946), 37.
8.13 BÜSSING; Einige Probleme bei der Gleichpolmaschine. ETZ-A **73** (1952), 285.
8.14 SCHÖNBACHER; Berechnung der Leerlaufkennlinie eines Mitterlfrequenz-Generators vom Gleichpoltyp. ETZ-A **76** (1955), 256.
8.15 SCHMITZ; Der Mittelfrequenzgenerator nach System Guy. ETZ-A **78** (1957), 358.
8.16 BÜSSING: Das Betriebsverhalten der Guy-Maschine. E und M **76** (1959), 199.
8.17 OBOUKHOFF; Eine Methode der Berechnung von Mittel- und Hochfrequenzmaschinen usw. Arch. Elektrotechn. **25** (1931), 310.
8.18 OBOUKHOFF; A Method of Designing Medium and High Frequency Alternators. Oklahoma Agricultural and Mechanical College. Publication Nr. 40, Vol. 10 (1939); Nr. 7, Vol. 1 (1930).

9. Resistenza dell'avvolgimento

9.1 Kupfer und Kupferlegierungen. Deutsches Kupfer-Institut E.V. 1952.
9.2 Aluminium. Katalog der AB Svenska Metallverken.
9.3 Aluminium-Läuferwicklung. Electr. Engng. **71** (1952), 1052.

10. L'effetto pellicolare

10.1 FIELD; Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **24** (1905), 659.
10.2 EMDE; Einseitige Stromverdrängung in Ankernuten. E und M **24** (1908), 703.
10.3 RICHTER; Über zusätzliche Kupferverluste. Arch. Elektrotechn. **2** (1914), 518.
10.4 RINGLAND and ROSENBERG; A New Stator Coil Transposition for Large Machines. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus und Systems No. **44** (1959), 743.
10.5 SCHUISKY; Strombverdrängungsmotoren. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 77, 185.
10.6 LAIBLE; Stromverdrängung in Nutleitern. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 558.
10.7 KRÄMER; Die Berechnung der geeigneten Nutenform für Stromverdrängungsläufer. ETZ-A **52** (1931), 75.
10.8 ZUR NIEDEN; Berechnung von Stäben für Stromverdrängungsmotoren. E und M **51** (1933), 129.
10.9 WALDVOGEL; Neue graphische Methode für die Berechnung des Skineffektes in Nutkupfer. Bull. SEV **22** (1931), 192.
10.10 WANGER; Stromverdrängung bei Ausgleichsvorgängen in Nutenleitern. E und M **49** (1931), 799.
10.11 KOOS; Nutenquerfeld und Stromverdrängung während der Stromwendung bei Gleichstrommaschinen. Arch. Elektrotechn. **30** (1936), 502.
10.12 JASSE; Beitrag zur Frage günstiger Stabhöhe bei Stromverdrängung. Arch. Elektrotechn. **39** (1950), 323.
10.13 SCHRADER: Beitrag zur Berechnung des Stromverdrängungsfaktors von Hochstab. ETZ-A **83** (1962) 38.
10.14 SCHUISKY: Stromverdrängung in den freiliegenden Teilen des Hochstabes. De Ingenieur **75** (1963), E 20.
10.15 BAHR: Die Theorie der Stromverdrängung in einer Maschiennut von rechteckingem Querschnitt. ETZ-A **86** (1965), 380, 689.

11. Perdite addizionali

11.1 MAYER; Zusätzliche Verluste in den Stirnverbindungen der Wechselstromwicklungen. E und M **75** (1958), 97.
11.2 VIDMAR; Wirbelstromwärme in Großtransformatorkupfer. E und M **71** (1954), 249.
11.3 DREYFUS; Zusätzliche Kommutierungsverluste bei Gleichstrommaschinen. E und M 32 (1914), 281.
11.4 DREYFUS; Theorie der zusätzlichen Kommutierungsverluste von Gleichstrommaschinen. Arch. Elektrotechn. **3** (1915), 273.
11.5 KADE; Die Temperaturabhängigkeit der Zusatzverluste. Z. Eletrotech. 1950, H. 2.
11.6 SCHUISKY; Zusatzverluste im nicht isolierten Käfig. Bull. SEV **44** (1953), 330.
11.7 ROSSMAIER; Berechnung der durch unisolierte Käfige hervorgerufenen Zusatzverluste bei Asynchronmaschinen. E und M **57** (1939), 249.
11.8 AIEE Committee Report. Stray Load Loss Measurement in Induction Machines. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus und Systems No. **41** (1959), 67.
11.9 GAINZEV: Komponenten der Zusatzverluste in Kurzschlußmotoren mit der Leistung bis **100** kW. Elektritschestwo **1964**, Nr. 12.

11.10 ODOK; Zusatzverluste und Zusatzmomente in Kurzschlußankermotoren mit unisolierten Stäben. Diss. Zürich 1955.
11.11 ALGER, ANGST and DAVIS; Stray Load Losses in Polyphase Induction Machines. Amer. Inst. Electr. Engrs. Power, Apparatus and Systems No. 42 (1959), 349.
11.12 TRAZEVIZKY: Einfluß des Leitwertes zwischen den Stäben auf die Konstanten der Asynchronmaschine. Elektrotechnika 1965, Nr. 1, S. 44.
11.13 SCHUISKY; Stray Losses in the Damping Shield Plates of Large Turbine Generators. Ingenie ('s-Gravenhage) **69** (1957), E 57.
11.14 JORDAN und TAEGEN: Drehmomentkurven und Zusatzverluste von Drehstrom-Asynchronmotoren. ETZ-A **81** (1960), 816.
11.15 WINCHESTER; Stray Losses in the Armature End Iron of Large Turbine Generators. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus and Systems **72** (1955), 381.
11.16 KULIK: Verluste in der Dämpferwicklung der Synchronmaschine. Elektitschestwo 1961, Nr. 10, S. 34.
11.17 LAMMERANER; Die Wirbelstromverluste unterteilter Leiter, die in den Stirnverbindungen verschränkt sind. Skoda-Mitt 2 (1939), 65.
11.18 RINGLAND und ROSENBERG: A new Stator Coil Transposition for Large Machines. Powers, Apparatus and Systems, 1959, Nr. 44, S. 743.
11.19 BRANDT und POHL; Die für die Stromverdrängung in Evolventenbügeln entscheidenden Streufeldkomponenten und die Bügelverschränkung bei großen Generatoren. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 105.
11.20 DREYFUS; Die Berechnung der Wirbelstromverluste in den unmagnetischen Preßringen großer Turbogeneratoren. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 295.
11.21 WALDVOGEL; Die zusätzlichen Kupferverluste bei Dreiwicklungstransformatoren. Bull. SEV **31** (1940), 92.
11.22 Zahnsättigungszusatzverluste bei Gleichstrommaschinen. E und M **79** (1962), 499.
11.23 JORDAN und TAEGEN: Zur Messung der Zusatzverluste von Asynchronmaschinen. ETZ-A **86** (1965), 167.
11.24 SCHUISKY: Briefwechsel ETZ-A **86** (1965), 799.

12. Perdite, rendimento

12.1 HAK: Reibungsverluste im Luftspalt. E und M **77** (1960), 325.
12.2 Kataloge der Firmen le Carbone, Ringsdorff und Morganite.
12.3 SCHRÖTER; Zur Physik des Schleifkontaktes. Arch. Elektrotechn. **18** (1927), 111.
12.4 BERGER und SCHRÖTER: Zur Beurteilung des Kohlebürstenverschleißes auf Stromwendern und Schleifringen. ETZ-A **83** (1962), 91.
12.5 SCHRÖTER; Der Übergangswiderstand von Schleifkontakten. ETZ-A **76** (1955), 498.
12.6 BIELEFELDT; Riefenbildung an den Kommutatoren und Schleifringen bei Verwendung elektrographierter Kohlebürsten. ETZ-A **74** (1953), 36.
12.7 BINDER: Beitrag zur Dynamik des Kontaktes Kohlebürste-Lamelle. ETZ-A **82** (1961), 46.
12.8 TÖFFLINGER; Unterteilte Kohlebürsten. ETZ-A **73** (1952), 573.
12.9 REINHARDT; Bestimmung des Wirkungsgrades umlaufender elektrischer Maschinen. Arch. techn. Messen V 3441-5 Lfg. 205 (1953), 33: V 3441-2 Lfg. 201 (1952), 217.
12.10 REINHARDT; Prüfung und Abnahme von elektrischen Maschinen, Band I, Karlsruhe; Braun. 1956.
12.11 NÜRNBERG; Die Prüfung der elektrischen Maschinen, 3. Aufl. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1955.

12.12 JORDAN und TAEGEN: Zur Berechnung der Zahnpulsationsverluste von Asynchronmaschinen. ETZ-A **86** (1965), 805.

13. Fenomeni di dispersione

13.1 ROTHERT; Über die Nutstreuung elektrischer Maschinen. Arch. Elektrotechn. **32** (1938), 306, 372, 434.

13.2 ADAMS; Beitrag zur Berechnung der Streuleitfähigkeit von halboffenen Nuten. Arch. Elektrotechn. **32** (1938), 64, 829.

13.3 JASSE und ZIGANKE; Beitrag zur Nutstruung von elektrischen Maschinen. Arch. Elektrotechn. **22** (1929), 177.

13.4 KUCERA; Magnetische Zahnstreuung bei elektrischen Maschinen. E und M **58** (1940), 329.

13.5 WALDSCHMIDT: A general method for slot konstant calculation. Trans. AIEE **78** (1959), 1437.

13.6 FOKIN: Magnetischer Leitwert der geschlossenen Nut. Elektrotechnik 1965 Nr. 1, S. 47.

13.7 BARNES; An Experimental Study of Induction Machine Endturn Leakage Reactance. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **70** (1951), 671.

13.8 HONSINGER; Theory of End — Winding Leakage Reactance. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus and Systems No. 43 (1959), 417.

13.9 WEISSHEIMER; Die Stirnstreuung der Synchronmaschinen. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Tecnischen Hochschule Karlsruhe, Band 5 (1927-1929).

13.10 GERSTENBAUER: Beitrag zur Ständerwickelkopfstreuung zweipoliger Turbogeneratoren. ETZ-A **84** (1963), 568.

13.11 KÜRZEL; Stirnstreuung der Induktionsmaschinen. Diss. Karlsruhe 1932.

13.12 LEHMANN; L'influence de l'epaisseur des bobines inductrices sur leurs fuites interpolaires. Rev. Gen. Electr. **36** (1934), II, 757.

13.13 HELLER und Kauders; Das Görgessche Durchflutungspolygon. Arch. Elektrotechn. **29** (1935), 599.

13.14 KRONDL; La dispersion differentielle dans les machines d'induction. Rev. Gen. Electr. **23** (1928), 433.

13.15 HUMBURG; Die Berechnung der Spaltstreuung in synchronen und asynchronen Maschinen. Arch. Elektrotechn. **34** (1940), 669.

13.16 TÜXEN; Doppeltverkettete Streuung von Dreiphasen-Zweischichtwicklungen. E und M **58** (1940), 264.

13.17 JORDAN und LAX; Untersuchung des Einflusses einer nicht in den Nutmittellinien konzentriert vorausgesetzten Durchflutung auf die doppeltverkettete Streuung. E und M **58** (1940), 393.

13.18 SCHAK-NIELSEN; Die doppeltverkettete Streuung von Einphasenmotoren mit Hilfsphase. E und M **57** (1939), 64.

13.19 KUCERA; Magnetische Streuung an den Spulenköpfen der verteilten Wicklungen. E und M **57** (1939), 328, 364.

13.20 SCHMITZ; Die doppeltverkettete Streuung beim Lauf und Stillstand. ETZ **64** (1943), 297.

13.21 HUMBURG; Begriff und Aufteilung der Streuung bei synchronen und asynchronen Maschinen. Arch. Elektrotechn. **34** (1940), 445.

13.22 KRON und BOPP; Beitrag zur praktischen Berechnung des Koeffizienten der doppeltverketteten Streuung. Arch. Elektrotechn. **41** (1953), 136.

13.23 *BITTER; Erfahrungen im Bau von großen Drehstrommotoren. Elin-Z.* **7** *(1955), 1.*

13.24 DABBOS: Ermittlung des Kurzschlußstromes von ungeschrägten Asynchronmaschinen unter Berücksichtigung der Eisensättigung. ETZ-A **85** (1964), 76, 115.

13.25 WEPPLER: Grundsätzliches bei Kurzschlußläufermotoren mit Berücksichtigung der Eisensättigung. ETZ-A **85** (1964) 402.
13.26 RABB und WILLIAMS; Circuit Analysis Method for Determination of AC Impedances of Machine Conductors. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **70** (1951), 661.
13.27 KNAAK; Zusätzliche Streuung bei Drehstromtransformatoren. ETZ **59** (1938), 745.
13.28 KÜCHLER; Das Streufeld von Transformatorwicklungen. Z. Elektrotechn. 2 (1949), 25.
13.29 HEILES; Streuungsberechnung bei Transformatoren mit unterteilten Wicklungen E und M **49** (1931), 941.
13.30 BERGHAHN; Die Streureaktanzen eines Einphasentransformators. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 761.
13.31 KNAAK; Beitrag zur Berechnung der Streuung bei symmetrischen Scheibenwicklungen. ETZ **60** (1939), 47.
13.32 KNAAK; Beitrag zur Berechnung der Streuung bei unsymmetrischen Scheibenwicklungen. Arch. Elektrotechn. **33** (1939), 326.
13.33 OSTENDORF; Die wirksamen Streuinduktivitäten von Gleichrichterumspannern. Arch. Elektrotechn. **33** (1939), 440.
13.34 FESTL; Uber die genauere Bestimmung der Kurzschlußspannung von Transformatoren. E und M **69** (1952), 306; **70** (1953), 303.

14. Reattanze caratteristiche

14.1 Standard Handbook for Electrical Engineers. New York; McGraw-Hill. 1949.
14.2 LAIBLE; Die Reaktanzen und andere Konstanten der Synchronmaschine. Bull. Oerlikon Nr. 300 (1953), 59.
14.3 MENON; An Accurate Method of Calculation of Subtransient Reactances of Synchronous Machines. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus and Systems No. 42 (1959), 371.
14.4 WANDER; Einführung der « Pendel »-Reaktanz. BBC-Mitt. **24** (1937), 103.
14.5 PETZOLD; Pendelreaktanz und Grenzstoßbelastung der Drehstrommaschine. E und M **69** (1952), 458.
14.6 LAIBLE; Pendelreaktanz. Bull. Oerlikon Nr. **311** (1955), 53.
14.7 VOLKRAD: Polradspannung, Reaktanz und Ortskurve des Stromes der mit Dauermagneten erregten Synchronmaschine. ETZ-A **83** (1962), 517.
14.8 CAHILL und ADKINS: The Permanent-Magnet Synchronous Motors. Proc. IEE V. 109 A 482.
14.9 PROVAZNIK; Reaktanz von Synchronmaschinen. Elektr. Obzor **40** (1951), 49.
14.10 KOVACS; Messung der gesättigten Werte der synchronen Längs- und Querreaktanzen im Stillstand. E und M **74** (1957), 473.
14.11 CALVI: Berechung der Impedanzen von Drehfeldmaschinen für die Gleichungen der Zweiachsentheorie. E und M **80** (1963), 75.
14.12 FREITAG: Ableitung eines Ersatzschaltbildes für die Transientreaktanz von Synchronmaschinen unter Berücksichtigung der Oberfelder. ETZ-A **86** (1965), 139.
14.13 CANAY: Ein neues Verfahren zum Bestimmen der Quergrößen von Synchronmaschinen. ETZ-A **86** (1965), 561.
14.14 DALTON and CAMERON; Simplified Measurement of Subtransient Reactances in Synchronous Machines. Electr. Engr. **71** (1952), 167.
14.15 MATENA; Unmittelbare Messung der transienten und subtransienten Reaktanz von Synchrongeneratoren. Elektr. Obzor **41** (1952), 265.
14.16 PRIESS; Messung von Blindwiderständen der Synchronmaschinen im Kurzschluß. ETZ-A **79** (1958), 354.

14.17 GLAGOLEVA, GORBUNOVA, PORTNOI und CHATSCHATUROV: Asynchron-Kennlinie der Synchronmotoren. Elektritschestvo 1963 Nr. 7, S. 29.
14.18 KAZOVSKI und RAGOZIN: Experimentelle Ermittlung des Frequenzganges eines Turbogenerators. Elektritschestvo 1963 Nr. 10, S. 14.
14.19 BITTER; Anpassung der Stromerzeuger an die heutigen Netzverhältnisse. Elin-Z. 11 (1959), 59.
14.20 SCHUISKY: Vorausbestimmung der Erregung von Synchronmaschinen. ETZ-A 84 (1963), 317.
14.21 SCHUISKY: Kritische Betrachtung des Verfahrens zum Bestimmen der Last-Erregung von Synchronmaschinen. Siemens-Z. **38** (1964), 365.
14.22 BÖNNING: Berechnung des Lasterregerstromes von Grenzleistungs-Turbogeneratoren. ETZ-A **86** (1965), 490.

15. Fenomeni transitori

15.1 SCHUISKY; Übergangsvorgänge bei der Leonard-Schaltung. E und M **71** (1954), 125.
15.2 BONFERT: Bedeutung und Kennzeichnung der Erregergeschwindigkeit von Erregeranordnung. ETZ-A **81** (1960), 246.
15.3 FRAUENBERGER; Der Regelungsvorgang und die an die Meßeinrichtung und Stellglied zu stellenden Anforderungen. ETZ-A **73** (1952), 186.
15.4 LAMMERANER; Schnelle Spannungsumkehr des Leonard-Generators mittels einer gegenkompoundierten Erregermaschine. Elektr. Obzor **41** (1952), 342.
15.5 BÜHLER: Einführung in die Theorie geregelter Gleichstromantriebe. Birkhauser-Verlag, Basel 1962.
15.6 MCCLINTON, BRANGATO and PANOFF; Transient Characteristics of d-c-Motors and Generators. *Electr. Engr.* **69** (1950), 301.
15.7 LINVILLE and WARD; Solid Short Circuit of d-c-Motors and Generators. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **68** (1949), 119.
15.8 LINVILLE; Current and Torque of d-c-Machines on Short Circuit. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **65** (1946), 956.
15.9 BÜHLER; Untersuchungen von Ward-Leonard-Regelungen mit einem Analogiegerät. Bull. SEV **50** (1959), 1062.
15.10 LYON; Transient Analysis of Alternating Current Machinery. New York; Wiley and Sons. 1954.
15.11 LAIBLE; Die Theorie der Synchronmaschine im nichtstationären Betrieb mit Anwendungsbeispielen der modernen amerikanischen Literatur. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1952.
15.12 ROSSMAIER; Die Beanspruchung der Fundamente elektrischer Maschinen usw. BBC-Nachr. **31** (1944), 10.
15.13 PARK; Two-Reaction Theory of Synchronous Machines. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **48** (1929), 48, 716.
15.14 SLAMEK; Der unstationäre Kurzschlußstrom der Synchronmaschine. E und M **70** (1953), 291, 322.
15.15 REISER; Die Bestimmung der Stoßkurzschlußströme von Turbogeneratoren mit Dämpferwicklung. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe, Band 5 (1927-1929).
15.16 SCHUISKY; Übergangsvorgänge bei Synchronmaschinen auf Grund der Drehfeldtheorie. Ingenieur ('s-Gravenhage) **71** (1959), E 71.
15.17 FOUERMARIER; Ersatzbilder elektrischer Maschinen bei Ausgleichsvorgängen. Bull. SEV **44** (1953), 527.
15.18 CAROLLER; Simulation einer Synchronmaschine mit einer Analogierechenmaschine. BBC-Mitt. **46** (1959), 299.
15.19 CONCORDIA; Synchronous Machines, Theory and Performance. New York; Wiley and Sons. 1951.

15.20 HANNAKAM; Einsatz von Rechenmaschinen bei der Behandlung stationärer und dynamischer Vorgänge von elektrischen Maschinen. VDE-Buchreihe, Bd. 3, 212. Berlin; VDE-Verlag G. m. b. H., 1958.
15.21 HANNAKAM; Entwicklung geschlossener Näherungsbeziehungen für unsymmetrische Kurzschlußströme der synchronen Schenkelpolmaschine. Arch. Elektrotechn. **45** (1960), 118.
15.22 TITTEL: Die Erregung und die Ausgleichsvorgänge bei unsymmetrischer Belastung der Drehstromgeneratoren. E und M **81** (1964), 403.
15.23 SCHUISKY; Übergangsvorgänge bei Induktionsmaschinen. Arch. Elektrotechn. **42** (1955), 55.
15.24 SCHUISKY: Überblick über Ausgleichsvorgänge bei elektrischen Maschinen.
15.25 REINHARDT; Der Anlauf von Drehstromasynchronmotoren als Schaltvorgang. Arch. Elektrotechn. **40** (1951), 113.
15.26 SCHUISKY; Drehmomentstöße beim Einschalten eines Induktionsmotors. ETZ-A **73** (1952), 403.
15.27 BONFERT: Betriebsverhalten der Synchronmaschine. Springer-Verlag, Berlin 1963.
15.28 KAZOVSKY: Übergangsvorgänge in Wechselstrommaschinen. Akademie-Verlag UdSSR, Moskau 1962.
15.29 KOVAC und RACZ; Transientvorgänge in Wechselstrommaschinen. Budapest; Akademie-Verlag. 1959.
13.30 WAHL and KILGOR; Transient Starting Torques in Induction Motors. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **59** (1940), 603.
15.31 VAN DEN BURG; Transients in Asynchronous Machines. Second International Analogy Computations Meeting Proceedings. Strasbourg, 1-6 Sept. 1958.
15.32 KAZOVSKY: Übergangsvorgänge in Asynchronmaschinen beim Einschalten und Kurzschließen. Elektritschestvo 1945, No. 6, S. 5.
15.33 TITTEL: Die Erregung und die Ausgleichsvorgänge bei unsymmetrischer Belastung der Drehstromgeneratoren. E und M.
15.34 SCHUISKY: Vergleich verschiedener Arten des Kurzschlusses einer Synchronmaschine. Siemens-Z. 1966, 503.
15.35 FETSCHER: Dynamisches Verhalten des Drehstrommotors mit Doppelnutläufer. ETZ-A **86** (1965) 860.
15.36 KLAGE und LINKH; Messung des Anlaufmomentes von Asynchronmotoren. Physik. Z. **38** (1938), 367.
15.37 BLOM; The Transient Behaviour of a Three Phase Induction-Motor Studied with an Analog Computer. Ingenieurs ('s-Gravenhage) **71** (1959), E 61.
15.38 PAVLASEK; Übergangsmomente eines Asynchronmotors mit abgebremstem Rotor. Elektr. Obzor **48** (1959), 410.
15.39 KÜNDIGER; Abschalten von Käfigläufermotoren. ETZ **71** (1950), 609.
15.40 GROSSE-BRAUCKMANN; Das Verlustleistungsgesetz. ETZ-A **76** (1955), 812.

16. Costante di tempo

16.1 UMANSKY and LINVILLE; Speed Transients of d. c. Rolling Mill Motors. Electr. Engng. **54** (1935), 387.
16.2 NECHLEBA; Erweiterung des Begriffes der Zeitkonstanten. ETZ-A **74** (1953), 98.
16.3 JAIN; Die Definitionen, Berechnung und experimentelle Ermittlung der verschiedenen Zeitkonstanten einer Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen. E und M **75** (1958), 617.

17. Forze meccaniche

17.1 ROSENBERG; Einseitiger magnetischer Zug in elektrischen Maschinen. ETZ **39** (1918), 1, 15, 25.
17.2 SCHUISKY: Stromkräfte in der Käfigwicklung. E und M **81** (1964), 6.

17.3 KUCERA; Axialer magnetischer Zug bei elektrischen Maschinen. E und M **59** (1941), 305.
17.4 BRADFORD and RHUDY; Axial Magnetic Forces on Induction Machine Rotors. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **72** (1953), 488.
17.5 CAZZANI: Attrazione magnetica transversale nelle macchine sincrone in conseguenza di guasti nell'avvolgimento del rotore. Elettrotecnica **50** (1963), 763.
17.6 FREIDE und JORDAN: Einseitige magnetische Zugkräfte in Drehstrommaschinen. ETZ-A **83** (1962), 299.
17.7 PÖLLOT; Die Berechnung von Verschiebeankermotoren. Z. Elektrotechn. **2** (1949), 28.
17.8 ROBINSON; The Calculation of Unbalanced Magnetic Pull in Synchronous and Induction Motors. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **62** (1943), 620.
17.9 CRAWFORD; Unbalanced Magnetic Pull. Engineering **171** (1951), 504.
17.10 JACOBY; Greift die Kraft an der Wicklung oder an den Zähnen an? Sachsenwerk-Mitt **7** (1937), 22.
17.11 HUMBURG; Die Enstehung des Drehmomentes in elektrischen Maschinen. ETZ **71** (1950), 311.
17.12 BRÜDERLINK und HEILES; Zur mechanischen Beanspruchung der Polbefestigung bei Synchronmaschinen durch den magnetischen Zug. ETZ. **73** (1952), 396.
17.13 SCHUISKY; Magnetischer Zug an den Polen. E und M **73** (1956), 405.
17.14 SWATOSCH; Die mechanische Koppelwicklung des einseitigen magnetischen Zuges in elektrischen Maschinen. E und M **75** (1958), 638.
17.15 LEINER; Wicklungsbeanspruchungen bei plötzlichen Kurzschlüssen von Synchrongeneratoren. E und M **59** (1941), 521.
17.16 CALVERT; Forces in Turbine-Generator Stator Windings. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **50** (1931), 178.
17.17 HARRINGTON; Forces in Machine and Winding. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **71** (1952), 849.
17.18 SCHUISKY; Stromkräfte an den Wicklungsköpfen. Ingenieur (s'-Gravenhage) **67** (1955), 110.
17.19 MAYER; Dynamische Stöße auf die Stirnwicklungen usw. E und M **71** (1954), 504; **73** (1956), 8.
17.20 UNGRUH: Felder und Stromkräfte in den Wickelköpfen von Turbogeneratoren. ETZ-A **84** (1963), 285.
17.21 STRÖMBERG; Mechanical Forces in A. C. Machine Staror Winding Due to Short-Circuits. ASEA-J. **21** (1948), 87.
17.22 KNYPER; Beitrag zur Berechnung der Streureaktanzen von Transformatoren und der an den Wicklungen auftretenden Kräfte. Diss. Delft 1949.
17.23 DEL PEDRO; Axiale Kräfte in Asynchronmaschinen. Bull. Oerlikon Nr. 325 (1957), 86.
17.24 CHRISTL; Die Verteilung der Stromkräfte an Transformatorenwicklungen Arch. Elektrotechn. **44** (1958), 1.
17.25 FISCHER; Einfluß des Eisenkernes auf die Stromkräfte von Transformatoren. ETZ **59** (1938), 929.
17.26 KNAAK; Beitrag zur Berechnung der Stromkräfte an Transformatorenwicklungen bei plötzlichem Kurzschluß. E und M **61** (1943), 455.
17.27 KULDA: Die Berechnung der Kurzschlußkräfte (in Transformatoren), Bull. SEV **49** (1958), 975.
17.28 NAGEL: Durch magnetische Felder verursachte Kraftwellen in Gleichstrommaschinen. ETZ-A **86** (1965), 409.

18. Riscaldamento

18.1 GOTTER; Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen. Berlin-Göttingen-Heidelberg; Springer-Verlag. 1954.
18.2 PELCZWESKI; Zagaduinia cieplne w maszynach elektrycznych. Warszawa, 1956.

18.3 BÖHM; Erwärmung von Maschinen mit radialen Schlitzen. ETZ **42** (1921), 1389.
18.4 BÖHM; Vorausberechnung der Erwärmung elektrischer Maschinen. ETZ **43** (1922), 810.
18.5 STUMPP; Grundsätzliche Untersuchungen am symmetrischen Temperaturbild elektrischer Maschinen. D. Elektrotechnik **12** (1958), 121.
18.6 HUMBURG; Temperaturverteilung im Innern von Spulen. E und M **27** (1909), 677.
18.7 JAKOB; Höchsttemperatur in Spulen. Arch. Elektrotechn. **10** (1921), 47.
18.8 HEILES; Über die zweckmäßige Gestaltung und Anordnung von Kühlrippen. E und M **69** (1952), 323.
18.9 POTTER; Measurement of Temperature in General-Purpose Squirrel-Gage Induction Motors. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **58** (1939), 468.
18.10 ROSSMAIER; Ein Beitrag zur Vorausberechnung der Erwärmung elektrischer Maschinen. E und M **60** (1942), 513.
18.11 SZALAY; Beitrag zur Ermittlung der Temperaturen im Stator eines Turbogenerators. E und M **72** (1955), 25.
18.12 BITTER; Erfahrungen im Bau von Kleinmotoren. Elin-Z. **4** (1952), 85.
18.13 CASER; Kühlungsverhältnisse und Erwärmung elektrischer Maschinen bei Aufstellung in großen Höhen. ETZ-A **76** (1955), 392.
18.14 LIEBE; Einfluß der Luftdichte (Meereshöhe) auf die Kühlung elektrischer Maschinen. Siemens-Z. **33** (1959), 575.
18.15 MOLDINGER; Grundlagen für die Wasserstoffkühlung bei Turbogeneratoren. ETZ-A **75** (1954), 476, 520.
18.16 HARMS; Die Wärmeflüsse in den Rotoren der Turbogeneratoren. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 1.
18.17 JASSE; Zur Frage der axialen Wärmeleitung in Maschinenwicklungen. Z. Elektrotechn. **2** (1949), 111.
18.18 JASSE; Die Wärmeströmung im Blechpaket von Turbogeneratoren. Arch. Elektrotechn. **39** (1950), 489.
18.19 HAK; Möglichkeiten und Aussichten einer unbeschränkten Lösung des Wärmeproblems von elektrischen Maschinen. E und M **74** (1957), 305.
18.20 HAK; Der Luftspalt-Wärmewiderstand einer elektrischen Maschine. Arch. Elektrotechn. **42** (1956), 257.
18.21 HAK; Temperaturverteilung in Leitern mit innerer Kühlung. Arch. Elektrotechn. **43** (1957), 320.
18.22 HAK: Grundgleichungen der inneren Kühlung. ETZ-A **80** (1959), 44.
18.23 WEH: Der stationäre Temperaturverlauf bei direkter Leiterkühlung. Archiv f. El. **44** (1958), 32.
18.24 HAK; Lösung eines Wärmequellennetzes mit Berücksichtigung der Kühlströme. Arch. Elektrotechn. **42** (1955), 137.
18.25 HAK; Die inneren axialen Wärmewiderstände einer elektrischen Maschine. Arch. Elektrotechn. **43** (1957), 58.
18.26 KESSLER: Zur Theorie des Wärmequellennetzes. Archiv f. El. **49** (1964), 109.
18.27 HAK; Wärmequellen-Netze elektrischer Maschinen. E und M **76** (1959), 236.
18.28 HAK; Einseitig geheizte Kanäle in elektrischen Maschinen. Arch. Elektrotechn. **44** (1959), 107.
18.29 SPIEß: Die günstige Bemessung der Kühlkanäle bei direkt gekühlten Turbogeneratorwicklungen. Bull. Oerlikon Nr. 355, S. 20.
18.30 HAK: Strömungstechnische Untersuchung elektrischer Maschinen mittels der luftdichten Kammern. E und M **79** (1962), 395.
18.31 HAK; Zur Berecnnung der Lüfter elektrischer Maschinen. ETZ-A **80** (1959), 264.
18.32 HAK; Der Wärmewiderstand zwischen Zahn und Joch. Arch. Elektrotechn. **45** (1960), 49.
18.33 KOTNIK; An Equivalent Thermal Circuit for Non Ventilated Induction Motor. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **73** III, (1955), 1604.

18.34 WEISSHEIMER; Oberflächenbelüftete Drehstrommotoren. Die Entwicklung der Starkstromtechnik bei den Siemens-Schuckert-Werken. Siemens-Verlag, 1953.
18.35 BÜSSING; Vereinfachte Berechnung der Erwärmung elektrischer Maschinen. Arch. Elektrotechn. **34** (1940), 473.
18.36 SCHUISKY; Bestimmung der Erwärmung von elektrischen Maschinen und Transformatoren mit Hilfe des Wärmenetzes. Bull. SEV **50** (1959), 825.
18.37 HARMS; Temperaturverteilung und Wärmeströmung eines homogen gebetteten Leiters mit zwei verschiedenen Wärmedurchgangszahlen. Arch. Elektrotechn **33** (1939), 131.
18.38 MONTSINGER; Loagind Transformers by Temperature. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **49** (1930), 397.
18.39 BÜSSING; Beiträge zum Lebensdauergesetz elektrischer Maschinen. Arch. Elektrotechn. **36** (1942), 333.
18.40 FRENTZ; Ein Berechnungsschema für die Lebensdauer elektrischer Isolierstoffe bei Beanspruchung durch periodische Temperaturspiele. E und M **75** (1958), 485.
18.41 BACH; Über die Erwärmung des n-Körper-Systems. Arch. Elektrotechn. **27** (1933), 739.
18.42 JEHLE; Temperaturanstieg in elektrischen Maschinen. ETZ **51** (1930), 1166.
18.43 SCHUISKY; Beitrag zur Ersatzkurzprüfzeit für elektrische Maschinen. ETZ **73** (1952), 517.
18.44 SCHUISKY; Verluste und Maschinengröße bei kurzzeitigen und aussetzenden Betrieben. Bull. SEV **34** (1943), 111.
18.45 BÜSSING; Berechnung des Temperaturanstieges in elektrischen Maschinen unter Berücksihctigung ihres unhomogenen Aufbaues. E und M **61** (1943), 241.
18.46 STUMPP; Über den Temperaturanlaufvorgang in stark umhüllten und vollständig eingebetteten Wicklungen. E und M **59** (1941), 73.
18.47 KESSLER: Approxmation des zeitveränderlichen Temperaturverlaufes in elektrischen Maschinen mittles äquivalenter Wärmequellennetze. Archiv f. El. **48** (1963) 1.
18.48 NEIDHÖFER: Optimierung auf kleinste Ventilations-und Stromwärmeverluste bei gasgekühlten Läufern von Großturbogeneratoren. ETZ-A **86** (1965), 353.
18.49 POTTER and TROHARDT; Shutdown Versus Hot-Spot Temperatures in Polyphase Induction Motors. Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. **65** (1946), 56.
18.50 BATES and TUSTIN; Temperature Rises in Electrical Machines as Related to the Properties of Thermal Networks. Proc. Instn. Electr. Engrs. A **103** (1956) 471, 483.
18.51 TUSTIN, NELTEL and SOLT; Performance and Heating Curves for Motors on Short-Run Duties. Proc. Instn. Electr. Engrs. A **103** (1956), 493.
18.52 LIEBE: Kühlung von Großmaschinen. ETZ-A **87** (1966), 434.
18.53 BENECKE: Temperaturfeld und Wärmefluß bei kleineren oberflächengekühlten Drehstrommotoren mit Käfigläufern. ETZ-A **87** (1966), 455.
18.54 JASSE; Bedeutung der Wärme-Zeit-Konstanten bei elektrischen Maschinen. Z. Elektrotechn. **2** (1949), 216.
18.55 LOEBNER; Die bei Überlastung thermisch hoch beanspruchten Wicklungen zu erwartenden Übertemperaturen. E und M **75** (1958), 464.
18.56 BÜSSING ;Der Temperaturanstieg bei Mittelfrequenzmaschinen. E und M **71** (1954), 173.
18.57 SCHUISKY; Erwärmung der Stäbe eines Kurzschlußkäfigs. Arch. Elektrotechn. **41** (1953), 103.
18.58 SCHUISKY; Temperaturverteilung im Hoschtab beim Anlauf. E und M **70** (1953), 521.
18.59 SCHUISKY; Die günstige Gestaltung der Kurzschlußringe bei Induktions maschinen. E und M **76** (1959), 455.
18.60 SCHUISKY; Beitrag zur praktischen Berechnung der Erwärmung des Kurzschlußkäfigs beim Anlauf, Bremsen und Reversieren. E und M **72** (1955), 169.

18.61 HUSTER und BIERFELD; Schlagwetter- und explosionsgeschützte Elektromotoren. Elektri 14 (1960), 121.

18.62 ROSSMAIER; Der Temperaturverlauf in einem Stab usw. Arch. Elektrotechn. 32 (1938), 124.

18.63 STUMPP; Die Stillstandserwärmung von Wicklungen. Elektri 14 (1960), 126.

18.64 SCHUISKY; Starting Losses in Winding of Double Squirrel Cage Motors. J. Instn. Electr. Engrs. **95** (1948), 325.

18.65 SCHUISKY Ständererwärmung von Kurzschlußläufermotoren. ETZ-A **74** (1953), 238.

18.66 PICOZZI; Factors Influencing Starting Duty of Large Induction Motors. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus and Systems No. 42 (1959), 402.

18.67 STIER; Die elektrische Maschine im unsymmetrischen Mehrphasensystem. ETZ-A **74** (1953), 564.

18.68 GRAFFORD, DUESTERHOEFFT and MOSHER; Heating of Induction Motors on Unbalanced Voltages. Amer. Inst. Electr. Engrs., Power, Apparatus and Systems No. 42 (1959), 282.

19. Dimensionamento

19.1 RICHTER; Hauptabmessungen elektrischer Maschinen und ihre Materialausnützung. ETZ-A **73** (1952), 705.

19.2 HALT; Die Materialausnützung von Typenreihen bei Drehstrommaschinen. D. Elektrotechnik **7** (1953), 221.

19.3 HALT; Zur Bestimmung der Hauptabmessungen von Drehstrommaschinen. D. Elektrotechnik **6** (1952), 215.

19.4 BOBEK; Wirtschaftliche Gesichtspunkte beim systematischen Neuaufbau der Reihen elektrischer Maschinen. VDE-Ber. 1950.

19.5 FIEDLER; Die Grenzleistung großer Gleichstrommaschinen. Elin-Z. **4** (1952), 21.

19.6 SATTLER: Bemessung und Konstruktion großer Gleichstrommaschinen für den Walzwerkbetrieb. BBC-Nachr. 1961, 156.

19.7 POSTNIKOV; Die Wahl optimaler geometrischer Abmessungen elektrischer Maschinen. Berlin; Verlag Technik. 1955.

19.8 VIDMAR; Der wirtschaftliche Aufbau der elektrischen Maschinen. Berlin; Springer-Verlag, 1918.

19.9 SCHUISKY; Einige Beispiele für die Berechnung einer Maschinenreihe mit Hilfe der Ähnlichkeitsgesetze. E und M **67** (1950), 308.

19.10 KEVE: Regeleigenschaften von Gleichstromantrieben in Leonardschaltung und ihre Wachstumsgesetze. Conti-Elektro-Berichte 1960, 263.

19.11 DE JONG; Die Ähnlichkeitsgesetze des Kurzschlußmotors. Electrotechniek (Den Haag) **25** (1947), 371.

19.12 ROSSMAIER; Die wirtschaftliche elektrische Maschine. ETZ **71** (1950), 678.

19.13 KADE; Die Wachstumsgesetze des Induktionsmotors. ETZ-A **73** (1952), 629.

19.14 WEISS, KADE und KLAINT; Kurze oder lange Drehstrommotoren. ETZ **72** (1951), 539- **73** (1952), 385.

19.15 DE JONG; Die richtige Wahl der Hauptabmessungen von Drehstrommotoren. E und M **70** (1953), 11.

19.16 HÄRLIN; Das Verhältnis der Nuthöhe zur Nutbreite. ETZ-A **74** (1953), 651.

19.17 QUITTNER; Die Grundprobleme der physikalischen Modellnachbildung von Synchrongeneratoren. E und M **75** (1959), 45.

19.18 WENIKOW und IWANOW-SMOLENSKY; Entwicklung der physikalischen Modelle elektrischer Systeme. Elektritschestwo **75** (1955), H. 8, 1.

19.19 KOSTENKO und URUSOW; Elektrodynamische Modelle der Wasserkraftgeneratoren. Elektritschestwo **75** (1955), H. 8, 11.

19.20 KULDA und ADAM; Modellieren der Kurzschlußkräfte von Transformatoren. Elektr. Obzor **48** (1959), 572.

19.21 HERZOG, ANDERSEN, SCHRIMGLOUR and CHOW; The Application of Digital Computers to Rotating-Machine Design. Amer. Inst. Electr. Engers., Power, Apparatus and Systems No. 44 (1959), 67.

INDICE ANALITICO


MILANO

Finito di stampare il 31-7-1969
presso le Arti Grafiche Ubezzi & Dones
per conto della Casa Editrice Ambrosiana - Milano